EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

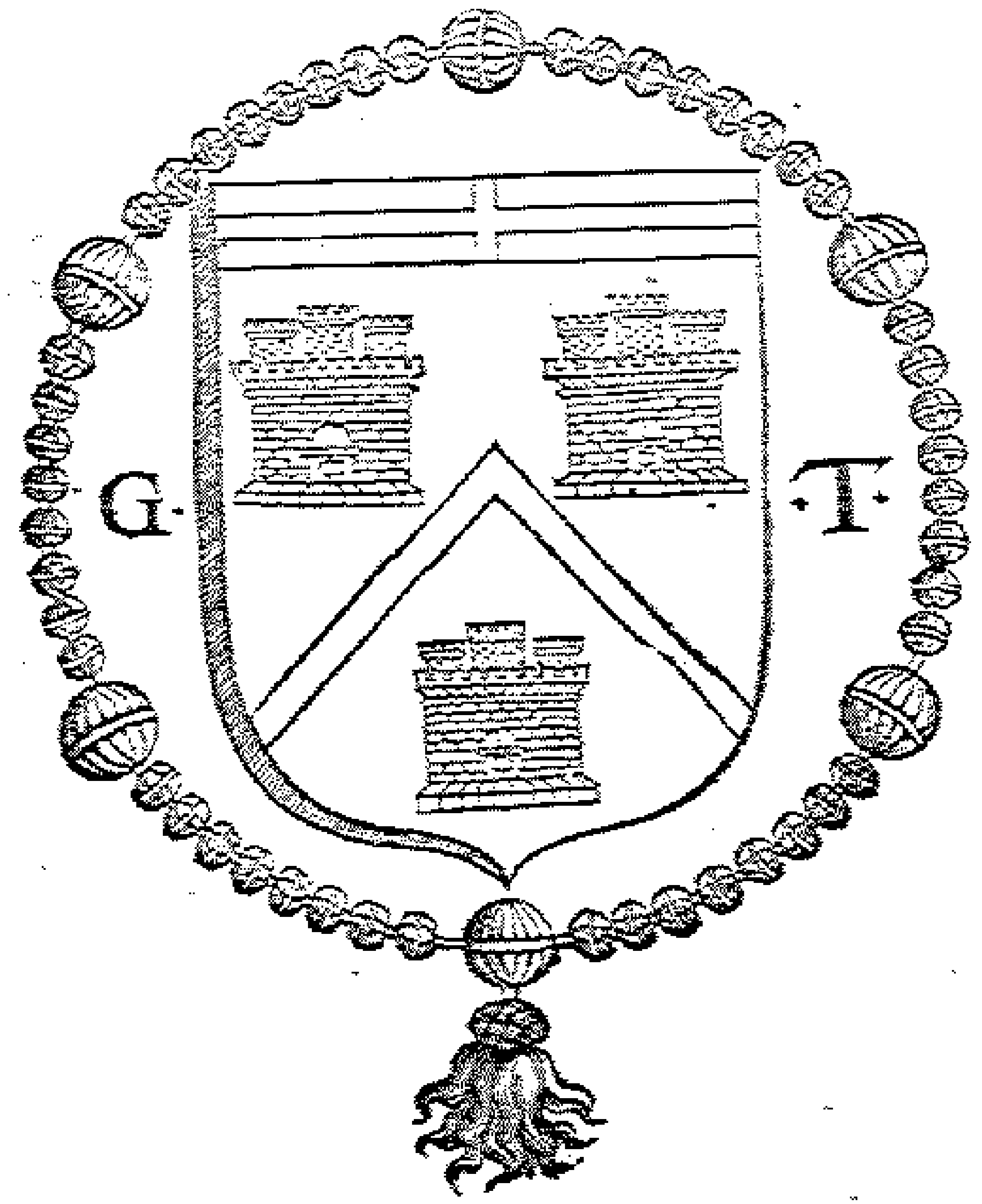
EVCLIDE MEGARENSE PHILOSOPHO:

SOLO INTRODVTTORE DELLE SCIENTIE MATHEMATICE:

DILIGENTEMENTE REASSETTATO, ET ALLA
INTEGRITA RIDOTTO PER IL DEGNO
Professore di tal Scientie Nicolo Tartalea,
BRISCIANO,
Secondo le due Tradottioni:
E PER COMMVNE COMMODO
& utilita di latino in volgar
tradotto.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
DELLO ISTESSO TRADOTTORE
DI NOVO AGGIONTA.

Talmente chiara, che ogni mediocre ingegno, senza la notitia, over suffragio di alcun'altra scientia con facilita, sera capace a` poterlo intendere.



Quale, & quante siano le scientie, overo discipline Mathematice.

LE SCIENTIE, overo discipline dette Mathematice, secondo il volgo sono molte, cioe, Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, Cosmographia, Geographia, Corographia, Perspettiva, Specularia, La scientia de pesi, la Architettura, & molte altre. Ma alcuni Sapienti, prendono solamente le quatro prime, cioe, Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & tutte le altre dicono esser subalternate, cioe, dependente dalle dette quatro. Alcuni altri moderni (per alcune sue ragioni) vogliono che le dette Mathematice siano cinque, pero che alle dette quatro aggiongeno la Prospettiva. Niente dimeno il Reverendiss. Pietro de Aliaco, Cardinale, nella prima questione sopra Giovanni di Sacrobusto, conclude la Musica, & la Astronomia, & similmente la Prospettiva non essere pure mathematice (come è il vero) ma medie fra le mathematice & la scientia naturale, per il che seguita, che solamente la Arithmetica, & la Geometria siano pure mathematice, & tutte le altre esser medie, overo dependente & miste dalle mathematice discipline, & dalla natural Philosophia eccettuando la Astrologia giudiciaria, la qual egli conclude esser pura naturale, in quanto alla sua essentia.

AL REVERENDO ET ILLVSTRE SIGNOR

GABRIELLE TADINO, DA MARTINENGO, CAVALLIER HIEROSOLIMITANO, ET PRIOR DI BARLETTA DIGNISS. SIGNOR SVO SEMPRE OSSERVANDISSIMO, NICOLO TARTALEA BRISCIANO.

TVTTI Li huomini Reuerendo signor Priore (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere: & nel primo della Posteriora, conclude che il saper non è altro che intendere per demostratione: & Platone diffinisse, che la sapientia non è altro che vna cognitione delle cose diuine, & humane. Et molti philosophi determinano, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer pratica, & il medemo Aristotele nel secondo della Methaphisica, dice che il fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro che la verita: & della operatione, ouer pratica l'opera compita. Et tutti li antiqui discrutatori delle cose affirmano trouarse piu la verita nelle mathematice (cioe nella Arithmetica, & Geometria) che in qualunque altra arte liberale, perilche determinano, quelle esser nel primo grado di certezza. E pero vedemo (come dice il Cardinal di Cusa) che tutti quelli che gustano di queste due disciplina, & massime della Geometria, accostarsi a quella in amor mirabile, come che in quella si contenga il puro cibo della vita intellettuale. Perche il Geometra non si cura delle linee, ouer figure materiale, di legno, ouer di alcuno metallo, ma solamente si cura di quelle come che sono in se medesime; Auegna che quelle non si trouano fuora della materia, ma l'occhio sensibile guarda le figure sensibile, accio che le mentale possano esser viste dalla mente: Ne etiam la mente vede le figure mentale men vere, di quello che vede l'occhio corporale le sensibile, ma molto piu vere quanto che la mente vede quelle figure in se separate dalla alterita della materia: Ma el senso esteriore mai le puo veder, ne trouare fora di quella alterita: perche la figura tiene la alterita dalla vnione di quella alla materia: perilqual cosa è necessario vna esser differente dall'altra: perche essendo fatto vn triangolo in piana terra, & vn'altro simile, & equale à quello in vna pariete, sempre si trouara fra l'uno e l'altro esserui qualche differentia: & similmente, essendo fatta vna pyramide di pietra, & vn'altra simile, & equale à quella di legno, ouer di alcun metallo, sempre vi sara fra l'una e l'altra qualche differentia, & tal figura pyramidale si trouara esser piu vera in vna materia che nell'altra, tamen in niuna materia vna figura puo esser cosi vera, e precisa, che la non possi esser piu vera, e piu precisa: adonque il veder della mente vede le dette figure libere da ogni variabile alterita: & la mente si troua senza alterita sensibile, e pero la mente è libera da ogni materia sensibile, & quella è come forma alle figure mathematice. Et se vostra signoria generosissima dira, quelle figure esser forme, la mente sara forma delle forme: onde le figure nella mente saranno come nella sua propria forma, e pero saranno senza alterita: adonque ciascuna cosa che la mente vede essa la vede in se medema: e per te quelle cose che la mente vede non sono in alterita sensibile, ma in essa mente: & quella cosa che é aliena, & fuora de ogni alterita, non ha in se altro che verita: perche la verita non e' altro che vna carentia di alterita: & se ben la mente nostra manca de ogni alterita sensibile, tamen quella non manca de ogni alterita. Adonque la mente laqual non manca de ogni alterita (almen della mentale) vede le figure absolute da ogni alterita, e pero lei vede quelle nella verita, & non fora di se, perche la vede quelle mentalmente: & questo non puo esser fatto fora di essa mente: perche la cosa vista mentalmente non e' fora della mente: si come il senso toccando sensibilmente nõ e' fora del senso, ma tocca nel senso: & la mente che vede in se medesima la cosa inalterabile, concio sia che la mente sia alterabile, la non vede la cosa inalterabile nella sua alterabilita, perche la ira impedisse l'animo che'l non puo cernere il vero, ma quello lo vede nella sua inalterabilita, & la verita e' inalterabilita: Adonque doue che la mente vede, ciaschaduna cosa laqual vede, lui e' la verita di quella, & di tutte le cose che essa mente vede: Adonque la verita, nellaquale la mente vede tutte le cose e' forma della mente: e pero nella mente e' il lume della verita, per ilquale e' la mente, & in quello essa vede se medesima, & tutte le cose: tamen essa non vede quella verita per laqual lei si vede se medesima, & tutte le cose, ma solamente la vede, perche la e', ma non che cosa la sia: si come il veder nostro esteriore non vede la clarita di quella luce solare, per laqual vede tutte le cose visibili, tamen el si esperimenta non veder cosa alcuna senza la detta luce solare, & cosi sa perche la e', ma non che cosa la sia, ne etiam sa la quantita di essa luce, se non perche ella e' tanta che la eccede la virtu sensual medesimo e' della mente: onde la verita nella mente e' come vn specchio inuisibile, nelqual la mente vede se medesima, e vede etiam tutte le cose visibile per essa, & quella simplicita speculare e' tanta che la eccede la virtu, & acuita della mente: & quanto piu e', piu si acuisse, e multiplica la virtu della mente, tanto piu e' certo e piu chiaro essa vede tutte le cose nel specchio della verita: & quella virtu cresce per la speculatione non altramente che una scintilla che inardisse ardendo: & perche ella piglia quello accrescimento di potentia per esso lume della verita piu, e piu la si pone in atto: Dico che quella virtu e' mandata fuora da quello lume della verita, perche mai ella perviene a quel grado che quel lume della verita non la possi tirar piu elevata: Tal cosa, & molte altre, considerate dalli predetti antiqui Philosophi, celebratori della sapientia, ouer philosophia comprendono (come e' il vero) non potersi senza la detta Geometria rettamente philosophare, immo determinarono quella esser il vero principio e fondamento di essa sapientia, ouer philosophia: e per questa causa Platone, padre, e maestro de Philosophi non volena che alcuno Scholaro entrasse nella sua schola se quello prima non era in Geometria ben esperto: il che faceua, perche conosceua che in essa scientia geometrica ogni altra scientia occulta se ritroua. Ma perche questa Geometria non puo star per se, ne esser ben appresa senza la sua sorella Arithmetica, perche seguita la Geometria insieme con la sua sorella Arithmetica esser il principio, & fondamento della sapientia. Onde trouandosi a quel tempo Euclide Megarense, acutissimo philosopho, & in tai facolta fra li altri molto perspicacissimo, quello con suo mirabile ingegno restrense in quindeci libri regolatamente queste due discipline, Geometria, & Arithmetica (si in operatione come in speculatione) con tanto alto & mirabil ordine quanto che huomo imaginar possisi, a tal che da quel tempo per fin al presente, senza contraditione, ottiene il principato in tal facolta. Et perche a quel tempo (per commun ordine di essi Philosophi) la prima cosa che si faceua imparare a tutti quelli che si dedicauano alla Sapientia, era la Arithmetica, & la Geometria, lui volse intitolare, e chiamar la detta sua opera, Opera di principii: quasi volendo dire Opera di principii e fondamenti della Sapientia, ouer Philosophia. Et questo ordine antico fu osseruato & mantenuto gran tempo. Ma al presente da moderni non solamente e' stato corrotto, ma talmente annullato, che le dette due scientie sono quasi deperdite: &

la preuaricatione

la preuaricatione di tal antico ordine (per quanto posso considerare) é processo per le infrascritte cause. prima, per la nata variatione delle lingue: perche ciascun desiderante d'andar a fruire il nobil giardino della sapientia, al presente gli é necessario che cerchi principalmente d'intender la lingua delli antiqui Authori, che l'hanno da porre in su la retta via, (laqual cosa antiquamente non era necessaria, perche tal lingua era a loro propria) & circa cio consumma tal parte di tempo, che non solamente seria bastevole per intendere li detti principii, ma anchora la maggior parte della cosa desiderata: E dapoi che hanno imparata la detta lingua con gran fatiga e sudore, e senza alcuna parte, ne principio della cosa desiderata: La maggior parte como stanchi & lassi (per abbreviar il camino, & recuperar il tempo scorso) abbandonano la detta via antiqua, si drizzano per vno certo calle, ouer sentiero modernamente trouato. E se per alcuno (come prudente) si mette a studiare l'Opera del detto sapientissimo philosopho Euclide, oltra che'l trouera quella diregolata, e deprauata, (come manifestamente si vede nelle due Tradottioni,) Ma come quello aggionge alla quinta, sesta, & ottaua diffinitione del quinto libro intra il meço delli nodi del dragone con laborioso affanno: & questo e' per cagion d'alcune interpositioni del Campano (se per sono interpositioni del Campano) quai credendosi dilucidar tal diffinitioni (per la sua poca intelligentia) le ha talmente confuse, che'l studente per niun modo puo cauar al cun construtto, perilche é sforzato abbandonar l'impresa, e drizzarsi como li altri, per il moderno calle, ouer sentiero. E da qui forsi nasce che li nostri moderni non possono aggionger al segno oue aggionsero li antiqui & di ragione doueriano per trappassare piu oltra, concio sia che é facile lo aggiongere alle cose trouate. Onde fra me pensando alla grandissima vtilita che di queste due discipline ne consegue per coloro che le sanno secondo li debiti bisogni allo intelletto accommodare, acio che quelle tornino nel pristino stato, & che l'Opera dello ingeniosissimo Euclide sia riconosciuta, non solamente ho voglisuto durar questa fatica di ristaurarla & integrarla secondo le due Tradottioni, ma etiam per commune vtilita dal latino in volgar tradurla, & dilucidarla con espositioni talmente chiare (sopra tutte le diffinitioni, & altri oscuri passi) che ogni mediocre ingegno, senza notitia di alcuna altra scientia sara capace de intenderla. Ne di questo vostra Reuerentia si marauigli, pero che queste due scientie, ouero discipline non hanno di bisogno di alcuna altra scientia, inquanto alla lor essentia, ma ben tutte le altre hanno bisogno di loro, come nel processo a quella lo faro cognoscer, & vedere: & non solamente le liberali, ma etiam tutte le mecaniche. Dapoi fra me pensando à cui tal mia vtil fatica dedicar douessi, certo niun piu degno di vostra R. (per moltissime ragioni) mi é potuto venire a memoria, per essere quella non solamente amatrice, & ricettaculo di virtu, ma vn vaso di prudentia, somma di generosita, fonte di magnanimita, lago di liberalita, fiume di consiglio, e mare d'alto ingegno, nido di humanita, à cui tutte le opre di virtu concorrer debbono come al suo proprio albergo. Onde per non preterir alli termini di ragione, à quella la dedico, offerisco, & dono: Ne quella tenga tal due scientie à vile, però che (come di sopra é detto) antiquamente furno reuerite, cercate, & celebrate da tutti li perspicacissimi ingegni, mediante lequali non solo son peruenuti alla notitia e cognitione delle cose terrene, à noi mortali necessarie, ma etiam per mezzo di quelle son venuti in cognitione delle diuine. Questo testifica il gran Philosopho Pithagora, ilqual tutta la sua dottrina & theologia mediante li numeri dipinse. Imperoche come scriue Salomon sapientissimo. Deus omnia fecit in pondere, numero, & mensura. non obstante che'l si legge nell'Ecclesiastico al. c. I. Altitudinem celi, & latitudinem terre, & profundum abyssi quis dimensus est? Nientedimeno tanta é la virtu di queste due scientie, ouer discipline, cioe, Arithmetica, e Geometria insieme con la sua figliola Prospettiua, che mediante quelle noi cognosciamo per virtu del compasso, e delle proportioni quanta sia la rotondita di tutta la terra, & quanto sia il diametro suo, & similmente delli al tri elementi. Perche come dice Aristotile, lo elemento superiore è diece volte quanto il suo immediate inferiore. Verbi gratia, l'acqua è diece volte quanto è tutta la terra, similmente, l'aere è diece volte quanto è l'acqua, il foco è mille volte quanto è tutta la terra: & nondimeno la grandezza di questi corpi grandissimi si cognosce nell'arte della Astronomia per scientia Geometrica, mediante la Perspettiva, & per via del calculo. Ma perche li scrittori delle lettere (come scrive Isidoro nel 3. delle Ethimologie) volcno che l'Arithmetica sia la prima delle discipline mathematice, imperò primamente in laude di quella diremo alcune propositioni. Certa cosa è qualmente quella è nutrice & matre della Musica (come afferma Boetio Severino, & similmente Franchin Gaffoco nella sua musica,) imperoche senza li numeri, & le sue pprieta, pportione, & proportionalita, non si puo cognoscere chiaramente la consonantia, & dissonantia di tre, over piu voci, ma con quella el si cognosce che una quinta, over ottava fanno suavissima armonia, & grandemente dilettano lo audito delli auditori, & similmente con la detta scientia de numeri sappiamo che una quarta grande dissonantia, & non puoco turba lo audito. Questa con le sue regole calculatorie, & virtu, de suoi numeri da la via all'arte giudiciaria detta Astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Necromantia, Geomantia, Horospicio, Aruspicio, Augurio, Auspitio, & ad altri Sortilegii. E questo scrive il predetto Isidoro, & Cieco di Ascoli, & similmente Cornelio Agrippa nel secondo de occulta Philosophia. Ma piu, essendo un giorno adimandato il divin Platone, per qual causa l'huomo, fra li animali rationali, era chiamato animal divino. El che rispose, perche l'huomo sa numerare, & le bestie non. Quasi volendo dire, che a cognoscer li numeri, con le sue proprieta, era cosa divina, overo, che con li numeri l'huomo vien in cognitione delle cose alte, e peregrine. Anchora per questa scientia di Arithmetica, overo con le proportioni de suoi numeri el si cognosce nella scientia di Geometria le quantita communicanti, & incommunicanti, o vuoi dir, commensurabili, & incommensurabili, & similmente, le rationale, & irrationale, come nel decimo del nostro Euclide si manifesta, & similmente, quella con numeri ce illumina e ci fa capaci della quantita d'ogni figura Geometrica, cioe, de Triangoli, Quadrati, Tetragoni longhi, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboydi, & d'ogni altra figura piana: similmente d'ogni corpo solido, si regolare come irregolare, come sono Pyramide, Prisme, over Serratili, Sphere, Coni, cylindri, over Colonne, Cubi, Ottobase, Dodecebase, Vintibase, con tutte le sue pprieta, e proportioni, come etiam Geometricamente descrive, & forma il nostro egregio Authore Euclide in quindeci libri delliquali undeci sono di Geometria, cioe, il 1°. il 2°. il 3°. il 4°. il 6°. il 10°. lo 11°. il 12°. il 13°. il 14°. & il 15°. & tre sono di Arithmetica, cioe, il 7°. lo 8°. & il 9°. Il 5° a tutti questi è commune, il qual è della proportione, & proportionalita, laqual proportione, & proportionalita cosi se aspetta al numero come alla misura. E tanta la utilita, oltra la suavita dolcezza di studio, che si trova nelle contemplationi mathematice piene di certezza, che Archimede siracusano per il studio di quelle con suoi mecanici ingegni diffese un tempo la Citta di Siracusa contra l'impeto di Marco marcello Consule Romano, si che acquisto il nome della immortalita. Per virtu di quelle Dedalo peritissimo fabricò il nominato Laberinto al Minotauro. Per mezzo di quelle si fanno varii, & diversi modelli, & fabricansi ponti con archi, quasi alla natura impossibili. Anchora chi con l'intelletto ben considera tutte le forze di antique & moderne machine, & istromenti bellici si offensivi come defensivi, come sono bastioni, ripari, baicoli, trabocchi, catapulte, scorpioni, baliste, ariete, testudine, helepoli come dimostra Vetruvio nel decimo, sempre con forza di numeri & misure le loro proportioni si trovano formare, & fabricare. Delle nove inventioni per me trovate sopra il tirar delle moderne machine tormentarie (dette dal volgo, artigliarie) non voglio replicarle per haverlo altronde detto, & in parte publicato. Basta solamente a dire, che per consiglio di quelle (senza alcuna prattica in tal essercitio) la maggior parte tirorai. Da queste medesime discipline germoglia, & nasce

ponderibus,

la scientia de pesi, come apertamente dimostra Iordano in quello de ponderibus, per mezzo dellaqual scientia Aristotele nelle sue questioni mecanice allegna la causa d'ogni miracolosa mecanica inuentione. Di quanto aiuto e presidio siano le dette due scientie, ouer discipline alla Architettura Vitruuio Pollione nel suo Proemio lo fa manifesto. Anchora che ben considera & guarda la scientia Perspectiua, senza dubbio si trouera che nulla sarebbe, se la Geometria come matre sua non se gli accommodasse. Questo ci manifesta il detto nostro Euclide nella sua Perspectiua: e similmente l'Arciuescouo Giouanne Cantuariense, ma piu abondantemente Vitellone, liqual ogni sua propositione approua, e dimostra con le Euclidiane propositioni. Che diremo della Cosmographia, & Geographia? Non ci dimostra Ptholomeo, & tutti li altri eccellentissimi Cosmographi, & Geographi, quanto gli siano necessarie queste due scientie, ouer discipline. Quando de tutto l'emisperio, debitamente proportionando li lor gradi delle longitudine, e latitudine, reducano in una picol carta tutte le famose Prouincie, citta, Castelli, Monti, Fiumi, Isole, & altri siti maritimi, & mediterranei (come piu uolte insieme con V. R. sopra la sua Carta nauigatoria, habbiamo discorso, & uisto, & similmente sopra il suo Globo alemanico.) Et quella sappia che non per altra causa al presente e' penuria di boni, & eccellenti Astronomi, saluo che per diffetto, & ignorantia delle predette due scientie, ouero discipline. Perche di ben intender l'Almagesto di Ptholomeo, & similmente Giouan de Monte Regio, senza le Euclidiane instrutioni, niun certo si puo auantare. Piu forte, Bartolo da Sasso ferrato nella sua Tyberina, sue figure geometrice usando, espressamente dimostra la Geometria esser necessaria in lege. Piu oltra, la guida, & scorta di nostra salute, sacra Theologia, non dimostra apertamente il R. Cardinale Nicolo di Cusa, nella penultima parte dell'Opra sua, senza detta Geometria non puotersi alli intelletti nostri communicare, laqual parte e' intitolata, Complementum Theologicum figuratum in complementis mathematicis. Ma piu, egli e' di tanta necessita questa Geometrica disciplina, & scientia, che non solamente li huomini mortali nelle sue cose commensurabile usano quella (come di sopra piu uolte e' detto) ma anchora il magno Iddio, ilqual e' misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano non si gouerna senza quella, con laqual anchora questi Compositori de imagini, & pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando il suo compasso. Per il che etiam li peritissimi Architetti (come ci manifesta Vitruuio Pollione al primo capitolo del suo terzo libro) cercano con ogni diligentia di proportionar la Aede, & altri suoi publici, e priuati hedificii alla similitudine di detto corpo humano, per esser quello (come e' detto) dal sommo architettore, con debite misure fabricato. Anchora el si cognosce la nobilita, eccellentia, & altezza di detta Geometria, per la grande fama, & nome di quelli, liquali hanno dato opera ad exornar, e studiar detta scientia, come fu Mercurio Trimegisto philosopho, sacerdote, & Re d'Egitto: e similmente Pithagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerrois, Hypocrates, el nostro Euclide, Ptholomeo, Archimede, Appollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio architetto, & molti altri, liquali per breuita li lasso, per non tediar piu l'auditorio senso di V. R. parendomi che per le cose dette, & allegate quella debba esser, no solamente informata, & chiarita qualmente le gia dette discipline non sono fauole, ne altre ridicolose, & false fictione simile, che le inuentioni incredibile poetice, che di uento se fussero le orecchie nostre pasciono ma totalmente accertata (come e' il uero) quelle non solamente esser uere, ma uerissime (come in principio fu detto) e nel primo grado di certezza, come anchora afferma Aristotele nel primo della Posteriora, testo. 15. & similmente Auerrois sopra il. 2. della Methaphisica. Per ilche non dubito che uostra R. hauera tal cosa agrata, perche son certo che quella con suo mirabile ingegno, & natural discorso nelle sue cose accidentale ne cauera construtti grandissimi, alla qual con humile e debita reuerentia sommamente me aricommando. Pregando l'omnipotente Iddio gli piacia di restituirgli la sua pristina sanita, e quella accrescer, e conseruar con tutti li suoi adherenti, e beniuoli, secondo ogni suo bon desiderio. Vale.

Il Tradottore.

Acciò ogni Studente (volendo) possa con facilita rendersi instrutto del modo di ritrouar ciascuna propositione da me tradotta, cosi nella prima come nella seconda tradottione latina, & sapere qual siano quelle che sono in una e non nella l'altra, ho usato questa tal regola di antiponere à ciascuna propositione duoi ordinarij numeri uno sopra l'altro, con certa picciol linea interposta, laqual diuide la tradottione del Campano da quella di Bartholameo Zamberto, cioe, il numero che sera sopra la detta linea dinotara il numero di tal propositione nella prima tradottione, che è quella del Campano: & quello che sera di sotto, dinotara il numero della propositione nella seconda tradottione, cioe, di Bartholameo Zamberto. Et quando sopra la predetta linea sera posto un.o. dinotara quella propositione nõ esser nella prima tradottione: & similmente quando il contrario, o. sera posto di sotto dinotara tal propositione non esser nella seconda tradottione. E quando sopra, ouer sotto di tal linea seranno posti duoi, ouero piu numeri, dinotara tal propositione esser smembrata in due, o piu, in tal tradottione. Et il medesimo debbesi intendere nelle diffinitioni: exempli gratia, La quarta diffinitione del sequente primo libro ha antiposto in margine sopra la predetta linea un.4. & di sotto un.5.&.6. laqual cosa dico che dinota tal diffinitione esser la quarta nella prima tradottione, & nella seconda esser la quinta & sesta, cioe, diuisa in due: il medesimo si debbe intender nelle propositioni.

Il Tradottore.

Anchora inanci che piu oltra procediamo bisogna notar, qualmente la scientia di Geometria, & di Arithmetica se diuide in due specie, una dellequal (come fu detto in principio) è detta Theorica, cioe, speculatiua, ouer contemplatiua: l'altra è detta pratica, cioe, attiua, ouer operatiua. La theorica, cioe, la speculatiua (come afferma Ptolomeo nell'Almagesto) è per augumento della scientia, perche per mezzo della speculatiua possiamo ritrouar continouamente cose noue, & ampliar la scientia. Ma la pratica, cioe, la operatiua è per operar, cioe, per designare, construer, & fabricar manualmente tutte le cose occorrente. Euclide adonque per darci il fondamento d'una e dell'altra specie, ci ha descritto nell'Opra sua di diuerse specie propositioni, l'una dellequal ce introduce nella theorica, cioe, nella parte speculatiua: & l'altra, ci conduce alla pratica, cioe, nella parte operatiua. Le propositioni adonque che ci conducono nella speculatiua, Grecamente si dicono Theoremi: & quelle che ci guidano alla operatiua si dicono Problemi: & da detti Problemi si apprende il modo & la via di dissegnar, descriuer, inscriuer, circonscriuer, diuider, e formar non solamente ogni qualita di figura superficiale con tutte quelle accidentali conditioni che occorrer possano in Pittura, Prospettiua, Ichnographia, Corographia, Scenographia, Geographia, & Cosmographia, ma anchora ogni varia qualita di corpo solido con tutte quelle formali & accidentali conditioni che occorrer possano, non solamente nella Orthographia, Scultura, & Architettura, ma in ogni altra ingeniosa operatione da quelle dependente, come procedendo manifestamente si potra vedere.

Il Tradottore.

ACcio che la presente opera uegna alquanto piu correttamente in luce delli molti errori occorsi nel stamparla, me parso di farne una nota ouer tauola (non de tutti ma alcuni de quelli che ponno generar qualche difficulta, & acciocche ogni studente ne sia di cio aduertito, ho uoluto che la detta tauola sia posta quiui auanti al principio di lopra, quantunque la interrompa il numero delle carte di tutta lopra. Ma p ben intendere la sotto scritta tauola bisogna notare il significato delle sotto scritte lettere ouer abbreuiature che se usara nel dimostrar il luoco doue saranno li errori (per abbreuiar scrittura.)

D. significa diffinitione. p. propositione. t. testo. c. comento. tra. tradottore. l. linee cioe righe della scrittura doue sara lo errore. col. 1. colonna prima (cioe la prima faccia della carta. col. 2. colonna seconda cioe la seconda faccia della carta. Anchora bisogna notare che li sotto notati errori non si trouarano uniuersalmente in ogni libro ma in alcuni si, & in alcuni non il che procede che molti errori stampando si sono stati trouati & sono stati emendati sotto alla stampa essendone gia gran parte stampati ideo &c.

Alla prima carta nella diffinitione delle scientie mathematice a linee. 9. doue dice Arithmetica (leggesi) Arithmetica.

Errori della Epistola.

Al terzo foglio ouer carta a linee. 11. della prima colonna doue dice ma antiqua se drizzano (leggesi) ma antiqua & se drizzano. a linee. 37. doue dice uenir memoria (leggesi) uenir alla memoria. a linee. 43. doue dice perspicacissimi ingegni (leggesi) perspicacissimi & sani ingegni a linee. 22. della. 2. colonna del medesimo terzo foglio doue dice animali rationali (leggesi) animali irrationali. a linee. 39. soauita dolcezza (leggesi) soauita & dolcezza.

A fol. 4. a linee. 9. della proposicione (leggesi) della medesima propositione.

Errori del primo libro.

D. 14. nel tradottore. l. 17. in detto cerchio leggesi il detto cerchio.

d. 15. tra. l. 2. di quella di quello. ¶ d. 20. tra. l. 19. di duoi equali di duoi lati equali. l. 22. lati per equali (lati inequali. ¶ d. 22. tra. l. 7. sopra esse superficie (sopra detta superficie. l. 6. della colonna. 2. concorrerianno (concorreriano.

Petitione prima nella seconda parte del tradottore a. l. 14. doue dice con le due sequente, niun altro atto si potra negare (leggesi) con le due sequente sara negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme con le due sequente, niun altro atto operatiuo si potra negare. ¶ P. prima quella dictione che e fra il testo & il comento qual dice Il Tradottore ua depenata perche tal espositione non e del tradottore. ¶ p. 2. c. l. 10. il lato. d. (il lato. d. c.

p. 3. la figura e stampata rouersa non in tutto ma in la maggior parte perche tarde se auedete di tal errore & col stare come appar in margine.

p. 5. c. l. 8. ciascun relatiuo (ciascun al suo relatiuo.

p. 8. nel angolo di man sin. istra della figura gli manca un. a.

p. 10. nella prima figura gli manca un. c ¶ p. 12. c. l. 4. linea. a. c. (linea. b. c. nella figura gli manca. d. & e. p. 15. c. l. 9. per la terza decima concettione, (per la terza concettione. ¶ p. 16. c. l. 11. per esser la. a. c. e. (per esser langolo a. c. e. a. l. 1. del altro so. che la e maggiore (che lui e maggiore. l. 5. alla. g. e. (alla. g. a.

p. 17. c. l. 3. dal. a. (del angolo. a. c. l. 4. a. l. 4. ma langolo. b. estrinsico, ma langolo c. estrinseco. p. 19. c. l. 1. angolo. b. c. a. c. (angolo. b. c. a.

p. 21. c. l. 2. del lato. d. e. del lato. d. c. p. 22. c. l. 2. petche (perche.

p. 27. c. l. penultima e seranno (adonque seranno. ¶ p. 32. nella ultima figura nella parte agionta doue a. g. ponerali. f. & econuerso cioe mutarali.

p. 37. c. l. 4. alla linea. b. e. alla linea. b. d. ¶ p. 39. c. l. 6. triangolo. d. b. triangolo. d. b. e. ancho nella seconda figura se nel angolo supremo gli sara un. b. depenalo & ponaui un. a. & se nel angolo da man sinistra gli sara un. a. depenalo & ponaui un. b. perche tai figure una parte fur stampate incorrette.

Figura della terza proposicione del primo

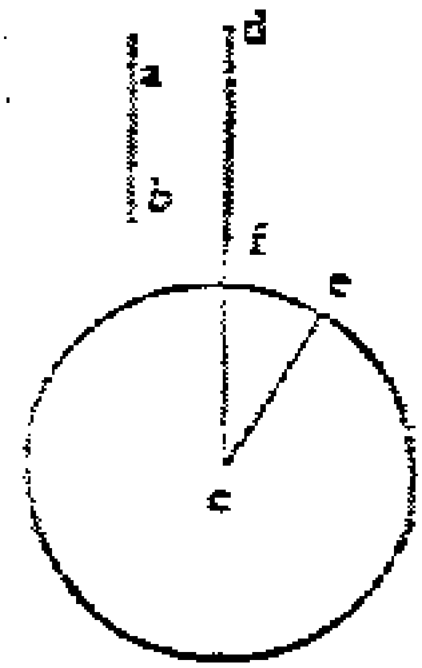
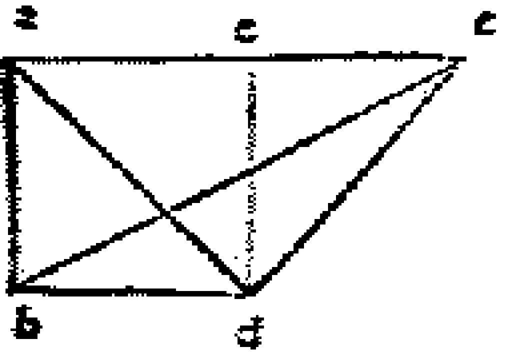
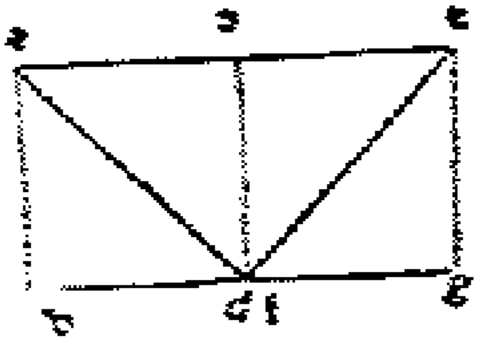


figura della.41.propositione del primo.





p.40.c.1.13.in ponto.d.e in ponto.h.(la linea.d.e in ponto.h.
p.41.c.1.1.la basa.d. (la basa.b.d. (il 3.triangolo.e.b.a. (triangolo.e.b
d.anchora nella maggior parte gli mancano le sue figure per il che le ho fatte
stampar in margine. ¶ p.44.c.1.4.al.c.dato.(equal al angolo.c.dato.(1.
per la quarta concettione (per la quinta concettione.
p.47.nella figura quadrata aiunta dal tradottore le lettere ui sono poste falsa,
pero doue.a.ponili.b.& e conuerso & doue c.d.poneui.e.& econuerso.
p.48.c.1.10.due somme (le due somme.

Errori del secondo libro.

Diffinitione ouer suppositione prima auanti alla esposition porrai il il tradotto
re, perche tal espositione e dil tradottore. ¶ d.2.t.a.l.9.in summa quattro(in
summa alli quattro lati. ¶ p.3.nella figura a langolo inferior da man destra
doue.d.porrai un.b. ¶ p.4.nel suo correlario.c.a.l.35.de la seconda colon
na dun retto angolo(dun retto & langolo.l.13.di laltra carta.g.d.l.f.g.h.g.b.f.
(g.d.l.g.f.b.& g.b.f.nella linea.a.b.doue.a.intermedio ponerai.e.
p.5.c.1.2.linea.c.d.(linea.c.b.(l.3.del quadrato di.c.b.(& del quadrato di.d.c.
p.6.c.1.4.il diametro.c.d.(il diametro.e.d.(l.19.a tutta la linea.a.d.(a tutta la
linea.a.d.& alla linea.d.b. l.penultima triangolo fatto (rettangolo fatto.
p.10.c.1.1.al quadrato.d.a.c.(al quadrato di.a.c.
p.11.c.1.20.delle due linee.b.a.&.a.d.(delle due linee.b.a.&.a.d.&al doppio.l.
9.da laltra banda, che perche.a.a (pero e.a.a. ¶ p.13.T.l.4.di quello a equa
le(di quello lato al quale. ¶ p.15.c.1.10.parte inequale (parte equali.l.16
della.b.c.della.e.c.

Errori del terzo libro.

p.2.T.l.ultima,il cerchio(il c.t.e.io. ¶ d.6.t.a.l.1.la parte lo dechio (la
p parte dil cerchio. ¶ d.8.t.a.l.4.della portione(della portione.
p.1.c.l.4.contrarie(contrarie(linea.10.retta di mezo(retta di mezo.
cor.1.t.a.l.6.dentro del detto(centro del detto. ¶ p.3.c.1.1.9.hanno tutta equa
le(hanno tutta equale. ¶ p.4.c.1.12.perpendicularmente(perpendicularmente
p.8.alla figura gli manca da tirar.4.linee cioe.h.b. .c.h.d.h.e. ¶ p.9.nel
la figura doue e.b.poneui.c.& econuerso.& nella sommita della protratta linea.b.
a.ponerai un.f.nella seconda figura nel fin della protratta linea.g.d.ponerai.f.
p.11.c.o.de laltra banda.l.5.dalche la.g.a(dalche la.g.a. ¶ p.14.figura
tra.l.9.la.e.d.b.la.e.d. ¶ p.15.c.1.2.in.3.del diametro (el diametro.l.9.
della col.2.sopra la.a.c.(sopra la.a.b. ¶ p.16.c.1.2.a.c.(e.a. ¶ p.20.
tra.l.13.retta(retta. ¶ p.25.in laltra facciata.l.3.a linea(la linea(nella prima
figura tirarai la linea.e.b.nella seconda nel mezo della corda.a.b.notarai un.d.
p.31.nella seconda e.5.figura nella sommita del diametro.a.d.e.da banda destra
poneui un.e. ¶ p.32.T.l.2.fein una linea(se una linea. ¶ p.33.c.l.31
langolo.g.a.b.e equal al angolo.g.a.h.equale. ¶ p.36.c.in laltra faccia.l.12.
perche la.c.d.(perche la.e.d. l.49.li cerchii(il cerchio.al.a.sopra laltra faccia.le
due linee.e.b.&.e.d.(le due linee.e.b.&.e.d.equali.l.5.&.6.per luno e laltro(per
che luno e laltro.

Errori del quarto libro.

p.prima.c.1.6.linea.b.(linea.a.b. ¶ p.2.T.l.1.a uno (a uno.c.l.12.cioe lo
cerchio(cioe in lo cerchio.l.13.triangoli(tre angoli. ¶ p.5.c.sopra laltra fac
cia.l.33.e.34.triangolo.d.b.f.d.f.(triangolo.d.b.f.la seconda figura uorria esser
nel ultimo [illegible] essendoui sta remessa. ¶ p.6.c.1.8.ono(sono.
p.7.nel angolo superior(de la figura) da banda destra notarai un.k.
p.10.c.in laltra faccia.l.29.del terzo(del primo.nella quarta figura tirarai una li
nea dal.b.al.d.& nella ultima una dal.d.al.c.l.42.segara in alcun ponto(a longo
il cerchio.d.c.a.non segara in alcun ponto.l.43.&.44.nella.3.&.4.figura tira
rai dal.b.al.d.una linea retta,& nella ultima un altra dal.c.al.d.anchor nel cen
tro della.3.figura ponerai un.a.anchor la prima & la ultima no sono rettamente

fabricate

fabricate pero bisogna intenderli secondo la intention della hipositione & non secondo la figura. ¶ p. 11. c. l. 9. queste (questo.

Errori del quinto libro.

D. 1. c. l. 5. in questo (in questo luoco l. 7. piu soe del tutto (piu del suo tutto. d. 3. da laltra parte c. l. 9. di noi (da noi. ¶ d. 5. c. l. minima che le quata (che le quantita. ¶ d. 11. tra. l. 5. doppia a quella (doppia a quella, l. 16. in la quantita (in le quantita de laltra banda l. 9. de numeri ouer (de numeri molte o altre ouer. ¶ p. 1. c. da laltra banda l. 4. anchora ma (anchora equale ma p. 2. c. l. 9. il qual la. d. (il qual la. b. ¶ p. 3. tra. l. 11. fecco (secco l. 21. la quanti ta. l. m. la quantita g. m. ¶ p. 6. c. a laltra banda l. 14. contiene (contiene p. 8. c. l. 5. & 10. dalla te alla. f. (dalla e alla. f. ¶ p. 11. c. l. 7. che a dalla. a. che e dalla. a. l. 4. o. la qual sia la l. g. (la qual sia la k. ¶ p. 14. c. l. 1. la propo sitione (la proportione. ¶ cor. 15. co. l. 3. a. d. f. la mita (a. d. e la mita. p. 20. c. l. 7. in. g. della. e. alla. d. (della. e. alla. d. l. g. se la. a. e maggiore della. c. (se la. a. e maggiore della. e. ¶ p. 21. T. l. 1. da un preso (da un lato preso. c. l. 4. & se la. e. e equale (& se la e equale. ¶ p. 23. c. l. 9. della. a. e. alla. b. (della. e. alla. b. la figura ual star come appar in margine. ¶ p. 25. c. l. 7. primamente dal la. b. alla. a. sara maggiore che della. f. alla. e. per la qual cosa (p la. 26.) menor sara.

Errori del sesto libro.

P. 1. la sua prima figura e mal stapata pero intenderala côe appar in margine. p. 3. tra. l. 9. goli. e. b. c. & a. b. c. (goli. e. b. c. & a. c. b. ¶ p. 4. T. l. 1. de ogni triangoli (de ogni doi triangoli. ¶ p. 5. T. l. 1. li lati proportionali (li lati relativi proportionali da laltra banda l. 11. lo dato (lo lato. p. 6. c. l. 11. accade gli accadeli. ¶ p. 7. c. da laltra banda l. 2. per la trigesima seconda del primo per la. 32. & 17. del primo l. 7. perche se e possibile (perche egli e possibile. p. 9. c. l. 6. trigesima terza del terzo (trigesima prima del terzo. p. 10. c. a laltra banda l. 2. linea (linea. tra. l. 2. line (linee ¶ p. 11. T. l. 2. a te date (a tre date. c. l. 2. & taglie (& taglio. l. 5. equale alla (equale alla. tra. l. 1. tresfar resfar. ¶ p. 12. nella figura nel mezzo loco fra. d. & e. ponerai un. e. p. 15. c. l. 5. & alla. c. g. (& dalla. c. g. ¶ p. 18. c. da laltra banda l. 4. della. b. c. alla. d. f. (della. b. c. alla. e. f. ¶ p. 19. c. l. 9. triangolo (triangolo. ¶ p. 26. c. da laltra banda l. 14. fra loro equale (sono fra loro equale. ¶ p. 27. c. l. 7. in ponto. e. (in ponto. e. & tra. l. 5. scritte la. l. g. (scritto dalla. l. g. la prima figura in alcuni e falsa e superflua. ¶ p. 29. T. l. 2. aggionta (aggionga. tra. l. 8. triangolo (triangolo. p. 32. c. l. 7. le perpendicolare (la perpendicolare.

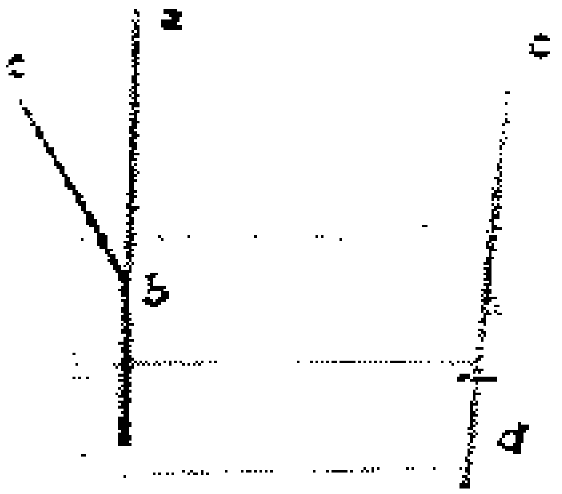
Errori del settimo libro.

D. 2. tra. l. 12. misurado (misurado. ¶ d. 4. tra. l. 11. primi in. li. 3. (primi & in li. 3. d. 14. tra. l. 7. dupplicada che e dupplicada a quella che e. l. 11. esser semplia (esser una semplia. ¶ d. 15. tra. l. 6. in a questa substantia (questa in substantia l. 11. proportion (proportioni. laltra accidenti in numeri (accadeni in numeri. d. 16. tra. l. 10. e doi (e doi. ¶ d. 17. tra. l. prima gratia (gratia l. 5. quaranta quatra (quaranta quatro. ¶ d. 21. tra. da laltra banda l. prima tre (trei Petition prima. tra. l. 1. che per (che per. ¶ petition. 2. tra. l. 4. la qual da qual petition. 3. tra. l. 1. uno (uno l. 2. diffinitione (diffinitione l. 6. argumentando (argumentando. ¶ Commune concettione. 9. tra. l. 4. renta sei (trenta sei. p. 1. tra. l. 3. da numero (dal numero. ¶ p. 12. T. l. 2. proportione (proportione de quelli. c. l. 3. residuo del. d. residuo del. b. ¶ p. 15. T. l. 3. doi (doi. p. 16. c. l. 2. la. a. alla. c. (la. a. alla. c. ¶ p. 28. T. l. 1. comparati (comparati. p. 41. c. l. 27. dati e pari l. 29. & minor del doppio (& maggior del doppio. cor. 41. T. l. 2. & il minimo (e il minimo.

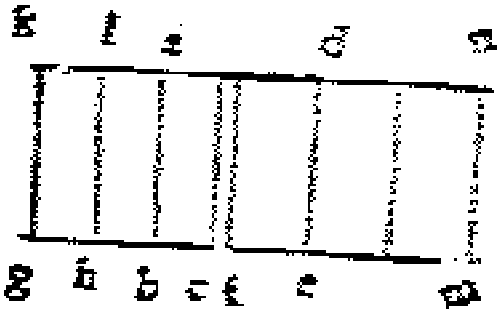
Errori del ottavo libro.

D. 2. nel tra. l. 3. tra. 13. ne. 17. ne. 19. (ma alcuni dicono che ne. 13. ne. 17. ne. 19. la diena, & sono di suoi e la unita (& son di suoi lati e la unita. ¶ p. 5. c. l. 9. com posta (e composta. ¶ p. 12. c. l. 2. dal. e. lo. f. (dal. c. lo. f.

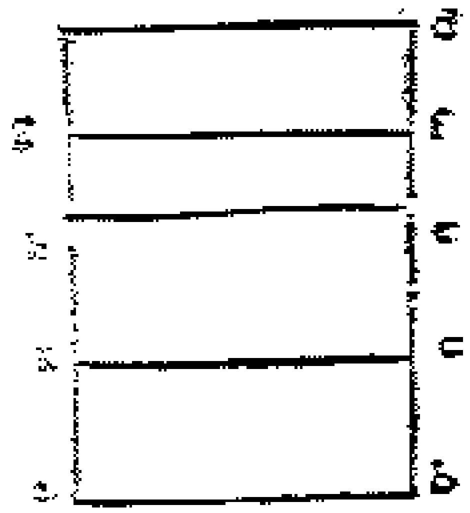
Figura della trigesima ottaua propositione del quinto.



Prima figura della prima del sesto.



[illegible] della nona gionta prima.



Errori del libro nono.

D.7.tra.f.penul.l.10000.(l.1000. ¶ p.prima.7.l.e.in [illegible] (in laltro p.[illegible]c.l.a.numero.dn.(numero.b. ¶ p.[illegible] prima.a.esso primo.(sara a esso primo. p.[illegible] in laltra faza.l.35.e quel al.a.no sera(e quel al.a.adonque.a.no sera l.c.[illegible] antecedente alla.p.[illegible]c.l.7.in.g.al.c.b.il quadrato(al.c.b.il quadrato p.[illegible]c.l.[illegible] infiniti(infiniti. ¶ p.[illegible]c.l.de.a.b.e.(de.a.b.c. ¶ p.[illegible] al la figura le.3.lettere.c.d.f.li debbono intendere applicarde alla linea inferiore.

Errori del libro decimo.

D.1.T.l.1.communemente.(communemente. ¶ p.3.T.la fine.(doe.[illegible] ¶ p.[illegible]c.l.6.il libro.(il loco [illegible] sara communicante(sara incommunicante. ¶ Lemma [illegible]ciana.p.[illegible]c.l.7.lo ritrova.(se ritrova. ¶ p.16.c.l.6.est solamente.e.(co.e.solamente [illegible] quadrato.[illegible](el quadrato.[illegible] ¶ p.[illegible]c.l.[illegible] superficie quadrato.(superficie [illegible] laltra fazza.l.[illegible] le linee [illegible](le linee.[illegible] Lemma [illegible] alla.p.[illegible]c.l.[illegible] ¶ p.[illegible] laltra faza.l.[illegible] in longhezza [illegible](in longhezza adonque la linea.f.g.e rationale solamente in potentia.& incommensurabile in longhezza alla linea.e.f.per la ¶ p.[illegible] laltra banda.l.[illegible](fare. ¶ Lemma andiana alla.p.[illegible] laltra fazza.l.[illegible] in le prime.(hor in le prime.l.[illegible] nella figura a langolo inferiore ponerai.[illegible] ¶ p.41.c.l.[illegible](sia la.k.g.nella figura a langolo destro superiore ponerai.l.[illegible] ¶ p.4[illegible]c.l.4.come doce(come de esser.

p.4[illegible]c.l.6.commensurabile(incommensurabile ¶ p.6[illegible] laltra fazza.l.[illegible] &.e.f.(e.[illegible] p.che communicano.(p.che no communicano. ¶ p.7[illegible]T.l.[illegible] una linea(sia una linea.c.l.[illegible] superficie.[illegible](superficie.f.g. ¶ p.[illegible] mediale & potere mediale & il doppio della superficie di [illegible] in laltra [illegible] perche p.91.la sua figura e difforme & voi star come appar in margine.

Errori del undecimo libro.

D.6.c.l.[illegible] equidistante [illegible](equidistante [illegible] ¶ p.[illegible]6.nel titolo done dice operatione quarta.(leggesi) problema quarta.c.l.[illegible] sono due linee(sono le due linee ¶ p.[illegible] in [illegible] laltra fazza.l.7.di quali le supreme superficie.(di quali li lati opposti delle supreme superficie.l.[illegible] una linea(siano una linea p.36.c.l.[illegible] p.che li solidi(p.che le li solidi [illegible] figure [illegible] lettere assai pero advertisse sopra il [illegible] sono duple(saranno [illegible] duple. ¶ p.[illegible]c.l.[illegible] angolo.[illegible](angolo.[illegible] ¶ p.[illegible]c.l.[illegible] in superficie(e in la superficie.

Errori del duodecimo libro.

P.[illegible]tra.l.[illegible] posta qlla (possposita quella. ¶ p.[illegible]T.l.[illegible] treppia p.[illegible] nella seconda fazza.l.[illegible] come della pyramide(come del corpo.[illegible] alla pyramide [illegible] & p la conversione della medesima e della pyramide.

p.[illegible] nella seconda figura dal.d.[illegible] h.sia tirata una linea retta [illegible] nota che la detta.h.[illegible] pero advertisse ¶ [illegible] le due prime figure in la maggior parte for stampate con le [illegible] pero advertisse.

Errori del terzodecimo libro.

P.[illegible] nella figura dal.b.al.e.tirarai una linea retta no [illegible] ¶ p.[illegible]c.l.[illegible] diametro.a.b.e. l.36.linea.(linea. l.[illegible] che di q[illegible] ¶ p.[illegible] nella figura sia alongata la linea.d.l.p fin alla circonferentia in ponerai.k. ¶ p.[illegible]c l.[illegible](a.c.b.e. ¶ p.[illegible] nella figura di sopra opposito al.a.ponerai g.&.a.opposito al.m.

Errori del quartodecimo libro.

Nelli carateri doue sono le fraction della oncia.lo carattero figurato per dragme significa scrupula, & lo sequente.e poi significa dragma: nella sequente expositione de laltra banda.l.[illegible] el quincuplo di quel pentagono.(el dodecuplo di quel pentagono. ¶ p.[illegible]c.l.[illegible] langolo.[illegible](langolo.[illegible] langolo.[illegible](langolo.[illegible]

Errori del quintodecimo libro.

Dalla ottaua fin in fine a tutte le propositione mancano li numeri in margine le quale se ritrovano solamente nella prime tradottione.

Fine.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO DI EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO, ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO, SECONDO LE DVE TRADOTTIONI, NOVAMENTE TRADOTTO, DI LATINO IN VOLGARE, PER IL DIGNISSIMO PROFESSORE DELLE MATHEMATICE DISCIPLINE NICOLO TARTALEA BRISCIANO, Al commune commodo & utilita, CON LA AGGIONTA DI ALCVNE SVE BELLISSIME ESPOSITIONI.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

PER INTELLIGENTIA delle cose che seguitano e' da notare, qualmente egli è costume (anzi è debito) di ciascuno che voglia trattar di qualche scientia, overo disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, overo disciplina con tutti li suoi occorrenti termini, et perche la Geometria e' una scientia, overo disciplina contemplativa, la descrittione delle figure, overo forme della quantità continua, immobile, detta magnitudine, per il che il soggetto generale di detta Geometria verria ad essere la detta magnitudine immobile: le specie della quale sono tre, cioe, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a varii, & diversi termini, & figure, denominate per diversi nomi, pertanto l'Auttore inanti che dia alcuna propositione ci ha voluto ordinatamente diffinir tutte quelle di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto a uno a uno si potra vedere.

Diffinitione prima.

IL Ponto e' quello che non ha parte.

Il Tradottore.

IN QVESTA prima diffinitione l'Auttore ci diffinisce il principio della quantità continua (che è il ponto) & dice che il ponto e' quello che non ha parte.

alcuna, cioe, quello il quale non si puo toglier, ne cauar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, ouer il quarto, ne alcuna altra parte simile. Per laqual diffinitione ci dinota il detto ponto non esser alcuna quantita, ma solamente, esser vn semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, dinotante il principio, ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantita, ouer veramente qualche altra conditionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accidente in vna, ouero piu linee, o altre quantita (come nelle cose che seguitano si vedera palese) e questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto volontariamente, ouero a caso con qualche stilo appontito, ouero dipinto con qualche materia colorata, in qualche spatio: come per essempio hauemo descritto, ouer figurato in margine. Ma perche alcuno poria arguir, & dire, che tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non hauer alcuna conuenientia con quello che diffinisce l'Auttore, attento che l'operante mai il puo consignar, ne segnare talmente piccolo, che'l non possa esser sempre piu piccolo, ouer che'l non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa non esser di alcuna consideratione appresso l'Auttore, per esser in tutto al contrario della sua diffinitione. Onde per risoluer questo dubbio rispondo (come habbiamo detto nel principio del Prohemio) che tutte le operationi, e consignationi fatte dall'operante in materia, cioe, in carta, ouer in terra, ouer in qual si voglia altra materia, mai possono esser cosi vere, e precise che le non possano esser piu vere, e piu precise: e se ben il Mathematico considera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo, tamen secondo la ragione sempre il considera, & guarda con la mente astratte da quella materia doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioe, secondo l'intention dell'operante, e non secondo l'oprar. L'intention dell'operante Geometrico e sempre di tal sorte che consignasse in materia, a tutto suo poter, secondo che son simplicemente in se, auenga che mai le fa cosi precise, facendo adonque vn ponto sua intention e di farlo secondo che e semplicemente in se, cioe, indiuisibile, seguita quel tal ponto (tolto secondo l'intention del operante) esser indiuisibile. Il medesimo in sostantia afferma Arist. nel .6. della metaphysica, il qual dice che la scientia mathematica considera le cose congionte con la materia, secondo l'esser, & come separate da quella, secondo la ragione, ma che la scientia naturale le considera congionte con la detta materia all'uno e l'altro modo, cioe, secondo l'esser e secondo la ragione: per il che seguita che considerando il detto ponto secondo l'esser e secondo la ragione, per tanto quanto e realmente quel materiale color negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal consideration sara naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che'l non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo con la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, cioe, secondo la diffinitione, tal consideratione sara mathematica, e secondo quella sara indiuisibile: si che il naturale e differente dal mathematico in questo, che lui considera le cose vestite, il mathematico nude d'ogni materia sensibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, e simile alla vnita nella Arithmetica, laqual e principio del numero, & non e numero. Similmente e simile al tuono nella Musica (come afferma Franchin di Gaffori nel .2. capitolo del suo primo libro) similmente e simile all'instante nel tempo, ouer nel moto (come ci manifesta Aristotele nel .6. della Physica, testo .24.) E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto fusse simile alla materia prima, nelli principii delle cose naturale. Anchora si puo dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grammatica, perche in vero quella non e voce, & e principio della voce. Vero e, che alcuni Grammatici dicono esser vna voce indiuiduata, quali tali (secondo il mio parere) se ingannano, perche ogni voce e diuisibile in infinito: la ragion e questa, che ogni voce e posta in tempo, & e misurata da quello, & ogni tempo e diuisibile in infinito (per esser specie del continuo) adonque ogni voce e diuisibile in infinito: perche, se la misura e diuisibile in infinito (per

consequente

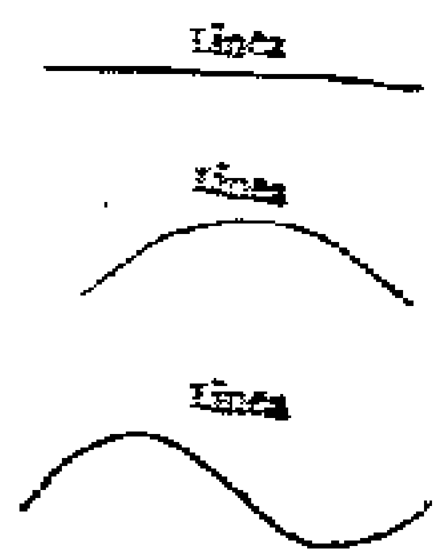
commune scientia,) seguita che la cosa inserata sia medesimamente divisibile in infinito. E però non si può dire, che alcuna voce sia indivisibile, si come non si può dire, che il ponto sia una quantita continua indivisibile, perche seria contradittio ne. Si vede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose in uno, ha gran si militudine con l'Iddio & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome Ponto . a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo ponto nella seconda tradottione e' detto segno : ma perche questo nome ponto e' più commune, & più frequentato fra li Latini e Volgari che segno, Ponto e non segno, m'e' apparso chiamarlo. Questo medesimo stile ho visto nell e altre diffinitioni, etiam nelle propositioni perche non mi e' apparso de imitar eli Alcuni, li quali hanno stampato una propositione della prima tradottione de verbo ad verbum precisamente come sta, co'l suo commento. Et consequentemente a questa una della seconda tradottione, pur de verbo ad verbum, come sta co'l suo commento laqual missione non e' altro che una confusione alli studenti : & massime, dove che le propositioni sono diverse in conclusione. Anzi ho osservato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione, siano dove si vogliano) quantunque nel dire, over nel proferir gli sia qualche differentia (come e' stato del ponto) ne ho formato una sol propositione in volgare formando la maggior parte de testi volgare sopra quella che ha vocaboli più communi, cioe, sopra la prima. E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti, overo espositioni : perche, in vero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti v'a generalmente vocaboli più communi & più visitati che la seconda: vero e' che la seconda pur in molti testi parla più correttamente che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedra palese & massime, nel decimo.

Diffinitione, ii.

La linea e' una longhezza senza larghezza : li termini dellaquale sono duoi ponti.

Il Tradottore.

IN questa diffinitione l'Authore ci diffinisce la prima specie della quantita continua (che e' la linea.) Et dice, che la linea e' una longhezza senza alcuna larghezza & che li termini di quella sono duoi ponti (essendo pero' intesa terminata) perche sono molte linee che non sono terminate, como e' la circonferentia di uno cerchio, & altre simile. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura : alcune . dall'arte : alcune, a caso : & alcune, imaginate con la mente. Quelle che sono fatte dalla natura, sono le semplice longhezze, overo le semplice larghezze, overo grossezze, che sono naturalmente in ogni qualita de corpi materiali dalla natura prodotti, overo dall'arte fabricati : & sono etiam li semplici termini delle superficie, terminanti detti corpi. Ma perche anchora non si e' diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente non e' lecito di parlarne, ma nel processo si vedera manifestamente cosi essere. Ma le linee fatte dall'arte, overo a caso sono fatte volontariamente, overo a caso dall'operante Geometrico con qualche stilletto appontito, overo con qualche materia colorata in qualche spatio, come per essempio (in varii modi, si come etiam in varii modi poteno accadere) havemo designato in margine. Vero e', che alcuno potria dire (come fu detto del ponto) che queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non hanno convenientia alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Authore Euclide, atteso che mai possono essere tirate, overo disegnate tanto sottile, che



quelle non habbiano qualche larghezza in se: Niente dimeno questo dubbio se
risolue secondo quello del ponto, cioe, chi vol considerar ciascaduna di dette linee
o' altre simile, similmente quelle che sono in ogni qualita di superficie & corpo, co
si secondo la ragione come secondo l'essere, congionte e miste con quella materia
di negro colore, o' altra simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale:
senza dubbio secondo tal consideratione haueranno sempre qualche larghezza, &
anchor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma che considerera dette li-
nee, per congionte con detta materia secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, se
parate da quella, cioe, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostro o'
carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouera esser reso
luto il dubbio. Si vede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le
cose si accordano in vna parte, perche ciascaduno le considera secondo l'esser con
gionte con la materia doue sono insiseme, si discordano in vn'altra, cioe, secondo
la ragione, perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente con
gionte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate,
cioe, nude & spogliate della detta sua veste materiale, come fu detto sopra il pon-
to. E tutto questo afferma Aristotele nel preallegato testo della Methaphisica, testo
ii. & similmente il Commentatore sopra il primo de celo & mundo, commento pri
mo, ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo, xx, ce lo dechia
ra. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda & intenda questa dif
ferentia che e' fra il naturale & il mathematico nel considerar le cose, voglio ad-
durre anchora vno essempio in campo, molto facile da capire. Hor poniamo che sie
no due misure materiale di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle che
vsano questi mechanici per misurar le cose occorrente) & che dette misure siano
di egual longhezza, come serebbe che fussino duoi passi, & che ciascuno di essi pas
si sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze .xii. come si costuma fra li
Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un le-
gno molto grosso, cioe, il passo .a.b. & l'altra sia d'un legno sottile, cioe, il passo .c.d.
dico che chi vuol considerar queste due misure, ouero quantita realmente secon-
do che sono, cioe, secondo la materia, senza dubbio si concludera vna esser mag-
giore dell'altra, cioe la .a.b. esser maggiore della .c.d. perche egliè piu materia det
to, cioe, piu quantita di legno per la sua maggior larghezza & grossezza: & que-
sta tal consideratione sera naturale laqual se referisse alla materia che si vede, cioe,
alla quantita del legno. Ma chi vuol considerar queste due misure secondo il Geome
tra, ouer mathematico (ilquale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragio
ne) dirassi queste due misure esser equale, come e' il vero, perche sono solar & con-
siderate secondo la intentione dell' operante che le ha fabricate, ilquale le ha fat-
te con intentione di far vna semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni
altra sorte di famose misure, cioe, pertiche, brazza, canne, cauezzi, & altre simile, o'
siano di ferro, ouer di legno grosse, o' sottile non importa: perche tal grossezza non
vien considerata. E pero' si potria dire che la linea e' vna longhezza senza alcuna
considerata larghezza, ouer grossezza. E che'l sia il vero che ciascuna delle sopra-
dette famose misure siano intese e tolte per linee, chiaro che Euclide ce lo manifesta
nel decimo, chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si di
ra. Il sapientissimo Commentator Auerrois sopra il secondo della Physica, com-
mento .xx. volendo dechiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla li-
nea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo ma-
nifesta con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus
abstractis à materia: naturalis vero considerat de eis secundum quod sunt in ma-
teria. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas
considerationes: non enim considerat de linea secundum quod est linea simpli-
citer, vt Geometer: neque secundum quod est linea lignea, aut aerea, ut naturalis,
sed secundum quod visualis. Perche e' da sapere che per la linea lignea, ouero

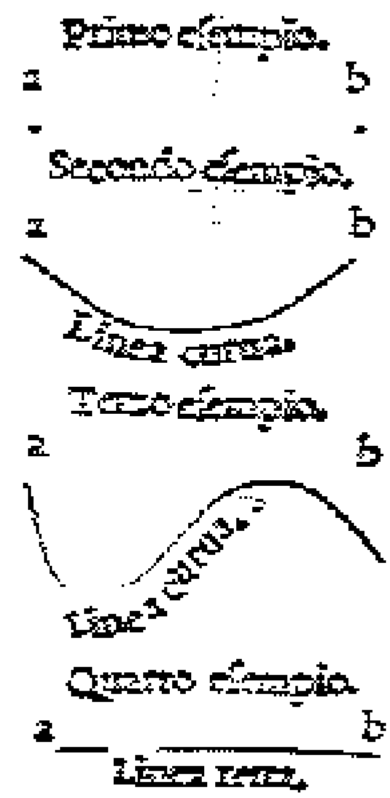
metallica, se piglia naturalmente come e detto di sopra; e nero e che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioe, linea lignea, aut erea: Et questo credo sera bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con laqual si resolvera varii dubbii sopra le cose che seguitano.

Diffinitione .iii.

3 La linea retta e la brevissima estensione da uno ponto ad un'altro che
4 tiene l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremita.

Il Tradottore.

Havendo lo Authore nella precedente diffinitione diffinito che cosa sia la linea in genere. (Ma perche questo genere de linea si divide in due specie principale, cioe, in retta, e curva, e pero nella presente diffinitione ci vol dar a cognoscere qual sia la retta) e dice che la linea retta e la piu brevissima estensione, overo tratta che tirar si possa in atto, over con la mente da un ponto a un'altro, ricevendo nelle sue estremita ciascaduno di quelli, come per lo esempio si vedera. Siano li duoi ponti .a. & .b. come qui in margine vedinel primo esempio. Dico che dal ponto .a. al ponto .b. si puo tirar infinite linee l'una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di fuora nel secondo esempio: & similmente infinite altre nel la forma & maniera che habbiamo posto nel terzo esempio, & in altri varii modi: ma la piu breve che tirar si possa dal detto ponto .a. al ponto .b. ponemo che la sia quella che qui di fuora in margine habbiamo tirata rettamente nel quarto esempio: Essendo adunque la piu brevissima che tirar si possa dall'uno all'altro di detti ponti, sera detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & etiam per notitia della curva: perche chi cognosce il dritto de una cosa e sforzato a cognoscere etiam il rovercio, e pero lo Authore non ha voglimo diffinir altramente la linea curva per essere cosa superflua, imaginandosi tal cognitione esser espedita a chi ha vera notitia della retta. Ideo &c.

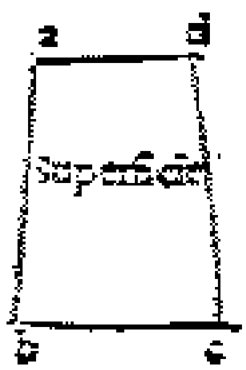


Diffinitione .iiii.

4 La superficie e quella che ha solamente longhezza & larghezza: li
5.6 termini dellaquale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Authore ci diffinisse la seconda specie della quantita continua (che e la superficie) & dice che la superficie e quella che ha sola mente longhezza e larghezza, cioè che gli manca la profondità, ouer grossezza, & li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee, dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, & altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune à caso, & alcune imaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato, ma per non esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'Authore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer à caso sono quelle, che vengono fatte, ouer disegnate volontariamente, ouer à caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stilo, ouer pennello, ouer con qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per essempio hauemo designato in margine, ilqual margine è per anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla sopraposta diffinitione, e circa alla nostra espositione, l'uno di quali è questo. Lui porria dire, la diffinitione dice che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouo la maggior parte delle superficie hauer più longhezze & più larghezze, come appare nella superficie .a.b.c.d. laquale ha due longhezze, cioè il lato .a.b. & il lato .c.d. & due diuerse larghezze, cioè il lato .a.d. & il lato .b.c. Circa à questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee che la terminano ne è un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella, vero è che per mezzo de detti termini noi vegniamo in cognitione della vera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta vera e simplice longhezza & larghezza noi vegniamo in cognitione della quantità di quella tal superficie, come nel 2 libro si vedera manifesto: & per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza & larghezza, & che li termini di quella sono linee: ma non dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basta per dechiaratione del primo dubbio. Il secondo è simile à quello della linea, cioè, che se porria dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouer pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioè, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioè senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per delucidatione della superficie in genere.



Diffinitione .v.

5/7 **La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra, che riceua nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.**

Il Traduttore.

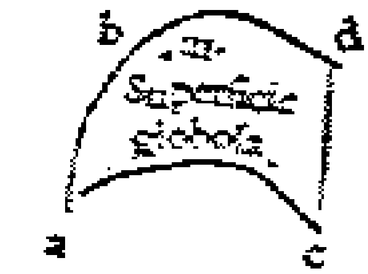
Hauendo l'Author di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioè, piana, e gibbosa, ouer conuessa, ouer sperica, ouer concaua) e pero in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana è la più breuissima superficie che si possa estendere da una linea à un'altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perche bisogna notare che questa diffinitione è quasi simile à quella della linea retta: Onde

similmente

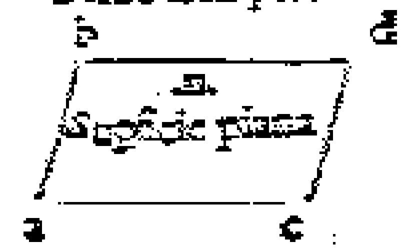
similmente bisogna advertire che da vna linea a vn'altra si puo estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che ricoueranno nelle sue estremita ciascadu na di quelle, tamen si non vna sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: e quella sara la piu breuissima de tutte le altre che estender si possano: come (exempli gratia) siano le due linee.a.b.&.c.d. come vedi in margine. Nel primo esempio, dico, che dalla linea.a.b. alla linea.c.d. si puo estendere in atto, ouer con la mente, infinite superficie alla similitudine della superficie.m. situata nel secondo esempio che vna sera maggior dell'altra, etiam in altri varii modi, ma la piu breuissima che estender si possa, sera quella che sera estesa breuemente, & equalmente dalla detta linea.a.b. alla linea.c.d. alla similitudine della superficie.n. del terzo esempio: la quale, essendo la piu breuissima, sera detta superficie piana, per la presente diffinitione, domente che la sia estesa talmente che ella recoua nelle sue estremita ciascaduna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potria tirar di piu breue di quella, fra le dette linee, che non sariano piane, ma non riceueriano le dette due linee.a.b.&.c.d. nelle sue estremita, e pero su forza a conditionar la diffinitione: Et questo credo sia bastante alla dilucidatione della superficie piana etiam alla non piana, perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana e' necessario che etiam cognosca la non piana, pero non fu bisogno diffinirla altramente.

Primo esempio.

Secondo esempio.



Terzo esempio.

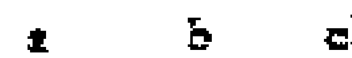


Diffinitione.vi.

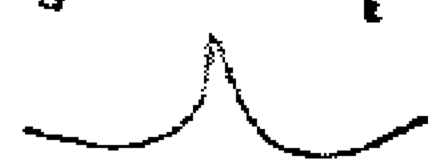
6 L'angolo piano e' il toccamento, & la applicatione non diretta, de due
8 linee, la espansione dellequale e' sopra la superficie.

Il Tradottore.

IN questa diffinitione l'Authore ci da a cognoscere qualmente l'angolo piano e' compreso sotto di tre conditioni. La prima e', il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formaria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee.a.b.&.b.c. lequale si toccano in ponto.b. d'una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta non formano angolo, anci delle dette due linee se ne fa vna sola linea che e' tutta la.a.b.c. ma se le dette due linee si toccassino d'una applicatione non diretta alla similitudine delle due linee.d.e.&.e.f. in ponto.e. ben formariano l'angolo in ponto.e. tamen se le dette due linee.d.e.&.e.f. se espandessino, ouer distendessino sopra vna superficie gibosa, ouer incauata el detto angolo non saria angolo piano, ma mosmeso, ouer curuo, perche douendo esser angolo piano bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee se espandino, ouer estendano per la superficie, cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, a ben che l'Author non lo specifica, & e' gli e' suo costume, che ogni volta che lui nomina linea, ouer superficie, senza altra conditione, egli vole che se intenda di quella linea, ouer superficie che e' stata diffinita, & non altramente: e oltra cio bisogna advertire: spandendosi adonque le due linee.d.e.&.e.f. per vna superficie piana, l'angolo.e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale non gli e' altra differentia, saluo che la espansione delle due linee del non piano e' in vna superficie non piana, tamen li angoli piani ponno esser contenuti da due linee curue, ouero da vna curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in vna superficie piana, come per esempio hauemo dissegnato in margine: & questo credo sia bastante alla dechiaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale dico superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlara nell'undecimo Libro, ma in questo loco non e' a proposito di parlarne.



Applicatione diretta.



Angolo piano di due linee curue.

Angolo piano.

Diffinitione .vii.

Angolo rettilineo.

7 Ma quando che due linee rette contenemo un angolo, quell'angolo
9 e detto rettilineo.

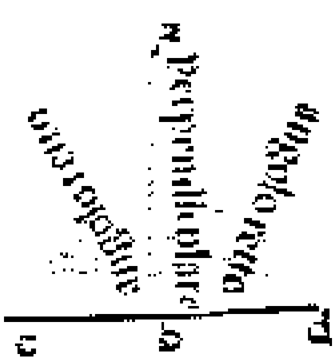
Il Tradottore.

PErche delli angoli piani (come dissi, & esemplificai nella precedente diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curve: & alcuni, da una curva, & una retta, pertanto l'Auttore ci admonisse, come che quello angolo che e contenuto da due linee rette se chiama, angolo rettilineo.

Diffinitione .viii.

8 Quando che una linea retta stara sopra una linea retta, & che li doi
10 angoli contenuti dall'una e l'altra parte siano equali l'uno e l'altro di quelli sara retto.

Il Tradottore.



LE specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioe, retto, e non retto, ma perche l'angolo non retto se divide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto, per il che potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioe retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Auttore per la presente diffinitione ci da a cognoscer l'angolo retto: il qual dice che quando una linea retta stara sopra d'una linea retta, (cioe, come sta la linea .a.b. sopra alla linea .c.d.) e che li doi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano equali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea .a.b. & della parte .d.b. dell'altra sia equale all'altro angolo contenuto dalla medesima linea .a.b. & dall'altra parte .c.b. della medesima .c.d.) che ciaduno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligentia delle cose che seguita bisogna notare, che quando se vol denotare in scrittura un'angolo, quello se proferisse, la maggior parte, per tre lettere, delle quali la lettera media sempre sara quella che denotara il ponto dove termina il detto angolo, e sempre piu gratia volendo proferir, over dire quello che havemo detto di sopra (secondo si costumara nelle cose seguente) diremo in questo modo. Se l'angolo .a.b.d. sara equale all'angolo .a.b.c. l'un e l'altro sara retto. Onde per l'angolo .a.b.d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea .a.b. & dalla linea .b.d. in ponto .b. & per l'angolo .a.b.c. l'angolo contenuto dalla medesima linea .a.b. & dalla linea .c.b. in ponto .b. & cosi si deve intender nelle cose seguente.

Diffinitione .ix.

9 Et la linea soprastante e detta perpendicolare sopra a quella doue
10 sopra sta.

Il Tradottore.

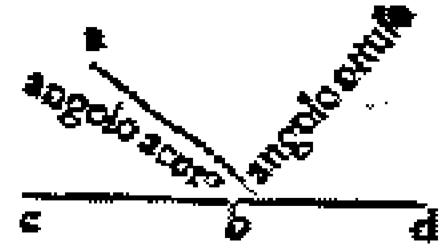
BReuemente in questa diffinitione consequentemente se conclude che la linea a.b. della figura precedente se dice perpendicolare sopra alla linea .c.d. & questa diffinitione sta diffinitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque la sia disgionta & segregata.

Diffinitione .x.

10/11 Et l'angolo che e` maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.

IN questa diffinitione l'Author ci advertisse, qualmente l'angolo che e` maggiore dell'angolo retto si chiama angolo ottuso: essempli gratia se la linea .a.b. stara inclinata sopra alla linea .c.d. (come appar in questa seconda figuratione) lei formara duoi angoli inequali, l'uno de quali sera maggior del retto, cioe, l'angolo .a.b.d. & l'altro sera minore, cioe, l'angolo .a.b.c. l'angolo adonque .a.b.d. per la presente diffinitione sera detto ottuso. L'altro che e` minor del retto si diffinisse nella sequente diffinitione: & questa diffinitione insieme con la sequente si debbeno intender pur congionte con la ottaua (si come fu detto anchora della precedente.)



Diffinitione .xi.

11/12 Et l'angolo che e` minor del retto, e` detto acuto.

Il Tradottore.

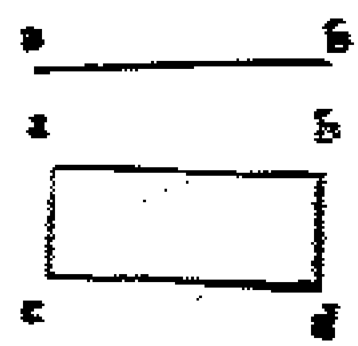
IN questa diffinitione l'Author similmente ci avisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo .a.b.c. della precedente figura si chiamera angolo acuto, e l'angolo .a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la declaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione .xii.

12/13 Il termine e` quello che e` fine della cosa.

Il Tradottore.

QVivi l'Author sotto breuita ci diffinisse che cosa sia termine, & dice, che il termine e` il fine di ciascuna cosa: essempli gratia sia la linea .a.b. e similmente la superficie .a.b.c.d. & perche ciascun delli duoi ponti .a. & .b. sono principio e fine della detta linea .a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti .a. & .b. puo esser detto termine della detta linea .a.b. Similmente perche la superficie .a.b.c.d. finisse nelle quattro linee .a.b. a.c. c.d. & .b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee sera termine della detta superficie.

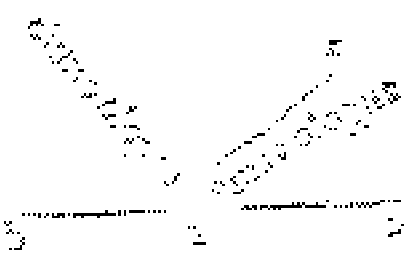


Diffinitione .xiii.

13/14 La figura e` quella che e` contenuta sotto a` uno, ouer a` piu termini.

Il Tradottore.

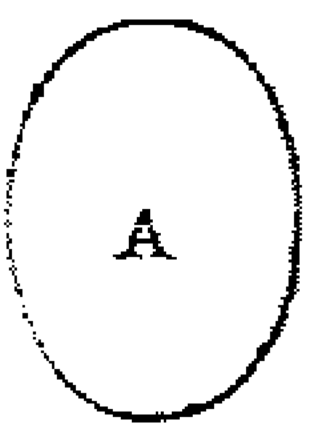
IN questa diffinitione ci da a` cognoscere qualmente la figura e` compresa sotto a` uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure che sono contenute sotto a vno termine, & quale siano quelle che sono contenute sotto à doi, over tre, over quattro, over più termini, nelle sequente diffinitioni si farà manifesto, massime di quelle di che si ha à trattare, e parlar nelle cose che seguitano perche saria cosa superflua à parlarne in questo luoco, e in quello, e pero mi passo senza altro esempio.

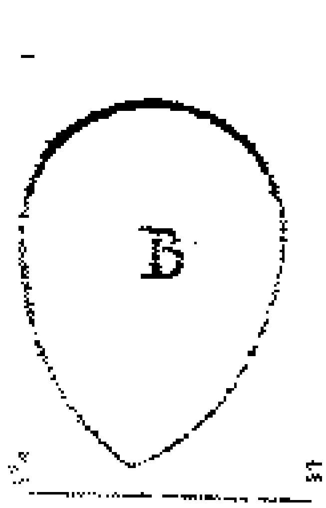


Diffinitione .xiiii.

14 Il cerchio e' una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è
626 chiamata circonferenza, in mezzo dellaqual figura e' un ponto, dal quale tutte le linee rette, che usciscono, & vadino alla circonferenza sono fra loro equale; & quel tale ponto e' detto centro del cerchio.

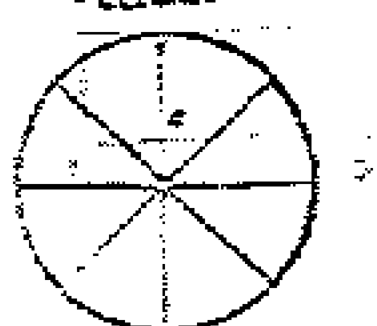
Il Tradottore.





IN questa diffinitione l'Auttore ci da à cognoscere qualmente il cerchio e' compreso sotto di tre conditioni, la prima e', che e' una figura piana, cioe, superficie piana, e non convessa, ne concava, overo mostruosa: la seconda, che e' contenuta da un sol termine, overo da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello e' un ponto cosi conditionato che tutte le linee menate da quello alla circonferentia sono fra loro equale, si che ogni figura che habbia queste tre conditioni e' detta cerchio, perilche seguita che ogni figura che manchi di alcuna di queste conditioni non se intende esser cerchio, exempli gratia, le due figure .A. & .B. hanno due di quelle tre conditioni che si aspettano al cerchio, cioe, sono figure piane, sono etiam contenute da un solo termine, overo linea, per chiamata circonferentia, tamen, perche non hanno ne ponno havere nel mezzo un ponto cosi conditionato, che tutte le linee che si partono da quello, & vadino alla circonferentia siano fra loro equale, alcuna di quelle se intende esser cerchio, perche, dovendo esser cerchio bisogna c'habbiano etiam l'altra terza conditione, si come ha la figura .C. e pero la detta figura .C. havendo tutte le dette tre conditioni si chiama cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, over minore, & il ponto .C. sopra il quale vien constituido artificialmente in detto cerchio, e' detto centro del detto cerchio: Vero e' che alcuno potria arguir, & dire (come se detto del ponte, & della linea artificiale) che la detta figura .C. artificialmente fatta, non esser vero cerchio (per molte ragioni, che si potriano addurre) & esser impossibile che l'operatione possa constituire un perfetto cerchio, tamen questa oppositione, over dubbio se risolve come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioe, per quello che habbiamo detto nel principio, e perche saria superfluo à replicarlo di novo, mi passo con silentio, Ideo adverte.

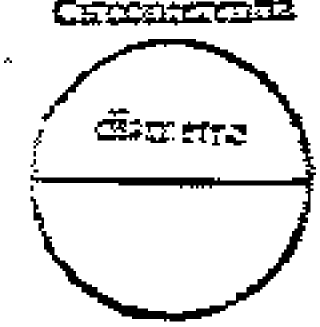
il cerchio



Circonferentia

Diffinitione .xv.

15 Il diametro del cerchio e' una linea retta, laqual passa sopra il cen-
17 tro di quello, & applica le sue estremita alla circonferentia, & divide il cerchio in due parte equale.



Il Tradottore.

LO esempio di questa diffinitione lo habbiamo descritto nella figura della presente, pero mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente vedere.

Il mezzo

Diffinitione.xvi.

16 Il mezzo cerchio e` una figura piana contenuta dal diametro del cer
15 chio,& dalla mezza della circonferentia.

Il Tradottore.

Mezzo cerchio.

HAuendo l'Auther diffinito il cerchio,etiam il centro, & il diametro di quello, al presente incomincia a` diffinir le sue portioni,ouer parti, & incomincia dal semicerchio,o` vuoi dire,mezzo cerchio : & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo,saluo che ho posto la figura in margine per esempio.

Diffinitione.xvii.

17 Portion di cerchio e` una figura piana contenuta da una linea retta e da
19 una parte della circóferentia maggior, o` minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.

ABenche il semicerchio,ouer mezzo cerchio sia anchora lui vna parte rationale del cerchio,cioe la mezza di quello,per esser diffinito per il suo proprio nome,non e` connumerato fra le portioni,ouero parti del cerchio:ma quando se dira semplicemente vna portione,ouero parte di cerchio l'Auther vuole che si intenda vna parte maggiore,ouer minore del detto mezzo cerchio (come per esempio habbiamo designato in margine.E nota che tanto significa a` dire vna settione di cerchio quanto che e` a` dire vna portione,ouero parte di cerchio.

Portion minore.

Diffinitione.xviii.

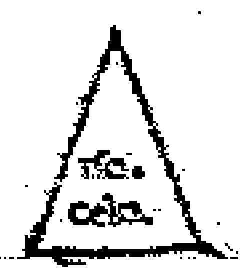
18 Le figure rettilinee sono quelle che sono contenute da linee rette,del
20 21 22 23 lequal alcune sono trilatere, lequal sono contenute da tre linee rette: alcune quadrilatere,lequal sono contenute da quattro linee rette,alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Tradottore.

QVesta diffinitione altramente non espongo ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana:& le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle seguente diffinitioni.

Diffinitione.xix.

19 Delle figure di tre lati una e` detta triangolo equilatero,& questo e`
24 25 26 quello ch'e` contenuto sotto di tre lati equali:l'altra e` detta triangolo isoscele,e questo e` quello ch'e` contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro e` detto triangolo scaleno,& questo e` quello che e` contenuto sotto di tre lati inequali.



Il Tradottore.

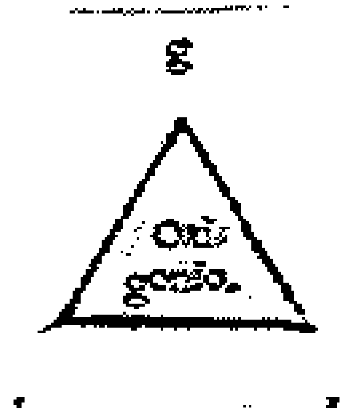
IN questa,e nella seguente diffinitione l'Auther ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati,secondo li duoi modi che ponno esser diuise,ouer conside rate, cioe, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere: ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure diuise ouer considerate secondo la varieta delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima e' quella che ha tutti li tre lati equali, e questa tale e' detta triangolo equilatero: la seconda e' quella che ha solamente duoi lati equali, et laltro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocele: la terza e' quella che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per essempio appar in margine. L'altra diuisione delle dette figure, cioe, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se fara manifesta.

Diffinitione.xx.

20 27.28.29 Anchora di queste figure di tre lati una e' detta triangolo orthogonio, & questo e' quello che ha un angolo retto: l'altra e' detta triangolo Ambligonio, & e' quello che ha uno angolo ottuso, l'altra e' detta triangolo Oxigonio, & questo e' quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Tradottore.

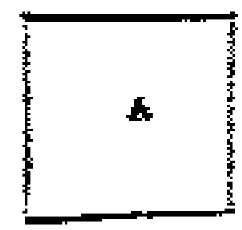
Orthogonio.

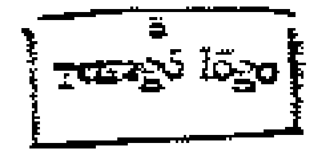


IN questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'Auttore diffinisse li altri nomi speciali delle figure di tre lati, secondo l'altra diuisione fatta secondo la variatione delli angoli, & non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima e' detta triangolo orthogonio, & questo triangolo e' quello che ha uno angolo retto, si come e' il triangolo. a. b. c. ilquale ha lo angolo. b. retto: la seconda e' detta triangolo ambligonio, & questo e' quello che ha uno angolo ottuso, si come e' il triangolo. d. e. f. ilquale ha lo angolo. e. ottuso, cioe, maggior di uno retto: la terza e' detta triangolo oxigonio, & questo e' quello che ha tutti tre li angoli acuti, si come e' il triangolo. g. h. i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioe, che ciascadun di loro e' minore d'uno angolo retto, & questo e' quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diuisione non si ha alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche, il triangolo orthogonio puo hauere tutti li suoi tre lati inequali, & etiam puo essere di duoi equali: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diuisione) potria essere triangolo Isocele, e similmente triangolo scaleno: vero e' che'l non potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dire nella penultima del primo sera manifesta.) Anchora il triangolo ambligonio puo esser di duoi lati equali, etiam di tre lati inequali, dilche dando anchora a' lui il nome secondo la prima diuisione, potria essere pur triangolo Isocele, & similmente scaleno: vero e' che'l non puo esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, ouero di tre lati per equali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria essere equilatero, etiam Isocele, & similmente scaleno: pero bisogna auuertire in queste tante specie di nomi, perche alle volte un triangolo puo essere chiamato per duoi nomi, secondo le dette due diuisioni, & questo basta per la dechiaratione delle specie delle figure di tre lati.

Diffinitione.xxi.

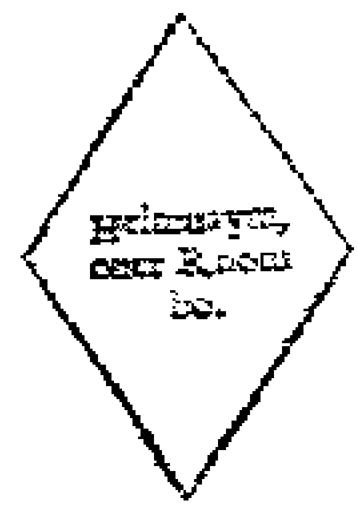
21.22 30.31.32.33 Ma delle figure di quattro lati una e' detta, quadrato, ilqual quadrato è de lati equali, & de angoli retti: l'altra, è detta tetragono longo, e questa è una figura rettangola, ma non è equilatera: l'altra, è detta helmuaym, overo rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, overo rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, overo, trapezzie.

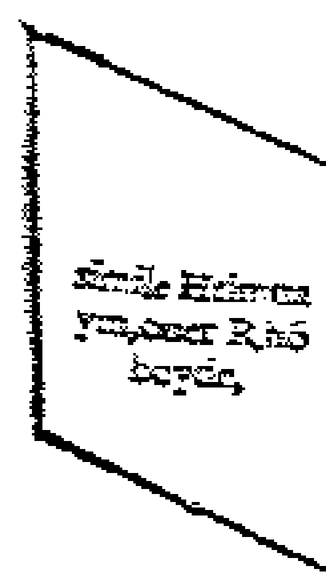




Il Tradottore.

Nella presente diffinitione l'Auttor ci da à cognoscer qualmente le specie regolare delle figure quadrilatere sono quattro: una dellequale è detta quadrato, & questo è quello che ha tutti li suoi quattro lati equali, & tutti li suoi angoli retti (come appare per essempio nella figura .A.) l'altra, è detta tettagono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa che larga alla similitudine della figura .B. l'altra, è chiamata helmuaym, overo rhombo, & questa figura ha pur li lati equali, si come il quadro, ma non ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per essempio appare nella figura .c.d.e.f.) dellaquale li duoi angoli contrapositi .c. & .e. sono ottusi, & li altri duoi contrapositi .d. & .f. sono acuti: la quarta è detta simile helmuaym, overo rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali ne li angoli retti (come per essempio appare nella figura .g.h.i.k. dellaquale li duoi lati oppositi .g.i. & .h.k. sono equali, & similmente li duoi .g.h. & .i.k. & similmente li duoi angoli oppositi .h.i. sono equali, & similmente li altri duoi .g.k. sono pur equali, tamen tal figura non è equilatera, ne rettangola, anzi ciascaduno delli duoi lati .g.i. & .h.k. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi .g.h. & .i.k. & similmente li duoi angoli .i. & .h. sono ottusi, & li duoi .g. & .k. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra ce ne sono molte altre (come appare in margine, tamen l'Auttor dice, che tutte le altre, eccetto che le quattro specie esemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, overo trapezzie.





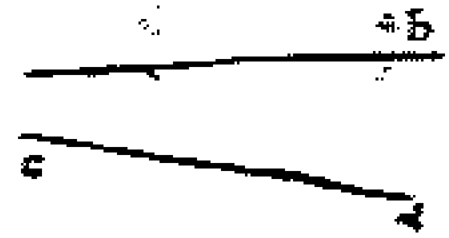
Diffinitione .xxii.

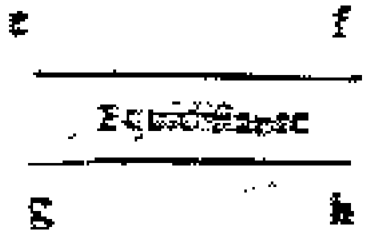
21 Le linee equidistante, overo paralelle sono quelle che sono in una
35 medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.

overo trapezie

Il Tradottore.

L'Auttore ci diffinisse le linee equidistante, overo paralelle sotto di doe conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & non in diverse. La seconda è, che slongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito che non concorrino insieme: e però qualunque due linee mancaranno in alcuna di queste due conditioni non se intende che siano paralelle, over equidistante: exempli gratia, se l'fusse una linea distesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con un capo sopra essa superficie e l'altro elevato suso in aere senza dubbio queste linee haveriano questa conditione che slongandole in





atto, overo con la mente in infinito dall'una e l'altra parte non concorreriano insieme: tamen per questo non se intenderia che quelle fusseno equidistante, per che seriano in superficie diverse. Similmente se in una medesima superficie se tirano due linee, come (exempli gratia) le due linee .a.b. & .c.d. disegnate nella superficie del margine, lequale perche protratte quelle dalla parte .a. & .c. si vede euidentemente che concorreriano insieme, & pero non se intende che siano equidistante, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi conditionatamente, che slongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme, quelle se intenderanno esser equidistante, overo paralelle (come per essempio appare nelle due linee .e.f. & .g.h. lequale euidentemente si vede che protrahendole, overo slongandole da qual parte si voglia, non concorreriano, overo non se incontrariano mai insieme, & pero se intenderanno essere linee equidistante, overo paralelle: & cosi (hauendo sufficientemente detto) faremo fine al le diffinitioni di questo primo libro.

Il Tradottore.

INanti che procediamo piu oltra bisogna notare, che li primi principij di ciascaduna scientia non si cognoscono per demostratione: ne etiam alcuna scientia e tenuta a provar li suoi primi principij, perche bisogneria proceder in infinito, Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto mediante il senso, e pero il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Perche sono supposti nella scientia, & con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche, provano altri, & non possono essere provati da altri, in quella scientia; & questi primi principij delle scientie alcuni si chiamano petitioni, & alcuni si dicono dignita, overo suppositioni. Dico adonque che li primi principij che si suppongano in questa scientia, overo disciplina Geometrica, sono quindeci, delliquali sei sono suoi proprij, cioe, che si convengono solamente alla Geometria, & nove sono communi, cioe, che si convengono a diverse altre scientie. Et perche la intentione dello Authore e di voler dispensare questa scientia Geometrica, & quella fabricare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, lui primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprij principij, liquali (come e detto) sono sei (come nel processo si vedera) & per questo se chiamano petitioni: & chi nengasse negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica, ne con quelle occorreria a disputarli altramente. ma li altri nove (per essere cose notissime, etiam concesse, & supposte in altre scientie) lui li volse chiamare commune concettioni, overo commune sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

Adimandamo che'l ce sia concesso che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Tradottore.

LO Authore in questa prima petitione adimanda, che gli sia concesso che da uno ponto ad un'altro ci si possa menare, overo tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto .a. al ponto .b. laqual petitione, per essere all'intelletto euidente, non si puo negare: e vero e' che alcuno poria dire, che a voler essequire tal cosa attualmente in materia non e' molto facile, perche el si vede che per far piu giustamente tale effetto egli e' forzo necessario all'operante ricorrer cantella,

tella, non solamente per tirare vna linea da vn ponto a' vn'altro di grandissima distantia, cioe, vna linea retta di grandissima longhezza, ma anchora per tirarne ouero designarne vna che sia longa solamente vno, ouer duoi palmi. Et che'l sia il vero, el si sa che communemente per tirar, ouer designare le dette linee di poca longhezza, el si costuma prima di farsi fare vna listetta di legno, ouero di alcuno metallo piu piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tirar le dette linee rette da vn ponto ad vn'altro, secondo le sue occorrentie, laquale listetta alcuni la chiamano Rega, & alcuni altri Regola, laqual rega, ouer regola, essendo perfettamente giusta per piu giustamente tirarà le dette linee rette, domente che la superficie della materia doue se tirano sia perfettamente piana, & che lui sia anchora diligentissimo nell'operare, lequal cose non è molto facile accordarle, cioe, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia doue che si tirano sia similmente perfettamente piana, & che l'operante vsi tutta quella perfetta diligentia che si possa vsare. Similmente per tirare, ouer designar le linee di molta longhezza costumano di tuorre vna corda sottile longa a sufficientia, & imbeuerla quella con vna spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un color rosso, & lui insieme con vn compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con vna mano la firmano l'uno all'uno delli duoi ponti doue desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira & inalza sforzatamente la detta corda remanente in aere, dapoi la lassa scorrere, & quella percuotendo nella superficie di quella materia doue si ritroua, vi lassa la linea signata di quel suo liquore, e perche la detta corda si soleua antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella e' deriuato quel nome linea, laqual linea talmente fatta, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequale per breuita le lascio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

HOr circa a tutti questi dubbij io rispondo, & dico, che egli è il vero, anzi dico che per tal causa niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Prohemio) puo esser cosi giusta, & precisa, che la non possi esser sempre piu giusta, e piu precisa, niente dimeno considerato tal atto operatiuo fuor di tutti li impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di questo. Perilche bisogna notare (come piu volte ho detto) qualmente tutta la scientia, ouero disciplina Geometrica si diuide in due parti, cioe, attiua, ouero operatiua, & in contemplatiua, ouero speculatiua, e pero parte di questi primi principij indemostrabili si suppongono per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si suppongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioe, questa & le due sequente petitioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatiua. Dico adonque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua, e chi negasse questa insieme con le due sequente, niuno altro atto operatiuo si potria negare, perche tutti li demostri erano euidentemente. Seguita adonque che in questi tre primi principij operatiui consiste tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e pero quanto piu l'operante vsara diligentia in ciascuno di quelli, cioe, di mandarli piu giustamente a essecutione che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opre sue si trouerranno esser al senso giuste & precise secondo la sua intentione, e per il contrario, quanto piu errera in ciascuno delli detti tre atti, tanto piu l'opre sue si representerranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna che usi tutta la sua diligentia nelle sue mechanice operationi.

Petitione. ii.

1 **Anchora adimandiamo che ci sia concesso che'l si possi slongare vna**
2 **retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.**

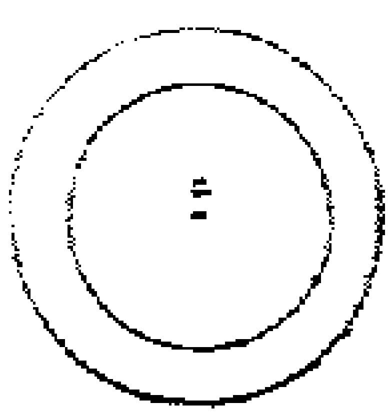
Il Tradottore.

IN questa seconda petitione, aspettante alla parte operativa, l'Author dimanda che gli sia concesso che'l si possi slongar qualunque linea retta terminata direttamente, cioè in continuo, quanto ci pare, come, exempli gratia, s'el fusse la linea a.b. che'l ci occorresse a doverla slongare direttamente in longo verso c. over verso d. assai ò poco, secondo l'occorrentia. L'Author dimanda che gli sia concesso che'l si possi fare, perche se l'aversario volesse negar questo atto, el non saria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte. Ma perche la esperientia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo, vero è che l'aversario potria addurmi dubbio, si come nella precedente, niente di meno tal dubbio si risolvera, si come quello della precedente, cioe pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia come fa il mathematico.

Petitione iii.

2/3 Anchora adimandamo che ce sia concesso che sopra a qualunque centro ne piace puotemo designare uno cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.



IN questa terza petitione l'Author dimanda che gli sia etiam concesso di poter designare un cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, over centro li pare, exempli gratia, occorrendoli a dover designar, over descrivere un cerchio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come saria a dir sopra il ponto a. & che l'aversario gli volesse negar tal cosa, el non seria possibile a poter dimostrare tal possibilita, con argomenti astratti, ma perche l'operare (nelle descrittioni piccole) con l'instromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrittioni grande) con una corda longa a sofficientia, fermando un capo sopra un ponto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro appontito, over con qualche altra materia segnante, girando atorno atorno lo concluse a petitione, tal petitione non è da negare, vero è che l'aversario (parlando naturalmente) vi potria addurre dubbii assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriver un perfetto cerchio, niente di meno tutti se risolveno, come quelli della prima petitione, cioe facendo tal atto secondo la pura operation mathematica, e non naturale, il che facendo sera risolta ogni dubitatione.

Petitione iiii.

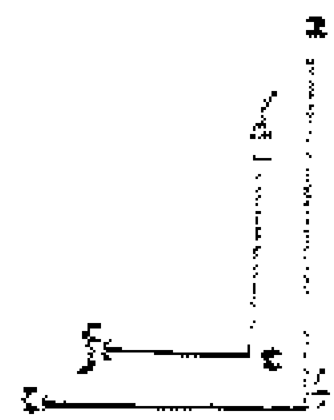
3/4 Similmente adimandamo che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro equali.

Il Tradottore.

IN questa quarta petitione anchora l'Author dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante che non habbia alquanto praticato l'angolo retto gli parera alquanto oscura da concedere, ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra non negarano che una squadra grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non si muta ne per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che'l contengono, come, exempli gratia, sia l'angolo a.b.c. retto, e similmente

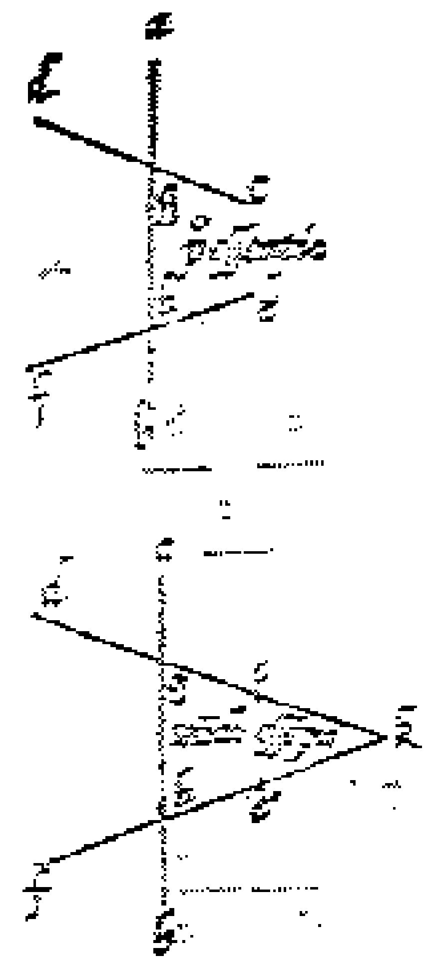
te l'angolo

te l'angolo.d.e.f.ma contenuto da molto minor linee dell'angolo.a.b.c.come si vede in margine,hor dico che l'angolo.d.e.f.quantunq; sia contenuto da minor linee di questo che è l'angolo.a.b.c.e' equale al detto angolo.a.b.c. cioe chi po nesse l'angolo.e.sopra l'angolo.b.giungendo la lineetta.e.d. sopra la linea.a.b.di co che l'altra lineetta.e.f.si giustera da se medesima sopra l'altra linea.c.b.e l'angolo.d.e.f.si giustera,over equaliera intorno intorno con l'angolo.a.b.c.& consequentemente,inquanto all'angolo saranno equali,perche se ben le linee.a.b.& b.c.son maggior delle linee.d.e.& e.f.niente quella applicatione non direttamente delle due linee grande,e' simil & equal a quella delle due piccole,e questo è quello che bisogna conceder,perche el non si poria dimostrar tal cosa,salvo che al senso,cioe con la esperientia in materia.



Petitione.v.

4 Adimandamo etiam che ci sia concesso,che se una linea retta cascara sopra due linee rette,& che deoi angoli da una parte sano mino
5 ri di duoi angoli retti,che quelle due linee senza dubbio,protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.



Il Tradottore.

IN questa quinta petitione l'Author dimanda che gli sia anchor concesso che se una linea retta cascara sopra a due linee rette alla similitudine della linea a.b.sopra le due linee.d.c.& e.f.& che duoi angoli da una medesima parte come seria li duoi angoli.c.g.h.& e.h.g.del primo essempio,siano minori di duoi angoli retti,che quelle due linee protratte in quella medesima parte,cioe in la parte verso.c.&.e.dove sono li predetti angoli,sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo essempio appare in ponto.k.la qual cosa in vero al senso,overo alla esperientia e' manifesta,ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo,perilche non e' da negar tal petitione.

Petitione.vi.

5 Similmente adimandamo che ci sia concesso due linee rette non
15 chiudere alcuna superficie.

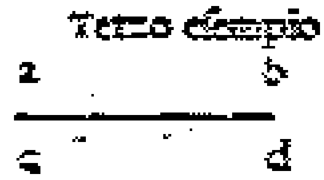
Il Tradottore.

IN questa ultima petitione l'Author anchora adimanda, che gli sia concesso che due linee rette non includeno alcuna superficie,come poli gratia siano le due linee rette.a.b.& c.d.(come nel primo essempio appare) hor dico che con queste due linee sole non si poria chiuder alcuna superficie,cioe, chi con la mente ponesse il ponto.a.sopra il ponto.c.(come nel secondo essempio appare) & fingesse poi,over menare il ponto.b.verso il ponto.d.talmente che se la linea.a.b.fusse equale alla.c.d.si congiongano insieme (come nel terzo essempio appare) all'hora tutta la linea.a.b.toccara universalmente con ogni sua parte l'altra linea c.d.& fra l'una e l'altra non serrera alcun spacio,overo superficie,immo che ambedue le dette linee si veniranno a far una linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprehendere,etiam vedere nel detto terzo essempio) & questo e' quello che l'Authore dimanda in questa ultima petitione.& cosi faremo,fine al

Primo essempio

Secondo essempio

Terzo essempio



le petitioni, lequale in vero non sono da negare & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia & con quel tale chi le negasse non seria da disputare.

Questa ultima petitione nella seconda tradottione e posta nelle commune sententie, & e l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quivi mi par esser piu suo conveniente luoco.

Il Tradottore.

Seguita le noue concettioni dell'animo, overo le commune sententie.

Commune sententie.

Prima.

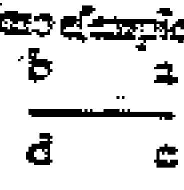
1 Quelle cose che a una medesima cosa sono equale, fra loro sono equale.

Il Tradottore.

Exempli gratia se per caso linea. a. fusse equale alla linea. c. & che similmente la linea. b. fusse pur equale alla medesima linea. c. el si concluderia che per commune sententia la linea. a. seria similmente equale alla linea. b. perche ogni commune intelletto afferma questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo la si chiama commune sententia, il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

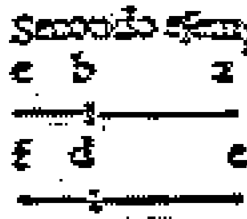
Primo esempio.



2 Et se a cose equale siano aggionte cose equale, tutte le summe seranno equale.

Il Tradottore.

Secondo esempio.



Exempli gratia se per caso el fusse le due linee. a. b. & c. d. equale fra loro, & che alla linea. a. b. gli aggiongessimo la linea. b. e. & similmente alla linea d. c. (come nel secondo esempio appare) & che la linea. b. e. fusse equale alla linea d. f. el si concluderia che per commune concettione, over sententia, tutta la linea a. e. seria similmente equale a tutta la linea. c. f. perche in vero niun sano intelletto puo dubitar di questo, il medesimo seguita nelle superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

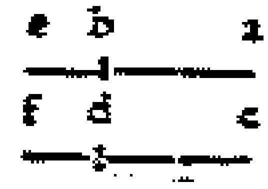
Terza.

3 Et se da cose equale seranno tolte cose equale, quelle cose che restaranno seranno equale.

Il Tradottore.

Questa e il converso della precedente: exempli gratia: se per caso le due linee. a. e. & c. f. fussono equale fra loro: & che da quelle ne fusse tolte, overo cavate le due parti. b. e. & d. f. & che quelle fussero equali, el si concluderia

cluderia, per commune concettione, li doi rimanenti, cioe . a b . & . c . d . esse re fra loro equali: perche in vero nisuno sano intelletto potra credere il contra rio: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

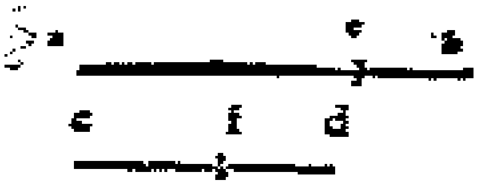


Quarta.

4 Et se da cose non equale tu leuarai cose equale, li rimanenti seran
5 no inequali.

Il Tradottore.

Exempli gratia: se'l fusse le due linee . a . b . & . c . d . & che la . a . b . fusse maggiore della . c . d . & che'l si leuasse dalla linea . a . b . la parte . e . b . & dalla . c . d . la parte . f . d . lequal parti fusseno equale fra loro, el si concluderia per commune sententia, che li doi residui, cioe . a . e . & . c . f . fusseno inequali, cioe, che'l residuo . a . e . fusse maggiore del residuo . c . f . perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo: il medesimo seguiria nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

5 Et se a' cose inequale tu aggiongerai cose equale, li resultanti seran
4 no inequale.

Il Tradottore.

Per essemplificare questa, mostremo la figura della precedente per essere il contrario di quella: exempli gratia: se'l fusse le due linee . a . e . & . c . f . inequale, cioe, che la . a . e . fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongesti le parti . e . b . & . f . d . lequal parte fusseno equale fra loro, el si concluderia che per commune scientia li doi resultanti, cioe, tutta la . a . b . & tutta la . c . d . essere fra loro inequale, cioe, la . a . b . essere maggiore della . c . d . perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a' una medesima cosa, quelle medesime
6 seranno fra loro equale.

Il Tradottore.

Exempio: Se per caso la linea a b fusse doppia alla linea c. & che similmente la linea d e fusse pur doppia alla medesima linea c el si concluderia che per commune opinione, over sententia le due linee a b & d e essere fra loro equale perche, in vero alcun sano intelletto dubiteria di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

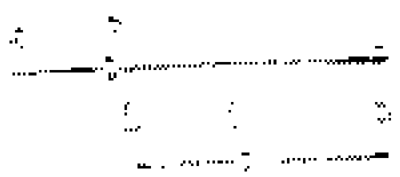
Settima.

7 Se seranno due cose dellequale l'una e l'altra sia la mezza di una me
7

desima cosa, l'una e l'altra di quelle sera equale all'altra:

Il Tradottore.

ESempio. Se per caso la linea.a. fusse la metta della linea.c.d.& che similmente la linea.b. fusse pur la metta della medesima linea.c.d. el si concluderia, per commune concettione, che la linea.a. fusse equale alla linea.b. perche nissuno sano intelletto negara questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

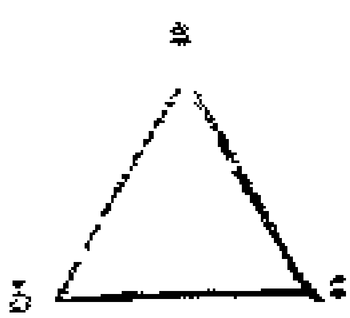


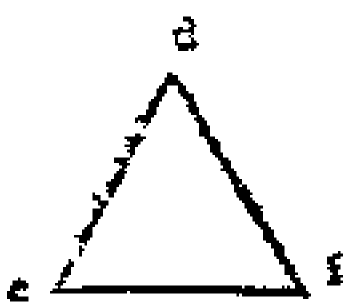
Ottaua.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a' un'altra, & sera applicata a' quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equale.

Il Tradottore.

EXempli gratia. Se l fusse li duoi triangoli.a.b.c.& d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenissino talmente insieme che l'uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioe, che giustasse l'angolo.a. sopra lo angolo.d.& l'angolo.c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo.e. & similmente la linea.a.c. sopra la linea.d.f.& la linea.a.b. sopra la linea.d.e. & la linea.b.c. sopra la linea.e.f. el si concluderia per commune sententia, che quelli duoi triangoli fusseno fra loro equali. il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale,& similmente di due linee, cioe, quando si giustasse vna linea sopra vn'altra, & che si conuenissino talmente insieme che l'una non eccedesse l'altra dalli capi, ne dalle bande, el si concluderia pur per commune sententia che quelle fusseno equale, perche il nostro intelletto non poria creder altramente.



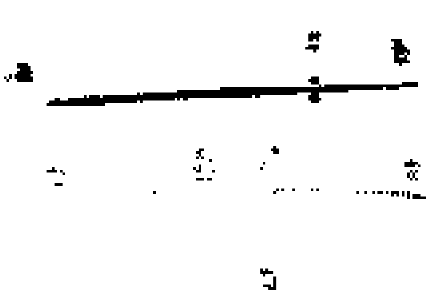


Nona.

9 Ogni tutto e' maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

EXempli gratia. Se dalla linea.a.b. se ne tagliasse vna parte, come seria a dire la.b.c. el si concluderia per commune sententia, che la detta parte.b.c. fusse minore del tutto, cioe, di tutta la linea.a.b. il medesimo si concluderia in ogni altra sorte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantita, cioe, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.



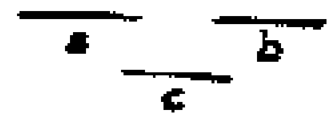
Altre concettioni, ouero commune sententie aggionte dal Campano.

MA egli e da notare, che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibile. De lequal questa ne e' vna.

SE due quantita equale seranno comparate a qual si uoglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer

ouer equalmente minore, ouer insieme equale.

Il Tradottore.



EXempli gratia, se le due linee .a. & .b. fussero equale fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla .c. dico che per commune scientia ei si concluderia che ambedue quelle (cioe .a. & .b.) fussero ouero equalmente maggiore della detta linea .c. ouer equalmente minore, ouer che tutte tre insieme equale.

Anchora un'altra.

QVando e alcuna quantita a qual si voglia altra del medesimo genere tanta proporti qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere, nelle quantita continue, questo universalmente e vero, ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioe, la quantita continua discresce in infinito, ma nelli numeri non e cosi, ma se il primo sera submultiplice del secondo, sera qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discresce in infinito.

Il Tradottore.

CErtamente il Campano, nell'aggionger questa sopradetta seconda concettione, se si e dimostrato di poco giudicio, a voler che un principiante supponga una cosa che non sa, ne e capace di saper che cosa la sia per fin a tanto che'l non intende che cosa la sia a dire esser una quantita ad un'altra del medesimo genere, laqual cosa si diffinisse nella terza diffinition del quinto libro, & similmente che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisse nella seconda diffinition del detto quinto, e pero io esorto ogni studente che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, impero che la maggior parte sono cose inutile, e che confondeno l'intelletto del studente, & interrompeno l'ordine dell'auttore, ilqual e di non parlar d'alcuna cosa auanti la diffinitione di quella (come vuol il debito) similmente di non metter cosa alcuna superflua, cioe, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell'opera sua, & similmente di non esser diminuto, & se pur in alcun luoco parera che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli scrittori & Copisti che haueuano interlassato, & traposto molte sue diffinitioni & propositioni, come in questa nostra tradottione (cauata delle due tradottioni) procedendo si potra vedere, Anchora e suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle che hanno da venire (come vuol il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna, laqual cosa non e stata considerata dal Campano.

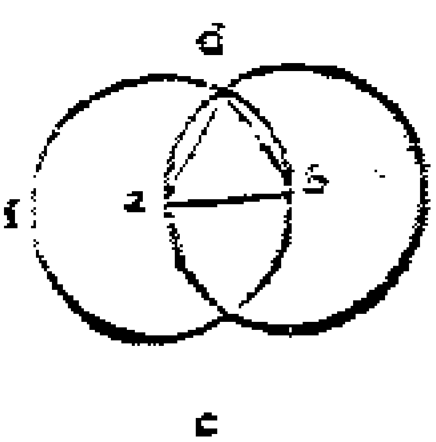
HOr per far fine a questi primi principii della scientia Geometrica, liquali si cognoscon (come e detto) per intelletto, mediante il senso, e non per demostratione, & venir a quelle cose che si cognoscono per demostrationi. Bisogna notar qualmente in piu modi si dice l'huomo saper una cosa, perche alcuna volta dicemo saper quelle cose dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcun di nostri cinque sentimenti: exempli gratia, se io sento uno a cantare io diro ch'io so che colui canta, & se io vedo uno che corre io diro che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, ouer molle, calda, ouer fredda, io diro ch'io so che quella cosa e dura, ouer molle, calda ouer fredda: e similmente s'io gusto una cosa dolce, ouer garba io diro ch'io so che quella cosa e dolce, ouer garba: e similmente s'io odoro una cosa odorifera, o puzzolente io diro ch'io so che quella cosa e odorifera, ouer puzzolente. alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per ilqual modo cognoscemo le cose medicinali, e questo anchor di

emo sapere. Alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequale ne habbiamo cer-
tezza per intelletto, talmente che l'intelletto nostro non puo credere il contrario:
& questi sono li primi principii delle scientie, liquali, cognoscendo li loro termini, im
mediate sono cognosciuti, exempli gratia, se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, &
che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggiore della
sua parte, e il medesimo seguita in tutti li altri, ma veramente il proprio sapere (co-
me afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non e altro che a intendere per
demostratione, e pero propriamente di quelle cose che intendiamo per demostra
tione siamo detti hauer la scientia, & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si
raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifesta-
mente si potra vedere.

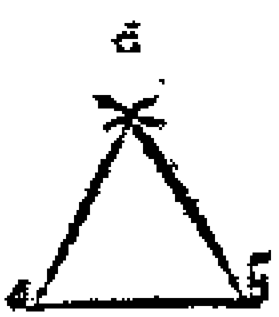
Problema prima. Propositione prima.

1 Possiamo sopra una data retta linea costituir un triangolo equilatero.

Il Tradottore.



Sia la data retta linea a.b. voglio sopra di quella constituir vno triangolo equi
latero, & per eseguir tal cosa, io ponero il piede immobile del mio compasso
coperisso, sopra l'una delle estremita della linea, cioe, in ponto a. & l'altro piede mo
bile lo allargaro per infino all'altra estremita, cioe, al ponto b. & secondo la quan
tita di essa linea data per la terza petitione, descriuero il cerchio c.b.d.f. dapoi que
sto, di nouo faro centro l'altra estremita di essa linea, cioe il ponto b. & per la mede
sima petitione (secondo la quantita della medesima linea) scriuero il cerchio c.a.
d.h. liquali cerchi se interseccaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono c. & d. & fa
no de detti ponti (poniamo il ponto d.) continuaro con ambe due le estremita del
la data linea, tirando per la prima petitione le due linee d.a. & d.b. & cosi sera con
stituido il triangolo d.a.b. ilqual dico esser equilatero, perche, dal ponto a. ilqual e
centro del cerchio c.b.d.f. sono tirate le linee a.d. & a.b. per insino alla circonferen
tia di quello, per che seranno equale, per la diffinitione del cerchio, similmente an
chora perche dal ponto b. che e centro del cerchio c.a.d.h. sono tirate le linee b.a.
& b.d. per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra
loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee a.d. & b.d. e equale al-
la linea a.b. (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra
loro equale, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbia-
mo collocato vn triangolo equilatero, che e il proposito.



Il Tradottore.

Bisogna notar che quando l'occorresse di descriuer semplicemente il detto tri
angolo equilatero sopra vna data retta linea, cioe, che'l non fusse dibisogno a
far la demostratione di tal operare, non e necessario di descriuer integralmente li
detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la
intersecatione in ponto d. (come appar nella seconda figura) & dal detto ponto
d. tirar le due linee d.a. & d.b. & sera designato il detto triangolo, ma volendo di-
mostrar, & assignar la causa che quel sia equilatero egli e necessario a compir li det
ti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in
tutte le delle sequente probleme.

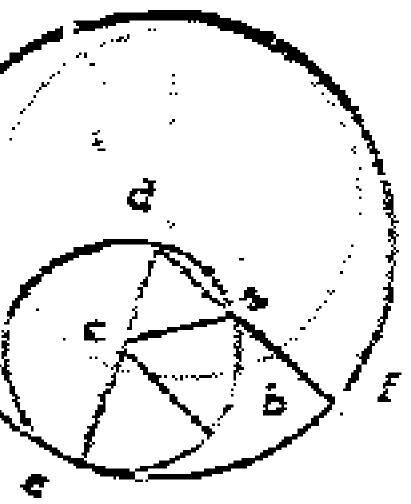
Il Tradottore.

Conseguentemente a questa propositione nella prima tradottione gli e stato
aggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre
due

tre due specie de triangoli, cioe, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali, laqual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouera lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua frustra, cioe, che non sia stata bisogneuole nella confirmatione, ouero speculatione di qualche altra di quelle che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua doue sia bisogneuole tal propositione aggionta (massime per quel modo) si puo dire lei esser cosa superflua, & fuor di proposito, per ilche la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal proposito inutile. Et che pur volesse il modo di essequir vn tal Problema, la vigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema .ii. Propositione .ii.

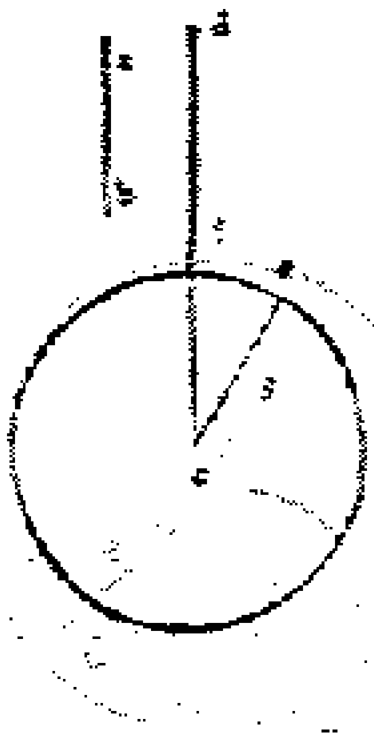
2 Da un dato ponto possiamo condurre una linea retta equale a' qualunque proposta retta linea.



Sia il ponto dato .a. & la linea data .b.c. voglio dal ponto .a. condurre vna linea retta equale alla linea .b.c. (caschi in qual parte si voglia.) per far adonque questo congiongero il ponto .a. con vna delle due estremita della linea .c.b. (qual tu vai) hor congiongasi il detto ponto .a. con la estremita .c. sarà la linea .a.c. sopra laqual linea constituiro vn triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedente.) il qual sia .a.c.d. & in quella estremita della data linea con laqual ho congionto il dato ponto, cioe, nella estremita .c. ponero il piede immobile del mio compasso, & descriuero sopra di quello vn cerchio, secondo la quantita della data linea (il qual sia il cerchio .e.b.) & allongaro il lato del triangolo equilatero che è opposito al ponto dato, cioe, il lato .d. per il centro del cerchio descritto per infino alla circonferentia di quello: & sia tutta la linea cosi protratta la .d.e. & secondo la quantita di quella sopra il centro .d. faccio vn cerchio, il qual sia il cerchio .e.f.e. dapoi questo slongaro il lato .d.a. per infino alla circonferentia di questo vltimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto .f. Dico adonque che la linea .a.f. e equale alla .b.c. perche le due linee .b.c. & .c.e. sono fra loro equale, perche vanno dal centro del cerchio .e.b. alla circonferentia di quello. Simelmente anchora le due .d.f. & .d.e. sono fra loro equale, perche etiam loro vanno dal centro del cerchio .e.f. alla circonferentia, & le due linee .d.a. & .d.c. sono etiam equale, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee .d.a. & .d.c. seranno leuate via dalle due .d.e. & .d.f. che sono fra loro equale, li duoi residui, liquali sono .a.f. & .c.e. seranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee .a.f. & .c.b. e' equale alla .c.e. quelle medesime sono fra loro equale, per laqual cosa dal ponto .a. habbiamo tirata la linea .a.f. equale alla linea .b.c. che e' il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico demostratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua balordezza) parendogli (come e' il vero) potersi essequire tal problema per piu corta via, cioe, pigliando diligentemente con vn compasso la misura della data linea .b.c. & con tale appritura di compasso assignare vn'altra di tal quantita che termini nel detto ponto .a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a' lui che non si debba, ne si possa negare. A' questo se risponde, che egli e' il vero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare alcuni credessino tal operare non seria demostratiuo, & l'Authore è tenuto a demostrar ogni sua propositione, si operaua come speculatiua, accettando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno potria dir che l'Authore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione: perche, in vero questa non è meno euidente, ouero concessibile che il tirar vna linea retta da vn ponto a vn'altro, ouero il slongar vna data linea terminata. Circa a quest'altra particolarita rispondo, che l'Authore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per essere cose euidente, ouero facile da conceder, anzi lui l'ha adimandata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando lui hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, lui non haueria posta quella tale per principio, ne adimandato che la gli fusse concessa, anzi lui la haueria posta per propositione, & quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demostrabile (come di sopra appare) vergogna seria stata all'Authore haueria posta per petitione.



Problema.iii. Propositione.iii.

3 Proposte due linee rette inequale, dalla piu longa di quelle possia-
3 mo tagliarne una parte equale alla minore.

Siano le due linee.a.b.&.c.d.inequale, & sia la.a.b.minore, voglio della.c.d.tagliarne vna parte che sia equale alla.a.b.& per far questo, dal ponto.c.tiro vna linea equale alla.a.b.(secondo che ce insegna la precedente,) laqual sia la.c.e. faro adonque il ponto.c.centro, e descriuero vn cerchio secondo la quantita della e.c.il qual segara la linea.c.d.in ponto.f. dico adonque che la linea.c.f.sera equale alla linea.c.e. perche, ambedue vengono dal centro.c.alla circonferentia del medesimo cerchio, & perche l'una e l'altra delle due linee.a.b.&.c.f.sono equale alla linea.c.e.quelle medesime seranno fra loro equale, che è il proposito.

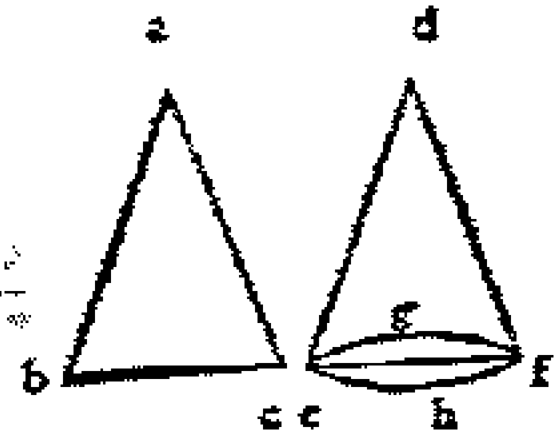
Il Tradottore.

Similmente di questa soprascritta propositione si come della passata molti si sogliono scandalizare per le medesime ragioni della passata, perche in vero questa non è altro che il conuerso della seconda petitione, laquale dimanda che sia concesso che'l si possa slongare vna data linea retta terminata direttamente in longo quanto ne par, onde ad alcuno pareria che l'Authore poteua similmente poner la soprascritta per petitione, cioe, adimandar che fusse concesso che de vna data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare. Circa a questo rispondo, che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la soprascritta è demostrabile, e però vergogna seria stata all'Authore a poner tal propositione per cosa indemostrabile, essendo demostrabile: e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositioni: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrera poi le cose piu alte, & manco note.

Theorema prima. Propositione.iiii.

4 De ogni duoi triangoli, delliquali li duoi lati dell'uno seranno equa
4 le alli duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quel
li lati equali, seranno equali l'uno all'altro: Anchora le base di quel
li seranno equale: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'al-
tro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo sera equale.

Siano



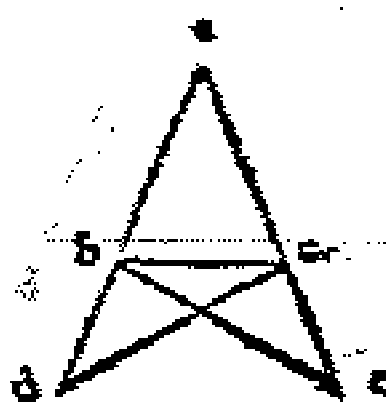
Siano li doi triangoli.a.b.c.&.d.e.f.& sia il lato.a.b.equale al lato.d.e.& il lato.a.c.equale al lato.d.f.& l'angolo.a.equal all'angolo.d.hor dico che la basa.b.c.e equale alla basa.e.f.& l'angolo.b.e equale all'angolo.e.similmente l'angolo.c.e equal all'angolo.f.la qual cosa si approua mettendo mentalmente il triangolo.a.b.c.sopra al triangolo.d.e.f.talmente che l'angolo.a.caschi sopra all'angolo.d.& il lato.a.b.sopra il lato.d.e.& il lato.a.c.sopra il lato.d.f.& per il conuerso modo della penultima concettione,e manifesto,che ne li angoli,ne etiam li lati si eccederano fra loro,perche,l'angolo.a.e equale all'angolo.d.& li lati soprapositi sono equali a quelli doue sono soprapositi,dal presupposito,adonq; li doi ponti.b.&.c.caderano sopra li doi ponti.e.&.f. Se adonq; la linea.b.c.cade sopra la linea.e.f.e manifesto il proposito,perche quando la linea.b.c.sia posta sopra alla linea.e.f.& che la non ecceda la detta linea.e.f.ne che etiam lei sia ecceduta da quella,per la penultima concettione,e equale a quella,& per la medesima ragione l'angolo.b.sera equale all'angolo.e.& l'angolo.c.all'angolo.f.& tutto il triangolo a tutto il triangolo.Ma se la linea.b.c.per lo aduersario,non cade sopra la linea.e.f.necessariamente accadera,ouer di dentro del triangolo(si come fa la linea.e.g.f.)ouer uero fuora del detto triangolo,secondo che fa la linea.e.h.f.siche essendo,due linee rette chiuderiano superficie,la qual cosa e contra l'ultima petitione.Adonque gli e necessario che la linea.b.c.cada precise sopra la.e.f.per il che seguita il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notare,che ogni lato d'uno triangolo puo esser detto basa di quello triangolo.

Theorema.ii. Propositione.v.

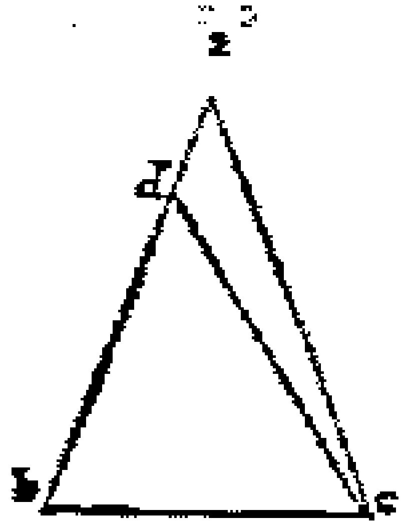
5 Li angoli che sono sopra la basa,de ogni triangolo de duoi lati equali,
5 e necessario esser fra loro equali,& se li duoi lati equali sarano protratti direttamente,sarano anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.



Sia il triangolo.a.b.c.del quale il lato.a.b.sia equale al lato.a.c.dico che l'angolo.a.b.c.e equale all'angolo.a.c.b.& s'el sera protratti,ouer slongati li detti duoi lati,ponitamo per fina al.d.&.e.sera etiam l'angolo.d.b.c.equale all'angolo.e.c.b.la qual cosa se approua in questo modo.Pongamo che sia li duoi lati.a.b.&.a.c.& per la terza propositione,faro la linea.a.d.equale alla linea.a.e.& tirato le due linee.e.b.&.d.c.& intendero li doi triangoli.a.b.e.&.a.c.d.liquali io approuaro esser equali,& equilateri,& equiangoli,cioe,che li lati dell'uno sono equali alli lati dell'altro,ciascaduno suo relatiuo,& similmente li angoli.Perche,li doi lati.a.b.&.a.e.del triangolo.a.b.e.sono equali alli doi lati.a.c.&.a.d.del triangolo.a.c.d.& l'angolo.a.e commune all'un e l'altro.Adonque,per la precedente propositione la basa.b.e.e equale alla basa.c.d.& l'angolo.e.e equale all'angolo.d.& l'angolo.a.b.e.e equale all'angolo.a.c.d.Intendo anchora li doi triangoli.d.b.c.&.e.c.b.liquali similmente approuaro esser equilateri & equiangoli,Perche li duoi lati.d.b.&.d.c.del triangolo.b.d.c.sono equali alli doi lati.e.c.&.e.b.del triangolo.e.b.c.& l'angolo.d.e equale all'angolo.e.Adonque,per la precedente,la basa dell'un sera equale alla basa dell'altro,& li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro,Adonque l'angolo.d.b.c.e equal all'angolo.e.c.b.& questo e il secondo proposito,cioe,che li angoli,che sono sotto alla basa sono equali,& l'angolo.b.c.d.e equale all'angolo.e.b.c.Ma perche tutto l'angolo.a.b.e.e equale all'angolo.a.c.d.(come di sopra fu approuato)adonque,per la terza concettione, l'angolo.a.b.c.(residuo) e' equale all'angolo.a.c.b.(residuo) l'uno e l'altro di quelli e' sopra la basa, che e' il primo proposito.

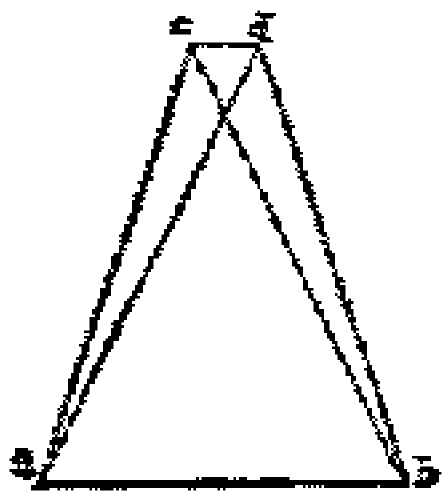
Theorema.iii. Propositione.vi.

6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati risguardanti quelli angoli, saranno equali.



Questa e' il conuerso della precedente in quanto alla prima parte di quella perche essendo il triangolo.a.b.c.del quale li duoi angoli.b.& c.siano equali dico che il lato.a.b.e' equale al lato.a.c. Perche se non sono equali, per l'aduersario, l'uno di quelli necessita' sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato.a.b.sia maggiore. Adonque del lato.a.b. maggiore ne segaremo una parte alla equalita del minore, per la terza propositione, talmente che il superfluo sia dalla banda verso.a.hor sia resecato in ponto.d.& sia la.b.d.equale alla.a.c.& sia protratta la linea.c.d. Intendo adonque li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c. liquali prouero esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati.d.b.& b.c. del triangolo.d.b.c.sono equali alli duoi lati.a.c.& b.c.del triangolo.a.b.c.e l'angolo.b.e' equale all'angolo.c.totale per il presupposito adonque la basa.d.c.e' equale alla basa.b.a.& l'angolo.d.c.b.e' equale all'angolo.a.c.b. cioe la parte e' equale al tutto, che e' impossibile.

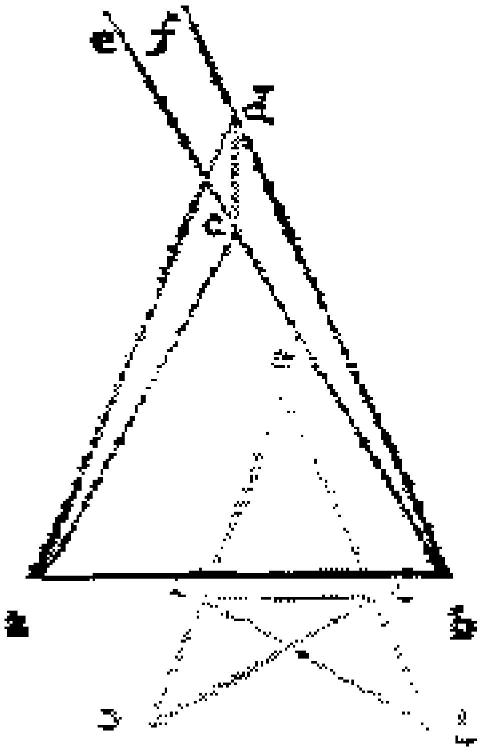
Il Tradottore.



Nota che l'angolo.d.c.b.verria a esser equale all'angolo.b.ma perche l'angolo a.c.b.e' etiam lui equale al detto angolo.b.dal presupposito seguita per commune sententia l'angolo.d.c.b.esser equale all'angolo.a.c.b.la parte al tutto che e' impossibile.

Theorema iiii. Propositione vii.

7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta usciranno due linee rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto e' impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.



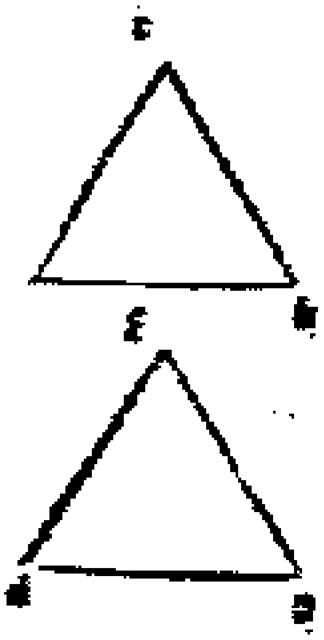
Sia la linea.a.b.dalle estremita dellaquale siano protratte da una medesima parte due line rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c.& la b.c.lequale concorreno nel ponto.c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremita due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto.c.domente che quella laquale sera tirata dal ponto.a.sia equale alla linea.a.c.& quella che sera tirata dal ponto.b.sia equale alla linea.b.c.la qual cosa, se la fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioe verso.c.) lequale concorrino nel ponto.d.& sia la linea.a.d.equale alla.a.c.e la linea.b.d.equale alla linea.b.c. Adonque, ouer che'l ponto cade dentro del triangolo, ouer de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato, perche alhora la parte saria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, ouer l'una delle due linee.a.d.& b.d.segara l'una dell'altre due linee.a.c.ouer.b.c. ouero talmente che ne l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra, hor poniamo che l'una delle due seghi l'altra delle altre due, come appar in la prima figura & sia protratta la linea.c.d. Adonque perche li duoi lati.a.c.& a.d.del triangolo.a.c.d.

sono

sono equali l'angolo.a.c.d.sera equale all'angolo.a.d.c.(per la quinta propositione)similmente perche nel triangolo.b.c.d.li dui lati.b.c.&.b.d.sono equali li dui angoli.b.c.d.&.b.d.c.serano similmente equali(per la medema propositione)& perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.a.d.c.(sua parte)seguita che l'angolo.b.c.d.sia maggiore dell'angolo.a.c.d.donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa e impossibile. Ma se'l ponto.d.cade de fora del triangolo.a.b.c.talmente che le linee non si segano come nella seconda figura appare protraro la linea.d.c.& allongaro le due linee.b.d.&.b.c.sopra alla basa per fina al.f.&.al.e.& perche le linee.a.d.&.a.c.sono esse li dui angoli.a.c.d.&.a.d.c.serano equali(per la quinta)similmente perche la.b.c.& la.b.d.sono equale li angoli che sono sotto alla basa(cioe li sono.c.d.f.&.d.c.e.)serano equali(per la seconda parte della medema quinta)adonque perche l'angolo.e.c.d.e minor dell'angolo.a.c.d.seguita che l'angolo.f.d.c.sia minor dell'angolo.a.d.c.laqual cosa e impossibile cioe che'l tutto sia minor della parte e per il medesimo modo se redura l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto.d.cade dentro del triangolo.a.b.c.

Theorema.v. Propositione.viii.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli
8 dui lati dell'altro,& la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali e necessario esser equali.

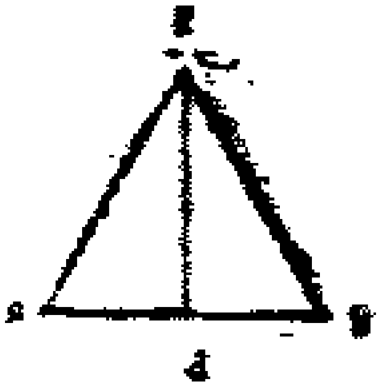


Siano li dui triangoli.a.b.c.d.e.f.& sia lo lato.a.c.equale allo lato.d.f.& lo.b.c.equale allo.e.f.& la basa.a.b.equale alla basa.d.e.Dico che l'angolo.c.e equale all'angolo.f.e l'angolo.a.all'angolo.d.& l'angolo.b.all'angolo.e.& per dimostrar questo io ponero mentalmente la basa.a.b.sopra la basa.d.e.& perche sono equal niuna di quelle eccedera l'altra(per lo conuerso modo della penultima concettione)adonque ouer che il ponto.c.cade sopra il ponto.f.ouero non ma ponendo che il ge cada essendo adonque l'angolo.c.soprapposto all'angol.f.le due linee.a.c.&.b.c.se conuegueranno sopra alle due.d.f.&.e.f.per esser esse fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione adonque perche l'angolo.c.non eccede ne e ecceduto dall'angol.f.sono fra loro equali(per la medesima concettione)similmente argomenta li altri angoli esser fra loro equali.Ma sel fusse possibile per l'aduersario chel ponto.c.non cadesse sopra al ponto.f.ma in altro loco come seria dire nel ponto.g.hor perche la linea.a.c.(che ueria a esser la.g.d.)e equale alla.d.f.& la linea.b.c.(che ueria a esser la.e.g.)e equale alla linea.e.f.e queste tirate da una medesima parte peruerano in dui diuersi ponti cioe nel ponto.g.& nel ponto.f.laqual cosa e impossibile per la precedente adonque per forza el ponto.c.cadera sopra al ponto.f.& l'angolo.c.conuegnera sopra l'angolo.f.& similmente li altri dui angoli conuegnerano sopra al suo correspondente adonque serano equali per la penultima concettione che e il proposito.

Problema.iiii. propositione.ix.

9 Possemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.
9

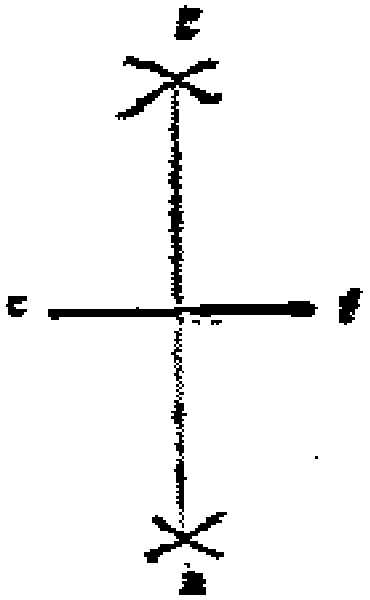
Sia el dato angolo che bisogna diuidere l'angolo.a.b.c.lo taglraro dalle due linee.a.b.&.b.c.(che contengono il detto angolo)le due.b.d.&.b.e.(per la terza propositione)fra loro equale,& si produro la linea.d.e.sopra di laquale, constituero il triangolo.d.f.e.equilatero(per la prima propositione)& tiraro la linea.b.f.hor dico che quella diuide il detto angolo dato in due parti equale,& per dimostrar questo intendo li dui triangoli.d.b.f.&.e.b.f.& perche li dui lati.b.d.&.b.f.del triangolo.d.b.f.sono equali alli dui lati.b.e.&.b.f.del triangolo.e.b.f.& la basa.d.f.alla basa.e.f.adonque(per la precedente)l'angolo.d.b.f.e equale all'angolo.e.b.f.che e il proposito.



Il Tradottore.

IN questa si come nella prima, bisogna notar che per dividere simplicemēte il detto angolo.a.b.c.in due parti equali, cioe non volendo far la demostration di tal operare non e necessario a dissignare il triangol.d.f.e.& manco a tirare la linea.d.e.ma basta solamente a trovar il ponto.f.per mezzo della intersecatione delle circonferentie di dui cerchii (come sopra la prima propositione fu detto) & dapoi tirare la linea.b.f.& sera essequido al problema, & cosi advertirai nelli altre che seguitano, perche molte cose se fa per poter far la demostratione.

problema.v. propositione.x.



10 Potemo dividere una proposta retta linea in due parti equale.

10 Sia la proposta retta linea che e di bisogno dividere in due parti equali la linea.a.b.sopra di questa constituiro il triangolo.a.b.c.equilatero, & dopo questo dividero l'angolo.c.in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea.c.d.hor dico che la linea.c.d.divide la data linea.a.b.in due parti equali in ponto.d.e per dimostrar questo itendo li dui triangoli.a.c.d.&.b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c.&.c.d.del triangolo.a.c.d.son equali alli dui lati.b.c.&.c.d.del triangolo.b.c.d.e l'angol.c.dell'uno e equal all'angol.c.dell'altro adonq (per la quarta) la basa.a.d.sera equale alla basa.b.d.seguita adonq che la linea.a.b.sia divisa in due parti equale nel ponto.d.che e il proposito.

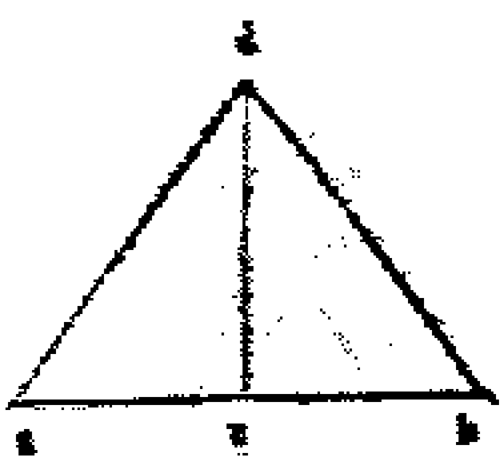
Il Tradottore.

ANchora per dividere simplicemēte una data linea in due parti equale (ponianio la linea.e.f.) basta a trovar le due opposite intersecationi (quali siano.g.&.h.) di dui cerchii che occorreno nel formar il triangolo equilatero & la linea.g.h.tirata dall'una intersecatione all'altra sara il proposito.

problema.vi. propositione.xi.

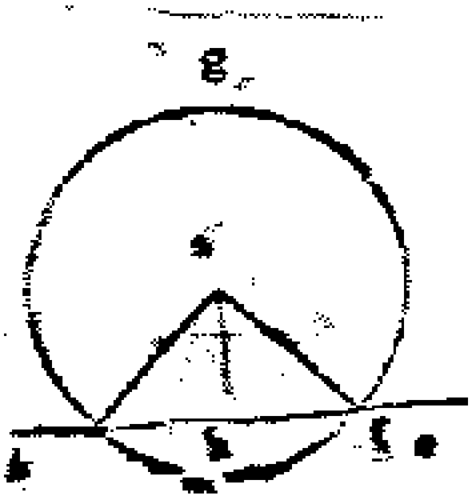
11 Data una linea retta, da un pōto signato in q̄lla potemo cavarni una perpēdicolar sostentata dall'una e l'altra parte da dui angoli equali e retti.

11 Sia la data retta linea.a.b.nella quale sia dato il pōto.c.dalquale sia di bisogno tirar fora una perpendicolar. Adonq volendo essequir tal effetto faccio la linea.b.c.equal alla linea.a.c.& sopra a tutta la.a.b.constituisco il triangol.a.b.d equilatero & dapoi tiro la linea.c.d.laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea.a.b.e per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli.a.c.d.&.b.c.d.e perche li dui lati.a.c.&.c.d.del triāgolo.a.c.d.son equali alli dui lati.c.b.&.c.d.del triangolo.b.c.d.& la basa.a.d.alla basa.b.d.adonque (per la ottava) l'angolo.a.c.d.sera equale all'āgolo.b.c.d.per laqual cosa ciascun di loro sera retto (per la ottava diffinitione) & la linea.d.c.sera ppendicolar sopra la linea.a.b.che e il proposito.



problema.vii. propositione.xii.

12 Potemo condurre una perpendicolare a una data retta linea de indefinita quantita: da uno ponto signato fora di quella.



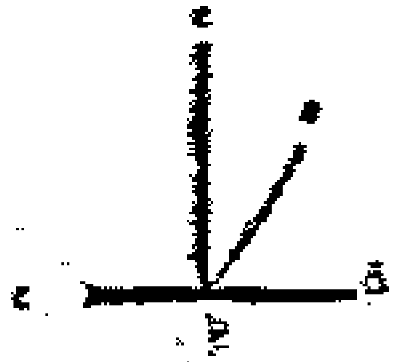
12 Sia il ponto.a.signato fora della linea.b.c.dalqual bisogni condurre una perpēdicolare alla detta linea.b.c.adonq p essequir tal cosa allongaro la linea.b.c.in l'una e l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto.a.descrivero un cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea.b.c.in dui ponti liquali pongo siano.d.&.e.dapoi il cerchio.d.e.f.g.ilquale seghi la linea.b.c.nelli dui pōti.d.&.e.dapoi congiongero il ponto.a.con li dui ponti.d.&.e.con le due linee.a.d.&.a.e.& dapoi dividero l'angolo.d.a.e.in due parti equali con la linea.a.h.(per la nona propositione) hor dico che la linea.a.h.e perpendicolare sopra la linea.b.c.& p dimostrar questo

sto intendo li duoi triangoli.a.d.h.&.a.f.h.& perche li duoi lati.a.d.&.a.h.del tri angolo.a.d.h. sono equali alli duoi lati.a.f.&.a.h. del triangolo.a.f.h.perche le due linee.a.d.&.a.f.vengon dal centro alla circonferentia,lo lato.a.h.e commu ne ad ambiduoi,& l'angolo. a. dell'uno e equale all'angolo.a.dell'altro,& per la quarta propositione,la basa.d.h.sera equale alla basa.h.f.& l'angolo.a.h.d.all'an golo.a.h.f.per laqual cosa l'uno & l'altro sera retto, per la ottaua diffinitione,& per la nona,la linea.a.h.sera perpendicolare sopra la linea.b.c.che e il proposito.

Theorema.vi. Propositione.xiii.

13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta,che stia sopra a una li
13 nea retta, ouero che sono retti , ouero che sono equali a duoi an goli retti.

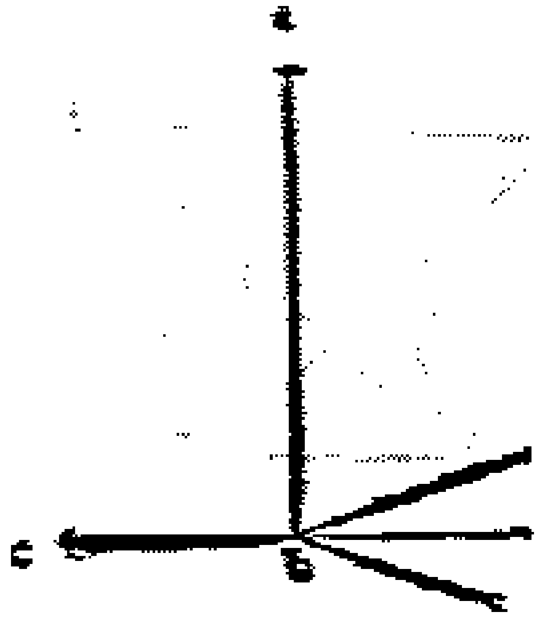
Sia che la linea.a.b.stia sopra alla linea.c.d.dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea.a.b.con la linea.c.d.ouer che sono ambiduoi retti, ouer che sono equali a duoi angoli retti,liquali angoli l'uno e l'angolo.a.b.d.& l'altro e l'angolo.a.b.c.& per dimostrar questo arguiro in questo modo. Ouer che la li nea.a.b.sera perpendicolare sopra la.c.d.ouer non,se la sera perpendicolare so pra la detta linea.c.d.constituira duoi angoli equali e retti per lo conuerso mo do della ottaua diffinitione,che e il primo proposito.Ma se la non sera perpen dicolare,ma che quella sia declinante sopra quella, poniamo verso.d.allhora la detta linea.a.b.constituira duoi angoli,l'uno di quali sera acuto,cioe l'angolo.a. b.d.& l'altro sera ottuso,cioe l'angolo.a.b.c.hor dico che questi duoi angoli in sieme sono equali a duoi angoli retti,& per dimostrar questo,dal ponto.b.con durro la perpendicolare.b.e.per l'undecima propositione,sopra la linea.c.d.del laquale li duoi angoli.e.b.c.&.e.b.d.sono retti, per lo conuerso modo della otta ua diffinitione, adonque perche li duoi angoli.d.b.a.&.a.b.e.se equalino al l'angolo.d.b.e.ilqual e retto,giontoli anchora l'angolo.c.b.e.che e retto,tutti tre seranno equali a duoi angoli retti,perche li duoi,cioe.d.b.a.&.a.b.e.sono equa li all'angolo.e.d.b.che e retto.il terzo,cioe l'angolo.e.b.c.da se e retto,pero tutti tre sono equali a duoi retti.ma l'angolo.a.b.c.ottuso e equale a duoi di quelli tre angoli,cioe all'angolo.a.b.e.che e retto etiam all'angolo.e.b.a.adonque li duoi angoli.a.b.c.&.a.b.d.sono equali a duoi angoli retti, che e il proposito.Et non che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto,in qual si voglia superficie piana,sempre quello sera equale a quattro an goli retti.



Theorema.vii. Propositione.xiiii.

14 Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in di
14 uerse parti,& fara li duoi angoli attorno di se retti, ouero equali a duoi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congionte diretta mente,& sono una sol linea.

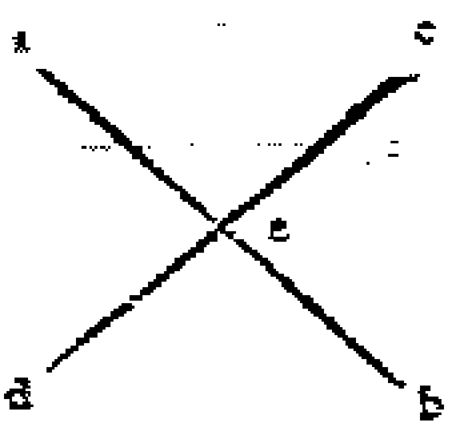
Sia la linea retta.a.b.& dal ponto.b.usciranno due linee rette in parte oppo site,e l'una sia la linea.b.c.& dall'altra parte opposita,sia la linea.b.d.lequal linee facciano li duoi angoli,liquali son.c.b.a.&.d.b.a.equali a duoi angoli retti. hor dico che le due linee.c.b.&.d.b.sono congionte direttamente l'una & l'altra & sono una sol linea,laqual e la linea.c.b.d.& se la non sera una sol linea, per l'auersario sia protratta la linea.c.b.in continuo & diretto,& per non esser una linea con la linea.b.d.transira ouer di sopra della detta linea.b.d.come fa la.b.f.



esser di sotto come fa la.b.e. Adonque perche sopra della linea.c.b.f. gli cade la linea.a.b. li duoi angoli.a.b.c.& a.b.f. per la precedente seran equali a duoi angoli retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, anchora li duoi angoli.c.b.a.& d.b.a. son equali a duoi angoli retti, dal presupposito, per ilche li duoi angoli.a.b.c.& a.b.f. seran equali alli duoi angoli.c.b.a.& d.b.a. adonque cavando communamente l'angolo.c.b.a. li duoi rimanenti, per la terza cōcettione, seranno fra loro equali, cioe l'angolo.d.b.a. saria equal all'angolo.f.b.a. laqual cosa e' impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima via se approvaria la linea.c.b. protratta per fina in.e. che l'angolo.a.b.d. sera equal all'angolo.a.b.e. che e' pur impossibile, per laqual cosa sera constretto l'aversario a confirmare che protratta la linea.c.b. cadera precise in la linea.b.d.& la linea c.b.d. esser una sol linea, e non due, che e' il proposito.

Theorema.viii. Propositione.xvi.

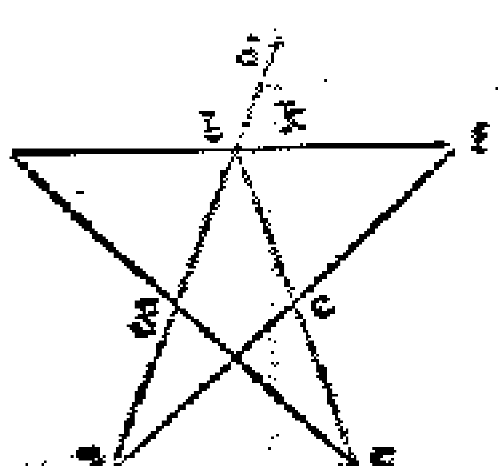
15 Tutti li angoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino,
15 fra loro son equali, Per ilche eglie manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a' quattro angoli retti.



Siano le due linee rette.a.b.& c.d. lequali se seghino fra loro in ponto.e. Dico che l'angolo.d.e.b. e' equal all'angolo.a.e.c.& l'angolo.b.e.c. e' equal all'angolo.d.e.a. perche li duoi angoli.a.e.c.& c.e.b. sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima propositione, & similmente li duoi angoli.c.e.b.& d.e.b. sono per equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. adonque li duoi angoli a.e.c.& c.e.b. sono equali alli duoi angoli.c.e.b.& b.e.d. perche cosi li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hor se communamente levaremo, cosi alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo.c.e.b. li duoi rimanenti, che son li duoi angoli.a.e.c.& b.e.d. seranno fra lor equali, per la terzadecima cōcettione, & per lo medesimo modo se approva l'angolo.c.e.b. esser equale all'angolo.d.e.a. che e' il proposito.

Theorema.ix. Propositione.xvi.

16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo qual se pa
16 re, quel fara l'angolo estrinseco maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinseco del triangolo a' se opposito.



Sia che'l triangolo.a.b.c. sia protratto el lato.a.b. per fina in.d. Dico che l'angolo.d.b.c. e' maggiore dell'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un e' l'angolo.b.a.c. e l'altro e' l'angolo.b.c.a. & per dimostrar questo io dividero il lato.c.b. in due parti equali, per la decima della decima, in ponto.e.& protraro la linea.a.e. per fin al ponto.f. talmente che la.e.f. sia equale alla.a.e. poi tiraro la linea.f.b. e fatto questo io intendo li duoi triangoli.c.e.a.& b.e.f.& perche li duoi lati.a.e.& e.c. del triangolo.a.e.c. sono equali alli duoi lati.f.e.& e.b. del triangolo.f.e.b.& l'angolo.e. dell'uno si e' equale all'angolo.e. dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo.e.c.a. sera equale al l'angolo.e.b.f. e per tanto l'angolo.e.b.d. qual e' maggiore dell'angolo.e.b.f. sua parte, sera etiam maggiore dell'angolo.a.c.e. per esser la.a.c.e. equal al.e.b.f. sua parte, & cosi hauemo dimostrato come l'angolo.c.b.d. de fuora del triangolo e' maggiore dell'angolo.a.c.b. di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente

anchora

anchora se approuera che la e maggior dell'angolo.c.a.b. Perche diuidero il lato a.b. in due parti equale nel ponto.g. per la decima propositione, & protrarro la linea.c.g. per fin in.h. talmente che la.g.h. sia equale alla.g.c. per la terza proposizione, dapoi protrarro la.h.b.k. poi intendo li duoi triangoli.a.c.g. & g.b.h. che li duoi lati.a.g. & g.c. del triangolo.a.g.c. sono equali alli duoi lati.g.b. & g.h. del triangolo.g.b.h. & l'angolo.g. dell'uno e equale all'angolo.g. dell'altro, per la quintadecima propositione. & per la quarta propositione, l'angolo.g.a.c. e equale all'angolo.g.b.h. hor perche l'angolo.k.b.d. e equale all'angolo contraposito.g.b.h. per la quintadecima propositione) sera etiam equale all'angolo.c.a.g. per la prima concettione, & perche l'angolo.c.b.d. e maggiore dell'angolo k.b.d. sua parte, sera etiam maggiore dell'angolo.g.a.c. a quello equale, che e il proposito.

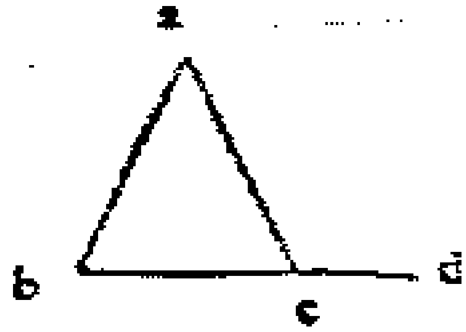
Il Tradottore.

Bisogna auertir che la linea.h.b. protratta verso.k. de necessita passa sopra alla linea.b.f. perche la linea.b.k. non se discerne dalla linea.b.f. per esser in quella medesima.

Theorema.x. Propositione.xvii.

17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si voglia) sono minori de duoi angoli retti.

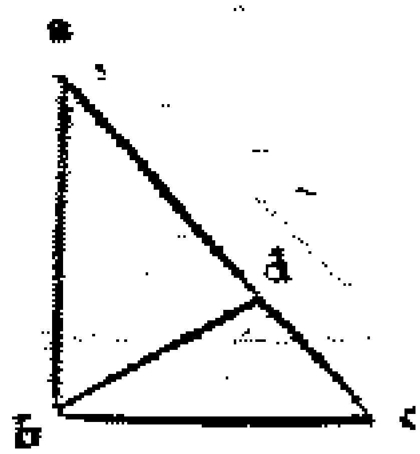
Sia il triangolo.a.b.c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, perche essendo protratto vn lato di quello, come seria il lato b.c. per fina al.d. per la precedente. l'angolo.c. estrinsico seria maggiore del.a. etiam maggiore dell'angolo.b. ma l'angolo.b. estrinsico insieme con l'angolo.c. intrinsico sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima. Adonque li duoi angoli.b. & c. intrinsici seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo.a. insieme con l'angolo.c. (intrinsico) seranno pur minori di duoi angoli retti, perche all'angolo.c. intrinsico volendo equagliare a duoi angoli retti bisogneria accompagnarlo con vn'altro angolo che fusse equale all'angolo.a.c.d. estrinsico, dilche alcun di quelli duoi intrinsici (a lui opposti) cioe.a. & b. non sono sufficienti, per esser ciascun di lor minori del detto angolo.a.c.d. estrinsico. Similmente se'l sera protratto il lato.b.a. per il medesimo modo el si approuera che li duoi angoli.a. & b. sono minori de duoi angoli retti, che e il proposito.



Theorema.xi. Propositione.xviii.

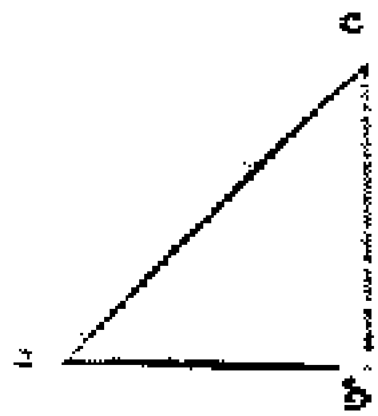
18 Il lato piu longo de ogni triangolo e opposito al maggior angolo.

Sia come in lo triangolo.a.b.c. il quale ha il lato.a.c. maggiore del lato.a.b. Dico che l'angolo.a.b.c. e maggiore dell'angolo.b.c.a. Perche il lato.a.c. e maggiore del lato.a.b. della parte verso.a. ne segaremo vna parte equale al.a.b. per la terza propositione, qual sia la.a.d. & produrro la linea.b.d. (per la prima petitione) Ma perche l'angolo.a.d.b. estrinsico del triangolo.b.d.c. per la sestadecima propositione, e maggior dell'angolo.b.c.d. intrinsico a lui opposito, & l'angolo.a.d.b. e equale all'angolo.a.b.d. per la quinta propositione, perche il lato.a.d. fu posto equale al lato.a.b. Adonque l'angolo.a.b.d. sera anchora lui maggiore del detto angolo.c. dilche se l'angolo.a.b.d. (per se solo) e maggiore del.c. molto piu tutto l'angolo.a.b.c. sera maggiore del detto angolo.c. che e il nostro proposito. Anchora, perche il lato.a.b. e maggiore del lato.b.c. per lo modo dato di sopra, se potra prouar che l'angolo.b.c.a. e maggior dell'angolo.b.a.c.



Theorema.xii. Propositione.xix.

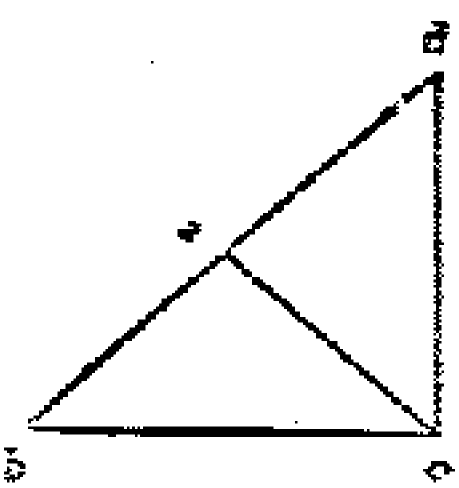
19 Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposito al piu longo lato.
19



SIa il triangolo.a.b.c.hauente l'angolo.a.b.c.maggior dell'angolo.b.c.a.e.dico che il lato.a.c.e maggior del lato.a.b.Perche se'l detto lato.a.c.non e maggior del lato.a.b.per l'auersario, e necessario che'l sia adonque ouer equal a lui ouer minor di lui, se egli e equale a lui l'angolo.a.c.b.seria equale all'angolo.c.b.a.per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, ilqual fu che l'angolo.a.b.c.fusse maggior dell'angolo.b.c.a.Adonque lo lato.a.c.non puo esser equale al lato.a.b.Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l lato.a.c.fusse minore del lato.a.b.l'angolo.a.b.c.seria minor dell'angolo.a.c.b.(per la precedente)che seria molto piu contra al nostro presupposito, ilqual fu che l'angolo.a.b.c.fusse maggiore dell'angolo.a.c.b.Adonque il lato.a.c.non puo esser ne equale ne minore del lato.a.b.l'e necessario che'l sia maggiore, che e il proposito.

Theorema.xiii Propositione.xx.

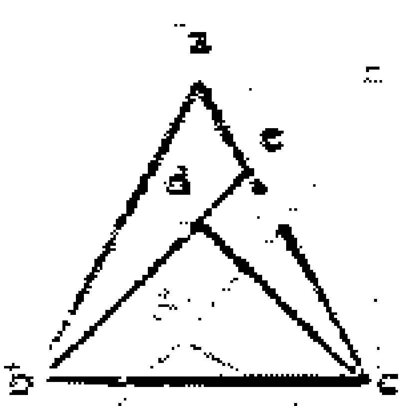
20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si uoglia) gionti insieme sono
20 piu longhi del restante lato.



SIa il triangolo.a.b.c.Dico che li duoi lati.a.b.&.a.c.gionti insieme sono piu longhi del lato.b.c.& per dimostrar questo sia protratto la linea.b.a.per fina in d.talmente che la.a.d.sia equale alla.a.c.poi sia tirata la linea.c.d.Et per la quinta, l'angolo.a.c.d.sera equale all'angolo.d.& perche tutto l'angolo.b.c.d.e maggiore dell'angolo.a.c.d.(sua parte)sera etiam maggiore dell'angolo.d.adonque, per la decimanona propositione, il lato.b.d.sera maggiore del lato.b.c.Ma il lato.b.d.e equale alli duoi lati.a.b.&.a.c.per laqualcosa li duoi lati.a.b.&.a.c.gionti insieme sono maggiori del lato.b.c.che e il proposito.

Theorema.xiiii. Propositione.xxi.

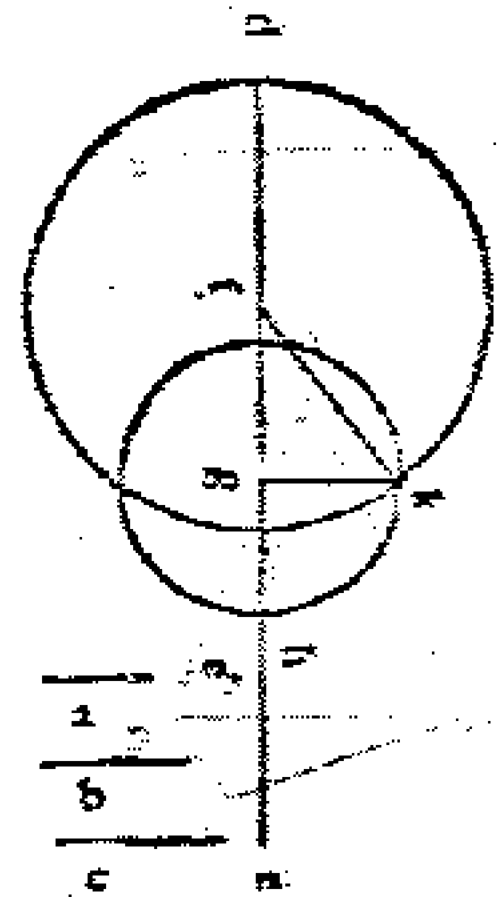
21 Se dalli duoi ponti terminati un lato d'un triangolo usciranno due
21 linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente serano piu breue delle altre due linee del triangolo, e permiterano maggior angolo.



SIa come in questo triangolo.a.b.c.che dalle due estremita del lato.b.c.usciscano le due linee.b.d.&.c.d.lequale concorrano de dentro del triangolo a.b.c.nel ponto.d.dico che le dette due linee.b.d.&.c.d.insieme gionti sono piu corte che le due linee.b.a.&.c.a.(lati del triangolo.a.b.c.)insieme gionti. Et che l'angolo.b.d.c.contenuto da quelle e maggiore dell'angolo b.a.c.contenuto dalli predetti duoi lati, & per dimostrare questo slongaro il lato.b.d.per fin che segui il lato.a.c.in ponto.e.hor dico che li duoi lati.a.b.&.a.e.del triangolo.a.b.e.gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la uigesima propositione, & giongendoci equalmente la parte, ouero linea.e.c.li duoi lati.a.b.&.a.c.seranno maggiori insieme gionti delli duoi lati.b.e.&.e.c.(per la quinta concettione) laqualcosa serbarai in mente, poi perche li duoi lati.c.e.&.e.d.del triangolo.c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato.d.c.(per la medesima uigesima propositione)giontouegli communemente la linea.d.b.li duoi lati.b.e.&.e.c.seranno anchora maggiori delli duoi lati.b.d.&.d.c.(per la quinta concettione)donde se li duoi lati.b.e.&.e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.&.d.c.& che li duoi lati.a.b.&.a.c.sono maggiori delli detti duoi lati.b.e.&.e.c.(come di sopra fu approuato protratte, quando dissi, serua in mente) tanto maggiormente seranno maggiori delle ditte due linee protratte. b.d. & d.c. che e il proposito. Ma perche l'angolo .b.d.c. e maggiore dell'angolo .d.e.c. (per la sestadecima propositione) & l'angolo .d.e.c. per la medesima decimasesta propositione e maggior dell'angolo .e. a.b. adonque molto maggior sera l'angolo .b.d.c. del ditto angolo .b.a.c. che e il secondo proposito.

Problema .viii. Propositione .xxii.

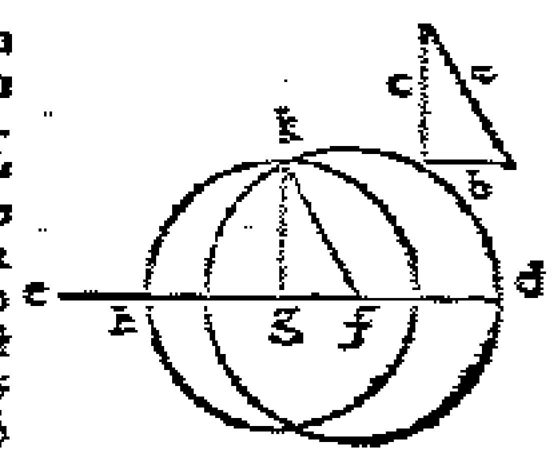
22 Proposte tre linee rette, dellequali le due, quale si uogliano, gionte
22 insieme sieno piu longhe dell'altra, potremo, con altre tre linee, a quelle equale constituire un triangolo.



Siano le tre proposte linee .a.b.c. lequale siano cosi conditionate, che due, qual si uoglia di quelle, gionte insieme siano maggiore dell'altra, perche altramente non se poria di tre equale a quelle constituir triangolo (per la vigesima propositione) Adonque quando vorro constituir un triangolo di tre linee equale alle tre predette, faro la linea .d.e. la quale, dalla parte .e. non gli pono fin determinato, & dalla parte del .d. ne sego la parte .d.f. equale alla linea .c. (per la terza propositione) & f.g. equal al b. & g.h. equal al a. & fatto il ponto .f. centro, descriuo il cerchio .d.k. secondo la quantita .f.d. & similmente fatto .g. centro descriuo il cerchio .h.k. liquali duoi cerchi se intersegano in duoi ponti, l'uno di quelli e il ponto .k. altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore, ouer equale alle altre due gionte, che seria contra il presupposito, hor dal ponto .k. tiro la linea .k.f. & la linea .k.g. & sera constituido il triangolo .k.f.g. de tre linee equale alle tre proposte .a.b.c. perche le due linee .f.d. & f.k. sono equale, perche ambedue vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .d.k. e perche la linea .c. e equale alla .d.f. per la prima concettione, sera etiam equale alla .f.k. lato del triangolo, similmente .g.h. & g.k. sono equale, perche vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .h.k. & g.h. fu posta equale alla linea .a. adonque .g.k. sera equale alla linea .a. per la detta prima commune sententia, ouero concettione, & perche .f.g. fu posta equale alla linea .b. adonque li tre lati del triangolo .f.g.k. sono equali alle tre date linee .a.b.c. che e il proposito.

Problema .ix. Propositione .xxiii.

23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, potemo designare
23 un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.



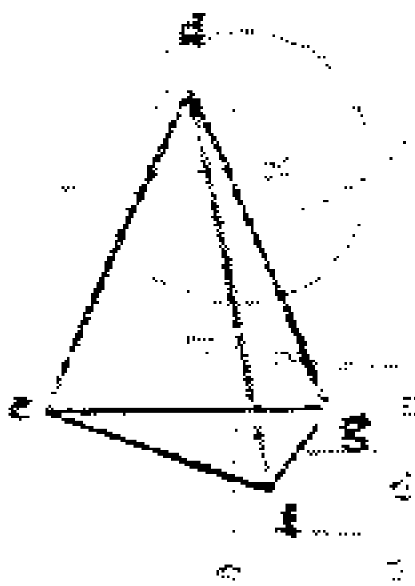
Sia data la linea .e.f. che e in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo .a. & .b. sotto al qual angolo tiraro la basa .c. desiderando io di fare sopra il ponto .f. della linea .e.f. uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea .e.f. la linea .f.d. equale alla .a. & dalla linea .f.e. sego, ouer assegno .f.g. equale alla .b. & dalla .g.e. assegno etiam la .g.h. equale alla basa .c. & sopra li duoi ponti .f. & .g. descriuo li duoi cerchii .d.k. & .k.h. secondo la quantita delle due linee .f.d. & .g.h. liquali se intersegano fra loro in ponto .k. si come fu in la precedente, & tirate le linee .k.f. & .k.g. saranno li duoi lati .k.f. & .f.g. del triangolo .k.f.g. equali alli duoi lati .a. & .b. del triangolo .a.b.c. & la basa .g.k. equale alla basa .c. Adonque, per la ottaua l'angolo .k.f.g. sera equale all'angolo contenuto dalle due linee .a. & .b. che e il proposito.

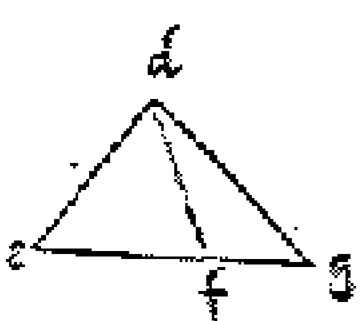
Theorema .xv. Propositione .xxiiii.

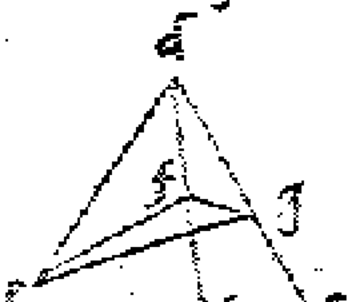
24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali
24 alli duoi lati dell'altro, se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di

quelli lati equali, sera maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo sera maggiore della basa dell'altro.

Siano li dui triangoli.a.b.c.& d.e.f.& siano li dui lati.a.b.& a.c.equali alli dui lati.d.e.d.f.cioe ciascun al suo relatiuo.a.b.al d.e.& a.c.al.d.f.& sia l'angolo.a.maggior dell'angolo.e.d.f.dico che la basa.b.c.sera maggiore della basa e.f.& per dimostrar questo faro l'angolo.e.d.g.per la dottrina della precedente, equale all'angolo.a.(del qual l'angolo.e.d.f.ueria a' esser sua parte,& esser minor di lui)& ponero.d.g.equal al.a.c.ouer.d.f.e tiraro la linea.e.g.laqual transita di sopra della linea.e.f.segando la linea.d.f.ouer sopra la medema linea.e.f.facendo cõ quella una medesima linea,ouer di sotto di quella, hor ponianno primamente che la transita di sopra la.e.f.segando la linea.d.f.(come appar nella prima figura)si tirara la linea.f.g.e sera constituito il triangol.d.f.g.de duoi lati equali,perche ciascun di quelli e' equal al lato.a.c.dilche l'angolo.d.f.g.sera equale all'angolo.d.g.f.per la quinta propositione,per laqual cosa l'angolo.d.f.g.sera maggior dell'angolo.e.g.f.parte dell'angolo.d.g.f.a lui equale, dilche se l'angolo.d.f.g.da si e' maggior dell'angolo.e.g.f.molto piu maggior sera tutto l'angolo.e.f.g.del ditto angolo.e.g.f.onde seguita che'l lato.e.g.sia maggior del lato.e.f.per la decimanona propositione, hor dico che'l lato.e.g.si e' equale alla basa.b.c.perche li duoi lati.a.b.& a.c.del triangolo.a.b.c.sono equali alli duoi lati.d.e.& d.g.del triangolo.d.e.g.& l'angolo.e.d.g.fu posto equale all'angolo.b.a.c.onde, per la quarta propositione, la basa.e.g.sera equale alla basa.b.c.per laqual cosa se la.e.g.e' maggiore alla.e.f.etiam la.b.c.a' quella equale,sera maggiore della ditta.e.f.che e' il proposito. Ma se la.e.g.transita sopra la medesima linea.e.f.(come in questa altra seconda figura appare)& siano insieme una medesima linea allhora la.e.f.sera parte della e.g.adonque,per la ultima concettione,la.e.f.sera minor del.e.g.che e' il proposito. Ma se la.e.g.transisse di sotto della.e.f.(come in questa altra figura appare) siano slongate le due linee.d.f.& d.g.(lequal sono equale)fina in.K.& h.& per la seconda parte della quinta propositione,li duoi angoli che sono sotto alla basa.f.g.seranno equali, cioe lo angolo.K.f.g.sera equale all'angolo.f.g.h.dilche tutto l'angolo.e.f.g.sera maggior del detto angolo.f.g.h.ma se l'angolo.e.f.g.e' maggior del ditto.f.g.h.molto piu maggiore sera lo dell'angolo.f.g.e.parte di quello,adonque,per la nona propositione, il lato.e.g.sera maggior del lato.e.f.& per consequens.b.c.sera maggior de.e.f.che e' il proposito. Questo ultimo membro si poteria anchora prouare per la uigesima prima,perche per quella in la dispositione della terza figura, le due linee.d.g.& e.g.seranno maggiore delle due linee.d.f.& f.e.& perche la.d.g.e' equale alla.d.f.(per questo che ambedue sono equale alla.a.c.)sera la.g.e.maggiore della.e.f.per laqual cosa etiam la.b.c. sera maggiore della medesima.e.f.che e' il proposito,tamen e' meglio dimostrar per il primo modo,acioche in ogni dispositione sia arguito per la quinta.



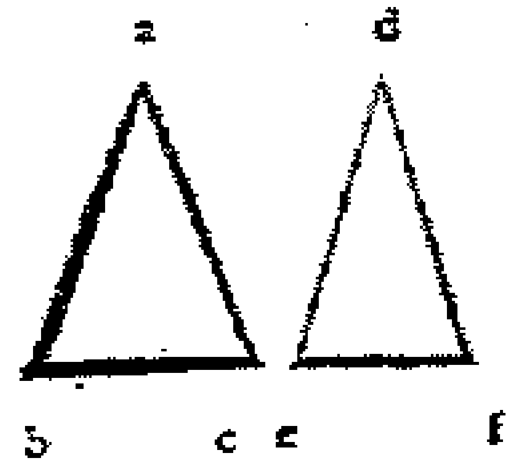




Theorema.xvi. Propositione.xxv.

25 D'ogni dui triangoli, di quali li dui lati dell'un siano equali alli duoi
25 lati dell'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore) sera maggior del'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

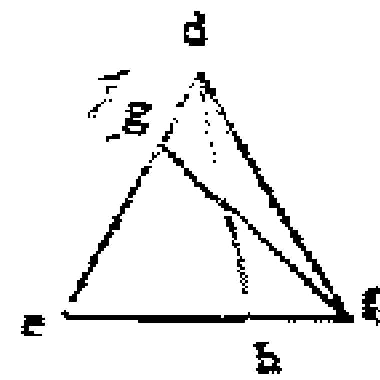
Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.e.f.& siano li duoi lati.a.b, & .a.c. del primo equali alli duoi lati.d.e.& d.f.del secondo, cioe ciascuno alle suo relatiuo, & sia la basa.b.c.maggiore della basa.e.f.dico che lo angolo a.sera maggiore dell'angolo d. questa e' il conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrera in questo modo. se l'angolo.a.non e' maggiore, per l'ads



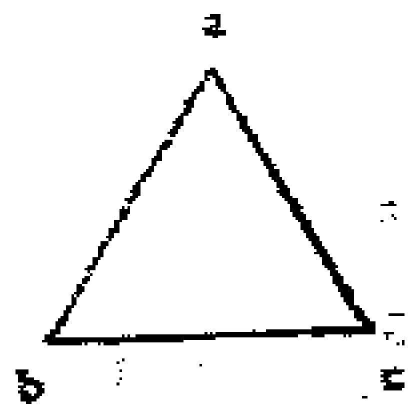
nessario, dell'angolo. d. sera adonque equale, over minor di lui, equale non pol esser, perche se cosi fusse, per la quarta, la basa. b. c. seria equale alla basa. e. f. che seria contra il presupposito, Ma dico che anchora el non pol esser minore, perche se l'angolo. a. fusse minore dell'angolo. d. la basa. b. c. seria, per la precedente, minor della basa. e. f. che seria molto contra il presupposito, adonque non possendo l'angolo. a. esser ne equale ne minor dell'angolo. d. glie necessario che sia maggiore, che e' il proposito.

Theorema. xvii. Propositione. xxvi.

26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli di l'uno seranno equa
26 li a' duoi angoli di l'altro ciascuno al suo relativo, anchora che un lato dell'uno sia equale a' un lato dell'altro, o' sia quel tal lato fra li duoi angoli equali overamente opposito a' uno di quelli, anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro, ciascuno al suo riguardante, over relativo, & similmente l'altro angolo di l'uno sera equale a' l'altro angolo dell'altro.



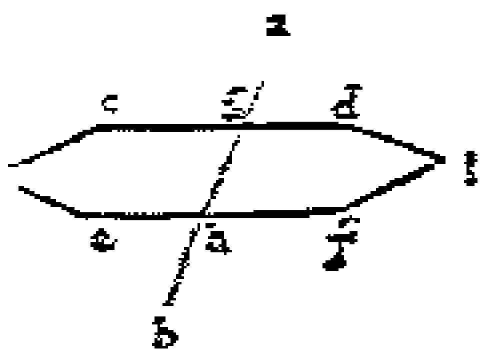
Siano li duoi triangoli. a. b. c. & d. e. f. & sia l'angolo. b. equale allo angolo. e. & l'angolo. c. equal all'angolo. f. & sia el lato. b. c. equale al lato. e. f. over l'uno delli altri duoi lati. a. b. & a. c. sia equale a' uno delli altri duoi lati. d. e. & d. f. cioe uno di loro al suo relativo, cioe che. a. b. sia equale al. d. e. over. a. c. al. d. f. Dico che li altri duoi lati dell'uno sera equale alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno sera equal all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo. a. sera equale all'angolo. d. Ponero adonque primamente che lo lato. b. c. sopra del quale giaceno li duoi angoli. b. c. sia equale al lato. e. f. sopra del quale giaceno li duoi angoli. e. f. li quali sono stati posti equali alli detti duoi angoli. b. c. hor dico che'l lato. a. b. sera equale al lato. d. e. el lato. a. c. al lato. d. f. & l'angolo. a. all'angolo. d. Perche se possibil fia per l'adversario, che'l lato. a. b. non sia equale al lato. d. e. l'uno di quelli sera adonque maggiore, hor ponimo che'l lato. d. e. sia maggiore del lato. a. b. io segaro del lato. d. e. la parte. g. e. equale al lato. a. b. per la terza propositione, & produro la linea. g. f. li duoi lati adonque. e. g. & e. f. del triangolo. e. g. f. sono equali alli duoi lati. a. b. & b. c. del triangolo. a. b. c. & l'angolo. a. b. c. e' equale all'angolo g. e. f. dal presupposito, per la qual cosa l'angolo. g. f. e. seria equale all'angolo. a. c. b. per la quarta propositione, & perche l'angolo. d. f. e. si e' anchora lui equale al detto angolo. a. c. b. dal presupposito per la prima concettione, seria etiam equale all'angolo. g. f. e. sua parte, che e' impossibile per l'ultima concettione, adonque d. e. sera equale al. a. b. per la quarta propositione, il lato. d. f. sera etiam equale al lato. a. c. & l'angolo. d. all'angolo. a. sera equale, che e' il primo membro della distinsion proposta, Sia anchora li duoi angoli. b. & c. equali alli duoi angoli. e. f. come prima, & sia lo lato. a. b. il quale e' opposito all'angolo. c. equale al lato. d. e. il qual e' opposito all'angolo. f. il qual e' posto equale all'angolo. c. dico che lato. b. c. sera equal al lato. e. f. & il lato. a. c. al lato. d. f. & l'angolo. a. all'angolo. d. & se el lato. e. f. non fusse equale al lato. b. c. per l'adversario l'uno di loro sera maggior dell'altro, sia adonque. e. f. maggior del. b. c. e per tanto ponero. e. h. equale al. b. c. per la terza propositione, & produro la linea. d. h. & sera constituido il triangolo. d. e. h. che li duoi lati. e. d. & e. h. son equali alli duoi lati. b. a. & b. c. del triangolo. a. b. c. e l'angolo. e. si e' equale all'angolo. b. dal presupposito, dil che l'angolo. e. h. d. seria equale all'angolo. b. c. a. per la quarta propositione, & l'angolo. f. per esser equale anchora all'angolo. c. sera etiam equale all'angolo. e. h. d. per la prima concettione, la qual cosa e' impossibile, per la sestadecima propositione, che l'angolo. e. h. d. estrinsico del triangolo. d. h. f. sia equale allo angolo. h. f. d. intrinsico, & opposito, adonque il lato. e. f. sera equale al lato. b. c. & similmente, per la quarta propositione,



il lato .k.f. al lato .a.c. sera equale, & l'angolo .e.d.f. all'angolo .b.a.c. che è il secondo membro della preposita divisione, dilche tutto il proposito sera manifesto.

Theorema .xviii. Propositione .xxvii.

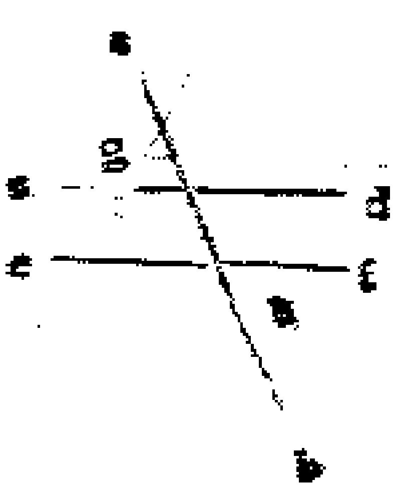
27 Se una linea retta cadera sopra a due linee rette, & faccia li duoi an-
27 goli coalterni fra loro equali, quelle due linee serãno equidistante.



Sia come è la linea .a.b. laqual cade sopra le due linee .c.d. & .e.f. & sega la linea .c.d. in ponto .g. & la linea .e.f. in ponto .h. & sia l'angolo .d.g.h. equale all'angolo .e.h.g. Dico che le dette due linee .c.d. & .e.f. sono equidistante, ma se possibil è, per lo adversario, che non siano equidistante, poniamo che protratte dalla parte .c.e. concorrano nel ponto .k. overo dalla parte .d.f. nel ponto .l. & sia per come si voglia, che accadera lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito, perche uno delli detti angoli alterni liquali sono posti equali, sera lo estrinseco, & l'altro sera lo intrinseco, perche concorrendo le due linee .c.d. & .e.f. in ponto .k. seria formato uno triangolo, che seria .g.h.k. & seria produtto il lato .k.g. fina in .d. facendo l'angolo .h.g.d. estrinseco, il quale è posto equale all'angolo .e.h.g. intrinseco, & opposito laqual cosa è impossibile per la sopralegata propositione perche l'è impossibile che le due linee, protratte da qual parte si voglia, concorrano, seranno equidistante per la vigesimaquinta diffinitione, che è il proposito.

Theorema .xix. Propositione .xxviii.

28 Se una linea retta negara sopra a due linee rette, e che l'angolo in
28 trinseco causato da quella sia equale all'angolo estrinseco a se opposito, over che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti, quelle due linee seranno equidistãte.



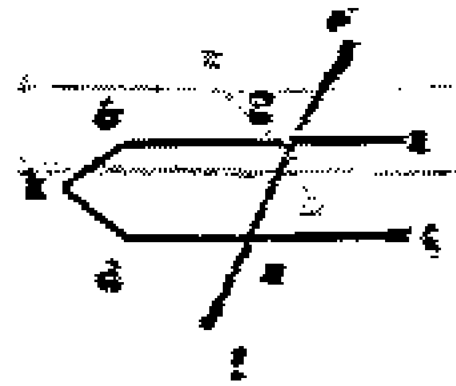
Sia come la linea .a.b. laqual sega le due linee .c.d. & .e.f. nelli duoi ponti .g.h. & sia l'angolo .g. estrinseco equale all'angolo .h. intrinseco, dalla medesima parte verso .d.f. over che li duoi angoli .g. & .h. intrinseci, posti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee .c.d. & .e.f. sono equidistante, hor sia primamente l'angolo .d.g.a. equale all'angolo .f.h.g. & perche l'angolo .c.g.h. per la quintadecima propositione sera anchora lui equale al l'angolo .d.g.a. per la prima concettione, sera etiam equale all'angolo .g.h.f. per la qual cosa la linea .c.d. è equidistante alla linea .e.f. per la precedente propositione, perche li angoli .g.h.f. & .c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli .d.g.h. & .f.h.g. equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli .d.g.h. & .c.g.h. similmente sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima propositione l'angolo .c.g.h. sera equale all'angolo .f.h.g. per laqual cosa le dette due linee .c.d. & .e.f. per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.

Theorema .xx. Propositione .xxix.

29 Se una linea retta cadera sopra a due linee equidistante, li duoi an-
29 goli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco sera equale allo angolo intrinseco a se opposito, e similmẽte li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte serãno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante, sopra lequale cade la linea .e.f. segãdo quelle nelli duoi ponti .g.h. dico che li duoi angoli .g.h. coalterni sono

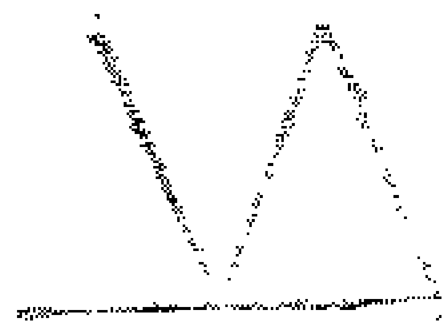
equali



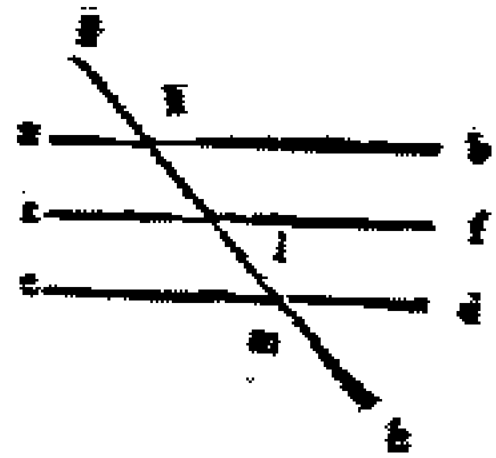
equali, & che l'angolo.g. estrinseco si e equale all'angolo.h. intrinseco a se oppo sito tolto dalla medesima parte, e che li doi angoli.g.h. intrinseci tolti da una medesima parte sono equali a doi angoli retti. & questa e il conuerso delle due precedente, hor per dimostrar che l'angolo.b.g.h. sie equale all'angol.c.h. g. procederemo cosi, se l'angolo.b.g.h. non e equal all'angolo.c.h.g. l'uno de quelli sera maggiore, sia adonque maggiore lo angolo.c.h.g. & perche li doi angoli.c.h.g.g.h.d. sono equali a doi angoli retti per la.13. propositione, & perche l'angolo.b.g.h. sie minore del detto angolo.c.h.g. ponendolo con lo an golo.d.h.g. in summa serano minori de doi angoli retti, adonq se le dette due linee.a.b.&.c.d. serano protratte dalla parte del.b.d. concorrerano a qualche ponto (per la quarta petitione) come seria al ponto.K. adonque non seriano e quidistante (per la vigesima seconda diffinitione) che e contra il proposito, & perche questo e impossibile, seranno adonque li detti doi angoli.b.g.h.&.c.h.g. coalterni equali che e il primo proposito, & con questo si manifesta anchora il secondo, perche l'angolo.b.g.h. sie equale all'angolo.a.g.e. (per la quinta de cima) adonq (per la prima concettione) l'angolo.a.g.e. sera etiam equale allo angolo.c.h.g. cioe lo estrinseco sera equale allo intrinseco a se opposito, che e il secondo proposito, dal qual similmente si manifesta il terzo, perche li doi ango li.a.g.e.&.c.h.g. sono equali, dandoli communamente l'angolo.a.g.h. la summa sera anchora equale, di che li doi angoli.c.h.g.&.a.g.h. sono equali alli doi angoli.a.g.h.&.a.g.e. & perche li doi angoli.a.g.e.&.a.g.h. (per la.13.) sono e quali a doi angoli retti, adonq li doi angoli.a.g.h.&.c.h.g. seranno equali a doi angoli retti, che sono li doi angoli intrinseci tolti dalla medesima parte ver so.a.c. che e el terzo proposito.

Theorema.xxi. propositione.xxx.

30 Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea, quel
30 le medesime seranno fra loro equidistante.

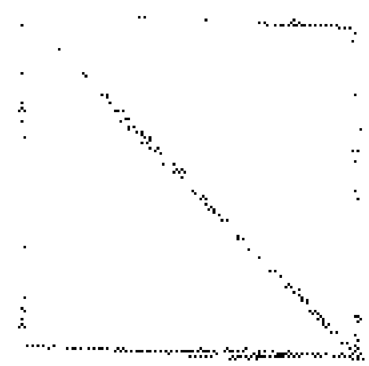


Siano le due linee.a.b.&.c.d. delle quale l'una & l'altra siano equidistante alla linea.e.f. Dico che queste due linee, cioe la.a.b.&.c.d. sono fra loro equidi stante. & questo e vero universalmente, o siano le dette linee.a.b.&.c.d. in una medema superficie con la medesima linea.e.f. o veramente no (tamen in que sto loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una super ficie, & di quelle che sono in diverse superficie si approua nella nona propositio ne del.11. che sono equidistante) hor adonq siano tutte tre in una superficie so tirato la linea.g.h. segando le dette tre linee nelli tre ponti.K.l.m. & perche la.a.b. e equidistante alla.e.f. l'angolo.a.K.l. sie equale all'angolo.K.l.f. (per la prima parte della precedente perche sono coalterni) & perche la.c.d. e etiam e quidistante alla.e.f. l'angolo.f.l.K. (estrinseco) sera equale all'angolo.l.m.d. (intrinseco a se opposito, per la seconda parte della precedente) di che se li doi angoli.l.m.d.&.a.K.l. ciascun e equale all'angolo.K.l.f. (per la prima concettio ne) seranno etiam fra loro equali, per laqualcosa se l'angolo.a.K.l. e equal allan golo.l.m.d. le dette due linee.a.b.&.c.d. sono equidistante (per la vigesima settima propositione) perche li detti doi angoli sono coalterni, che e el proposito.

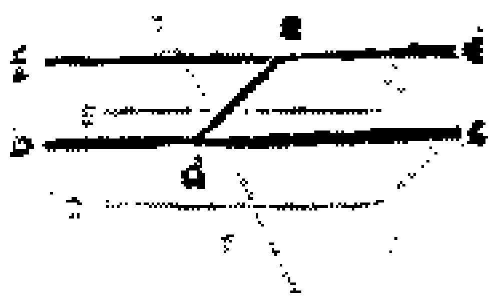


Problema.x. Propositione.xxxi.

31 Da uno ponto dato fora di una proposita retta linea poterno con
31 durre una linea retta equidistante a quella linea proposita.



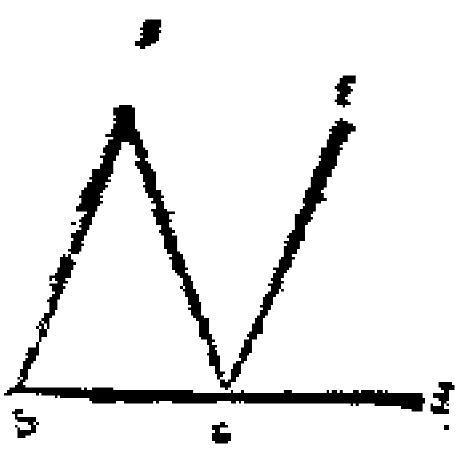
Sia il ponto.a. dato de fora della linea.b.c. dal quale bisogna tirare una linea equidistante alla linea.b.c. tiro la linea.a.d. cascante come si voglia sopra la



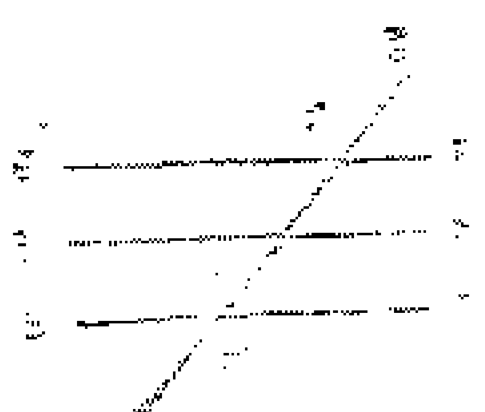
linea.b.c.costituendo l'angolo.a.d.c.& l'angolo.a.d.b. Et sopra el ponto.a. constituero (per la doctrina della vigesima terza propositione) l'angolo.e.a.d equale all'angolo.a.d.b.ouer l'angolo.f.a.d.equale all'angolo.a.d.c. (che sera quel medesimo) & perche li detti angoli sono coalterni la linea.f.e. sera equidistante alla linea.b.c. (per la vigesima settima propositione) che e il proposito.

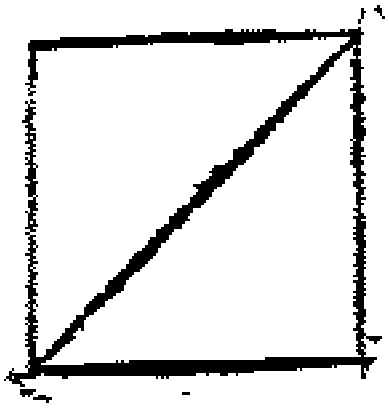
Theorema.xxii. Propositione.xxxii.

Se l'angolo.estrinseco di ogni triangolo d'un lato producto, e equale alli duoi intrinseci alllui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinseci di quello e necessario esser equali a duoi angoli retti.

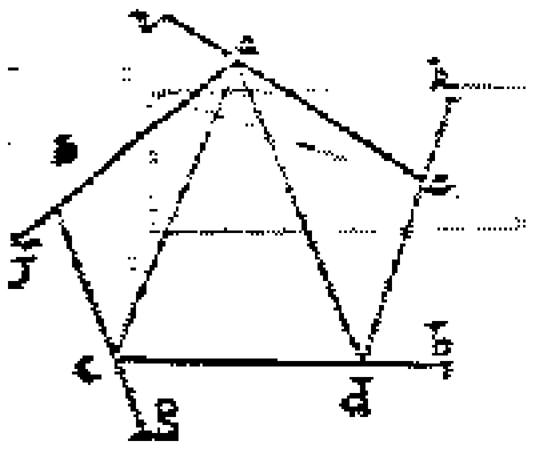


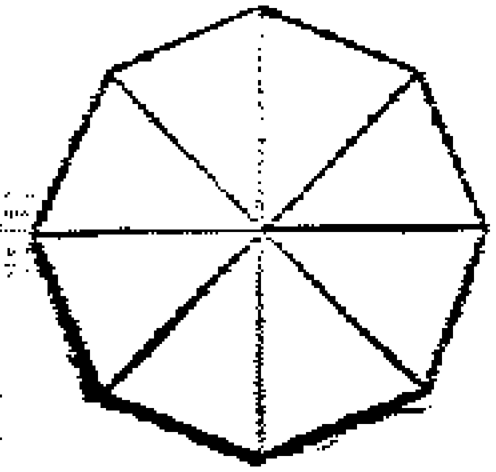
Sia el triangolo.a.b.c.e sia alongato el lato.b.c.fina in.d.dico che l'angolo a.c.d.estrinsico si e equale alli duoi angoli.a.&.b.intrinsici oppositi a lui insieme gionti, & che li tre angoli.a.b.c.del ditto triangolo.a.b.c.insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto.c.tirato (per la doctrina della precedente) la linea.c.e.equidistante alla linea.a.b.& l'angolo e.c.a.sera equale all'angolo.a. (per la prima parte della vigesima nona) perche sono coalterni, & l'angolo.e.c.d.estrinsico sera equale all'angolo.b. intrinsico (per la seconda parte della medesima vigesima nona propositione) per la qualcosa tutto l'angolo.a.c.d.estrinsico si e equale alli dui angoli.a.&.b.intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito, & perche li duoi angoli.a.c.b.&.a.c.d.sono equali a duoi angoli retti (per la terzadecima propositione) adonque li tre angoli.a.b.&.c.intrinsici del triangolo seranno equali a dui angoli retti che e il secondo proposito, & nonche per questa propositione e manifesto che tutti li angoli de ogni figura moltiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto e el numero che lia e distante dalla prima, dopiato verbi gratia delle figure moltiangole, ouero poligonie la prima de tutte si e el triangolo, perche non si puo formar figura de rettelinee de manco de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo contenire figura superficiale (per la vltima petitione) pero el triangolo e la prima figura de rette linee, la seconda figura si e il quadrilatero la terza si e el pentagono, ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati ouero angoli a qual numero si voglia, cauando di quello el numero binario el rimanente sera el numero dell'ordine della figura come essempi gratia de vna figura de otto lati, & angoli per voler el numero ordinario della detta figura cauo de otto duoi, per regola sequita resta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque lei sera la sesta figura & cosi se procedera in ciascuna altra, dico adonque che'l triangolo qual e la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioe a tanti angoli retti quanto e el doppio del numero ordenario della figura che e uno per esser la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioe al doppio del numero ordenario della figura laquale e duoi per esser la seconda el doppio de duoi si e quattro & li cinque angoli del penthagono che e la terza seran equali a sei angoli retti cioe al doppio de tre che e el numero ordenario della figura de cinque angoli & li otto angoli de vna figura de otto lati seranno equali a dodeci angoli retti cioe al doppio de sei che el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi vsiria in ciascaduna figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa per che qualunche figura tale sie diuisibile & resolubile in tanti triangoli quanto distara dalla prima ouer quanto e el suo numero ordinario tirando rette linee da quai voi de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di questa resolutione sono equali a dui angoli retti pero se in supra el numero





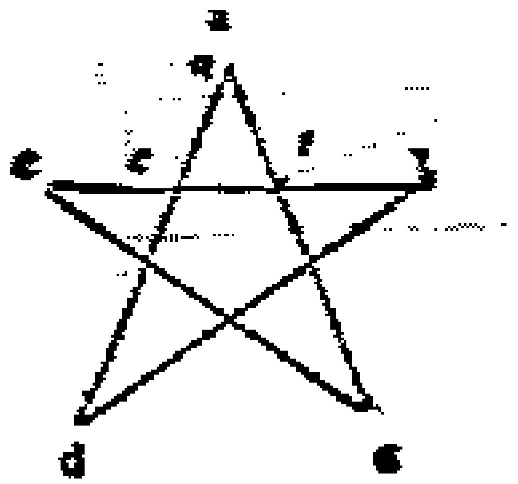
mero ordinario della figura, el qual numero deriva del numero delli triangoli componenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre sera di doi, cioe duoi manco che il numero delli angoli, over lati de ditta figura compiti gradi. Sia el penthagono a. b. c. d. e. dal l'angolo a. di quello producto le linee a. c. & a. d. alli duoi angoli c. & d. oppositi al ditto angolo a. el sera el ditto penthagono tutto risolto in li triangoli a. b. c. a. c. d. & e. a. d. e. li quali sono tre, si come e' il numero ordinario della detta figura, la qual, come di sopra dissi, e' la terza, & perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, pero se radoppia el numero de ditti triangoli, cioe el numero ordinario della figura che tre fara sei per el numero delli angoli retti a che se equaliano li cinque angoli de detta detta figura che e' il proposito. Anchora possemo proponere la medesima materia in questo altro modo digando che tutti li angoli de ogni figura poligonia over moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a' tanti angoli retti quanto e' il doppio del numero delli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioe trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta figura, a' ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura sera resoluta in tanti triangoli quanto se trovano li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli qua in margine, laqual e' risoluta in otto triangoli che li tre angoli de ciascuno sono equali a' duoi angoli retti pero fra loro otto triangoli conteneranno sedeci angoli retti, delli quali li sedeci quattro ne formano li quatro [illegible] al ponto che e' de dentro della figura dove ciascun di loro terminano con uno angolo occupando tutto quello spacio che attorno al predetto ponto, il quale spacio sempre se equalia a' quattro angoli retti, come in fine della terzadecima propositione fu detto, & approvato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cavaremo quattro per regola, cioe per li quattro fatti atorno al ponto, resta dodeci per il numero delli angoli retti a chi se equaliano li otto angoli della ditta figura, che e' il proposito. Anchora el se manifesta per le cose ditte che producendo ciascun lato di una figura moltiangola tutti li angoli estrinseci gionti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostra sopra il penthagono a. b. c. d. e. protratto il lato a. b. fina in f. il lato b. c. fin a' g. il lato c. d. fin in h. il lato d. e. fin in k. il lato e. a. fin in l. hor dico che tutto l'angolo a. intrinseco del penthagono con l'angolo a. estrinseco sono equale a duoi angoli retti per la terzadecima propositione, & per la medesima ragione li duoi angoli b. intrinseco & b. estrinseco, & cosi de tutti li altri, perlaqual cosa li angoli a. b. c. d. e. intrinseci & estrinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son equali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato, Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinseci & estrinseci del penthagono cavaremo li sei a chi se equalia li cinque angoli intrinseci, cioe quelli del penthagono restaranno quattro per li angoli estrinseci, cioe li angoli b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. & a. e. k. adonque tutti li ditti angoli estrinseci del predetto penthagono se equaliano a quattro angoli retti, & cosi tu dirai in ciascun' altra figura poligonia che e' il proposito.



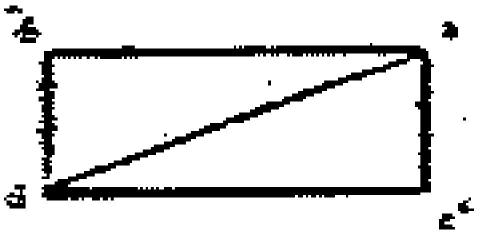


Anchora e' manifesto, che di ogni penthagono, del quale ciascuno lato sega duoi delli altri lati, ha cinque angoli equali a' duoi angoli retti.

Sia il penthagono che se propone a. b. c. d. e. & conciosia che'l lato a. c. seghi il lato b. e. in ponto g. & lo lato a. d. seghi il medesimo in ponto f. & l'angolo a. f. g. sera equale alli duoi angoli b. & d. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo f. d. b. Similmente l'angolo f. g. a. sara equale alli duoi angoli c. & e. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo g. c. e. ma li doi angoli a. f. g. & f. g. a. insieme con l'angolo a. sono equali a duoi angoli retti. Adonque li quattro angoli b. d. & c. e. insieme con l'angolo a. sono equali a duoi angoli retti che e' il proposito.



Theorema .xxiii. Propositione .xxxiii.



33 Se in la sommita de due linee equidistante, & di equal quantita, si-
33 no congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora e-
quale, & equidistante.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante & equale, delle quale congiongerò le sue cincumita per le linee .a.c. & .b.d. le quali dico esser equale, & equidistante & per dimostrar questo io tirarò la linea .a.d. & perche le due linee .a.b. & .c.d. sono equidistante, dal presupposito, l'angolo .b.a.d. sera equale allo angolo .a.d.c. per la prima parte della vigesimanona propositione: & li duoi lati .a.b. & .a.d. del triangolo .b.a.d. sono equali alli duoi lati .d.c. & .d.a. del triangolo .d.c.a. & l'angolo .d.a.b. del primo sie equale al angolo .a.d.c. del secondo. Adonque, per la quarta propositione, la basa .b.d. del primo e equale alla basa .a.c. del secondo, & l'angolo .a.d.b. del primo e equale al angolo .d.a.c. del secondo, ma perche li ditti duoi angoli son coalterni, la linea .a.c. sera equidistante alla linea .b.d. per la vigesima septima propositione, e perche prima fu approvato che le medesime due linee, over base .a.c. & .b.d. son equale, l'uno e l'altro proposito e manifesto.

Theorema .xxiiii. Propositione .xxxiiii.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li an-
34 goli contraposti equali, & lo diametro divide quella per mezzo.

Sia la superficie .a.b.c.d. de lati equidistanti, cioe che la linea .a.b. sia equidistante alla linea .c.d. & similmente la linea .a.c. alla linea .b.d. hor dico che le due linee .a.b. & .c.d. sono equale fra lor, similmente le due linee .a.c. & .b.d. sono etiam fra loro equale, cioe ciascun lato sie equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo .a. e equale all'angolo .d. a lui contraposito, similmente l'angolo .b. e equale all'angolo .c. io tirarò il diametro .a.d. il quale etiam dividera quella detta superficie .a.b.c.d. per mezzo, cioe in due parti equale, le qual cose dimostrarò in questo modo, perche .a.b. & .c.d. son equidistante dal presupposito, li duoi angoli .b.a.d. & .c.d.a. sono equali, per la prima parte della vigesima nona propositione, perche sono coalterni, ma perche anchora .a.c. & .b.d. sono equidistanti li duoi angoli .c.a.d. & .b.d.a. son equali per la detta vigesimanona propositione, perche sono coalterni, hor intendoli duoi triangoli .a.d.b. & .d.a.c. & perche li duoi angoli .a. & .d. del triangolo .a.d.b. son equali alli duoi angoli .a. & .d. del triangolo .d.a.c. & lo lato .a.d. sopra del quale giaceno quelli angoli equali, in l'uno e l'altro triangolo e commune. Adonque per la vigesima sesta propositione, lo lato .a.b. sara equale al lato .c.d. & similmente lo lato .a.c. al lato .b.d. sera equale, etiam l'angolo .b. sera equale all'angolo .c. e perche li duoi angoli .a. sono equali alli duoi angoli .d. come e dimostrato di sopra adonque per la seconda concettione, tutto l'angolo .a. sera equale a tutto l'angolo .d. a lui contraposito. Dico anchora che il diametro .a.d. come e detto di sopra, divide ditta superficie in due parti equale perche .a.b. e equale al .c.d. & .a.d. e commune, adunque li duoi lati .a.b. & .a.d. del triangolo .a.b.d. sono equali alli duoi lati .d.c. & .d.a. del triangolo .d.a.c. & l'angolo .d.a.b. e equale all'angolo .a.d.c. adunque per la quarta propositione, la basa .b.d. sera equale alla basa .a.c. & etiam tutto il triangolo .a.b.d. sera equale a tutto il triangolo .a.c.d. che e il proposito.

Il Tradottore.

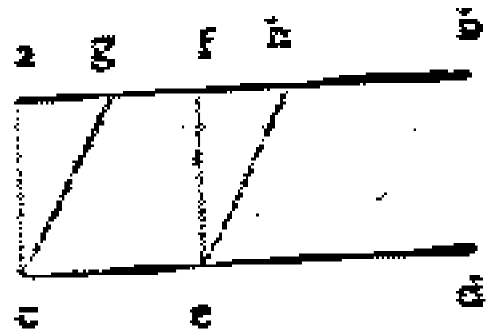
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante e detta
paralellogramma,

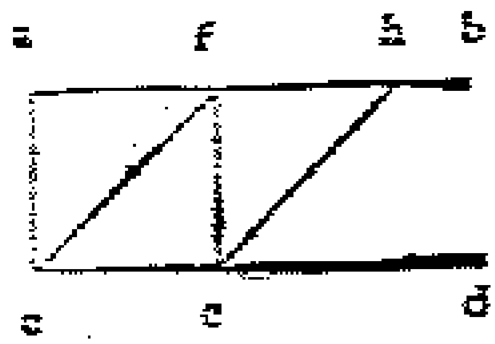
parallelogramme, & le specie di queste figure parallelogramme, ouer de lati equidistanti, sono solamente quattro & queste quattro son quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione, cioe il quadrato, il tetragon longo, il rhombo, & il rhomboide.

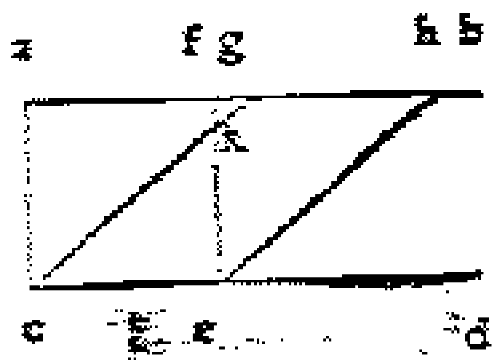
Theorema.xxv. Propositione.xxxv.

35/35 Tutte le superficie de lati equidistanti costituide sopra una medesima basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante intra lequale sia la superficie .a.c.e.f. de lati equidistanti, sopra la basa .c.e. & sopra la medesima basa & intra le medesime linee sia l'altra superficie .g.c.h.e. similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrara in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee .a.f. & .g.h. sono equale alla linea .c.e. (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea .a.f. sera equale alla linea .g.h. dilche leuando communamente ad ambedue la linea .g.f. romanera le due linee .a.g. & .f.h. lequale seranno etiam fra loro equale (per la terza concettione) anchora perche (per la precedente) il lato .a.c. e equale al lato .f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo .h.f.e. e equale a l'angolo .g.a.c. cioe lo estrinsico allo intrinsico a se opposito, dilche li doi lati .a.c. & .a.g. del triangolo .a.c.g. sono equali alli doi lati .f.e. & .f.h. del triangolo .f.e.h. & l'angolo .c.a.g. dell'uno e equale a l'angolo .e.f.h. adonque (per la quarta propositione) il triangolo .a.c.g. sera equale al triangolo .f.e.h. adonque giongendo a ciascuno la irregular figura quadrilatera laqual e .g.c.e.f. (per la prima concettione) la superficie .a.c.e.f. sera equale alla superficie .g.c.h.e. che e il proposito. ma se la linea .c.g. della figura superiore andasse a terminare nel ponto .f. come in questa seconda figura appare, dico anchora che la superficie .f.c.h.e. e equale alla superficie .a.c.e.f. che con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima uia li doi triangoli .f.a.c. & .h.e.f. sono fra loro equali, dilche aggiongendo a ciascun il triangolo .f.c.e. la superficie .a.c.e.f. sera equale alla superficie .f.c.e.h. che e il proposito. Ma se per caso la linea .c.g. della prima figura andasse a terminare intra .f. & .b. come in questa terza figura appare. Similmente dico che la superficie .g.c.e.h. e equale alla superficie .a.c.e.f. che cosi se dimostrara, perche (per la propositione precedente) argumentando come de sopra fu fatto, la linea .a.f. sera equale alla linea .g.h. dilche aggiongendo a l'una e l'altra la linea .f.g. sera etiam tutta la linea .a.g. equale a tutta la linea .h.f. & per le medesime rason de sopra adutte il triangolo .a.g.c. sera equale al triangolo .f.e.h. adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo .c.k.e. & detrattone poi il triangoletto .g.k.f. da l'uno e dall'altro restera in uicinita la superficie .g.c.h.e. equale alla superficie .a.c.f.e. che e il proposito,



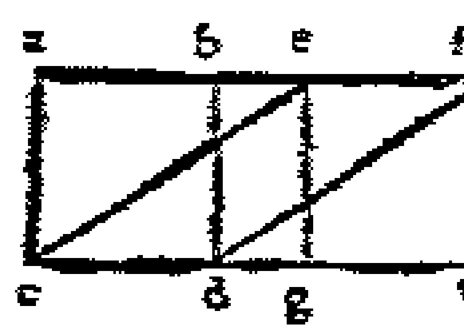




Theorema.xxvi. Propositione.xxxvi.

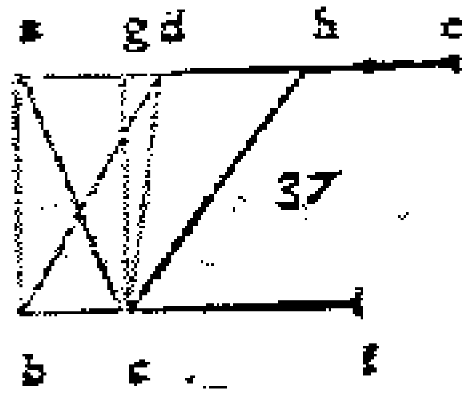
36/36 Tutte le superficie parallelogramme, costituide in base equale, & fra medesime linee paralelle, sono fra loro equale.

Siano adonque le due superficie .a.b.c.d. & .e.f.g.h. parallelogramme ouer de lati equidistanti costituide intra due linee equidistante, lequal sono le due linee .a.f. & .c.h. & sopra equal base, lequal base son .c.d. & .g.h. dico che la superficie .a.b.c.d. e necessario che la sia equale alla superficie .e.f.g.h. laqual cosa se approuera in questo modo. Io tirraro le due linee .c.e. & .d.f. donde (per la trigesima terza propositione) la superficie .c.e.d.f. sera de lati equidistanti, per questa rasone, perche .e.f. e equale & equidistante al .c.d. perche l'uno e l'altro e equale al .g.h. seguita adonque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie .a.b.c.d. & .e.f.g.h. e equale alla superficie .c.e.d.f. dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale, che e il proposito.



Theorema.xxvii. Propositione.xxxvii.

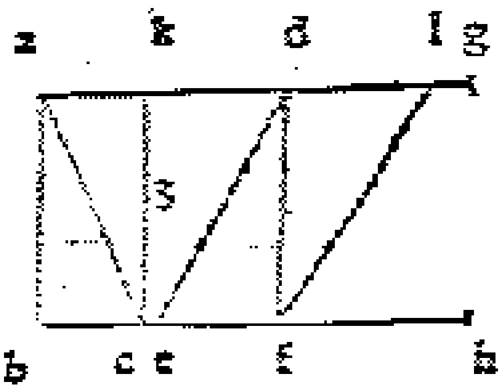
37 **Tutti li triangoli liquali sono costituidi sopra una medesima basa & fra due medesime linee equidistante sono fra loro equali.**



Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.b.c. costituidi ambi duoi sopra la basa .b.c. & fra le due linee .a.e. & .b.f. lequal sian equidistante, hor dico che li ditti duoi triangoli .a.b.c. & .d.b.c. sono fra loro equali, perche tirato la linea .c.g. equidistante alla linea .b.a. similmente la linea .c.h. equidistante alla linea .b.d. per la dottrina della trigesima prima propositione, & per la trigesima quinta propositione, le due superficie .a.b.c.g. & .d.b.h.c. seranno equale, & perche li duoi triangoli .a.b.c. & .d.b.c. sono la mitade di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali (per la settima concettione) che è il proposito.

Theorema.xxviii. Propositione.xxxviii.

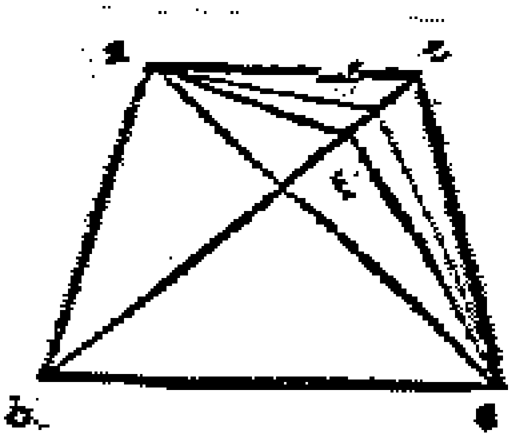
38 **Se duoi triangoli seranno costituidi sopra base equale, & fra medesime linee equidistante, seranno fra loro equali.**

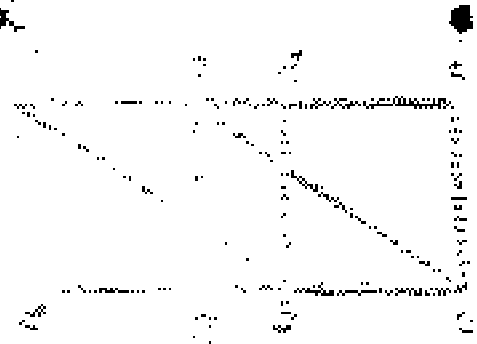


Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.e.f. costituidi sopra le base .b.c. & .e.f. equale & fra le linee .a.g. & .b.h. equidistante, hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tiraro la linea .c.k. equidistante alla linea .a.b. (lato del triangolo .a.b.c.) & similmente la linea .f.l. equidistante al lato .e.d. & le due superficie .a.b.c.k. & .d.e.f.l. seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la mita di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) diche (per commune sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che è il proposito.

Theorema.xxix. Propositione.xxxix.

39 **Ogni duoi triangoli equali, se seranno costituidi sopra una medesima basa, e da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.**

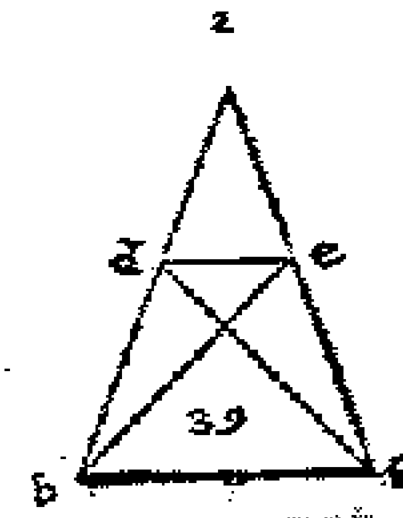




Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.b.c. costituidi sopra la basa .b.c. da una medesima parte, & siano equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il conuerso della trigesima settima. Dal ponto .a. tiraro una linea equidistante alla basa .b.c. la quale se quella transita per il ponto .d. è manifesto il proposito. Se non quella transitara di sopra, over di sotto, transita prima di sopra, & sia la .a.e. & produro la linea .b.d. per fina a tanto che seghi la linea .a.e. in ponto .e. & tiraro la linea .c.e. Et perche il triangolo .e.b.c. è equale al triangolo .a.b.c. (& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo .d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo .a.b.c. Adonque (per la prima concettione) lo triangolo .b.d.c. seria equale al triangolo .b.e.c. laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) diche tirando dal ponto .a. una linea equidistante alla basa .b.c. non potra transire di sopra dal ponto .d. Anchora dico che non potra transire di sotto dal ditto ponto .d. & se per fusse possibile (per l'aduersario) poniamo sia la linea .a.f. segante la linea .d.b. in ponto .f. io tiraro adonque la linea .f.c. & perche il triangolo .f.b.c. (per la trigesima settima propositione) si è equale al triangolo .a.b.c. similmente il triangolo .d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo .a.b.c. donde (per la prima concettione) il triangolo .b.f.c. seria equale al triangolo .d.b.c. cioe la parte seria equale al tutto, che è impossibile (per l'ultima concettione) adonque perche la linea protratta dal ponto .a. equidistante alla basa .b.c. non puo transire, ne di sopra, ne di sotto, dal ponto .d. seguita di necessitade, che quella transita per esso ponto .d. il quale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla pre

cedente

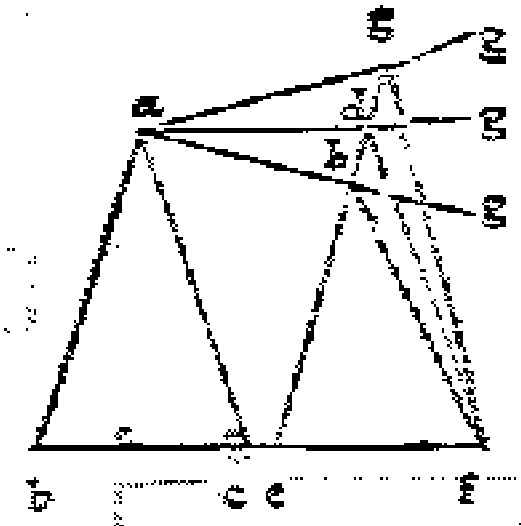
euidente ci manifesta che se una linea retta segara li duoi lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea sera equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrara in questo modo. Sia il triangolo .a.b.c. che li duoi lati .a.b. & .a.c. di quello siano segati dalla linea .d.e. in due parti equale nelli duoi ponti .d. & .e. Dico che la linea .d.e. sia equidistante al .b.c. & per demostrar questo io tirato nel quadrilatero .d.e.c.b. oli duoi diametri .d.c. & .b.e. hor dico che'l triangolo .d.e.b. p la trigesima ottaua propositione, sera equale al triangolo .a.d.e. perche sono sopra due base equale, perche la .d.b. e equale alla .d.a. dal presupposito, e ciascun di loro termina nel ponto .e. dal qual se puo tirar una linea che sera equidistante alla basa ouer linea .b.a. per la trigesima prima propositione, di che se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante, abenche la linea non gli sia tirata. ancora per le medesime ragione il triangolo .c.e.d. sera equale al medesimo triangolo .a.d.e. di che per la prima concettione il triangolo .d.e.b. sera equale al triangolo .d.e.c. liquali sono costituidi sopra la medesima basa .d.e. donde per la presente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea .d.e. e equidistante alla linea .b.c. che e il proposito.



Theorema .xxx. Propositione .xl.

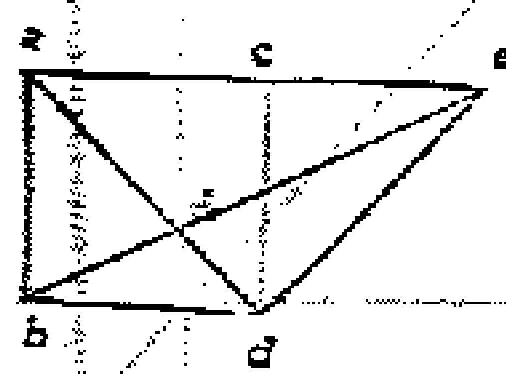
40 Se duoi trigoli equali seranno costituidi sopra equal base d'una me
40 desima linea, & da una medesima parte egli e necessario quelli esser contenuti fra due linee equidistante.

Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.e.f. equali costituidi sopra le due base .b.c. & .e.f. equale, lequal base sono d'una medesima linea, cioe .b.f. & ambidui da una parte medesima, cioe verso .a. & .d. dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistante, e questa e il conuerso della trigesima ottaua, & se approua per quella medesima, si come etiam la precedente per la trigesima settima, dal ponto .a. sia tirata una linea equidistante alla .b.f. laquale se la transita per il ponto .d. e manifesto il proposito, se non quella se la transita di sopra, ouer di sotto come la .a.g. transita prima di sopra, e sia produtta la .e.d. per fin a quella laqual sia .e.g. & sia tirata la linea .g.f. per la trigesima ottaua, il triangolo .a.b.c. sera equale al triangolo .g.e.f. per la qual cosa il triangolo .d.e.f. sera equale allo triangolo .g.e.f. cioe, la parte seria equale al tutto, laqual cosa e impossibile, adonque non transita di sopra, transita adonque di sotto, & sega la linea .d.e. in ponto .h. & sia tirata la linea .f.h. & per la trigesima ottaua il triangolo .h.e.f. sera equale al triangolo .a.b.c. per la qual cosa sera etiam equale al triangolo .d.e.f. cioe la parte al tutto, laqual cosa e impossibile, adonque perche quella non transita se non per il ponto .d. e manifesto il proposito.

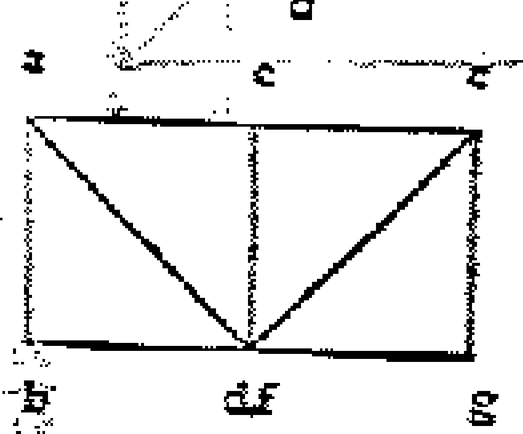


Theorema .xxxi. Propositione .xli.

41 Se uno parallelogrammo, & uno triangolo saranno costituidi in
41 una medesima basa, & in medesime linee equidistante, el parallelogrammo conuien esser doppio al triangolo.



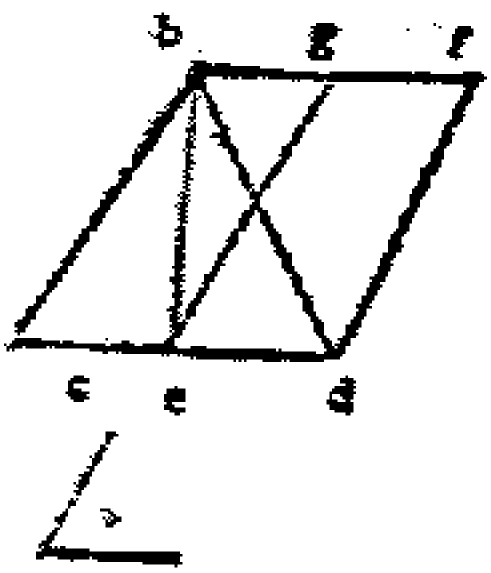
Sia il parallelogrammo .a.b.c.d. & lo triangolo .e.b.d. sopra la basa .d.b. fra le due linee .a.e. & .b.d. lequale sono equidistante. Dico che il parallelogrammo .a.b.c.d. e doppio al triangolo .e.b.d. & per questo io tirero il diametro .a.d. ilquale diuide il detto parallelogrammo in due parte equale, per lo correlario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo .a.b.d. sera la mita de del ditto parallelogrammo, & perche 'l triangolo .e.b.d. e equale al triangolo .a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adonque che 'l triangolo .e.b.d. sia etiam la mita del ditto parallelogrammo .a.b.c.d. che e il proposito. Similmente tu porai approuare che, se un parallelogrammo & uno triangolo seranno costituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante, il paralle



logrammo sera etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha po sto, perche liggiermente e manifesta da questa precedente, & dal correlario della trigesima quarta, & per la trigesima ottava. Diviso il parallelogrammo, per il diametro in doi triangoli, & sopra la basa del parallelogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, alquale il parallelogrammo sera doppio per il detto correlario, & esso triangolo sera equale ad altro, per la trigesima ottava.

Problema.xi. Propositione.xliii.

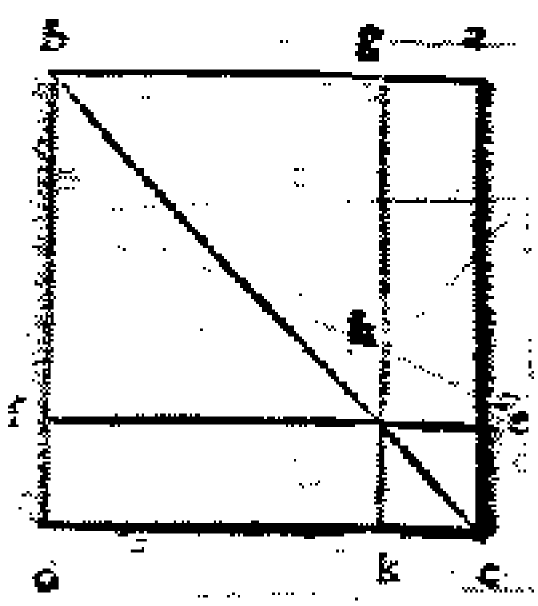
42 Potemo designar una superficie de lati equidistanti, in un angol equale a
42 un angolo assignato, e che essa superficie sia equale a un triangolo assignato.



Sia lo assignato angolo.a.& lo assignato triangolo.b.c.d. voglio descrivere una superficie de lati equidistanti che sia equale al dato triangolo.b.c.d.& che duoi di suoi angoli contraposti sian equali, al angolo.a. perche la non puo haver un angolo solo equale al angolo.a. (per la trigesima quarta propositione) divido la basa.c.d.in due parti equale, per la decima propositione, in ponto e, tiro la linea.b.e.& dal ponto.b.conduco la linea.b.f.equidistante alla linea.c.d. & sopra il ponto.e. della linea.d.e.constituisco l'angolo.d.e.g.equale a l'angolo a.(per la vigesima terza propositione) e dal ponto.d.tiro la linea.d.f.equidistante alla linea.e.g.e sera constituido il parallelogrammo.g.e.f.d. ilquale contien in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo.b.c.e. e equale al triangolo.b.e.d.per la trigesima ottava propositione, per esser la.c.e.equale alla.e.d.adonque tutto il triangolo.b.c.d.verra a esser doppio al triangolo.b.e.d. ma perche il parallelogrammo.g.e.f.d.e anchora lui doppio al medesimo triangolo.b.e.d. per la precedente, perche ambiduoi sono sopra la basa.d.e.& in medesime linee equidistante, seguita adonque per la sesta concettione, che il ditto parallelogrammo sia equale al triangolo.b.c.d.per esser ciascun di loro doppi al triangolo.b.e.d.siche havemo descritto il parallelogrammo.g.e.f.d.equale al triangolo.b.c.d.assignato.& l'uno & l'altro di duoi angoli.g.e.d.&.d.f.g.di quello contraposti sono equali al l'angolo.a.assignato, che e il proposito.

Speculatione.xxxii. Propositione.xliii.

43 Li supplementi di quelli parallelogrammi che sono attorno del dia
43 metro di ogni parallelogrammo sono fra loro equali.

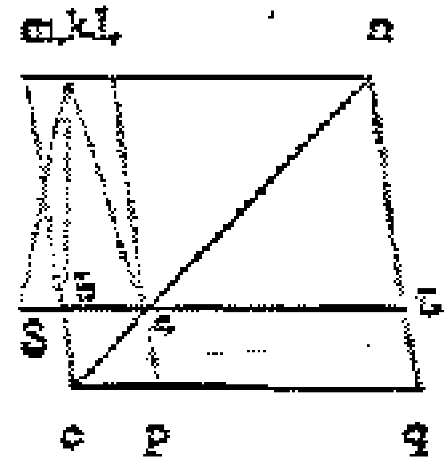


Sia il parallelogrammo.a.b.c.d.in lo quale tiro lo diametro.b.c. e similmente tiro la linea.e.f.equidistante a l'uno e l'altro delli duoi lati.a.b.&.c.d.laquale sega il diametro.b.c.in ponto.h.dal quale ponto.h. duco la linea.k.g. equidistante a l'un e l'altro lato.a.c.&.b.d.talmente che quella sega l'uno e l'altro delli predetti lati.a.b.&.c.d.siche tutto lo parallelogrammo.a.b.c.d.sera diviso in quattro parallelogrammi, cioe.a.g.h.e.g.b.h.f.e.h.c.k.&.h.k.f.d.delli quali li duoi (cioe.e.c.k.h.&.g.h.b.f.) sono detti stare attorno il diametro.b.c. perche quello transisse per mezzo di loro, e pero sono attorno il diametro. li altri duoi parallelogrammi, cioe.a.e.g.h.&.k.h.f.d.sono detti supplementi, & questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli.a.b.c.& c.d.b. sono equali per il correlario della trigesima quarta. Similmente anchora li duoi triangoli.g.h.b.&.f.h.b.sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li duoi triangoli.h.c.e.&.k.h.c. Similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adonque levando via li duoi triangoli.g.h.b.&.e.h.c.de tutto il triangolo.a.b.c.& similmente li duoi triangoli.b.f.h.&.k.c.h.de tutto il triangolo.b.c.d. seranno li duoi residui, per la terza concettione, anchora fra loro equali li quali residui sono li detti duoi supplementi, che e il proposito.

Problema.xii Propositione.xliiii.

44 Proposita una linea retta, sopra quella puotemo designare una su
44 perficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che essa superfi

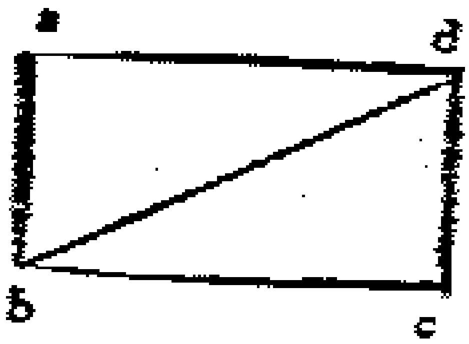
cie sia equale a` uno triangolo assignato.

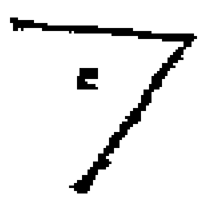


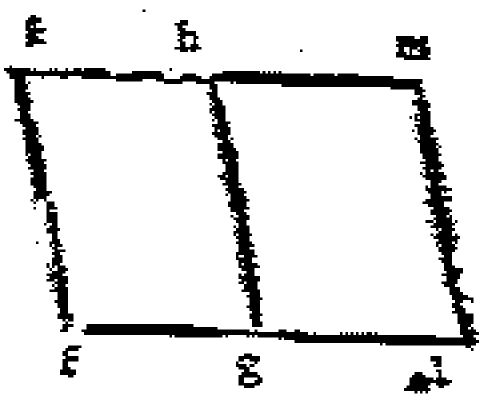
Sia la data linea.a.b.& il dato angolo.c.& lo dato triangolo.d.e.f.hor voglio sopra la linea.a.b.designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea.a.b.sia vn di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duoi angoli contraposti siano equali all'angolo.c.perche la non puo hauer vn angolo solo equale al l'angolo.c.per la trigesima quarta propositione,& che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo.d.e.f. Questa tal propositione e` differente dalla quadragesima seconda in questo,che qui si da vno lato della superficie che se ha da descriuere, cioe la linea.a.b. ma in la detta quadragesima seconda non se ne da nissuno,quando adonque vorro descriuere questa tal superficie sopra la detta linea.a.b.gli aggiongo la linea.a.g.ad essa linea.a.b.in diretto a quella laqual pongo equale alla basa.e.f.del triangolo dato, sopra dellaquale linea.a.g.constituisco uno triangolo equale al dato triangolo.d.e.f.et equilatero,laqualcosa faccio in questo modo, constituisco l'angolo.a.g.k.equale all'angolo.e.& l'angolo.g.a.k.equale all'angolo.f.(per la dottrina della vigesima terza propositione)& perche la basa.g.a.fu posta equale alla basa.e.f.adonque il triangolo.g.a.k.per la vigesima sesta propositione,sera equale, & equilatero al triangolo.d.e.f. hor diuidero la basa.g.a.in due parti equale in lo ponto.h.e tiraro la linea.k.h.& dal pōto.k.produro la linea.m.k.n.equidistante alla linea.g.b.& per la trigesima ottaua propositione,il triangolo.a.h.k.sera equale al triangolo.g.h.k.hor sopra il ponto.a.con la linea.g.a.tiro l'angolo.g.a.l.equale all'angolo.c.dato per la vigesima terza propositione,& dal ponto.h.produrro.h.m.equidistante al.l.a. & sera constituido il parallelogrammo.m.h.l.a.fra le due linee.m.n.&.g.b.ilqual parallelogrammo.m.h.l.a.per la quadragesima prima propositione,sera doppio al triangolo.k.h.a.per laqualcosa sera etiam equale a tutto il triangolo.k.g.a.e similmente,al triangolo.d.e.f.proposto (per la prima concettione) tiraro adonque la linea.b.n.equidistante alla linea.l.a.per la trigesima prima propositione, constituendo il parallelogrammo.l.a.n.b.Anchora produco il diametro.n.a.ilquale tiro per fina a tanto che'l concorra con la linea.m.h.anchora lei protratta in pōto.o.ilqual concorso approuaremo in fin di questa propositione, & dal ponto.o.tiro la linea.o.p.equidistante alla linea.h.b.& produco la linea.n.b.fina che la si intersega con la linea.o.p.come fa in ponto.q.& sera constituido il parallelogrammo.m.o.n.q.hora slongaro la linea.l.a.per fin al ponto.p.dil che tutto il grande parallelogrammo sera diuiso in li quattro parallelogrammi.l.a.n.b.l.a.m.h.a.h.o.p.a.p.b.q.delli quali li duoi.l.a.n.b.&.h.o.a.p.sono atorno al diametro.n.o.li altri duoi.m.h.l.a.&.a.p.b.q.sono detti supplementi,liquali per la precedente propositione sono equali,& perche il triangolo.d.e.f.come di sopra fu dimostrato,si e anchora lui equale al supplemento.m.h.l.a.sera etiam (per la prima concettione)equale all'altro supplemento.a.b.p.q.ilqual e` constituido sopra la data linea.a.b.& perche l'angolo.b.a.p.per la quintadecima propositione,sie equale al l'angolo.l.a.h.& l'angolo.c.dato si e` equale al detto angolo.l.a.h.(perche cosi fu constituido)seguita adonque per la prima concettione,che l'angolo.b.a.p.sia equal al.c.dato,Eglie adonque manifesto,che sopra la linea.a.b.data eglie descritta la superficie de lati equidistanti.a.b.p.q.equale al dato triangolo.d.e.f.& l'uno e l'altro di duoi angoli.a.q.(contraposti di quella)sono equali al dato angolo.c.come fu il proposito. Hor ci resta a prouare che producendo le due linee n.a.&.m.h.e` necessario che se congiongano,come fu di sopra promesso, hor perche le due linee.n.b.&.m.h.l'una e l'altra e` equidistante alla linea.l.a.serranno etiam per la trigesima propositione, fra loro equidistante,& per la terza parte della vigesimanona, li duoi angoli.m.n.b.&.n.m.h.son equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.h.n.a.e` menor de tutto l'angolo.m.n.b. per l'ultima concettione,adonque li duoi angoli.n.m.h.&.m.n.a.gionti insieme serano minori di duoi angoli retti,seguita adonque per la quarta petitione,che slongando le due linee.n.a.m.h.in quella parte e` necessario che concorrano insieme,laqualcosa era da demostrare.

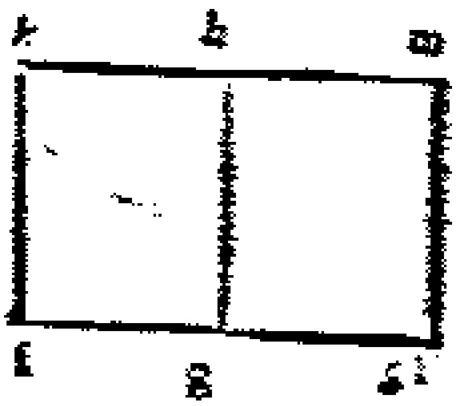
Problema.xiii. Propositione.xlv.

Puotemo constituir un Paralellogrammo, equale a' un dato retili
45 neo in un dato angolo retilineo.









Siano il dato retilineo.a.b.c.d.& lo dato angolo retilineo sia.e.hor bisogna constituere vno paralellogrammo equale al predetto retilineo.a.b.c.d. ma che sia cosi conditionato che habbia uno angolo equale allo angolo.e.ma perche lui non ne puo hauere uno senza duoi, cioe duoi contraposti, per la trigesima quarta propositione, diremo adonque che habbia duoi angoli contraposti equali al dato angolo.e.& per concludere questa cosa faro in questo modo, tiro la linea.d.b.diuidendo il dato retilineo in li duoi triangoli.a.b.d.& d.b.c. poi, per la quadragesima seconda propositione, constituisco il paralellogrammo.f.k.h.g.equale al triangolo.a.b.d.hauente l'angolo.h.k.f.equale al dato angolo.e.& sopra la linea,ouer lato.h.g.per la precedente propositione,constituisco il paralellogrammo.h.g.m.l.equale all'altro triangolo.d.b.c.hauente l'angolo.m.h.g.equale al predetto angolo.e.dato. Et perche li duoi angoli.f.k.h.&.m.h.g.a vno per vno sono stati constituidi equali all'angolo.e.dato, dil che per la prima concettione,seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciascun di loro l'angolo.g.h.k.per la seconda concettione,li duoi angoli.f.k.h.&.g.h.k.seranno etiam equali alli duoi angoli.g.h.k.&.g.h.m.ma perche li duoi angoli.f.k.h.&.k.h.g. per la terza parte della vigesimanona propositione,sono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque.k.h.g.&.g.h.m.serano etiam equali a duoi angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione,che la linea.k.h.& la linea.h.m.siano direttamente congionte insieme & sieno insieme vna sol linea.che seria la linea.k.m.hor perche in le due linee.k.m.&.f.g.(lequale sono equidistante)sono segate dalla linea.h.g.li duoi angoli.h.g.f.&.m.h.g.alterni sono equali(per la prima parte della vigesimanona propo propositione)giongendoli communamente, all'uno e l'altro, l'angolo.h.g.l. li duoi angoli adonque.m.h.g.&.h.g.l.sono equali alli duoi angoli.h.g.f.&.h.g.l.(per la prima concettione) & li duoi angoli.m.h.g.&.h.g.l.per la terza parte della ditta vigesimanona Propositione, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli.h.g.l.&.h.g.f.siano equali a duoi angoli retti,dil che le due linee.f.g.&.g.l.sono indiretto congionte,per la quartadecima propositione,& sono fatte vna sol linea,che e' la linea.f.l.Ma perche.f.k.(per la trigesima quarta propositione) e' equale alla.h.g.etiam equidistante,similmente.m.l.e' equale,& equidistante alla medesima.h.g.(per la trigesima propositione).f.k.&.m.l.seranno etiam fra loro equale& equidistante, & le due linee.k.m.&.f.l.che le congiongono(per la trigesimaterza propositione)sono equale,& equidistante. Adonque tutto.k.f.m.l.e' paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo.k.f.h.g.fu constituido equale al triangolo.a.b.d.& similmente il paralellogrammo.h.g.m.l.al triangolo.d.b.c.adonque tutto il paralellogrammo.k.f.m.l.sera equale a tutto il retilineo.a.b.c.d.& perche l'angolo.k.fu constituido equale al l'angolo.e.dato,dil che hauemo constituido il paralellogrammo.k.f.m.l.equale al dato retilineo.a.b.c.d.etiam in l'angolo.k.equal al dato angolo.e.che e' il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notare qualmente il dato retilineo.a.b.c.d.puo essere contenuto da linee equidistante,& non equidistante, etiam de piu di quattro lati, perche questo nome retilineo,e' un nome generale,sotto alquale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette,per tanto se'l dato retilineo fusse contenuto da cinque lati quello se douaria risoluere in tre triangoli,& procedere come se fatto di sopra,cioe sopra la linea.l.m.costituerai il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se andaria procedendo quando che'l dato retilineo fusse

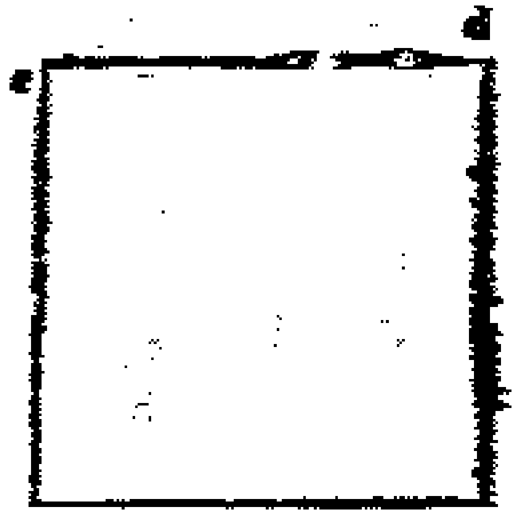
contenuto

contenuta da piu de cinque lati.

Problema.xiiii. Proposition.xlvi.

45 Da una data retta linea puotemo descrivere un quadrato.
46

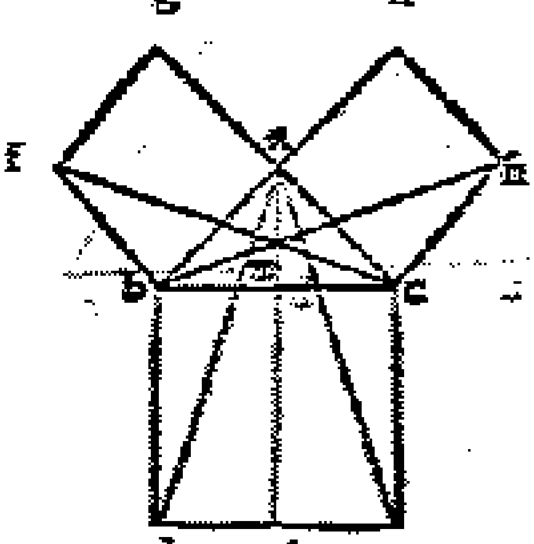
Sia la data retta linea.a.b. dellaquale voglio descrivere il quadrato dalle due estremita, over ponti.a.&.b. della detta linea.a.b. per la undecima propositione, duco le due perpendiculare.a.c.&.b.d. sopra di quella lequale perpendiculare, per la ultima parte della vigesimanona propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli.a.&.b. intrinsici sono ambiduoi retti (per la diffinitione estrata) hor facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea.a.b. poi tiro la linea.c.d. laquale sera anchora lei equale & equidistante alla linea.a.b. (per la trigesima terza propositione) & perche li duoi angoli.a.&.b. sono retti, l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.c.&. d. seranno etiam retti (per la ultima parte della vigesimanona propositione, over per la trigesima quarta propositione) adonque per la vigesima diffinitione.a.b.c.d. e' quadrato che e' il proposito. Anchora se poteria far in quest'altro modo, protrata che sia la linea.a.c. indefinita perpendicolare sopra.a.b. in ponto.a. & tagliata che sia la parte.a.c. (per la tertia propositione) equale alla ditta linea.a.b. tirando poi dal detto ponto.c. la linea indefinita.c.d. che sia equidistante alla linea.a.b. per la trigesimaprima propositione, & di quella segarne la parte.c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea.a.c. over.a.b. poi sia congionto il ponto.d. con lo ponto.b. con la linea.d.b. laquale, per la trigesimatertia propositione, sera equale alla linea.a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura.a.b.c.d. e' quadrato, per la vigesima diffinitione, che e' il proposito.

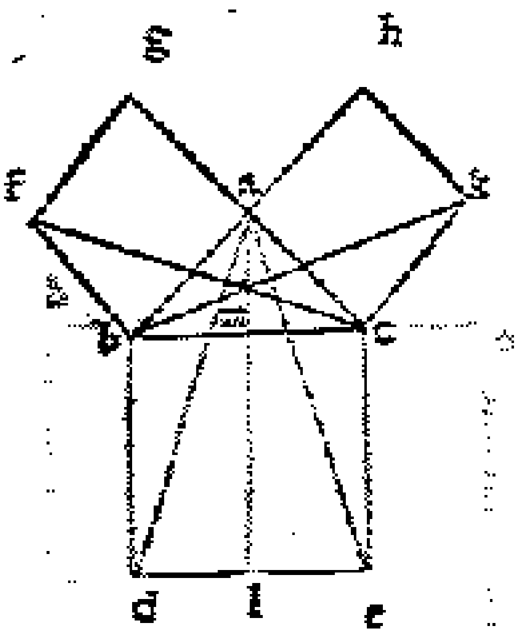


Theorema.xxxiii. Propositione.xlvii.

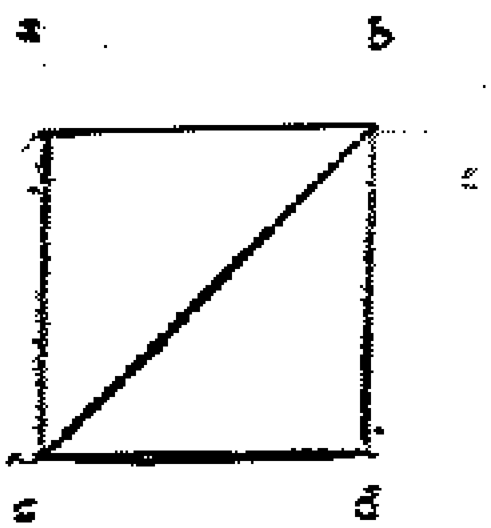
46 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che vien descritto dal lato
47 opposito all'angolo retto, dutto in se medesimo, e' equal alli duoi quadrati che vengono descritti delli altri duoi lati.

Sia il triangolo.a.b.c. del quale l'angolo.a. sia retto, dico che'l quadrato del lato.b.c. e' equal al quadrato del.a.b. & al quadrato del.a.c. tolti insieme adoq; quadrato questi tre lati secodo la dottrina della precedete, e p il quadrato del.b.c. sia la superficie.b.c.d.e. & p il quadrato del.b.a. la superficie.b.f.g.a. & p il quadrato del.a.c. la superficie.a.c.h.k. replico adonque & dico che il quadrato.b.c.d.e. e' equale ad ambiduoi li quadrati.a.b.f.g. & .a.c.k.h. gionti insieme, & per dimostrar questo dall'angolo retto.a. produro alla basa.d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea.a.l. equidistante all'uno e l'altro lato.b.d. & .c.e. laqual segara il lato.b.c. in ponto.m. & la linea.a.e. & la linea.a.d. Anchora delli altri duoi angoli.b.&.c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k. & .c.f. lequale se intersegan fra loro dentro lo medesimo triangolo.a.b.c. e perche l'un e l'altro delli duoi angoli.b.a.c.&.b.a.g. e' retto serano adoq; le due linee.c.a.&.a.g. in diretto per la quartadecima ppositione, & serano una linea sola, che e' la linea.g.a.c. e p le medesime ragioni le due linee.b.a. & .a.h. serano per una sol linea, cioe la linea.b.h. perche li duoi angoli.c.a.b.&.c.a.h. son retti perche adoq; sopra la basa.b.f. & fra le due linee.f.b.&.g.c. e' costituido il parallelogramo, over quadrato.b.f.g.a. & il triangolo.b.c.f. per la.41. il parallelogramo.b.f.g.a. sera doppio al ditto triangolo.b.f.c. & il triangolo.b.f.c. e' equal al triangolo.b.a.d. per la quarta propositione, perche li duoi lati.f.b.&.b.c. del primo son equali alli duoi lati.a.b.&.b.d. del secondo, perche.b.f.&.b.a. ciascu e' lato del quadro.b.f.g.a. pero son equali, similmente li altri duoi, cioe.b.c.&.b.d. ciascu e' lato del gran quadrato.b.d.e.c. & p questo son anchora lor equa





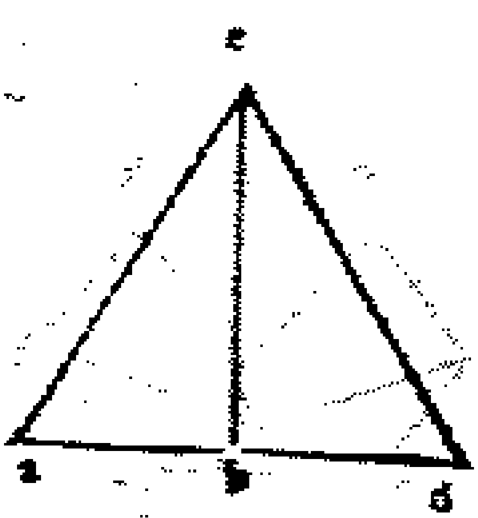
ti & l'angolo.b.del primo e equale all'angolo.b.del secondo perche l'uno e l'altro e composto d'un angolo retto, & dell'angolo.a.b.c. seguita adonque,per la ditta quarta propositione,ch'el ditto triangolo.b.f.c. sia equal al ditto triangolo b.a.d.& perche il quadrato.b.f.g.a.e doppio (come e detto di sopra,al triangolo b.f.c.sera etiam doppio(per commune scientia)al triangolo.b.a.d.Ma perche il parallelogrammo.b.d.l.m.e anchora lui doppio al medesimo triangolo.a.b. d.(per la quadragesima prima propositione)perche ambidui son constituidi sopra la basa.b.d.& fra le due linee.b.d.& a.l.equidistante,seguita adonque,per la sesta concettione,che'l parallelogrammo.b.f.g.a.sia equale al parallelogrammo b.d.l.m.per esser ciascun di loro doppio al triangolo.a.b.d.Et per questo medesimo modo,& con le medesime propositione prouaremo che li duoi triangoli.k.b. c.&.a.e.c.sono equal fra loro,& lo parallelogrammo,over quadrato.a.c.h.k.e doppio a l'un di loro,qual si voglia,& similmente il parallelogrammo.c.e.l.m.sera per doppio a qual si voglia,seguitara poi come di sopra, che'l parallelogrammo.c.e.l. m.sera equal al quadrato.a.c.h.k.dil che tutto il quadrato grande.b.c.d.e.per esser composto delli predetti duoi parallelogrammi.b.d.l.m.&.c.e.l.m.sera equale ad ambidui li predetti quadrati insieme gionti,che e il proposito.



Il Tradottore.

Da questa propositione si manifesta,che il quadrato del diametro di ciascun quadrato e doppio al quadrato della sua costa,come verbi gratia,sia il quadrato a.b.c.d.nel qual tiro il diametro.a.d.hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a.d. per la precedente,sera doppio al quadrato descritto sopra la costa,over lato.a.c.over sopra un delli altri tre lati,laqual cosa si dimostrara in questo modo,perche il lato.a.c.e equale al lato.c.d.per la diffinitione del quadrato,& similmente l'angolo c.e retto adonque (per la presente propositione)il quadrato del lato.a.d.del triangolo.a.d.c.per esser opposito all'angolo.c.che retto sera equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.c.&.c.d.liquali duoi quadrati seranno equali(per commune scientia)il che essendo equale ad ambidui insieme(per commune scientia)sera doppio a un sol di quelli,perche uno vien a esser la mitade della somma de ambidui,per esser equali l'uno all'altro,e questo e quello che vuol inferire.

Theorema.xxxiiii. Propositione.xlviii.



47 Se il quadrato che vien descritto da uno lato d'un triangolo,detto
47 in se medesimo,sera equale alli duoi quadrati,che vengon descritti
dalli doi restanti lati,l'angolo al quale e opposito quel tal lato e retto.

Sia il triangolo.a.b.c.& sia il quadrato del lato.a.c.equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b.&.b.c.insieme gionti.Dico che l'angolo.b.(al qual si oppone il detto lato.a.c.)e retto.e questa e il converso della precedente.Dal ponto.b. tiro la linea.b.d.per la undecima propositione,perpendicolare alla linea.b.c.& pongo quella equale alla linea.a.b.& produco la linea.c.d. Et perche l'angolo d.b.c.e retto il quadrato adonque del lato.c.d.sera equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b.&.b.d.& perche.b.d.fu posta equale al.b.a.li loro quadrati(per commune scientia)seranno equali,perche sopra linee equale se descriveno quadrati equali,hor giongendo communamente a l'uno & l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b.due somme seranno equale,per la prima concettione,& perche una de queste due somme sera equale al quadrato della.a.c.l'altra sera equale al quadrato della.d.c.Adonque li quadrati delle due.a.c.&.d.c.seranno equali,& perche li quadrati equali sono contenuti de linee equale,per commune scientia,adonque la linea.a.c.sera equale alla linea.d.c.dil che li tre lati.b.a.c.&.c.b.del triangolo.a.b.c.sono equali alli tre lati.d.b.c.&.c.d.del triangolo.d.b.c.seguita adonque,per l'ottava propositione che l'angolo.a.b.c.sia equale all'angolo.d.b.c.& perche l'angolo.d.b.c.e retto,sera etiam retto l'angolo.a.b.c.che e il proposito.

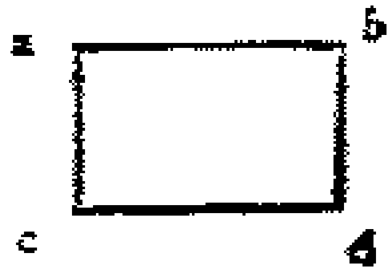
Fine del primo libro.

INCOMINCIA IL SECONDO LIBRO DELLI PRINCIPII DE EUCLIDE MEGARENSE

acutissimo mathematico, secondo le due tradottioni da Nicolo Tartalea Brisciano, con somma diligentia dal latino in volgare transferito.

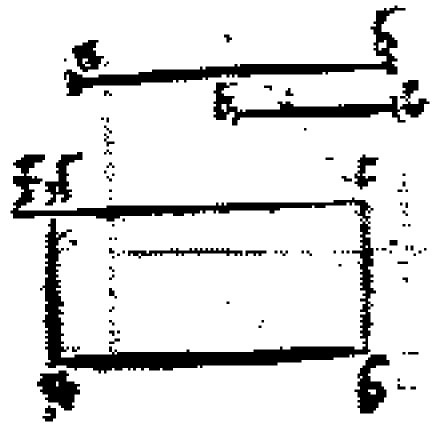
1 Ogni parallelogrammo rettangolo e detto contenersi sotto alle due linee che circondano l'angolo retto.

Parallelogrammo rettangolo.

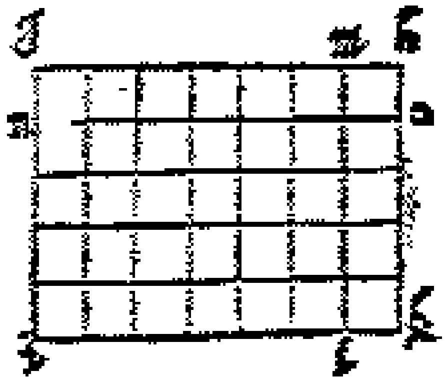


Per intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di parallelogrammi sono due, cioe rettangolo, & non rettangolo, il rettangolo e quello che ha tutti li suoi quattro angoli retti, et il non rettangolo e quello che non ha alcuno angolo che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo, l'una e il quadrato, & l'altra e il tetragono longo, & le specie del parallelogrammo non rettangolo l'una e il rhombo, & l'altra e il rhomboide, & tutte queste specie furno diffinite in la vigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito, L'autor per maggior nostra informatione, & intelligentia delle cose chi seguita, in questa diffinitione ci advertisse qualmente il parallelogrammo rettangolo e detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendeno uno di suoi quattro angoli retti, acio che meglio me intendi, sia il parallelogrammo a. b. c. d. & sia rettangolo, dico che questo tal parallelogrammo, & altri simili, se dira essere contenuto sotto alle due linee a. b. & a. c. che comprendono l'angolo a. per retto, lequale sono per equale alle altre due prime, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over suppositione deriva da questo. Perche la quantita di ogni figura superficiale, o sia rettangola, o non rettangola, parallelogramma, o non parallelogramma, sempre se apprende, over conosce la sua quantita per mezzo della quantita della sua vera longhezza, & larghezza, & la sua vera longhezza, & larghezza non e sempre equale a quelle due linee che circondano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura parallelogramma rettangola, exempli gratia la quantita della vera longhezza del proposto parallelogrammo rettang. a. b. c. d. e tanto quanto la quantita dell'una delle due linee a. b. over c. d. & la quantita della sua vera larghezza e tanto quanto la quantita dell'una delle due linee a. c. over d. b. laqual cosa no seguita nelli altri parallelogrammi non rettangoli, cioe nel rhombo, over nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengon alcun delli angoli del rhombo, over del rhomboide, over d'altra figura non se equalia l'una alla quantita della sua vera longhezza & l'altra alla quantita della sua vera larghezza, si come nel parallelogrammo rettangolo e detto, e pero non se dice, ne si puo dire che il rombo, over il romboide, over altra figura non rettangolo sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee che contengono alcuno di suoi angoli, come nel parallelogrammo rettangolo e detto.

Anchora bisogna notare che questo parallelogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diversi nomi, over parlari. E per essempio, sia le due linee a. b. & b. c. dico che tanto significa, over importa a dire.



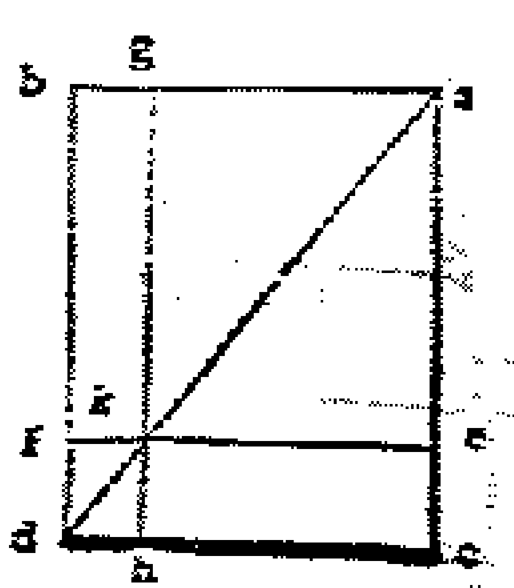
Quello che vien fatto del dutto della a. b. in la b. c.
El rettangolo della a. b. in la b. c.
El prodotto che vien fatto del dutto della a. b. in la b. c.
La multiplicatione della a. b. in la b. c.
Quello che e contenuto sotto della a. b. & b. c.
La superficie rettangola contenuta sotto la a. b. & b. c.



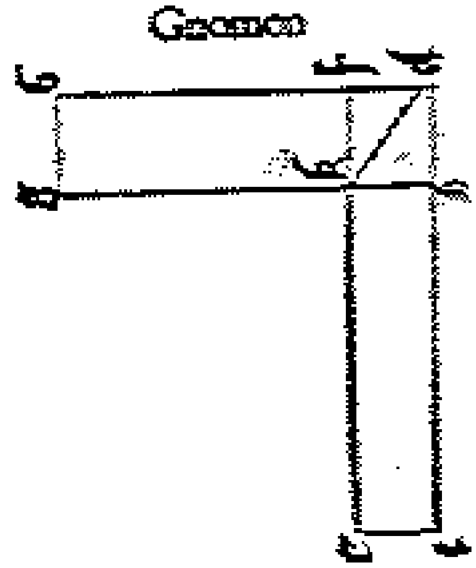
Quanto che è a dire il paralellogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, over contenuto sotto di quelle, cioe ponendo la.b.c, orthogonalmente sopra l'una delle estremita della.a.b. poniamo in ponto.b. & dal ponto.c. tirare la linea.c.f. equidistante alla.a.b. & dal ponto.a. tirare la linea.a.d. equidistante alla.c.b. laqual se interfega con la.c.f. in ponto.d. & sera compito il paralellogrammo rettangolo.a.b.c.d. contenuto sotto le dette due linee.a.b.&.b.c. (o' per dir meglio sotto di due altre equale a quelle.) & se le dette due linee fusser note per numero di qualche famosa misura, etiam il detto paralellogrammo seria noto per numero exempli gratia, se la linea.a.b. fusse otto piedi di longhezza, & la.b.c. ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto paralellogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioe quaranta quadretti de un piede per faza, & questo quaranta nasce dalla moltiplication della.b.c. fia la.a.b. cioe de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantita superficiale di ogni paralellogrammo rettangolo, cioe se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi si se moltiplica il numero delle misure della longhezza, fia il numero delle misure della sua larghezza, & il prodotto di tal moltiplicatione sera la quantita superficial di tal paralellogrammo, cioe sera tanti quadretti d'una di quelle misure cõ che misurasti per faza, o' sieno piedi, o' pertiche, o' passa, & accio che meglio me intendi te voglio dar un'altro exempio, sia il paralellogrammo rettangolo.g.h.i.k. & sia la linea.g.h. over.i.k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea.g.i. sia cinque pertiche, come etiam per le sue divisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo paralellogrammo sera trentacinque, liqual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette & questo trentacinque dico che gliè trentacinque quadretti di una pertica per lato, laqualcosa se manifesta in questo modo tirando da ciaschuna delle intermedie divisione della linea.g.h. una linea equidistante all'una & l'altra.g.i.&.h.k. alla similitudine della linea.m.l. similmente de ciaschuna delle intermedie divisioni della linea.g.i. tirando una linea equidistante all'una e l'altra linea.g.h.&.i.k. alla similitudine della linea.n.o. & fatto questo sera diviso il detto paralellogrammo in trentacinque quadretti, come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approvare ciaschuno di quelli esser una pertica per faza, cioe una di quelle sette divisione della linea.g.h. quale supponemo sieno pertiche, & questo e' quello che volemo inferire.

Quelli Paralellogrãmi che sega per mezzo il diametro di ogni spatio paralellogrãmo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si voglia de quelli detti paralellogrammi che stanno attorno al detto diametro con li duoi supplementi e' detto gnomone.

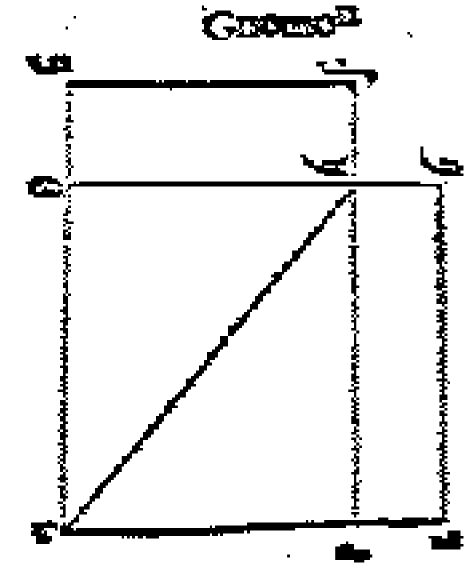
Quali sieno li paralellogrammi che stanno attorno del diametro, e quali sieno li supplementi fu dechiarato sopra la demostratione della quadragesima terza del primo.



Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo diametro di quello.a.d. ilqual diametro sia diviso dalle due linee.e.f.&.g.h. dutte equidistante alli lati oppositi del ditto paralellogrammo, lequal se segano fra loro sopra il detto diametro.a.d. in ponto.k. dico che questo tal paralellogrammo sera diviso in quattro paralellogrammi, & li duoi de quelli, cioe li paralellogrammi.a.g.e.k.&.k.f.h.d. liquali el diametro.a.d. li sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima terza propositione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non sono segati del detto diametro.a.d. sono detti supplementi, per la quadragesimaterza del primo, liquali duoi supplementi sono.e.k.c.h.&.g.K.b.f. hor dico che quelli duoi supplementi gionti con un delli duoi paralellogrammi.a.e.g.K. over.k.h.f.d. che stanno attorno al diametro, insieme componeno vna figura chiamata gnomone, verbi gratia, tolendo il parallelogrammo. x.h.f. d. insieme con li duoi supplementi. e.k. c.h. & g.k.b.f. formaranno vna figura, come qua in margine appare, la qual (come é detto di sopra) si chiamara gnomone, ma chi tolesse anchora l'altro parallelogrammo. a.e.g.k. con li predetti duoi supplementi. e.k. c.h. & g.k.b.f. formaranno etiam loro vna figura, come qua in margine appare, laquale, come é detto di sopra, si chiamera similmente gnomone, e questo e quello che volemo inferire. Onde seguita che aggionto a cadauno di questi duoi gnomoni il parallelogrammo che gli manca, reformano un'altra volta tutto il parallelogrammo, & abenche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera, ouer muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nelli predicamenti.



Il Tradottore.

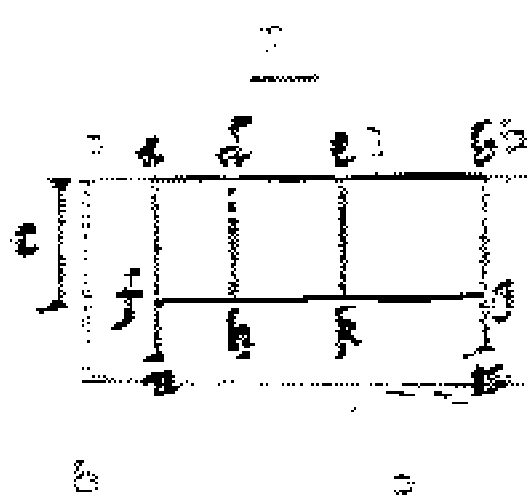


QVesto sopraseritto correlario vol inferire che per l'aggiongere ouer cauare delli sopradetti parallelogrammi, sempre se cresce, ouer se sminuisse la superficie della figura, doue si aggionge, ouer caua, & tamen mai gli cresce ouer sminuisse la circonferentia laterale, exempli gratia, se del parallelogrammo. a.b.c.d. ne cauaremo lo parallelogrammo. a.g.e.k. restara lo primo gnomone, il qual gnomone sera di minor superficie del parallelogrammo. a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale sera equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrammo, cioe che le sei linee. e.k. k.g. g.b. b.d. d.c. c.e. che circondano il detto gnomone, sono equale in summa quatro. a.b. b.d. d.c. c.a. che circondano il totale parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprehenderai, senza altra dimostratione.

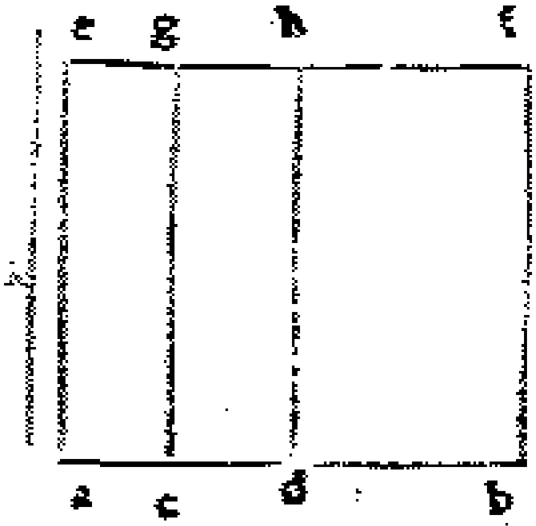
Theorema prima. Propositione prima.

Se seranno due linee rette delle quale una sia diuisa in quante parti si voglia, Quello che vien fatto del dutto dell'una in l'altra sera equale a quelli rettangoli, che seranno produtti dal dutto della linea non diuisa in cadauna parte della linea particolarmente diuisa.

SIano le due linee. a.b. & c. vna delle qual, cioe. a.b. sia diuisa poniamo in tre parti, l'una delle qual parte sia. a.d. la seconda. d.e. & la terza. e.b. hor dico che quel che vien fatto dal dutto della linea. c. in tutta la linea. a.b. sera equale a quelli parallelogrami rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea. c. in la. a.d. & in la. d.e. & in la. e.b. e per dimostrar questo sopra li duoi ponti. a. & b. erigero le due linee. a.n. & b.m. perpendicolare alla linea. a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) delle qual perpendicolare ne segaro le duoi parti. a.f. & b.g. che ciascuna sia equale alla linea. c. poi compiro il parallelogrammo. a.f.b.g. tirando la linea. f.g. & questo tal rettangolo, ouer parallelogrammo é propriamente il dutto de la linea. c. in tutta la linea. a.b. come di sopra fu detto. Anchora delli duoi ponti. d. & e. tiraro le due linee. d.h. & e.k. equidistante alli duoi lati. a.f. & b.g. e l'una e l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) & similmente l'una e l'altra sera equal alla linea. a.f. & per la prima concettione, alla linea. c. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo. a.d. f.h. vien produtto dal dutto della linea. c. in la linea. a.d. & vien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & cosi il rettangol. d.h.e.k. della detta linea. c. & della linea. d.e. sera contenuto & similmente il rettangolo. e.k.b.g. vien per fatto della linea. c. dutta in linea. e.b. & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme gionti in pssimo totalmente tutto il gran rettangolo. a.f.b.g. pero tutti tre gionti insieme sono equali a quello, che é il proposito.



Theorema.ii. Propositione.ii.

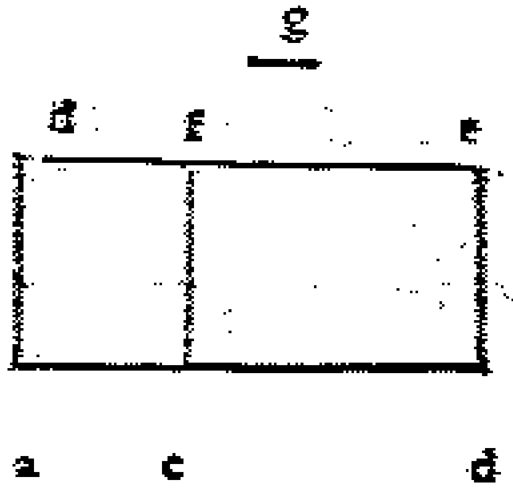


2 Se una linea retta sera divisa in parti Quello che e fatto dal dutto
2 de tutta la linea in se medesima, sera equale a quelli rettangoli che seranno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.

Sia la linea.a.b.laqual sia divisa in quante parti si voglia, ma per il presente sia divisa in tre l'una sia.a.c.la seconda.c.d.la terza.d.b.hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea.a.b.in se medesima che seria il quadrato di quella, sera equale a quelli tre rettangoli che seranno fatti dal dutto de tutta la ditta linea.a.b. in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee.a.c.c.d.&.d.b.& per dimostrar questo sopra la linea.a.b.per la quadragesima sesta propositione del primo, descrivero il quadrato.a.b.e.f.& dalli duoi ponti.c.&.d.produrro le due linee.c.g.&.d.h.equidistante alli duoi lati.a.e.&.b.f.dilche tutto il quadrato.a.e.f.b.sera diviso in tre rettangoli, liquali son.a.e.g.c.g.c.h.d.&.h.d.f.b.& perche le due linee.c.g.&.d.h.sono equale,& ciascuna di loro sono equale al lato a.e.che e quanto la.a.b.per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli, sono contenuti sotto alla linea.a.b. per longhezza, & per larghezza l'uno e contenuto sotto alla parte.a.c.l'altro sotto alla parte.c.d.il terzo sotto alla parte.d.b.& perche li detti tre rettangoli impissono totalmente tutto il quadrato.a.b.e.f.il nostro proposito vien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potria proceder in questo modo, sia tolto la linea.k.equale alla linea.a.b.& perche il rettangolo compreso sotto alla linea.k.& alla linea.a.b.divisa sera equale, alli rettangoli fatti della linea.k.in le tre parti della linea.a.b.come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della.k.in la.a.b.e quanto il quadrato della.a.b.& li tre rettangoli della.k.in le parti de.a.b.e tanto quanto li tre rettangoli de.a.b.in le tre parti de lui medesimo, perche la.k.& la.a.b.sono equale seguita adonque la verita del nostro proposito.

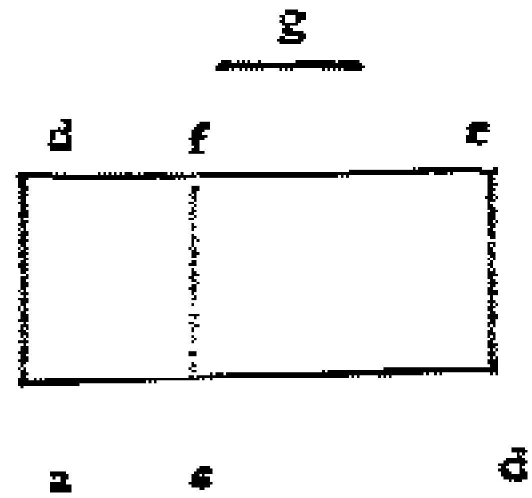
Theorema.iii. Propositione.iii.

3 Se una linea retta sera divisa in due parti (come si voglia) Quello
3 che vien fatto dal dutto di tutta la linea in l'una de dette due parti, sera equale al dutto della medesima parte in se medesima,& al dutto dell'una parte in l'altra.



Sia la linea.a.b.divisa in.a.c.&.b.c.dico che quello che e fatto da tutta la linea a.b.in la sua parte.a.c.cioe rettangolo contenuto sotto a tutta la linea.a.b.& la sua parte.a.c.sera equale al quadrato della medesima parte.a.c.insieme con lo rettangolo contenuto sotto alle due parti, cioe.a.c.&.c.b.E per dimostrar questo construero sopra la linea.a.b.il rettangolo.a.b.d.e.talmente che la sua larghezza.a.d.sia equale alla parte.a.c.& questo faro per la dottrina della prima propositione, poi dal ponto.c.produro la linea.c.f.equidistante alli duoi lati.a.d.&.b.e.laqual linea.c.f.sera equale al lato.d.a.& al lato.b.e.per la trigesimaquarta propositione,& per la prima petitione sera etiam equale alla parte.a.c.dilche il rettangolo a.c.d.f.sera quadrato, et sera quello della parte.a.c.& l'altro rettangolo.c.b.f.e.e quello che e fatto della parte.a.c.dutta in la parte.c.b.perche se vede che la sua larghezza.c.f.e equale alla parte.a.c.& la longhezza e l'altra parte.c.b.& perche questi duoi rettangoli, cioe il quadrato.a.c.d.f.& lo rettangolo.c.b.f.e.impissono totalmente tutto il gran rettangolo.a.b.d.e.seguita adonque che lor duoi siano equali a quello,& perche questo gran rettangolo e contenuto sotto alle due linee.a.b.&.a.d.&.a.d.e equale alla parte.a.c.adonque il nostro proposito e manifesto

manifesto anchora per un'altro modo se poteria far questa demostratione, cioe tolendo la linea.g.equale alla linea.a.c.& perche il rettangolo della linea.g. in tutta la linea.a.b.(per la prima propositione di questo) sera equale alli duoi rettangoli fatti della linea.g.indivisa in le due parti.a.c.&.c.b.della linea.a.b.divisa, & lo rettangolo della linea.g.in tutta la linea.a.b.e' tanto quanto lo rettangolo della parte.a.c.in tutta la detta linea.a.b.perche.g.e' tanto quanto.a.c.dal presupposito, similmente il rettangolo de.g.in.a.c.e' tanto quanto il quadrato de.a.c. etiam il rettangolo de.g.in l'altra parte.c.b.e tanto quanto il retto angolo della parte.a.c.in l'altra parte.c.b.dilche per la detta prima propositione di questo seria delucidato il nostro proposito.

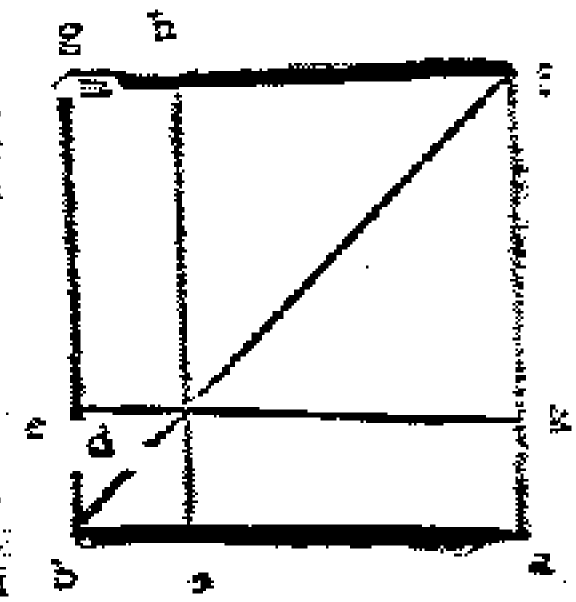


Theorema.iiii. propositione.iiii.

4/4 Se una linea retta sera divisa in due parti come si voglia, quello che vien fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, e' equale alli quadrati che vengono fatti dal dutto dell'una e' l'altra parte in se medesima & al dutto, dell'una parte in l'altra due volte.

Corellario

4/4 Da questo e' manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogramme, che il diametro segha per mezzo sono ambedue quadrate.

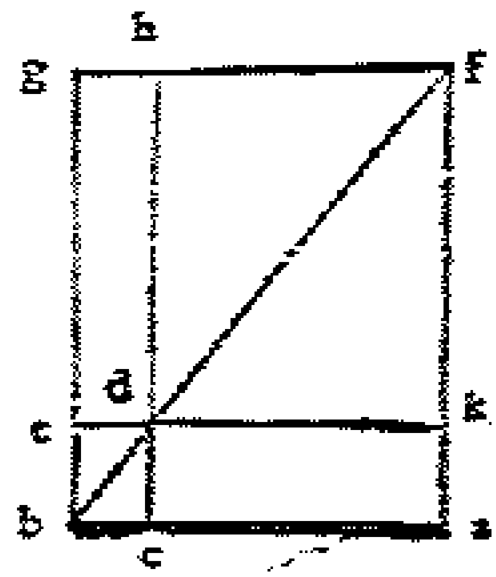


Sia la linea.a.b.divisa in.a.c.&.b.c.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.e' equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c.&.b.c.& al doppio di quello che fatto dal dutto della linea.c.b.in la.a.c.(cioe del rettangolo de.c.b.in.a.c.) Ergo dimostrar questo descrivero sopra la linea.a.b.per la quadragesima sesta del primo il quadrato.a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b.& dal ponto.c.per la trigesima prima propositione del primo, tiro la linea.c.h.equidistante alli duoi lati.b.g.&.a.f.laqual sega il diametro.f.b.nel ponto.d.& dal qual ponto.d.tiro la linea.k.e. per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati.a.b.&.f.g & cosi tutto il quadrato.a.b.f.g.sera diviso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioe.a.k.c.d.&.h.d.g.e.sonoli duoi supplementi, liquali sono equali fra loro per la quadragesima terza propositione del primo, li altri duoi, cioe.k.d.f.h.&.c.d.b.e.sono quelli, che sono segati per mezzo del diametro.f.b.& quelli duoi sono quadrati liquali cosi se demostrera in questo modo, perche.c.h.e' equidistante al lato.a.f.& ambedue sono segate della linea.f.b.dilche per la vigesima parte della vigesimanona del primo l'angolo.b.d.c.estrinsico sera equale allo angolo.b.f.a.intrinsico & se opposito, & perche lo angolo.a.b.f.e' equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta propositione del primo, perche il lato.a.f.e' equale al lato.a.b.del triangolo.a.f.b.dilche per la prima concettione l'angolo.c.d.b.sera equale all'angolo.c.b.d.seguita adonque per la sesta propositione del primo, che'l lato.c.d.sia equale al lato.c.b.del triangolo.c.b.d.& per la trigesima quarta propositione del primo, il lato.d.e.sera equale al lato.c.b.simelmente il lato.e.b.al lato.c.d.seguita adonque per la prima concettione che'l parallelogrammo.c.d.b.e.sia di quattro lati equali, dico etiam quel esser rettangolo, perche la linea.c.d.e' equidistante alla linea.e.b.& ambedue sono segate della linea.a.b.dilche per la terza parte della vigesima nona del primo, li duoi angoli.d.c.b.&.e.b.c.intrinsici sono equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo.e.b.c.e' retto per esser l'angolo del quadrato.a.b.f.g.e' necessario che etiam l'angolo.d.c.b.sia retto & per la trigesima quarta del primo, li duoi angoli.c.d.e.

& h.e.d. contraposti seranno retti, adonque .c.b.d.e. sera quadrato. & sera il quadrato della linea .c.b. & per lo medesimo modo e' via se approuera .K.d.f.h. esser quadrato. il che il corrollario sera manifesto, & perche il lato .K.d. del quadrato K.d.f.h. (per la trigesima quarta del primo) e' equale alla linea .a.c. seguita adonque che il quadrato .K.d.f.h. sia il quadrato della linea .a.c. Adonque li duoi quadrati .c.b.d.e. & K.d.f.h. sono li duoi quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. & perche li duoi supplementi .a.c.K.d. & .d.g.e. sono equali per la quadragesima tertia del primo, & lo supplemento .a.c.K.d. e' contenuto sotto alla linea .a.c. & alla linea .c.b. perche .c.d. e' equale al .c.b. adonque ambiduoi li supplementi .a.c.K.d. & .h.d.g.e. gionti insieme seranno il doppio del produtto della parte .a.c. in la parte .c.b. & perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de .a.c. & de .c.b. impiseno precisamente il gran quadrato .a.b.f.g. de tutta la linea .a.b. adonque tutti lor quattro sono equali a lui solo, che e' il proposito. Nella prima traduttione se fa la dimostration della presente quasi al opposito di questa, perche iui prima construisse il quadrato .c.d.b.e. sopra la parte .c.b. poi gli aggiongo al detto quadrato il gnomone secondo il dutto diretto dell'altra linea .a.c. laquale se fara in questo modo, in lo quadrato .c.d.b.e. tiro il diametro .b.d. & dal ponto .a. duco la perpendicolare sopra la linea .a.b. laquale sia la linea .a.K. laquale .a.K. insieme col diametro .d.b. produtto fina a tanto che concorrano nel ponto .f. & dal ponto .f. produco .f.h. equidistante alla linea .a.b. laqual .f.h. insieme con .b.e. produtto fina che concorrano in ponto .g. e produco .c.d. fina in .h. & .e.d. fina .K. & cosi sera construtto il gran parallelogrammo .a.f.b.g. diuiso in quattro parallelogrammi, come appare, hor ne bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo parallelogrammo .K.f.d.h. & questo si fara mediante il presupposto quadrato .c.d.b.e. perche li duoi lati .e.d. & .e.b. del triangolo .d.e.b. sono equali, li duoi angoli .e.d.b. & .e.b.d. sono etiam equali per la quinta del primo, & perche l'angolo .e. e' retto (dal presupposito) il che per la trigesima seconda del primo, li detti duoi angoli .e.d.b. & .e.b.d. ciascun di loro sara la mita d'un angolo retto, & per le medesime rasone l'uno e l'altro delli altri duoi angoli .c.d.b. & .c.b.d. seranno la mita d'un angolo retto, per laqualcosa li quattro angoli, cioe .h.f.d. & .h.d.f. & .K.f.d. & .K.d.f. ciascun di loro seranno la mita d'un angolo retto, et questo se approuera (per la seconda parte della vigesima nona del primo) perche la linea .b.f. sega le due linee .a.f. & .g.h. equidistante, e similmente le altre due .g.f. & .c.K. etiam .g.b. che sono per equidistante, il che l'angolo .h.f.d. sera equale all'angolo .e.d.b. che e' la mita d'un retto angolo .h.d.f. sera equale all'angolo .c.b.d. adonque li duoi angoli .h.d.f. & .h.f.d. sono equali, perche ciascun e' mezzo angolo retto, adonque li duoi lati .h.d. & .h.f. del triangolo .d.h.f. per la sesta del primo seranno equali similmente li duoi lati .K.d. & .K.f. del triangolo .K.d.f. per le medesime rasone seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il parallelogrammo .K.f.d.h. sera de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli terminanti in .f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo .g.f.a. sera retto, similmente l'angolo .h.d.K. & similmente per la prima parte della vigesima nona del primo, l'angolo .a. & l'angolo .g. seranno retti, similmente li duoi lati .g.f. & .g.b. del triangolo .g.b.f. seranno equali (per la sesta del primo) & similmente li altri duoi lati .a.b. & .a.f. dell'altro triangolo .a.b.f. sera equali. Adonque li duoi parallelogrammi .a.f.b.g. & .K.f.d.h. seranno quadrati, per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato .a.f.b.g. e' il quadrato di tutta la linea .a.b. & questo e' diuiso in quattro rettangoli li duoi che sono attorno al diametro .f.b. sono li quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. perche la linea .K.d. e' equale alla linea .a.c. & li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima tertia del primo) & l'uno di quelli, cioe .a.K.c.d. e' contenuto sotto alle due linee .a.c. & .c.b. perche .c.d. e' equale al detto .c.b. Adonque li duoi supplementi .a.K.c.d. & .d.h.e.g. gionti insieme seranno il doppio di quello che e' fatto della linea .a.c. in la linea .c.b. & perche li detti duoi supplementi insieme con li duoi quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. impiseno precisamente il gran quadrato

.a.f.b.g.

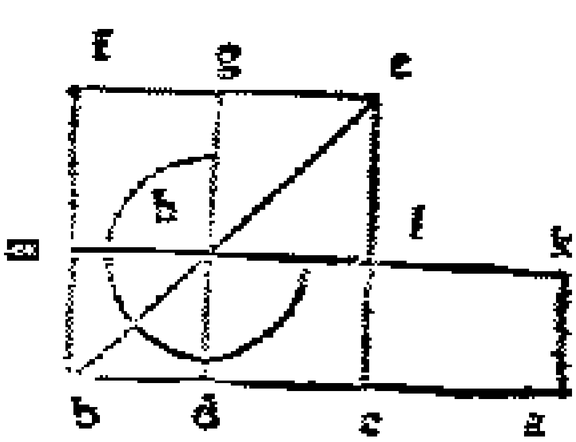
a.f.b.g.adonque tutti quattro se aguagliano a lui solo, che è il proposito. Anchora per un'altro piu speditto modo se puo far questa demostratione, sia anchora la medesima linea.a.b. divisa in.a.c.&.c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. è equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c.&.c.b. insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee.a.c.&.c.b. Che per questo altro modo lo dimostraro sopra la linea.a.b.(per la quadragesima sesta del primo) costituis sco il quadrato.a.f.b.g.in questo tiro tutte le linee, come di sopra fu fatto, cioe.f.b.e.h.k.c.& perche li tre angoli del triangolo.g.f.b.sono (per la vigesima secon da del primo) equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo.g.è retto (dal pre supposito) seguita adonque che li altri duoi (cioe l'angolo.g.f.b.&.g.b.f.) insieme sono un sol angolo retto, & perche li duoi lati.g.f.&.g.b.del ditto triangolo.g.f.b.sono equali (dal presupposito per esser li lati del quadrato) li duoi angoli.g.f.b.&.g.b.f.(per la quinta del primo) seranno equali, & perche tutti duoi sono un sol angolo retto, adonq; ciascuno di loro sera un mezzo angolo retto, & perche la linea.a.b.sega le due linee.f.a.&.h.c.equidistante, l'angolo.d.c.b.estrinseco sera equale all'angolo.a.intrinseco, & perche l'angolo.a.è retto (per esser l'angolo del quadro) l'angolo.d.c.b.sera etiam retto, & perche li tre angoli del triangoletto.d.c.b. (per la detta vigesima seconda del primo) sono equali alli duoi angoli retti, & perche l'angolo.c.è retto li altri duoi insieme seranno un sol angolo retto, & perche l'angolo.d.b.c.è mezzo angolo retto (come le è provato nel triangolo.a.f.b.adonque l'altro angolo.c.d.b.sera un'altro mezzo angolo retto, Adonque li duoi angoli.c.b.d.&.c.d.b.seranno equali (& per la sesta del primo) li duoi lati.c.d.&.c.b.seranno etiam equali (& per la trigesima quarta del primo) il lato.d.e.sera equale al lato.c.b.&.lo lato.e.b.al lato.c.d.& l'angolo.d.e.b.al l'angolo.d.c.b.ch'è retto, finalmente tutto l'angolo.b.è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto sera etiam tutto l'angolo.d.a lui opposito, adonque.c.d.b.e. sera quadrato (& della linea.c.b.come appare) & per la medesima ragione sera etiam quadrato.k.d.f.h.seguita adonque che li duoi paralellogrammi.c.d.b.e.&.k.d.f.h.che sono intorno al diametro.f.b.sono quadrati, il corollario adonque sera manifesto, & perche.d.k.è equale al.c.a.il quadrato adonque.k.d.f.h.sera il quadrato della linea.a.c.& perche li duoi supplementi.a.k.c.d.&.d.h.e.g. sono equali (per la quadragesima terza del primo) & perche il supplemento.a.c.k.d.è contenuto sotto alla linea.a.c.&.alla linea.c.b.(per esser.c.d.equale al ditto.c.b.) adonque ambiduoi li ditti supplementi insieme seranno il doppio del rettangolo fatto della linea.a.c.in la linea.c.b.& perche li detti duoi supplementi insieme con li detti duoi quadrati delle due linee.a.c.&.c.b.impiteno precisamente il gran quadrato.a.f.b.g.della linea.a.b.adonque tutti quattro seranno equali a lui solo, che è il proposito. Anchora piu facilmente se poteva far la demostratione della soprascritta propositione (per la seconda & terza propositione) verum pro gratia, sia anchora la linea.a.b.divisa in.a.c.&.c.b.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.sera equale alli duoi quadrati delle dette due linee.a.c.&.c.b.& al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti.a.c.&.b.c.che per questo altro breve modo se dimostrara. Perche il quadrato della linea.a.b.(divisa in.c.) è equale (per la seconda propositione di questo) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea.a.b.in le sue due parti.a.c.&.c.b.ma perche ciascun di questi duoi rettangoli sono, equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la terza di questo) exempli gratia il rettangolo de tutta la linea.a.b.in la parte.a.c.è equale al rettangolo della.a.c.in la.c.b.& al quadrato della detta.a.c. (per la terza di questo) similmente l'altro rettangolo della linea.a.b.in l'altra c.b.è pur equale a un'altro rettangolo della ditta linea.c.b.in la detta linea.a.c. & al quadrato della detta linea.c.b.(come nella detta terza questo fu dimostrato) & perche adonque questi duoi rettangoli della linea.a.b.in le due parti.a.c. &.c.b.uno di loro è composto del quadrato della parte.a.c.& d'un rettangolo della.c.b.in la.a.c.& l'altro è composto il quadrato del l'altra parte.c.b.& d'un altro rettangolo pur della.c.b.in la.a.c.il che tra tutti duoi li detti rettangoli



de.a.b.in le due parti.a.c.&.c.b.contenerãno li dui quadrati dele due parti.a.c. &.c.b.etiam due volte el rettangolo della.c.b.in la.a.c.& perche li detti dui rettangoli de.a.b.in le due parti.a.c.&.c.b.sono equali al quadrato della detta linea a.b.(come è detto di sopra) seguita adonq; (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee.a.c.&.c.b.con lo doppio del rettangolo della.b.c. in la.a.c.esser equali al detto quadrato de la detta linea.a.b.che è il proposito. ma procedendo per questo modo non se veria a deducidar il correllario, cioe che le superficie che sono segate dal diametro ambedue siano quadrate, pero è meglio ciascun delli altri tre modi di sopra posti,ma non volendo approuar il correllario questo seria piu breue.

Theorema.v. Propositione.v.

5 Se'l sera segata una linea retta in due parti equali, & in due altre non equale, il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali, di tutta la linea, con il quadrato che vien descritto da quella linea che è fra l'una, & l'altra settione, è equale al quadrato che viẽ descritto dalla mita di tutta la linea dutta in se medesima.



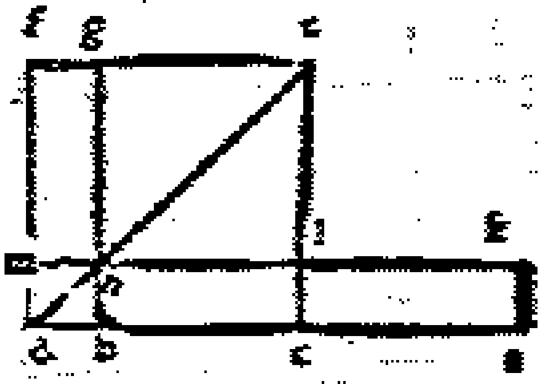
Sia la linea.a.b.diuisa in due parte equale nel ponto.c.& in due parti inequale nel põto.d.dico che'l quadrato della linea.c.b.è equale a quello che vien fatto dal.a.d.in.d.b.& del quadrato de.c.d. & per dimostrar questo io descriuero sopra la linea.c.b.(per la quadragesima sesta del primo) il quadrato.c.e.b.f. nel quale duco il diametro.e.b.& dal ponto.d.tiro la linea.d.g.equidistante alli duoi lati.c.e.&.b.f.la qual segara il diametro.e.b.in ponto.h.& dal ponto.h. tiro una linea equidistante alla linea.a.b.laqual sia.h.k.laqual segara la linea.b. f.in ponto.m.& la linea.c.e.in ponto.l.& tirero la linea.a.k.equidistante alla linea.c.e.hor dico che l'una e l'altra delle due superficie.l.g.&.d.m.(per lo correlario della precedente) sera quadrata (e per la quadragesimaterza del primo) li dui supplementi.c.h.&.h.f.sono equali, giongendo adonque equalmente a ciascuno il quadrato.d.m.(per la seconda concettione) il parallelogrammo.c.m.sera equale al parallelogrammo.d.f.& perche il parallelogrammo.a.l.è equale al parallelogrammo.c.m.(per la trigesima sesta del primo) per esser la basa.a.c.equal al la basa.c.b.et (per la prima concettione) sera etiam equale al parallelogrammo.d.f.Adonque se dal parallelogrammo.a.h.la sua parte.a.l.è equale al parallelogrammo.d.f.tutto il ditto parallelogrammo.a.h.sera equal al gnomone,che circonda al quadrato.l.g.& perche il ditto gnomone insieme con lo quadrato.l.g. (il quale vien a esser il quadrato della linea.c.d.per esser.l.h.equale alla ditta.c. d.) impisseno precisamente tutto il quadrato.c.f.della linea.c.b.seguita adonque che'l ditto gnomone insieme col quadrato della linea.c.d.siano equali al quadrato della linea.c.b.e perche il detto gnomone è equale (come è detto) al parallelogrammo.a.h.ilquale è contenuto sotto alle due parti.a.d.&.d.b.inequale (per esser.d.h.equale alla detta.d.b.) per esser ciascun lato del quadrato.d.m.) adonque il parallelogrammo.a.h.insieme con lo quadrato della linea.c.d.sera equali al quadrato della linea.c.b.che è il proposito.

Il Tradottore.

Nota che per le due superficie.l.g.&.d.m.se die intendere le due superficie.k.e.h.g.&.d.h.b.m.perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda translatione se costuma a nominarla solamente con due lettere diametralmente opposite, come di sopra si è fatto, e pero di questo bisogna aduertire in le cose che seguita.

Theorema.vi. Propositione.vi.

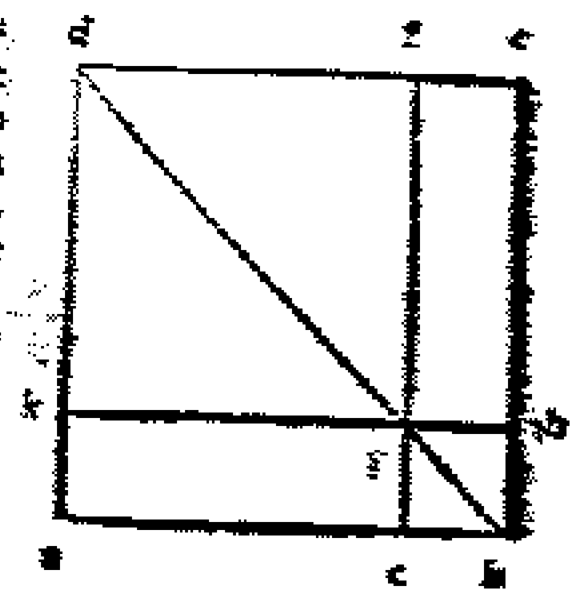
6 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che a' quella sia agion
9 to in longo un altra linea, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea così composta, in quella che gia e' stata agionta con quello che uien fatto dal dutto della mita della linea in se medesima: e' equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che e' composta da quella linea agionta, & dalla mita, in se medesima.



Sia la linea.a.b.diuisa in due parti equale in ponto.c.& a quella che gli sia agionta la linea.b.d. dico che'l quadrato della linea.c.d.(il qual sia.c.d.e.f.) e' equale al rettangolo fatto da tutta la linea.a.d.in la.b.d.& al quadrato della linea.c.b. Et per dimostrar questo produco nel quadrato predetto il diametro.e.d.& dal ponto.b.tiro la linea.b.g.equidistante alla linea.d.f.laqual segara il diametro.e.d.nel ponto.h.dal qual ponto.h.tiro la linea.h.k.equidistante alla linea.a.d.laqual sega la linea.f.d.in ponto.m.& la linea.c.e.in ponto.l.& produco la.a.k.equidistante alla.c.l.dilche il parallelogrammo.a.l.sera equale al parallelogrammo.c.h.(per la trigesima quinta del primo)per esser la.a.c.equale alla.c.b.& lo supplemento.c.h.sera equale al supplemento.h.f.(per la quadragesima terza del primo)per la qual cosa.a.l.sera etiam equale al ditto supplemento.h.f.dilche aggiungendo equalmente a ciascun di loro lo parallelogrammo.c.m.insiema sera anchora equale(per la seconda concettione)adonque il gnomone.f.b.l.sera equale alla superficie.a.m.aggiungendoli etiam equalmente.l.g.(qual e quadrato)per lo correlario della quarta)sera per le dite due summe anchor equale, & perche il ditto gnomone.f.b.l.con lo quadrato.l.g.e' equale al quadrato.c.f.adonque il rettangolo.a.m.con lo detto quadrato.l.g.sera equale al ditto quadrato.c.f. il qual e' il quadrato della linea.c.d.& perche il quadrato.l.g.e' il quadrato della linea.c.b.per esser.l.h.equale al.c.b.& lo rettangolo.a.m.e' contenuto sotto a tutta la linea.a.d.(per esser.d.m.equale al.b.d.)per esser ciascun lato del quadrato.b.m.seguita adonque che'l rettangolo fatto della linea.a.d.in la linea.b.d.con lo quadrato della linea.c.b.esser equal al quadrato della linea.c.d.che e' il proposito.

Theorema.vii. Propositione.vii.

7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quello che
7 uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quello che uien fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima, e' equale a' quelli rettangoli che uengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

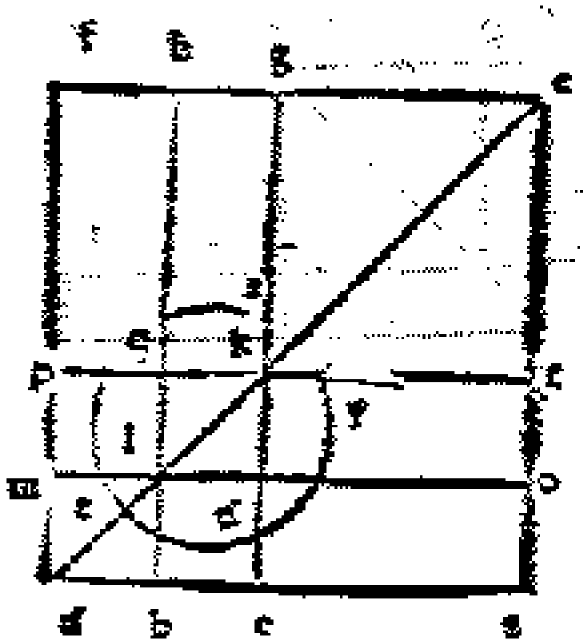


Sia la linea.a.b.diuisa in due parti in ponto.c.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.con lo quadrato della linea.c.b.e' equale a quello che uien fatto dalla linea.a.b.due uolte in la.c.b.insiema con lo quadrato della linea.a.c.Et per dimostrar tal cosa descriuero il quadrato della linea.a.b.(per la quadragesima sesta del primo)qual sia il quadrato.a.b.d.e.& protraro il diametro.d.b.& dal ponto.c.tiro la linea.c.f.equidistante alla linea.b.e.laqual sega il diametro.d.b.in lo ponto.g.& dal ponto.g.tiro la linea.k.g.h.equidistante alla linea.a.b.& perche il quadrato.a.e.con lo quadrato.c.h.sono tanto quanto il quadrato.k.f.con le due superficie.a.h.& c.e.& perche le due superficie.a.h.& c.e.sono de piu del gnomone.a.h.f.e' tanto quanto e' il quadrato.c.h.per esser il detto quadrato computato due fiade, cioe una in la superficie.a.h.& l'altra in l'altra superficie.c.e.& perche queste due superficie.a.h.& c.e.sono equale (come per la.43.del primo se puo prouare)& l'una di quelle, cioe.a.h.e' contenuta sotto a tutta la linea.a.b.& alla linea.c.b.per esser.b.h.equale alla.b.c.(per esser ciascuna lato de.c.h.il qual e' quadro insiema con.k.f.per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie.a.h.& c.e.insiema sono il doppio de.a.h.agionto a quelle il quadrato.k.f.(il qual uien a esser il quadrato della.a.c.per esser la.k.g.equal alla detta.a.c.tutta questa summa sera equal a tutto il quadrato.a.e.insiema con lo quadrato.c.h.che e' il proposito.

E

Theorema.viii. Propositione.viii.

8 Se una linea retta sia diuisa in due parti come si voglia, & a' quella gli sia aggionto in longo una altra linea equale a' una di quelle parti, Quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta in se medesima, sera equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella aggionta quattro volte, & al quadrato de l'altra parte.



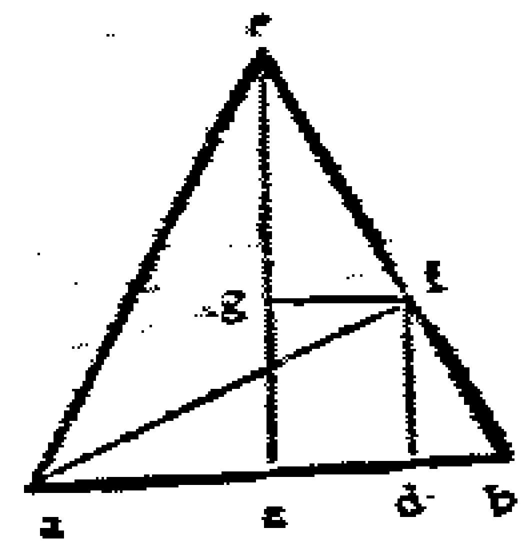
Sia la linea.a.b. diuisa in ponto.c. alla quale sia aggionto in longo la linea.b.d. equale alla parte.c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.d.(il quale sia.a.d.e.f.) e' equale a quattro rettangoli fatti della linea.a.b. in la linea.b.d. & al quadrato della linea.a.c. Et questo sera manifesto dutto il diametro.e.d. & dalli duoi ponti.c.&.b. dutte le due linee.c.g.&.b.h. equidistante alla linea.d.f. le quai le segano il diametro.e.d. nelli duoi ponti.l.&.k. dalli quali ponti tiro le due linee.p.q.k.r.&.m.l.n.o. equidistante alla linea.a.d. di che tutto il quadrato della.a.d. sera diuiso in noue superficie delle quale la superficie.r.g. & tutta la superficie.c.p. sono quadrate (per lo corelario della quarta di questo) & perche il quadrato.c.p. e' diuiso in le quattro superficie.c.l.b.m.n.q.&.l.p. di le quale le due cioe.b.m.&.n.q. son etiam quadrate (per lo detto corelario della quarta di questo) & perche.b.d. e' equal al.b.c. il supplemento.c.l. sera (per la trigesima sesta del primo) equale al quadretto.b.m. & perche il supplemento.l.p. equale al ditto supplemento.c.l.(per la quadragesima terzia del primo) sera etiam equale al ditto quadretto.b.m.(per la prima petitione) e perche il lato del quadretto.n.q. cioe.n.l.(per la trigesima terzia del primo) e' equale al.c.b. & c.b. e equale (come detto) al lato.b.d.(seguita per la prima concettione) che'l lato.n.l. sia equale al lato.b.d.(per communa scientia) il quadretto.n.q. sera equale al quadretto.b.m. di che tutto il quadretto.c.p. vien a esser diuiso in quattro parte equali, cioe in li quattro quadretti predetti. e perche li duoi supplementi.a.k.&.k.f. del quadrato.a.f. son equali (per la quadragesima terzia del primo) & perche.n.c. e' equale al.b.l.(lato del quadretto.b.m.(per la trigesima terzia del primo) similmente il lato.k.n. del quadretto.n.q. e' equale al detto lato.b.l.(per esser li detti quadretti equali) adonque (per la prima concettione).k.n. sera equale al.n.c.(& per la trigesima sesta del primo) il parallelogrammo.c.o. sera equale al parallelogrammo.n.r. & perche li duoi supplementi.n.r.&.k.h. del quadrato.l.e. sono equali (per la dimostratione.43. del primo) cauandoni delli duoi primi supplementi, cioe de.a.k.&.k.f. li duoi rimanenti, cioe.a.n.&.q.f.(per la terza concettione) seranno equali e perche.k.h. e' equale (come e detto) al.n.r.&.n.r. e' equal al.c.o. seguita adonque che le quattro superficie, cioe.a.n.n.r.k.h.&.q.f. siano equale, per essere ciascaduna equale alla superficie.a.n. ouero.c.o.(che e la medesima) & perche la detta superficie.a.n. aggiongendoli il quadretto.c.l. tutta la summa cosi composta (che seria il rettangolo.a.l.) sara il rettangolo compreso sotto la linea.a.b.& alla linea.b.d.(per esser.b.l. equale alla linea.b.d.) adonque le quattro superficie.a.n.c.o.k.h.&.q.f. insieme con li quattro quadretti.c.l.b.m.n.q.l.p. seriano in summa quattro superficie.a.l. la qual summa seria il gnomon.s.t.v. ouer.g.p.a. che e el medesimo, & perche il quadrato.r.g. e' il quadrato della linea.a.c.(per esser.r.k. equale al.a.c. per la trigesima quarta del primo) & il detto quadrato.r.g. insieme con lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de la linea.a.d. cioe al quadrato.a.f. seguita adonque che il quadrato della linea.a.c. insieme con li quattro rettangoli fatti della linea.a.b. in la linea.b.d. se equaliano al quadrato della linea.a.d. che e il proposito.

Theorema.ix. Propositione.ix.

9 Se una linea retta sia diuisa in due parti equal, & in due non equali li quadrati che uengono fatti dal dutto delle sectioni non equali in se medesime tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mita della linea, & da quella linea che giace fra una e l'altra sectione tolti insieme.

Sia la

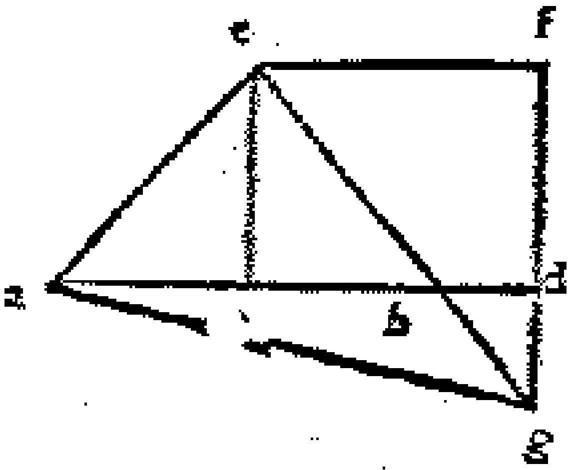
Sia la linea.a.b.divisa in due parti equale in ponto.c.& in duoi parti none equale in ponto.d.dico che'l quadrato della linea.a.d.giunto con lo quadrato della linea.d.b.sono doppii al quadrato della linea.a.c.giunto con lo quadrato della linea.c.d.Et per dimostrar questo,dal ponto.c.tiro la linea.c.e.perpendicolare alla linea.a.b.& quella faccio equale a l'una,cal'altra delle due linee a.c.& c.b.& produco le due linee.e.a.& e.b.& sera costituido il triangolo.a.e.b.el quale e diviso in duoi triangoli.c.e.b.& c.e.a.(dalla perpendicolare.e.c.)& perche el lato.c.e.e' equale al lato.c.b.(del triangolo.c.e.b.) li duoi angoli.c.e.b.& c.b.e.(per la quinta del primo)sono equali & per esser l'angolo.e.c.b.retto luno & l'altro delli duoi angoli.c.e.b.& c.b.e.(per la trigesima seconda del primo)sara la mita d'un angolo retto,& per le medesime ragione li duoi angoli.c.a.e.& c.e.a.ciascun di loro sera la mita d'un angolo retto,diche tutto l'angolo.e.sara retto(per esser composto de duoi mezzi angoli retti)hor dal ponto.d.produco la linea.d.f.equidistante alla.c.e.& perpendicolare sopra la linea.a.b.diche luno e l'altro delli duoi angoli.d.sera retto,& perche l'angolo.d.b.f.(come e detto)e mezzo angolo retto,& perche l'angolo.b.d.f.e' retto necessario(per la trigesima seconda del primo)che l'angolo.d.f.b.sia mezzo angolo retto(& per la sesta del primo)il lato.d.f.sera equale al lato.d.b.hor dal ponto.f.conduco la linea.f.g.equidistante alla linea.a.b.diche li duoi angoli che sono al.g.(per la seconda parte della vigesima nona del primo)l'uno e l'altro sera retto.& l'angolo.e.f.g.(per la ditta trigesima seconda del primo)sera la mita d'un angolo retto,per laqual cosa li duoi lati.g.e.& g.f.(per la sesta del primo)seranno equali(& per la penultima del primo)il quadrato de.e.f.e' equale al quadrato de.e.g.& al quadrato de.g.f.per laqual cosa il quadrato del ditto.e.f.sera doppio al quadrato solo de.g.f.& per esser.g.f.equale al.c.d.(per la trigesima quarta del primo)seguita adonque che'l quadrato de.e.f.sia doppio al quadrato de.c.d.hor tiro la.f.a.& perche il quadrato de.e.a.e' equale al quadrato de.a.c.& al quadrato de.c.e.(per la detta penultima del primo)& perche.a.c.e' equale al.c.e.seguita che'l quadrato de a.e.sia doppio al quadrato de.a.c.& perche il quadrato de.a.f.e equale al quadrato de.a.e.& de.e.f.(per la detta penultima del primo) adonque il quadrato de.a.f.sera doppio al quadrato de.a.c.& al quadrato de.c.d.& perche il quadrato del detto.a.f.(per la detta penultima del primo)anchora lui e equale al quadrato della.a.d.& al quadrato della.d.f.seguita adonque che'l quadrato della.a.d.& lo quadrato della.d.f.gionti insieme sono doppii al quadrato della.a.c.& al quadrato della.c.d.tolti insieme,& perche il quadrato della.d.f.e' equale al quadrato della.d.b.adonque li quadrati delle due linee.a.d.& d.b.seranno doppii alli quadrati delle due linee.a.c.& c.d.che e' il proposito.



Theorema.x. Propositione.x.

10 Se una linea retta sera divisa in due parti equali,& che a quella sia
10 aggionto in longo un altra linea,il quadrato che vien descritto de tutta con la aggionta,& il quadrato che vien descritto da quella che e' aggionta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme e' necessario essere doppii,al quadrato che vien descritto dalla mita della prima linea,& a' quello che vien produtto da quella che e' composta della mita,& dall'aggionta,cioe di quelli duoi quadrati tolti insieme.

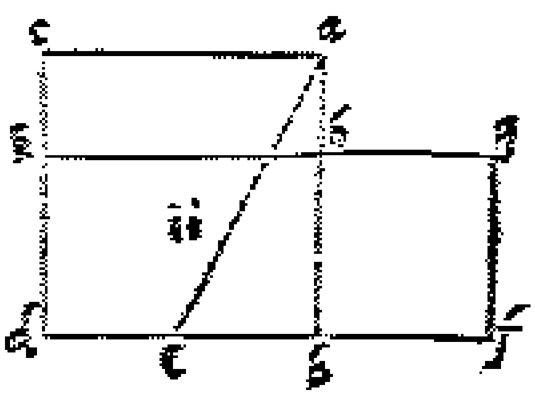
Sia la linea.a.b.divisa in due parti equali in ponto.c.& a quella sia aggionta la linea.b.d.dico che'l quadrato della linea.a.d.insieme con lo quadrato della linea.b.d.ambiduoi cosi insieme sono doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.d.tolti ambiduoi insieme,& per dimostrar questo dal ponto.c.(per la.11.del primo)rizo la linea.c.e.perpendicolar alla linea.a.d.& quella(per la.3.del primo) pongo equale a l'una e l'altra delle due.a.c.& c.b.& dal ponto.e.(per la prima petitione)duco le due linee.e.a.& e.b.e sera costituido il triangol.e.a.b.diche l'uno e l'altro de duoi angoli.a.et



.b. per le ragione adotte nella precedente, sera la mita d'un angolo retto & similmente l'uno & l'altro delli duoi angoli che sono al.e. seran per la mita d'un angolo retto, di che tutto l'angolo.e. verra esser retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto.e. (per la trigesima prima del primo) produco la linea.e.f. equidistante alla linea.a.d. & equale alla linea.c.d. & produco.f.d. poi slongo le due linee.e.b. & .f.d. per fina a tanto che lor concorrano in ponto.g. & produco la linea.a.g. (& per la ultima parte della vigesima nona del primo) l'angolo.c.e.f. sera retto & perche l'angolo.c.e.b. e' mezzo angolo retto, adonque l'angolo.b.e.f. sera etiam lui mezzo angolo retto, & perche (per la trigesima terza del primo) .f.d.e. equidistante al.c.e. sera l'angolo.f. (per la trigesima quarta del primo) retto, & (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.e.g.f. sera la mita d'un angolo retto, & perche li duoi angoli.g.e.f. & .e.g.f. (del triangolo.f.e.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita (per la sesta del primo) che'l lato.e.f. sia equal al lato.f.g. & perche l'angolo.g.d.b. (per la seconda parte della vigesima nona del primo) e' retto & l'angolo.d.g.b. e' la mita d'un retto (come provato habbiamo) adonq; per la detta trigesima seconda del primo l'angolo.d.b.g. sera etiam lui la mita d'un retto (& per la sesta del primo) il lato.b.d. sera equale al.d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de.e.g. e' doppio al quadrato de.e.f. similmente sera etiam doppio al quadrato de.c.d. per esser.c.d. equal al.e.f. (per la detta trigesima quarta del primo) anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de.a.e. sera doppio al quadrato d.a.c. & perche il quadrato de.e.g. e' doppio (come detto) al quadrato de.c.d. adonque li duoi quadrati delle due linee.a.e. & .e.g. tolti insieme seranno doppi alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & .c.d. tolti insieme, & perche il quadrato de.a.g. si e' tanto quanto li ditti duoi quadrati de.a.e. & de.e.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato solo della linea.a.g. sia doppio alli detti duoi quadrati de.a.c. & .c.d. tolti insieme, & perche il quadrato de.a.g. si e' tanto quanto li duoi quadrati de.a.d. & de.d.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de.a.d. & .d.g. sieno in summa doppi al li detti duoi quadrati de.a.c. & .c.d. per gionti insieme, & perche.d.b. e' equale al.d.g. il quadrato de.d.b. (per commune scientia) sera etiam equale al quadrato de.d.g. seguita adonque che li duoi quadrati de.a.d. & .b.d. gionti insieme sieno doppii alli duoi quadrati de.a.c. & .c.d. per gionti insieme, che e il proposito.

Problema prima. Proposizione.xi.

11 Puotemo segare una data retta linea si co conditionatamente che il
11 rettangolo che e contentto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che vien fatto dell'altra parte.



Sia la data linea.a.b. laquale volemo dividere cosi conditionatamente che quel che vien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato dell'altra maggior parte, & per far tal cosa descriuero il quadrato sopra la detta linea.a.b. (per la quadragesima sesta del primo) il qual sia.a.b.c.d. & divido il lato.b.d. in due parti equale in ponto.e. & produco la.a.e. & slongo etiam la.e.b. fina in ponto.f. talmente che la.e.f. sia equale alla.a.e. & sopra la parte intrinseca b.f. descrivo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato.b.f.g.h. ilquale sega dalla linea.a.b. la parte.b.h. equale alla parte.b.f. hor dico che la linea.a.b. e' divisa talmente in ponto.h. che quello che e fatto da tutta la linea.a.b. in la sua minor parte.a.h. e' equale al quadrato dalla parte.b.h. Et per dimostrar questo slongo la.g.h. per fin al.k. la qual sera equidistante al.a.c. perche adonque la linea d.b. e' divisa in due parti equale in ponto.e. & a quella gli e aggionta la linea.b.f. il rettangolo compreso sotto a tutta la linea.d.f. & alla linea.b.f. coi quadrato della e.b. per la sesta di questo, sera equale al quadrato della.e.f. & perche.e.f. si e equale alla.e.a. il rettangolo adonque fatto della.d.f. in la.b.f. co lo quadrato della.e.b. sera

equale

equale al quadrato della.e.a.& perche il quadrato della.e.a. (per la penultima del primo) e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.e.b. seguita adonque che el rettangolo della.d.f.in la.b.f.con lo quadrato della.e.b. sia equale al medesimo quadrato della.e.b.insieme con lo quadrato della.a.b.leuando via da l'una e l'altra summa il quadrato della ditta.e.b. li duoi rimanenti (per la terza concettione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno sera el rettangolo fatto della.d.f.nella.b.f.& l'altro e il quadrato della.a.b. & perche il rettangolo fatto della.d.f.nella.b.f.si e la superficie.d.g.perche.f.g.e' equale al.b.f.(per esser ciascun di loro lato il quadrato.b.f.g.h.) adonque la superficie.d.g.sera equale al quadrato della.a.b.cioe al quadrato.a.d. hor se communamente se cauara la superficie.a.h.li duoi rimanenti seranno anchora equali (per la detta terza concettione) l'uno di quali rimanenti e' la superficie.a.k.l'altro sera il quadrato.b.f.g.h.& perche la superficie.a.k.e contenuta sotto a tutta la linea.a.b.& al la sua minor parte.a.h.(per esser.a.c.equale al.a.b.) & lo quadrato.b.f.h.g.e' il quadrato della.b.h.cioe de l'altra sua maggior parte, adonque la linea.a.b.sera diuisa secondo il proposito nel ponto.h.perche la superficie, ouer rettangolo de tutta la linea.a.b.in la sua minor parte.a.h.e' equale al quadrato del l'altra sua maggior parte.h.b. Et nota che non bisogna affaticarsi in voler diuidere in questo modo un numero perche e impossibile, come in la vigesima nona del nono si manifesta.

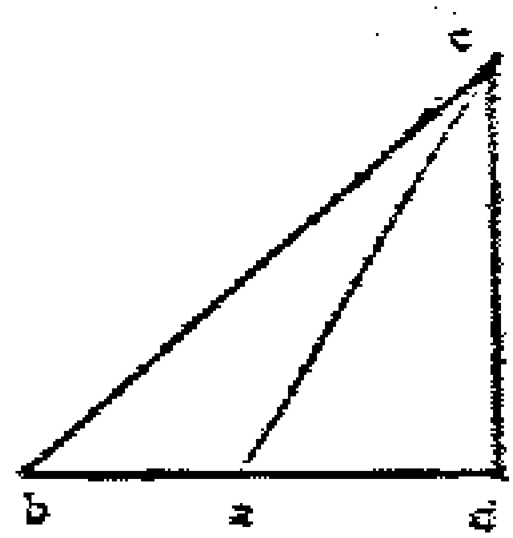
Il Tradottore.

La vigesima nona del nono non dimostra quel che dice il commentatore, cioe che el non si possa diuidere un numero sotto la detta conditione, ma si la dimostra in la sesta del terzodecimo.

Theorema.xii. Propositione.xii.

In li triangoli che hanno un angolo ottuso tanto e' piu potente quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambiduoi li altri duoi lati che contengano l'angolo ottuso, quanto e' quello che e' contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due uolte.

Sia el triangolo.a.b.c.el quale habbia l'angolo.a.ottuso dal ponto.c.sia dotta una linea perpendicolare alla linea.a.b.laqual de necessita cadera fora del triangolo.a.b.c.altramente l'angolo.a.seria retto, ouer minor d'un retto (per la sestadecima del primo) laqual cosa seria contra il presupposito, ouer che cadesse di dentro del triangolo sopra la linea.a.b.constituiria il triangolo verso.a.che li duoi angoli di quello seriano maggiori de duoi angoli retti, cioe l'angolo.a.insieme con l'angolo retto (che faria la perpendicolare) la qual cosa e' impossibile, (per la trigesima seconda del primo) siche adonque la ditta perpendicolare cadera de fora del detto triangolo.a.b.c.& la qual perpendicolare sia la linea.c.d.ma per che la linea.b.a.non arriua fina al ponto del cadimento della detta perpendicolare pero slongaremo quella per fina al detto ponto il quale sia il ponto.d. hor dico che il quadrato del lato.b.c.(il quale sotto tende all'angolo.a.ottuso) e' tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.a.c.(circondante il detto angolo.a.ottuso) quanto e il doppio di quello, che vien fatto dala.b.a.in.a.d. ma inanti che vegniamo alla demostratione bisogna notare qualmente la possanza di una linea, e' in rispetto del suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto e' il quadrato descritto sopra a quella, ouer quanto e il produtto di quella in se medesima, hor vegnimo alla dimostratione della proposta propositione. Perche la linea.b.d.e' diuisa in due parti in ponto.a.diche il quadrato de tutta la linea.b.d.sera equal (per la.4.di questo) alli duoi quadrati delle due linee.b.a.&.a.d.



di quello che vien fatto della.a.b.in la.a.d.& perche il quadrato della.b.c.(per la penultima del primo)e' equale al quadrato della.b.d.& al quadrato della d.c.ad onque il quadrato di questa.b.c.sera equale alli quadrati delle tre linee.b.a.a.d.&.d.c.& al doppio di quello che vien fatto dal.a.b.in a.d.ma (per la medesima penultima del primo)il quadrato della.a.c.e' equal alli doi quadrati delle due linee.a.d.&.d.c.adonque il quadrato della.b.c.e' equale alli duoi quadrati delle due linee.b.a.&.c.a.& al doppio di quello che vien fatto della.b.a.in.a.d.per la qual cosa il lato.b.c.puo piu delle duoi linee.b.a.a.c tanto quanto e' il doppio di quello che vien fatto dala.b.in.a.d.che prima ha hauemo detto che tanto se dice poter qualunq linea quanto quello che la produce ducta in se medesima,che e' il proposito.

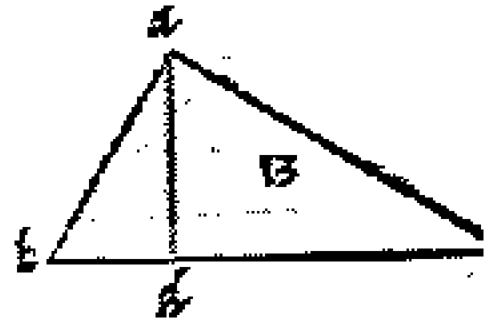
Theorema.xii. Propositione.xiii.

13 **Quella linea che riguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossigonio, puo tanto meno de ambiduoi li altri lati, che contengono quel angolo acuto, quanto e' quello che e' contenuto due uolte sotto de quello al quale sta sopra la perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.**

Questo che quiui si propone del lato riguardante alcun angolo acuto in el triangolo ossigonio se verifica del lato riguardante qual si voglia angolo acuto in ogni triangolo,o sia orthogonio,ouer ambligonio,ouer ossigonio.

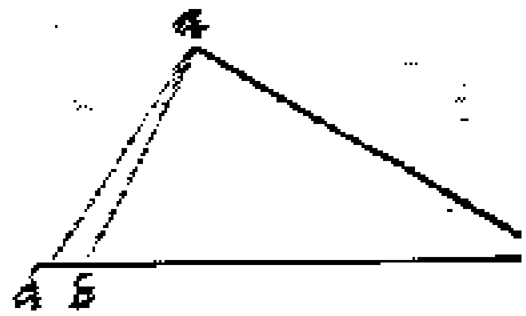
Sia adonque il triangolo.a.b.c.& sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo.c.acuto se el sera ossigonio ducendo la perpendicolare dallo angolo.a.ouero dallo angolo.b.al suo lato opposito,la detta perpendicolare sempre cadera di dentro del triangolo (come sotto si demostrara) ma se il ditto triangolo a.b.c.sera ambligonio,ouer orthogonio ducendo la perpendicolare dall angolo ottuso(ouer dal retto)al lato opposito e' necessario che quella cada di dentro del triangolo(e questo di sotto se demostrara)siando adonque l angolo.a.retto ouer ottuso ouer acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato.b.c.opposito cadera dentro del triangolo sopra la detta linea,ouer lato.b.c quella poniamo sia la linea.a.d.& perche in ogni triangolo e' necessario che gli sia duoi angoli acuti(per la trigesima seconda del primo)dil che stante il presupposito l angolo.b.seria etiam acuto si come e l angolo.c.dico adonque che el quadrato de.a.b (che opposito all angolo.c.acuto)e' tanto minor delli duoi quadrati delle due linee.a.c.&.b.c.quanto e il doppio di quello che vien fatto della b.c.in la.d.c.ouer dico chel quadrato della.a.c.(il quale etiam e opposito all angolo.b.il quale ponessemo etiam acuto)e tanto minor delli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.quanto e il doppio di quello che vien fatto della.c.b.in la d.b.perche la linea.b.c.e' diuisa in due parti nel ponto,.d.il quadrato di tutta la linea.b.c.con lo quadrato della parte.d.c.(per la settima di questo)sera equale a quello che vien fatto della.b.c.in la.d.c.due volte & al quadrato dell altra parte(cioe della.b.d.)dil che agiongendo a l'uno e l'altro il quadrato della.a.d.sera etiam il quadrato della.b.c con li duoi quadrati delle due linee.a.d.&.d.c.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.d.&.d.b.& al doppio di quello che vien fatto della.b.c.in la.c.d.& perche(per la penultima del primo)il quadrato della.a.c. e equale alli quadrati delle due linee.a.d.&.d.c.adonque il quadrato della.b.c.con lo quadrato della.a.c.e' equale alli quadrati delle due linee.a.d.&.b.d.et al doppio di quello rettangolo che vien fatto della.b.c.in la.c.d.ma per la medesima penultima del primo)il quadrato de.a.b.e' equal alli doi quadrati delle due linee a.d.&.b.d.Adonque il quadrato della.b.c.con lo quadrato della.a.c.sie equal al quadrato della.a.b,& al doppio di quel che vien fatto della.b.c.in la.c.d.

per laqualcosa il quadrato solo della .a.b. seria minor delli detti doi quadrati de b.c. & a.c. quanto seria il doppio di quel che vien fatto della detta .b.c. in la .c.d. che è il proposito, per simil modo tu approuarai che 'l quadrato del lato .a.c. che opposito all'angolo .b. acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee .a.b. & b.c. quanto è il doppio di quello che vien fatto della .c.b. in la .b.d. Et è da notar che per questa, & per la precedente, & per la penultima del primo, che conosciuto che hauemo li lati d'ogni triangolo se conosce la area superficial di quello, & con lo agiuto delle tauole de corda, & arco, se conosce ogni angolo di quello.



Il Tradottore.

Hor per approuare che tirando dal l'angolo .a. del proposito triangolo .a.b. una perpendiculare al lato .b.c. opposito come le necessario (essendo l'angolo .a. ottuso, ouer retto, ouer acuto d'un triangolo oxigonio) che lei cada di dentro del triangolo, ponerremo in margine il medesimo triangolo .a.b.c. & presupponeremo (che tirando al detto angolo .a. una perpendiculare alla linea .b.c.) quel sia possibile (per l'aduersario) che la cada de fuora del triangolo nel ponto .d. alongando la linea .c.b. per fin al detto ponto .d. & sera costituido il triangolo .a.b.d. de fora del proposito triangolo .a.b.c. & perche li doi angoli .a.b.c. & a.c.b. stante l'angolo .a. secondo il presupposito, (per la trigesima seconda del primo) sono acuti adonque & l'angolo .a.b.c. è acuto l'angolo .a.b.d. del triangolo .a.b.d. (per la terzadecima del primo) sera obtuso & l'altro angolo .a.d.b. (per esser costituido della perpendiculare .a.d.) sera retto, adonque li doi angoli .a.b.d. & a.d.b. (del triangolo .a.b.d.) giunti insieme seriano maggiori de doi angoli retti, laqualcosa è impossibile (per la decimasettima del primo) seguita adonque che la detta perpendicular debba cader di dentro del triangolo de necessita, che è il proposito.



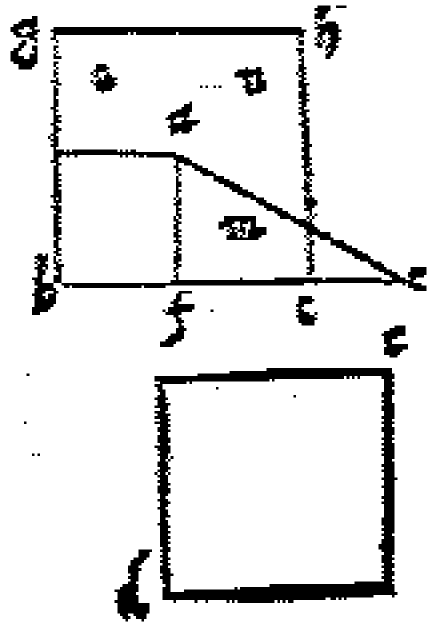
Problema .ii. Propositione .xiiii.

Proposti doi quadrati, come si voglia, a l'uno di quelli potemo descriuere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta in fine del primo libro ma per non esser lui suo condecente loco la hauemo quiui assettata.

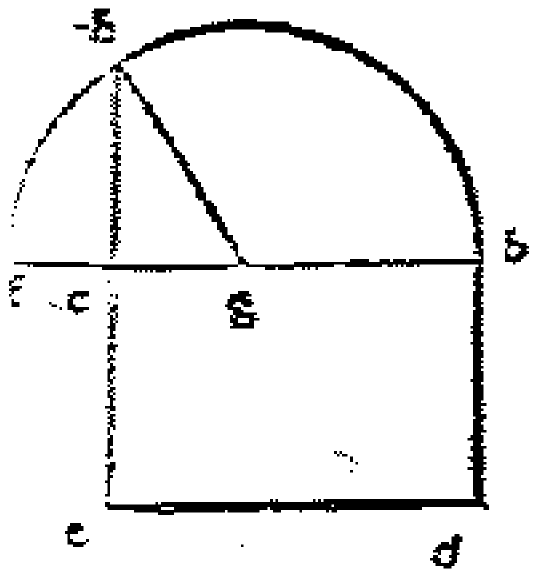
Siano adonque proposti li doi quadrati .a.b. & c.d. & sia il proposito de descriuere attorno il quadrato .a.b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato .c.d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato .a.b. directamente per fin alla .e. e quella d'uno di lati del quadrato .c.d. & sia .f.e. cioe che .f.e. sia equale a uno de lati del quadrato .c.d. & dal ponto .e. sia tirata una linea al ponto .a. (angolo del quadrato .a.b.) & sera costituido il triangolo .a.f.e. orthogonio (per esser l'angolo .a.f.e. retto) & perche il quadrato della .a.e. si è tanto quanto li doi quadrati delle due linee .a.f. & f.e. (per la penultima del primo) ma il quadrato della .f.e. è equale al quadrato .c.d. & lo quadrato della .a.f. è equale al quadrato .a.b. adonque il quadrato della .a.e. si è equale alli doi quadrati .a.b. & c.d. Et perche li doi lati .a.f. & f.e. sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato .a.e. & perche la .b.f. sie equale alla .f.a. tutta la linea .b.e. sera maggiore del ditto lato .a.e. Adonque della linea .b.e. sia resegata la parte .b.c. (per la terza del primo) equale al lato .a.e. talmente che la .b.c. sia equale alla detta .a.e. & sopra la linea .b.c. (per la quadragesima sesta del primo) sia costituido il quadrato .b.c.g.h. il qual quadrato .b.c.g.h. è equale al quadrato della .a.e. (come di sopra fu approuado) sie equale alli doi quadrati .a.b. & c.d. adonque il quadrato .b.c.g.h. (per la prima concettione) sera equale alli doi quadrati .a.b. & c.d. ma il quadrato .b.c.g.h. sopravanza il quadrato .a.b. nel gnomone .m.n.o. il qual gnomone .m.n.o. verra a esser equale al quadrato .c.d. adonque attorno il quadrato .a.b. hauemo descritto il gnomone .m.n.o. equale a l'altro quadrato .c.d. che è il proposito.

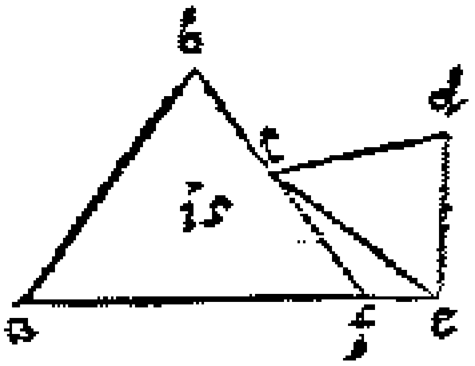


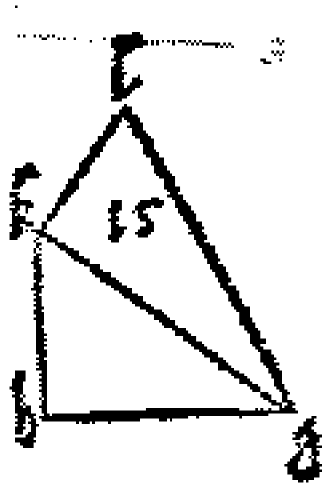
Problema .iii. Propositione .xv.

14 Potemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.

Sia il dato triangolo .a. alqual noi volemo descriuere uno quadrato equale. designaro una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quarta gesima seconda del primo) equale al dato triangolo .a. laqual pongo sia la super ficie .b.c.d.e. & se per caso li lati di quella fussino equali, cioe, che lo lato .b.d. fusse equale al lato .d.e. noi hauerissimo quello che cercamo, perche la detta su perficie per la diffinitione saria vn quadrato, come se adimandaua, ma se li lati sa ranno inequali allhora agiungero il lato minore, al lato maggiore indiretto, & sia .e.f. cioe che .e.f. sia equale al .c.e. suo minor lato, ilquale e' agiunto indiretto al .b.c. suo maggior lato secondo la rettitudine, hor tutta questa linea .b.f. diuidero in due parti inequale in ponto .g. & fatto .g. centro sopra la linea .b.f. secondo la quantita della linea .g.b. descriuero il mezzo cerchio .b.h.f. & lo lato .e.c. allon garo per fina a tanto che 'l segni la circonferentia in ponto .h. hor dico che 'l qua drato della linea .c.h. e' equale al ditto triangolo dato, Et per dimostrar questo io tirero la linea .g.h. & perche la linea .f.b. diuisa in due parti equali in ponto .g. & in due parti inequali in ponto .c. quello che vien fatto del dutto della .b.c. in la .c.f. con lo quadrato della .c.g. (per la quinta di questo) e' equale al quadrato del la .g.f. & perche .g.h. e' equale alla .g.f. (per la quintadecima diffinitione del pri mo) perche ambedue se partono dal centro .g. e' vanno alla circonferentia, adon que quello che vien fatto dal dutto della .b.c. in la .c.f. con lo quadrato della .g.c. sera equale al quadrato della .g.h. & perche il quadrato della .g.h. sie equale per la penultima del primo) alli doi quadrati delle due linee .g.c. & .c.h. adonque li detti doi quadrati de .g.c. & .c.h. seranno equali al detto quadrato de .g.c. insie me con quello ch'e' fatto dal dutto della .b.c. in la .c.f. leuando adonque commu namente da l'una e l'altra parte il quadrato della .c.g. restara il quadrato solo della .c.h. equale a quello che vien fatto dal dutto della .b.c. in la .c.f. & perche il dutto della .b.c. in la .c.f. e' equale alla superficie .b.c.d.e. perche .c.e. e' equale alla .c.f. adonque il quadrato della linea .c.h. sera equale alla superficie .b.c.d.e. & perche la superficie .b.c.d.e. e' equale al triangolo .a. adonque il quadrato del la linea .c.h. sera equale (per la prima concettione) al triangolo .a. che e' il propo sito. Et nota che per questo modo se troua il lato tetragonico de qual si voglia figura piu longa da vna banda che dall'altra, & simplicemente d'ogni figura co tenuta da linee rette sia come si voglia, Perche ogni tal figura la resoluemo in tri angoli, & de cadauno di quegli triangoli, trouamo il lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, et dapoi trouamo (per la penultima del pri mo) una linea la qual possi in tutti quelli lati tetragonici trouati, exempli gratia, voglio al presente trouar il lato tetragonico della figura irregolare .a.b.c.d.e.f. re soluo quella in tre triangoli, quali sono .a.b.f. .c.d.e. & .c.f.e. Anchora secondo la dottrina di questa ritrouo li lati tetragonici di questi tre triangoli, quali sono .g. h. & .h.K. & .K.l. & rigo la .h.k. perpendicolarmente sopra la .g.h. & tiro la .g.K. on de (per la penultima del primo) il quadrato della .g.K. sera equale alli quadrati delle due linee .g.h. & .h.K. & lo terzo lato .K.l. lo constituisco perpendicolarmente so pra la linea .g.K. e tiro la linea .g.l. e la linea .g.l. (per la detta penultima del primo) sera il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea proposta, ch'e' il nostro proposito.







Il Tradottore.

El testo di questa vltima propositione di questo secondo libro, in la seconda tra dottione dice in questa forma.

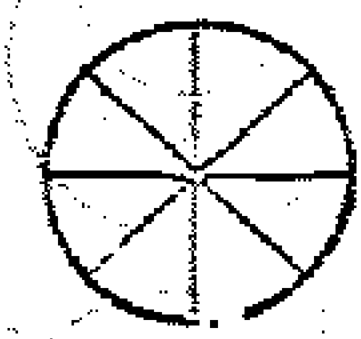
Possemo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

LAqual propositione e' piu generale della sopra scritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella sopra scritta, ma non la con clude, per il modo dato di sopra, anci la conclude per la quadragesima quinta del primo (dellaqual manca la prima conclusione) cioe lui vol che sia constituito vn paralellogrammo rettangolo equale al dato rettilineo (per la detta quadragesima quinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del paralellogrammo .b.d.c.e.

Fine del secondo libro.

INCOMINCIA
IL TERZO LIBRO DELLI PRINCIPII DI EVCLIDE MEGARENSE MATHEMATICO
prestantissimo, secondo le due tradottioni, da Nicolo Tartalea Brisciano con diligentia dallo latino in volgare tradotto & dilucidato.

Diffinitione prima.



1 Li cerchi se dicono esser equali, quando li diametri, over li mezzi dia
1 metri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, over mezzi diametri sono maggiori & minori quelli di quali sono minori.

Il Tradottore.

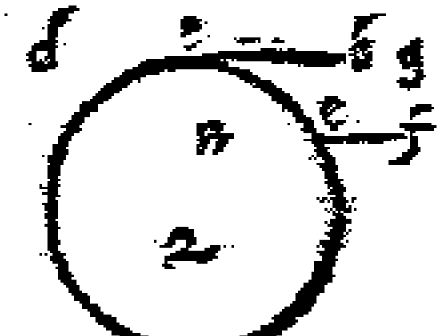
QVesta diffinition, over suppositione è assai manifesta da se, cioè che li cerchi che hanno li lor diametri, over li lor mezzi diametri equali sono fra loro equali, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & converso, e questo basser senza addur essempio, vero è che questa è più presto suppositione, over petitione che diffinitione.

Diffinitione.ii.

2 Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio
2 talmente che alongandola da l'una e l'altra parte quella non segha li cerchio.

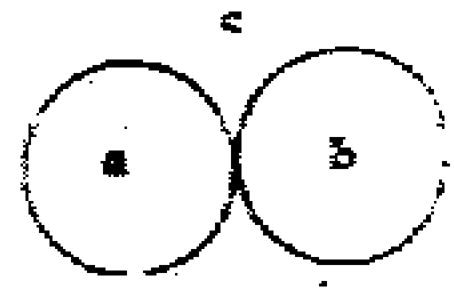
Il Tradottore.

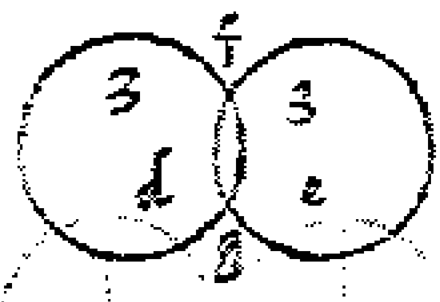
IN la presente diffinitione vien notificado come una linea vien detta toccare un cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio.a. toccado dalla linea.b.c. in ponto.c. & dalla linea.e.f. in ponto.e. & perche chi menasse, over producesse la linea.b.c. dalla parte.c. verso.d. over dalla parte.b. verso.g. lei non segaria il detto cerchio, come al senso si puo considerare, pero se dira che la detta linea.b.c. tocca il detto cerchio in lo detto ponto.c. la qual cosa non si puo dire della linea.e.f. perche chi ducesse quella dalla parte.e. inverso.a. senza dubbio lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerar, pero non si intendera che essa linea.e.f. sia toccante il cerchio.a. anzi sera segante il detto cerchio, & la.b.c. sera toccante il detto cerchio.

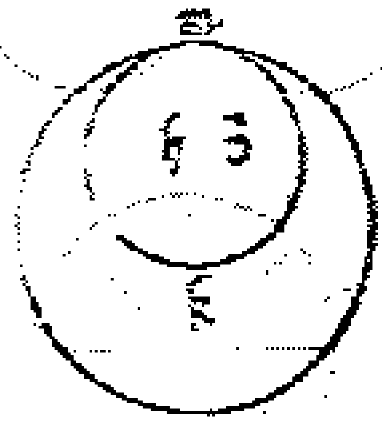


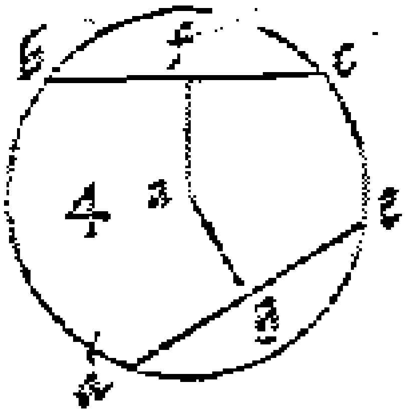
Diffinitione.iii.

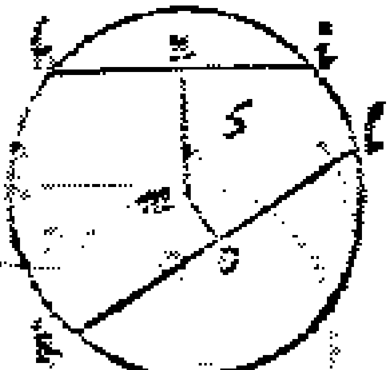
3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme li quali toccandosi fra lo
3 ro non si seghano.











Il Tradottore.

IN questa diffinitione vien dechiarido come li cerchii sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, & non si segano, essempio, sia no li duoi cerchii.a.&.b.liquali si toccano nel ponto.c.& li duoi altri.d.&.e.li quali si toccano etiam loro, ma si segano nelli duoi ponti.f.&.g. dilche li duoi cerchii.a.&.b. perche si toccano, & non si segano nel ponto.c. se diranno toccanti fra loro nel ponto.c.laqual cosa non si dira delli duoi cerchii.d.&.e.abenche che anchora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si segano nelli duoi ponti.f.g.anci se diranno seganti fra loro & li duoi.a.&.b.toccanti & similmente li duoi.h.&.k.in ponto.m.

Diffinitione.iiii.

4
4 De linee rette in un cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle seranno equale.

Il Tradottore.

EL se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchio sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare dal detto centro a ciascuna di quelle seranno equali, essempio, siano le due linee.b.c.&.d.e.nel cerchio.a.& sopra ciascuna di loro (dal centro.a.) siano dutte le perpendicolare.a.f.&.a.g.se per caso le dette due perpendicolare, cioe a.f.&.a.g. seranno equale le dette due linee.b.c.&.d.e.se diranno equalmente distare dal centro ideo &c.

Diffinitione.v.

Et piu distare dal centro e detta quella in laquale cade piu lon
5 ga la detta perpendicolare.
5

Il Tradottore.

QVesta diffinitione abenche la sia disgiunta dalla passata tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee per definire in qual che cerchio, quella e detta piu distante dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee.h.i.&.k.l.in lo cerchio.m.sopra dellequale dal centro.m.siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare.m.n.&.m.o.& perche la perpendicolare.m.n. e piu longa della perpendicolar.m.o.se dira che la linea.h.i.e piu distante dal centro.m. che non e la linea.k.l.& questo e quello che se vuol inferire.

Diffinitione.vi.

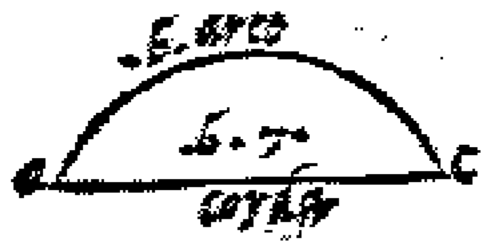
Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio e detta corda.
6
6

Il Tradottore.

LA presente diffinitione ne admonisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio e nominata, corda, essempio la parte di cerchio.a.b.c.

contenuta

contenuta dalla linea curva.a.b.c.& dalla linea retta.a.c.dice che la linea.a.c.e detta corda.



Diffinitione.vii.

7 Et la parte della circonferentia se chiama arco.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che questa parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio e chiamata arco, che seria la linea curva.a.b.c.della figura superiore laquale satisfa, etiam per lo essempio di questa.

Diffinitione.viii.

5 Et l'angolo che e contenuto dalla corda e dal arco e detto angolo
6 della portione.

Il Tradottore.

La presente diffinitione dice che l'angolo che e contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione e detto angolo della portione, essempio, sia la portione.c.d.e.dico che ciascuno delli doi angoli contenuti dalla corda.c.e. & dal arco.c.d.e.sono detti angoli della portione, liquali angoli l'uno e l'angolo.c.& l'altro e l'angolo.e.&c.

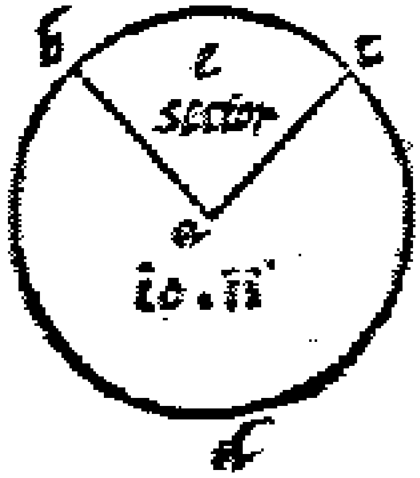
Diffinitione.ix.

9 L'angolo, che e contenuto da due linee rette che uscischano da qua
7 lunque ponto che sia in l'arco, & vadino alli termini della corda, e detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.

Questa diffinitio ne admonisse, che quel angolo e detto stare sopra de l'arco, ilqual e contenuto da due linee rette dutte di qual si voglia ponto che sia in l'arco alli doi termini della corda, essempio, sia la portione.a.b.c.& sopra de l'arco sia tolto il ponto.b.dal quale tirando le due linee.a.b.&.c.b.alli doi termini della corda.a.c.sera costituido l'angolo.a.b.c.il qual angolo.a.b.c.e detto stare sopra l'arco.a.b.c.ideo &c.

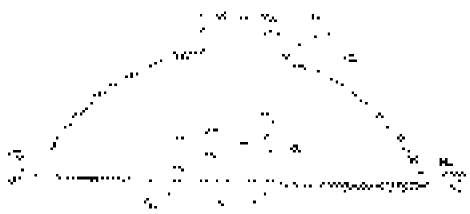
Diffinitione.x.



9 Sector del cerchio e una figura, che e contenuta sotto a due li-
10 nee rette, dutte dal cētro, & sotto a l'arco comprehenso da quelle.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne da intendere come il sector di cerchio e una figura laquale e contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro, & sotto a



l'arco compreheso da quelle, essempio, sia il cerchio, b. c. d. descritto sopra il centro. a. dal qual centro. a. deduce le due linee. a. b. & a. c. dice che la figura che. e. contenuta dalle due linee rette. a. b. & a. c. & dallo arco. b. c. se chiama sector di cerchio.

Diffinitione. xi.

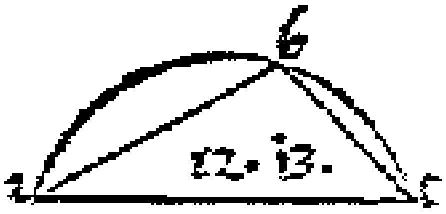
11/0 Et l'angolo contenuto da quelle due linee e' detto stare sopra il centro

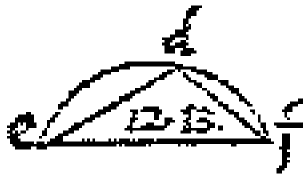
Il Tradottore

La presente diffinitione (seguitando la precedente) dechiara l'angolo circonstato, over contenuto da quelle due linee rette dutte dal centro del detto cerchio e' detto stare sopra il centro del detto cerchio, ilqual angolo seria quello che e contenuto dalle due linee. a. b. & a. c. sopra il centro. a. della figura circular della diffinitione precedente, la qual servira per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione. xii.

12 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequal li angoli che stanno
10 sopra l'archo sono fra loro equali.





Il Tradottore.

La presente diffinitione ne adavertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni. a. b. c. & e. d. f. havente ciascuna di loro uno angolo sopra del suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo. b. (contenuto dalle due linee rette. a. b. & c. b. sopra l'arco. a. b. c. nel detto ponto. b.) l'altro sia lo angolo. d. (contenuto dalle due linee rette. e. d. & f. d. sopra l'arco. e. d. f. nel detto ponto. d.) dico adonque che se l'angolo. b. (che e sopra l'arco. a. b. c.) sera equale a l'angolo. d. (che e sopra l'arco. e. d. f.) la portione. a. b. c. sera simile alla portion e. d. f. benche l'una sia de maggior cerchio che l'altra.

Diffinitione. xiii.

13 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceueno e
0 quali angoli.

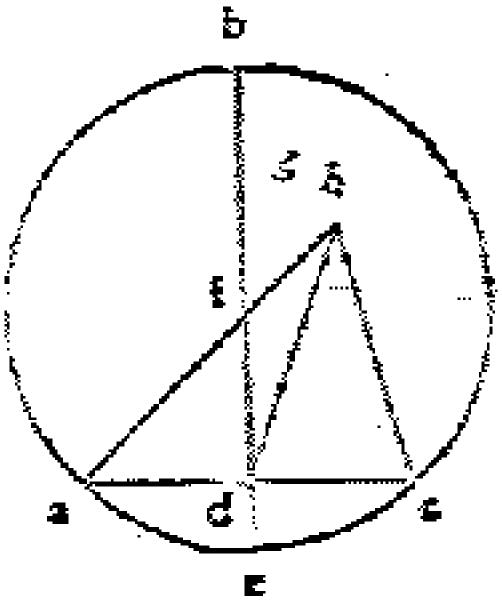
Il Tradottore

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi di tale dette portioni sono simili, quando che receueno al predetto modo li angoli equali, cioe al modo della precedente, essempio se l'angolo b. contenuto dalle due linee. a. b. & c. b. (della precedente) sopra l'arco. a. b. c. sera equale all'angolo. d. contenuto dalle due rette. e. d. & f. d. sopra dell'arco. e. d. f. (pur della figura della precedente) allhora l'arco. a. b. c. sera simile a l'arco. e. d. f. benche l'uno sia maggior dell'altro & questo e quello che se vuol inferire.

Problema prima. Propositione prima.

5/1 Puotemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.

Sia



Sia il proposto cerchio.a.b.c. del quale volemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea.a.c.laqual termini oue si voglia nella circonferentia di esso cerchio.la qual linea.a.c. (per la decima del primo) diuido in due parti equali nel ponto.d.dal qual ponto.d. (per la vndecima del primo) conduccono vna perpendicolare alla detta linea.a.c.& quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia quale sia la linea.b.d.e.laqual linea.b.e.per diuido in due parti equali in ponto.f. (per la detta decima del primo) il qual ponto.f.dico esser il centro del detto cerchio,perche se quello non e il centro del detto cerchio (per lo aduersario) quel sera adonque ouer in la linea.b.e.ouer che sara di fora di quella,hor dico che'l non puo esser nella detta linea.b.e.& se pur il fusse possibile per l'aduersario poniamo che'l sia il ponto.g.essendo adonque il ponto.g.il centro del detto cerchio la linea.g.b.seria (per la diffinitione quarta decima del primo) equale alla linea.g.e. (perche ciascuna se parte dal centro e va alla circonferentia) & perche la.f.e.e etiam equale alla.f.b.(per commune scientia) la.f.b.sera maggior della parte.g.b.& consequentemente la.e.f.seria etiam maggiore della.g.e.(per esser la.g.e.equale alla detta.g.b.) laqual cosa e impossibile (per la ultima concettione) che la parte.f.e.sia maggiore del tutto cioe del la.g.e.seguita adonque che'l detto centro non puo esser nella detta linea.b.e.eccetto che nel ponto.f. Anchora dico che'l non puo esser de fuora della detta linea.b.e.& se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) poniamo che'l sia il ponto.h.faro tirar le linee.h.a.h.d.h.c. & sera constituido li duoi triangoli.h.a.d.& h.d.c.& perche li duoi lati.h.d.& d.a.del triangolo.h.a.d.sono equali alli duoi lati.h.d.& d.c.del triangolo.h.d.c.& similmente la basa.h.a.dell'uno seria equale alla basa.h.c.dell'altro (perche ambe si partono dal centro.h.& vanno alla circonferentia) seguiteria adonque (per la ottaua del primo) che l'angolo.h.d.c.de l'uno seria equale all'angolo.h.d.a.dell'altro, & per che questi duoi angoli.h.d.a.& h.d.c.sono causati della linea.h.d.cadente sopra la linea.a.c. dilche essendo li detti duoi angoli equali,ciascun di loro seria retto (per la ottaua diffinitione del primo) & perche l'angolo.a.d.b. fu constituido retto adonque l'angolo.a.d.h.seria equale all'angolo.a.d.b.(per la terza petitione per esser ambiduoi retti) laqual cosa e impossibile, (per la ultima concettione) che la parte sia equale al tutto,seguita adonque che'l centro del dato cerchio,non potendo esser in alcun loco de fuora del ponto.f.che quel sia nel proprio ponto.f.che e il proposito.

Correlario.

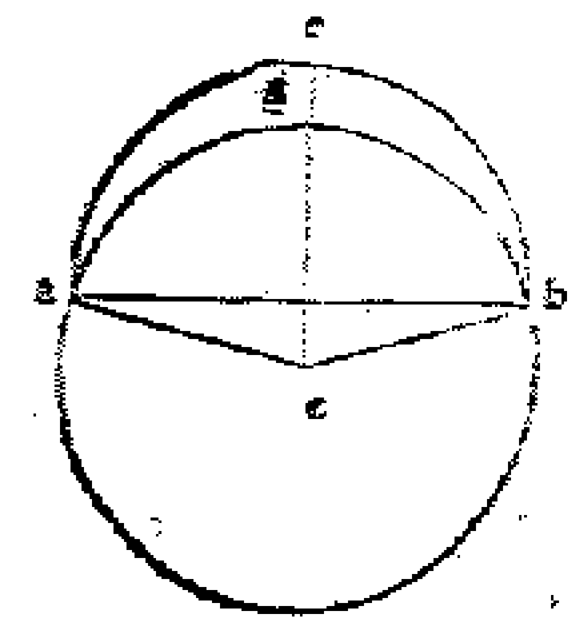
$\frac{s}{i}$ Onde egli e manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminan in la circonferentia, niuna di quelle segan l'altra orthogonalmente in due parti equale, se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

IN questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli e manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circonferentia di quello mai l'una seghara l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio,si come di sopra fu visto nella linea.b.e. laquale sega la linea.a.c.orthogonalmente in due parti equale in ponto.d.& quella passa per lo ponto.f.dentro del detto cerchio a.b.c.e questo e quello che nel correlario se uol inferire.

Theorema prima. Propositione .ii.

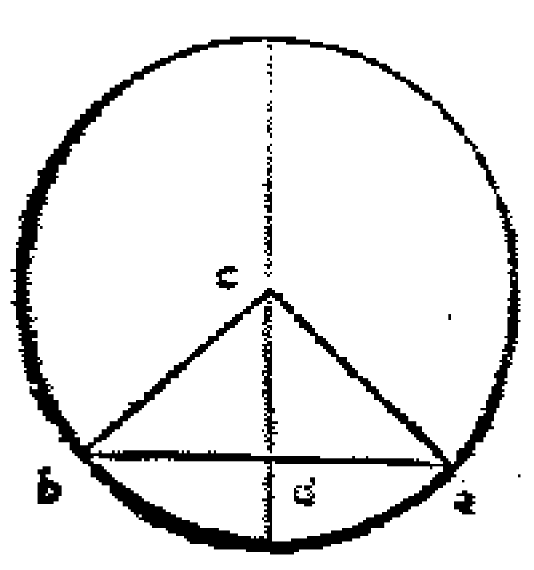
$\frac{s}{i}$ Se si menara una linea retta, da uno al altro de duoi ponti signati in su la circonferentia d'un cerchio e necessario che quella segi il cerchio.



Sia il cerchio.a.b.il centro dil qual sia il ponto.c.sopra della circonferentia di quello sian li duoi ponti.a.&.b.dico che ducendo una linea retta dal ponto a.al ponto.b.le necessario che quella seghi il detto cerchio.a.b.& se possibil fusse per l'adversario che lla non lo seghi,ma che quella transisca di fora del detto cerchio,ponimo sia la linea.a.e.b.& che sia retta per satisfarlo detto adversario dal centro.c.produro le due linee.c.a.&.c.b.& sera costituido il triangolo delle tre linee.c.a.c.b.& della linea.a.e.b.di quale li duoi lati.c.a.&.c.b.sono equali per che ambidui vengono dal centro alla circonferentia,adonque (per la quinta del primo) l'angolo.c.a.b.sera equal all'angolo.c.b.a.tirro anchora la linea.c.e.sopra la detta linea.a.e.b.laqual sega la circonferentia nel ponto.d.& divide il detto triangolo.a.b.c.in li duoi triangoli.c.e.b.&.c.e.a.& perche l'angolo.c.e.a.estrinseco (per la sestadecima del primo) e maggior dell'angolo.c.b.e.intrinseco a se opposito.& perche l'angolo.c.a.b.e equale al detto angolo.c.b.e.seguita adonque (per commune scientia) che'l detto angolo.c.e.a.sia etiam maggiore del detto angolo.c.a.e.(& per la decima nona del primo) il lato.a.c.sera maggiore del lato.c.e.& perche.c.d.e equal (per la decima quarta diffinition del primo) al detto lato.c.a.seguita adonque (per commune scientia) che la detta linea.c.d.sia maggiore della detta linea.c.e.laqual cosa e impossibile,cioe che la parte sia maggiore de tutto (per la ultima concettione) perche adonque la detta linea congiongente li detti duoi.a.&.b.non puo transire de fora del detto cerchio,de necessita transira di dentro,& transiendo di dentro segharà quello,che e il proposito.

Theorema.ii. Propositione.iii.

5 Se sera una linea retta collocata dentro a un cerchio,laqual non
3 passi per il centro,& che una altra che uegna dal centro seghi quella in due parti equali,eglie necessario che la stia sopra a quella orthogonalmente,& se lei stara sopra a quella orthogonalmente e necessario che la divida quella in due parti equali.



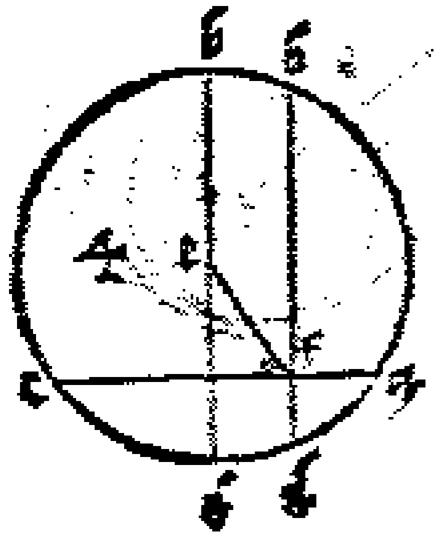
Sia la linea.a.b.collocata dentro del cerchio.a.b.il centro del qual sia il ponto.c.& la linea.c.d.che vien dal centro.c.quella divida la linea.b.a.in due parti equali nel ponto.d.dico che la detta linea.c.d.divide la detta linea.b.a.orthogonalmente,cioe che la.c.d.e perpendicolare sopra la.b.a.&.e converso,cioe che se la linea.c.d.divide la detta linea.b.a.orthogonalmente dico che lei divide la detta linea.b.a.in due parti equale.Et per dimostrar questo produro dal ponto.c.le due linee.c.b.&.c.a.costituendo il triangolo.c.b.a.diviso in duoi triangoli dalla linea.c.d.hor poneremo prima che la detta linea.c.d.divida in due parti equali la detta linea.a.b.adonque li duoi lati.c.d.&.d.a.del triangolo.c.d.a.seranno equali alli duoi lati.c.d.&.d.b.del triangolo.c.d.b.& la basa.c.a.alla basa.c.b.sera equale (perche ambe vengon dal centro.c.& vanno alla circonferentia) adonque (per la ottaua del primo) l'angolo.d.dell'uno sera equale all'angolo.d.dell'altro,dil che (per la ottaua diffinitione del primo) ciascun di loro sera retto (& per la nona diffinition del detto) la linea.c.d.sera perpendicolare sopra della detta linea.b.a.che e il primo proposito.hor veguiamo al secondo ponendo che la.c.d.sia perpendicolare sopra la.b.a.dimostraro che la detta.c.d.divide la detta.b.a.in due parti equali,in questo modo perche la.c.d.e perpendicolare sopra la.b.a.seranno li duoi angoli quali sono al ponto.d.ambidui retti,dil che l'uno sera equale all'altro.& perche lo angolo.c.a.d.e etiam equale,(per la quinta del primo) all'angolo.c.b.d.(per esser tutto il triangolo.c.b.a.de duoi lati equali,adonque li duoi angoli.c.d.b.&.c.b.d.del triangolo.c.d.b.sono equali alli duoi angoli.c.d.a.&.c.a.d.del triangolo.c.a.d.& il lato.c.a.dell'uno e equale al lato.c.b.dell'altro,dil che (per la vigesima sesta del primo) il lato.b.d.sera equale al lato.a.d.adonque la linea.b.a.sera a esser divisa in due parti equale

¶ quale nel ponto .d. che è il secondo proposito.

Theorema .iii. Propositione .iiii.

4 ¶ Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che
4 ¶ ambedue non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

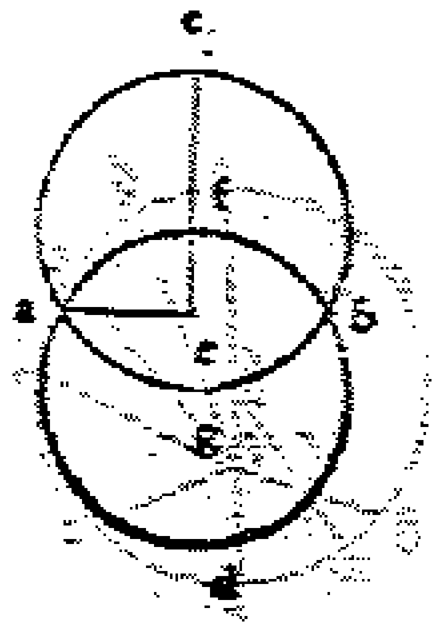
Sia il cerchio .a.b.c.d. il centro del quale sia il ponto .e. nel quale siano le due linee .a.c. & .b.d. lequali si seghino fra loro nel ponto .f. & l'una e l'altra, over una di quelle non passi per lo centro .e. Dico che intra loro non si dividono in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia divisa dall'altra in due parti equali, & quando questo fusse possibile per l'adversario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro .e. & che si dividano ambedue in parti equale (per l'adversario) in ponto .f. tirarò la linea .e.f. & perche .e.f. vien dal centro .e. & divide le due linee dette in duoi parti equale nel detto ponto .f. dirà (per la prima parte della precedente) esser perpendicolare sopra di ciascuna di quelle, & li duoi angoli .a.f.e. & .e.f.c. fatti sopra la .a.c. saria ciascun di loro retto, & similmente l'uno e l'altro delli altri doi angoli .e.f.d. & .e.f.b. (fatti sopra la linea .b.d.) saria etia retto, & perche li angoli retti son equali (per la terza petitione) donque l'angolo .e.f.c. saria equale all'angolo .e.f.d. laqual cosa è impossibile che l'angolo .e.f.c. minore sia equale all'angolo .e.f.d. maggiore, adonque queste dette due linee .a.c. & .b.d. non se ponno dividere fra loro in parti equale. Similmente se una transisse per lo centro, e l'altra non, le pur necessario che le non se possino dividere fra loro in parti equale. & se possibile fusse (per l'adversario) poniamo che la .b.d. passi per lo centro .e. & la .a.c. non, & che pur ambe se dividino in parti equali, adonque se la .b.d. (che viene dal centro .e.) divide la linea .a.c. in due parti equali, e necessario (per lo converso della prima di questo) che la .b.d. sia perpendicolare sopra la .a.c. & se la .b.d. sega la .a.c. perpendicolarmente, similmente la .a.c. segarà etiam la .b.d. perpendicolarmente, & se la .a.c. sega la .b.d. perpendicolarmente, & in due parti equale (per l'adversario) e necessario per lo detto correlario della prima di questo, che la .a.c. passi per lo centro .e. che seria contra il presupposito, seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si segan ambedue non seranno segate in parti equale se ambedue non passano sopra el centro, che è il proposito.



Theorema .iiii. Propositione .v.

5 ¶ Li centri di cerchii, che fra loro si segano, è necessario esser diversi.
5

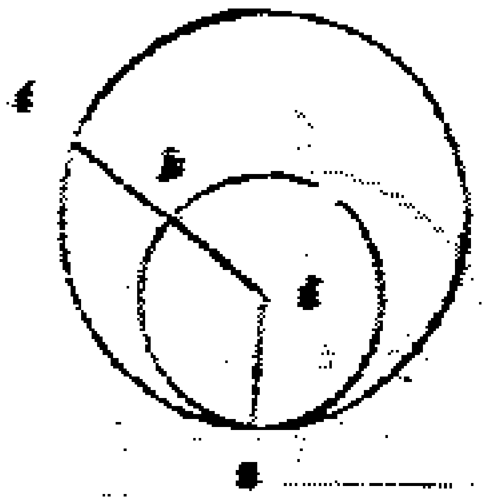
Siano li duoi cerchii .a.c.b. & .a.d.b. liquali si seghino fra loro nelli duoi ponti .a. & .b. Dico che li centri di questi tal cerchii sono diversi, cioè che sono in diversi lochi, over che non ponno esser descritti questi duoi cerchii sopra uno medesimo centro ma in diversi centri. & se possibil fusse (per l'adversario) che ambeduoi havessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il ponto .e. cioè che il ponto .e. sia commun centro di ambeduoi li detti cerchii, produrò le due linee .e.a. & .e.f. & perche le due linee .e.a. & .e.f. si partono dal centro .e. & vanno alla circonferentia del cerchio .a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea .e.c. saria etiam lei equale alla linea .e.a. perche anchora loro vanno da esso centro .e. alla circonferentia del cerchio .a.c.b.g. & perche le due linee .e.c. & la parte .e.f. ambe sono equale alla linea .e.a. (per la prima concettione) seriano etiam fra loro equali, laqual cosa è impossibile



le (per la vltima concettione) che la parte sia equale al tutto, seguita adonque che li detti dui cerchii non puonno hauer in uno medesimo centro che gli sia commun ad ambiduoi ma diuersi che e il proposito.

Theorema .v. Propositione .vi.

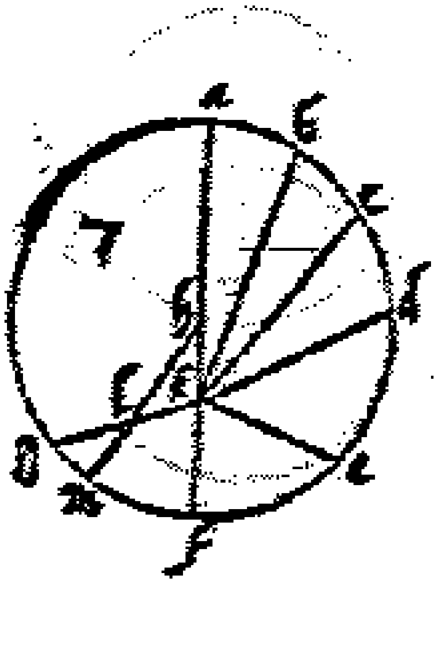
6/6 El centro di cerchii che fra loro si toccano, l'e necessaria che non sia un medesimo.



Siano li dui cerchii .a.b. & .a.c. che si tocchino fra loro nel ponto .a. Dico che li centri de questi dui cerchii sono diuersi, cioe che non puonno hauer uno centro che gli sia commun ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'aduersario) che ambiduoi li detti cerchii habbiano uno sol centro che gli sia commune a tutti dui, quello sara nel cerchio minore, qual ponemo sia il ponto .d. hor dal centro .d. produtto le due linee .d.a. & .d.b.c. & perche le due linee .c.d. & .d.a. vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .a.c. sariano equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea .d.b. seria pur equale alla linea .d.a. (per la detta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue veneno dal centro alla circonferentia del cerchio .a.b. per esser adonque le due linee (cioe .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa e impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto, cioe alla .d.c. (per la vltima concettione) adonque li detti dui cerchii non puono hauer vn medesimo centro seguita adonque che sian diuersi, che e il proposito, & se li detti cerchii fosseno cogionti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun haueria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro, di che non haueranno vn medesimo centro anci ciascun di loro hauera il suo diuerso dise.

Theorema .vi. Propositione .vii.

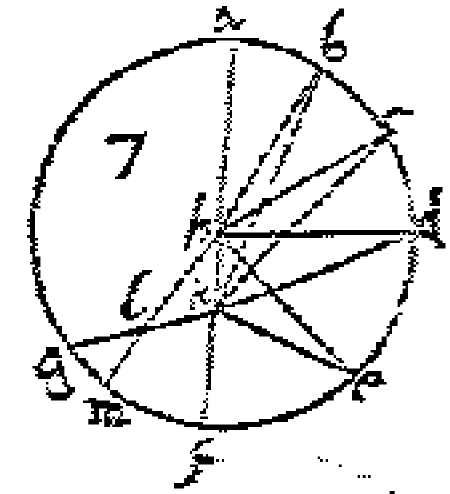
7/7 Se in el diametro d'un cerchio sia signato un ponto, il qual non sia il centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transita sopra il centro sera piu longhissima de tutte le altre, & quella che copra il diametro sera piu breuissima di tutte le altre, e quella che sera piu propinqua al centro sera piu longa delle altre che manco se gli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu conuengono esser piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente distante alla breuissima e necessairo esser equale.



Sia il cerchio .a.e.f. il diametro di qual sia la linea .a.f. & il centro di quello sia il ponto .h. & sopra .a.f. sia signato il ponto .K. fuora del centro .h. dal quale siano dutte piu linee lequal siano .K.a. K.b. K.c. K.d. h.e. K.f. K.g. alla circonferentia, & la .k.a. transisca sopra il centro .h. & la .k.f. sia il compimento del diametro, & sia .K.e. & .K.g. equidistante a .K.f. cioe che li dui ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. ouer che l'angolo .e.K.f. sia equale al angolo .f.K.g. Dico che la .K.a. e piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .h.) & la .k.f. e la piu breuissima di ciascuna delle altre per esser quella che compie il diametro .a.k.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .h. verbi gratia la .k.b. e piu longa de .k.c. & .k.c. e piu longa de .k.d. & .k.d. e piu loga de .K.e. & .K.e. & .K.g. sono equale. Et p dimostrar queste

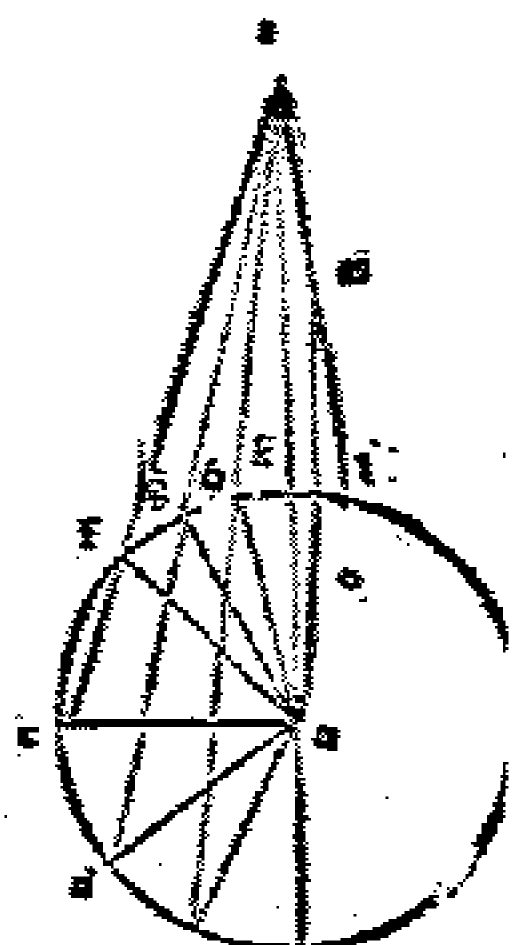
cose

cosi io tirato dal centro .h. le linee .h.b. h.c. h.d. h.e. & perche li doi lati .b.h. & h.k. del triangolo .b.h.k. sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato .b.k. & perche .b.h. e equale al .a.h. (perche ambe vengono dal centro .h. alla circonferentia) giontoli communamente il lato .h.k. tutta la linea .a.k. sera equale alli detti doi lati .b.h. & h.k. & perche li detti doi lati .b.h. & h.k. sono maggiori (come e detto) del lato .b.k. seguita adonque che tutta la linea .a.k. (per communa sententia) sia maggiore della linea .b.k. & per la medesima ragione sera maggiore etiam de caduna delle altre, che e il primo proposito. Anchora perche li doi lati .h.k. & k.e. (del triangolo .h.k.e.) sono maggiori (per la detta vigesima del primo) del lato .h.e. & perche il detto lato .h.e. e equale alla linea .h.f. (per la quartadecima del primo) adonque li doi lati .k.h. & k.e. (per communa sententia) seranno maggiori della detta linea .h.f. cavando communamente il lato .h.k. (per la terza concettione) il lato solo .k.e. sera etiam maggiore dell'altro rimanente, cioe de .k.f. & con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore dell'altra medesima linea .k.f. & questo e il secondo proposito. Anchora perche li doi lati .b.h. & h.k. del triangolo .b.h.k. sono equali alli doi lati .c.h. & h.k. del triangolo .c.h.k. & l'angolo .b.h.k. e maggiore dell'angolo .c.h.k. (per la vigesima quarta del primo) la basa .b.k. sera maggiore della basa .c.k. & per la medesima ragione .k.c. sera maggiore de .k.d. & .k.d. sera maggiore de .k.e. & questo e il terzo proposito. Anchora se le due linee .k.e. & .k.g. non sono equale (per l'adversario) l'una sera maggiore dell'altra, hor ponemo che la .k.g. sia maggiore della .k.e. della detta .k.g. ne segaremo la parte .k.l. (per la terza del primo) equale alla .k.e. & produtto la .h.l. sin che la sega la circonferentia in ponto .m. & perche l'angolo .g.k.f. e equal all'angolo .f.k.e. (dal presupposito) & (per la tertiadecima del primo) l'angolo .l.k.h. e equale all'angolo .e.k.h. & li doi lati .l.k. & k.h. del triangolo .l.k.h. sono equali alli doi lati .e.k. & k.h. del triangolo .e.k.h. adonque (per la quarta del primo) la basa .h.l. e equale alla basa .h.e. & perche la .h.m. e etiam lei equale alla detta .h.e. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque (per la prima concettione) che la .h.l. sia equale alla .h.m. la qual cosa e impossibile, sono adonque le due linee .k.g. & k.e. equale, che e il quarto proposito, & questa tal figura dal volgo e chiamata pe d'occha.

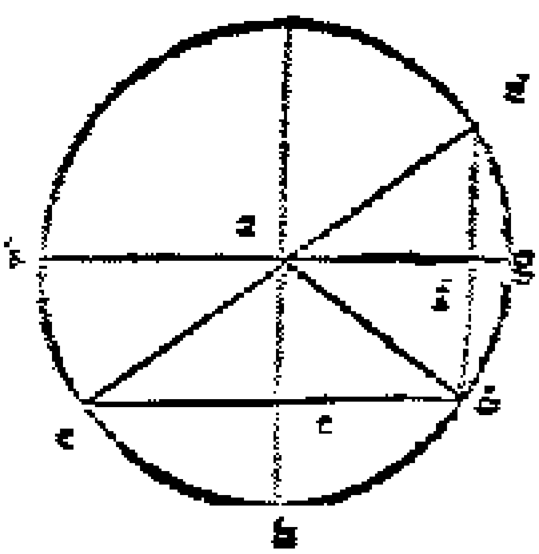


Theorema .vii. Proposizione .viii.

§ Se fuora d'un cerchio sia segnato un ponto, & da quello alla circon-
§ ferentia siano dutte piu linee segando il cerchio, quella che transita sopra il centro sera piu longha de ciascaduna delle altre, & le piu propinque al centro seranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora tra quella che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascaduna delle altre, & le piu propinque a quella seranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda, e l'altra equalmente se appropinquano alla brevissima sono equale.



Sia il ponto .a. segnato di fuora del cerchio .b.c.d.e.f. il centro del quale sia il ponto .n. & dal ponto .a. siano dutte piu linee alla circonferentia segando il detto cerchio, lequal siano .a.k.n.b. a.h.c. a.g.d. & a.f.e. dico che la .a.b. che transisse sopra il centro .n. sera piu longhissima de tutte le altre a una per una, anchora dico che la .a.c. e maggiore della .a.d. per esser piu propinqua al centro .n. & similmente la .a.d. sera maggiore della .a.e. oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea .a.k. sera piu brevissima de tutte le altre a una per una per esser quella che giace in diretto con lo diametro .k.b. & dico che la



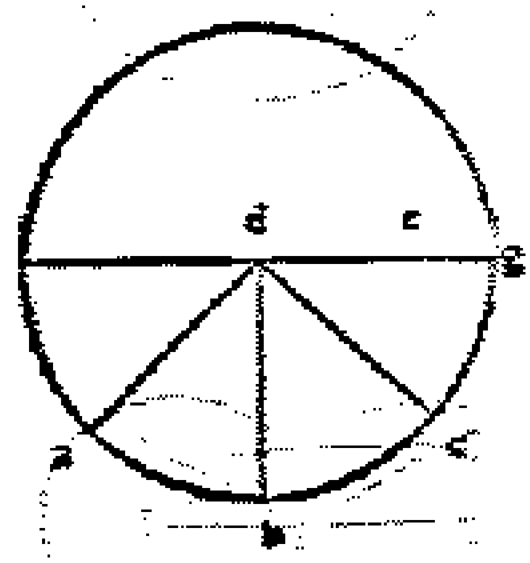
a.h.e minore della.a.g.(per esser piu propinqua alla detta minima.a.K.) similmente.a.g.sera minor della.a.f.Dico anchora che sel sara dutta la. a.l. talmente che questa, & la.a.h.equalmente distino dalla.a.k.cioe che l'ago.k.a.h.sia equale all'angolo.l.a.k.seranno equale, & per dimostrar questo io produro dal centro n.le linee.n.e.n.d.n.g.n.h.& perche li duoi lati.a.n.& n.e.(dal triangolo. a.n.e.(per la vigesima del primo) sono maggiori del lato. a. e. ma perche li detti duoi lati.a.n.& n.e.sono equali alla linea.a.b.per esser la.n.e.equale alla.n. b.(per la quintadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea.a. b.sia etiam maggior, del detto lato.a.e.& per la medesima ragione sera maggior de tutte le altre a vna per vna, che e il primo proposito. Anchora perche li duoi lati.a.n.& n.e.del triangolo.a.n.e.sono equali alli duoi lati.a.n.& n.d.del triangolo.a.n.d.(per la decimaquinta diffinitione del primo)& l'angolo.a.n.e.e maggiore dell'angolo.a.n.d.dil che la basa.a.e.sera maggiore (per la vigesima quarta del primo) della basa.a.d.& per la medesima ragione la.a.d.sera maggior del la.a.g.che e il secondo proposito. Et anchora perche li duoi lati.a.h.& n.h.(del triangolo.a.n.h.)sono maggiori(per la vigesima del primo)del lato.a.n.& per esser la parte.n.k.equale al lato.n.h.lo lato solo.a.h.(per commune scientia)sera maggiore dell'altro residuo.a.K.& per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora sera maggiore della linea.a.k.che e il terzo proposito. Anchora perche le due linee.a.h.& h.n.sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee.a.g.& g.n.& la.h.n.sie equale (per la quintadecima diffinitione del primo)alla.g.n.sera adonque(per commune scientia)la.a.g.maggiore della a.h.& per la medesima ragione la.a.f. sera maggiore della. a.g. che e il quarto proposito. Anchora se la.a.l.non e equale al.a.h.(conciosia che lor siano equalmente distante dal.a.K.)l'una sera maggiore dell'altra(per l'aduersario) hor ponia mo che la.a.l.sia maggior della.a.h.io ponero adonque la.a.m.equale alla.a.h. & produro la.n.o.a.m.perche adonque li duoi lati.m.a.& a.n.(del triangolo.m. a.n.)sono equali alli duoi lati.h.a.& a.n.(del triangolo.h.a.n.)& l'angolo.m.a. n.e equale all'angolo.h.a.n.dil che(per la quarta del primo)la basa.m.n.sera equale alla basa.n.h.& perche la.n.o.e anchora lei equale alla detta basa. n. h. (per la quintadecima diffinition del primo)adonque la.n.o.(per la prima concettione)sera etiam equale alla detta basa. n. m. laqual cosa e impossibile che la parte sia equale al tutto, adonque le dette due linee. a.l.& a.h.niuna puo essere maggior di l'altra, seguitara adonque che l'una sia equale all'altra, che e il quinto proposito, & sappi che la figura de questa propositione e detta dal volgo coda di pauone.

Theorema.viii. Propositione.ix.

9 **Se dentro a un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano dut-**
9 **te piu che due linee alla circonferentia equale, quel ponto e necessario esser centro di quel cerchio.**

Sia il ponto.a.signato dentro del cerchio.b.c.d.dal qual siano dutte le tre linee.a.b.a.c.& a.d.alla circonferentia, lequale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto.a.e necessario che lui sia il centro del ditto cerchio, & per dimostrar questo io produro le due linee.c.b.& c. d. & dividero l'una e l'altra in due parti equale(per la decima del primo)cioe.d.c.in ponto.f.& c.b.in ponto.e.& produro.e.a.& f.a.lequale applico dall'una e l'altra parte alla circonferentia, & perche li duoi lati.a.e.& c.e.del triangolo.a.e.c.sono equale alli duoi lati.a.e.& e.b. del triangolo.a.e.b.& la basa.a.c.e equale alla basa.a.b. (dal presupposito) dil che (per la ottaua del primo) l'angolo.e.dell'uno sera equale all'angolo.e.dall'altro, (& per la terzadecima del primo) li detti duoi angoli quali terminano nel ponto

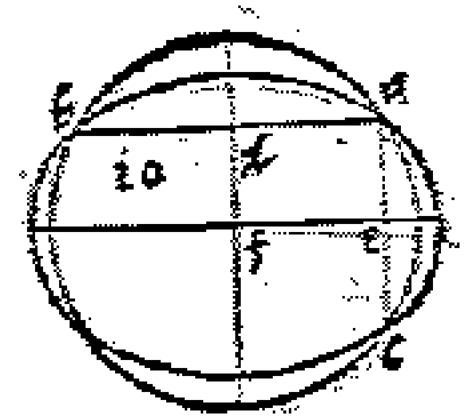
ponto .e. di ciascun di loro sera retto, similmente anchora l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono al ponto .f. e' retto, adonque perche .l.h. divide la .c.b. orthogonalmente & in due parti equale nel ponto .e. quella per (lo correlario della prima di questo) transita per lo centro del dato cerchio .d.c.b. similmente anchora la .k.g. per lo medesimo correlario) transita per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque el centro del cerchio .b.c.d.e' nella linea .l.h. & nella linea .k.g. le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee (cioe il ponto .o. per esser vn ponto commune in l'una e l'altra linea) che e' il proposito. Anchora per vn'altro modo se poria far questa demostratione. hor sia il cerchio .a.b.c. nel quale sia tolto il ponto .d. & dal detto ponto .d. pone che ne cada le tre linee .d.a. .d.b. & .d.c. equale. Dico che il detto ponto .d. sia el ctro del dato cerchio .a.b.c. & se possibile fusse (per l'adversario) che 'l detto ponto .d. non sia il detto centro, e necessario adonque che lui sia in qualche altro loco. hor poniamo che sia il ponto .e. & sia tirato dal ponto .d. al ponto .e. la linea .d.e. & quella slongato in diretto da ambe le parti fina alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti .f. & .g. adonque .f.g. sera il diametro del cerchio .a.b.c. & perche nel diametro .f.g. e' tolto il ponto .d. il quale non e' il centro del detto cerchio (per suffistione del adversario) & dal detto ponto .d. sono tirate le linee .d.a. .d.b. .d.c. .d.g. delle quale .d.g. (per la settima di questo) sera la piu longhissima de tutte le altre, e la linea .d.c. sera maggior della .d.b. & la .d.b. sera maggior della .d.a. laqual cosa seria contra il presupposito, perche fu presupposto che le .d.a. .d.b. .d.c. fussero equale, dil che seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore del l'altra, seguita adonque che 'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuora del ponto .d.) sia il proprio ponto .d. che e il proposito.



Theorema .ix. Proposione .x.

10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio, egli e necessario che quello
10 lo seghi solamente in duoi luoghi.

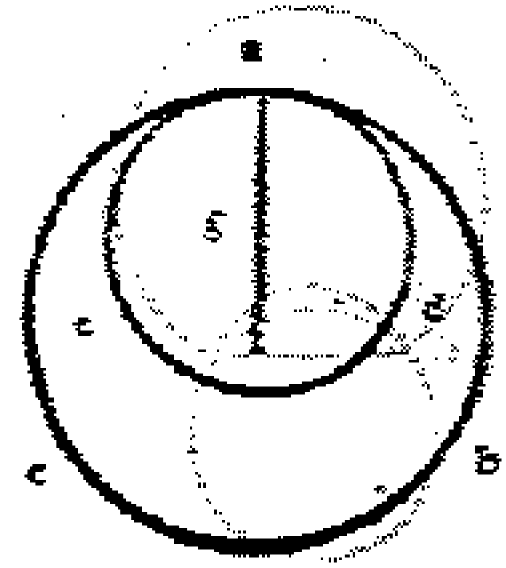
Siano (se gli e possibile) per l'adversario li duoi cerchii che si seghino in piu che in duoi luoghi, poniamo sopra line ponti .a.b.c. & produro le due linee .a.b. & .a.c. le quale dividero in due parti equali in li ponti .d. & .e. & dal ponto .e. produro la linea .e.f. perpendiculare sopra la linea .a.c. & dal ponto .d. la linea .d.f. perpendiculare sopra la linea .a.b. & seghiansi le due linee .e.f. & .d.f. in ponto .f. & (per lo correlario della prima di questo) il ponto .f. sera il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cosa e impossibile (per la quinta di questo.)

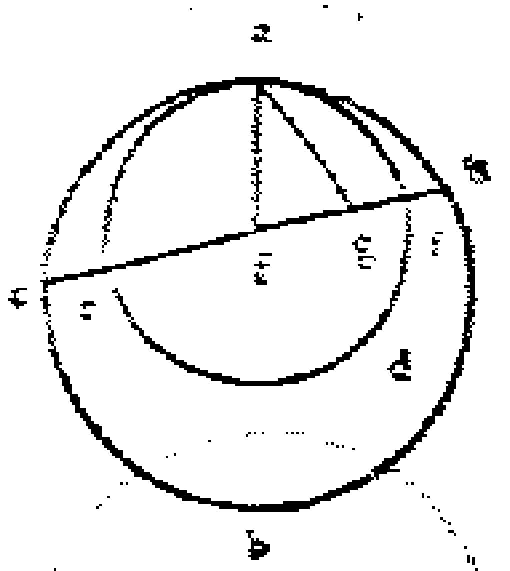


Theorema .x. Proposione .xi.

11 Se uno cerchio toccara di dentro da se un altro cerchio, & che da
11 l'un centro all'altro sia condutta una linea retta, alongando quella direttamente verso la parte dove si toccano, le necessario che quella transita per il ponto del toccamento.

Siano li duoi cerchii .a.b.c. & .a.d.e. liquali si tocchin fra loro di dentro via nel ponto .a. & sia .f. il centro del cerchio .a.b.c. & .g. sia il centro del cerchio .a.d.e. & sia dutto dal centro .f. al centro .g. la linea .f.g. Dico che alongando la detta linea .f.g. verso .a. le necessario che quella transita per lo ponto .a. & se possibile fosse (per l'adversario) che quella non transita per lo detto ponto .a. poniamo che quella possa transire come fa la linea .f.g.h. (della seconda figura) produro le due linee .a.g. & .a.f. & perche il ponto .f. e' il centro del cerchio .a.b.c. le due linee .f.a. & .f.h. (per la diffinition del cerchio) seranno equale, & perche li duoi lati .f.g. &

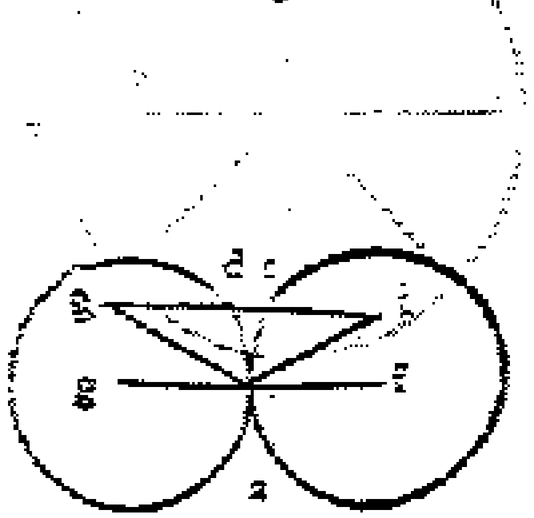




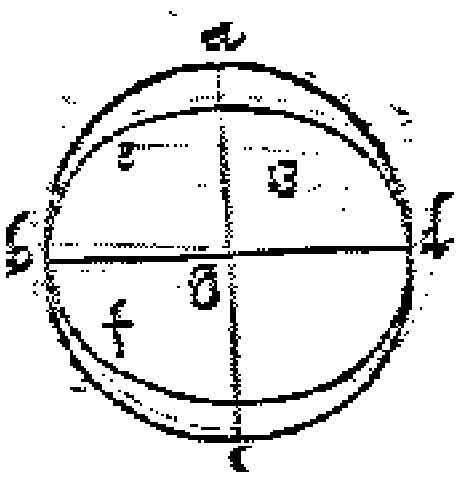
g.a. del triangolo.a.f.g. (per la vigesima del primo) sono piu longhi del lato.f.g. seranno etiam piu longhi (per commune scientia) della linea. f. h. hor leuando communamente lo lato.f.g. lo lato solo. g. a. per commune scientia seria etiam piu longho del residuo.g.h. & perche la.g.h.e' equale (per la diffinitione del cerchio) alla.g.a. dil che la.g.a.e' maggior della.g.h. seguiria (per commune scientia) che la.g.h. sia maggior etia lei della.g.h. laqual cosa e' impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adonque se la linea.f.g. slongandola verso.a. non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a. de necessita adonque transira per quello, che e il proposito.

Theorema.xi. Propositione.xii.

11 Se seranno duoi cerchii che si tocchino fra lor della parte di fuora
12 conducendo una linea retta dal l'un centro alla'ltro quella tal linea transira per il ponto del toccamento.

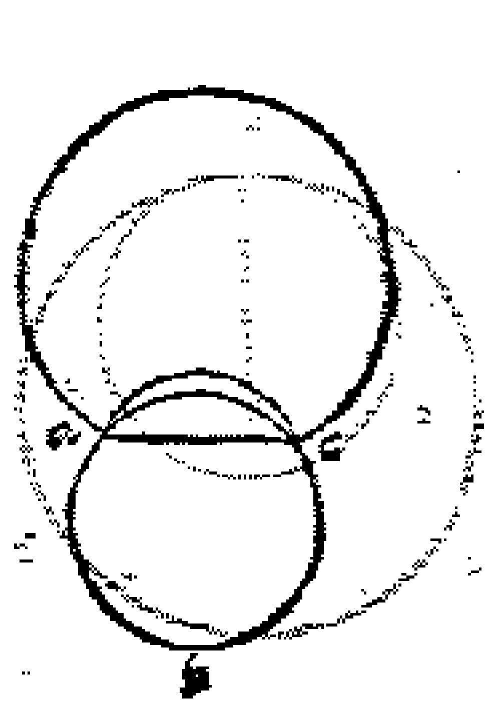


Siano li duoi cerchii.a.b.c.& a.d.e. contingenti fra loro de fuora via nel ponto.a. & il centro del cerchio.a.b.c. sia il ponto.f. & il centro dil cerchio.a.d.e. sia il ponto.g. Dico che conducendo dal centro.f. al centro.g. la linea.f.g. quella de necessita transira per lo ponto.a. et se possibil fusse (per l'aduersario) che quella la transisca come fa la linea.f.c.d.g. dal ponto.a. siano tirate le due linee. a. f. & a.g. constituendo il triangolo.a.f.g. adonque perche'l ponto.f.e' il centro del cerchio.a.b.c. la linea.f.a. sera equale alla linea.f. c. (per la diffinitione dil cerchio) similmente perche'l ponto.g. e' il centro dil cerchio.a.d.e. la linea.a. g. sera equale alla linea.g.d. dil che le due linee.f.c.& g.d. seriano equale alli duoi lati.f. a.& g.a. del triangolo.a.f.g. & perche tutto il lato.f.c.d. g. e' maggior delle dette due linee.f.c.& g.d. sera etiam (per commune scientia) maggiore delli duoi lati a.g.& a.f. laqual cosa e' impossibile (per la vigesima del primo) che vn lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, immo sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro.f. al centro.g. la linea.f.g. non puo transire per altro loco che per lo ponto.a. che e' il proposito.



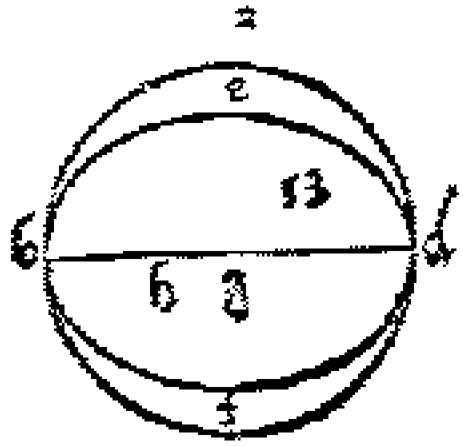
Theorema.xii. Propositione.xiii.

12 Se uno cerchio toccara un altro cerchio, di dentro, ouer di fuora,
13 lo toccchera solamente in un luogo.



Ma se pur fusse possibile che vn cerchio tocchi un altro cerchio di dentro, ouer di fuora in duoi luoghi, ponimo primamente che'l cerchio.a.b.c.d. sia toccado dal cerchio.e.b.f.d. nelli duoi ponti.b.& d. tirando adonque dal ponto.d. al ponto.b. la linea.b.d. laqual linea b.d. per la seconda di questo cadera di dentro di ambidui li detti cerchii, & diuidendola in due parti equali nel ponto g.& dal ponto.g. tirando la linea.a.g.c. orthogonalmente sopra la detta linea.b. d. quella (per lo correlario della prima di questo) transira per ambiduoi li centri delli detti duoi cerchii. adonque la linea. a.g. c. transira per li duoi centri delli detti duoi cerchii contingenti, & non passara per alcun delli duoi ponti.b.& d. laqual cosa e' impossibile (per la precedente propositione) seguita adonque che uno cerchio non puo esser toccado dal un altro cerchio di dentro via in piu de uno luogho solo, che e il primo proposito, hor veniamo alla demonstratione del secondo, & ponimo che'l cerchio.a.b.c.d. (se possibile e' per l'aduersario) sia toccado dal cerchio.a.k.c. de fuora via nelli duoi ponti.a.& c. tirando adonque dal ponto.a. al ponto.c. la linea.a.c. quella caderia fuora del cerchio.a.k.c. laqual cosa e' impossibile (per la seconda di questo, adonque seguita il proposito.

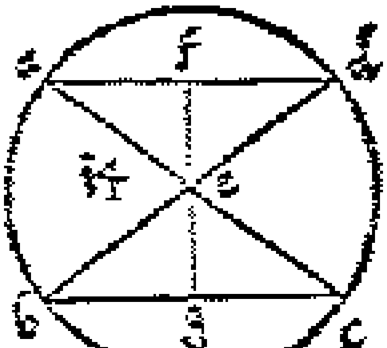
anchora



Anchora per questo altro modo se fusse possibile che vn cerchio possa toccar di dentro vn vno altro cerchio in duoi luoghi, ouer in duoi ponti, poniamo che'l cerchio.a.b.c.d. sia toccato dal cerchio.e.b.f.d. nelli duoi ponti.b.&.d. & poniamo che'l ponto.g. sia il centro del cerchio.a.b.c.d. & lo ponto.h. sia il centro di l'altro cerchio.e.b.f.d. hor tirando dal centro.g. al centro.h. la linea.g.h. & quella produr indietro da ambedue le parti quella passera (per la precedente) per duoi ponti.b.&.d. come se vede far alla linea.b.d. adonque perche la.b.g. e maggior della.b.h. (tal parte) & la.g.d. e equale (per la diffinitione del cerchio) alla g.b. adonque (per commune sententia) la.g.d. sera maggior della detta.b.h. & se la.g.d. e maggiore della detta.b.h. molto piu maggiore sera tutta la.h.d. della detta.b.h. & perche il ponto.h. e centro del cerchio.e.b.f.d. diche la linea.h.d. seria equale (per la diffinitione del cerchio) alla linea.h.b. & gia hauemo prouato che la e molto maggiore, adonque e impossibile che la.h.d. possa esser maggiore, & equale alla.h.b. seguita adonque che el cerchio.e.b.f.d. non puo toccare il cerchio.a.b.c.d. saluo che in vno ponto solo; che e il proposito.

Theorema.xiii. Propositione.xiiii.

13 Se in un cerchio serano piu linee rette, che siano equal fra loro, le
14 e necessario che quelle siano equalmente distante dal centro, e se quelle seran equalmente distante dal centro, e necessario che siano fra lor equale.

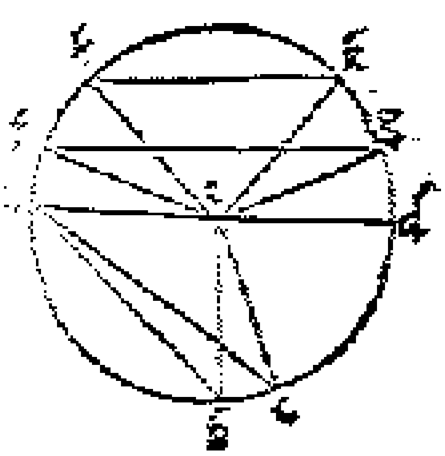


Sia il cerchio.a.b.c.d. il centro del qual sia il ponto.e. nel qual cerchio siano le due linee.a.d.&.c.b. lequale se seranno equale fra loro, dico che seranno equalmente distante dal centro.e. & per lo contrario se le dette due linee seranno equalmente distante dal centro.e. dico che fra loro seranno equale, perche se noi poniamo prima che lor sian equale produtto dal centro.e. le due linee.e.f.&.e.g. perpendicolare sopra alla.a.d.&.b.c. diche la linea.a.d. (per la terza di questo) sera diuisa in due parti equali nel ponto.f. similmente la linea.b.c. nel ponto.g. anchora dal centro.e. io tiro le quattro linee.e.a.e.d.e.b.e.c. & sera costituido li duoi triangoli.e.a.d.&.e.b.c. & perche li duoi lati.e.d.&.e.a. del triangolo.e.a.d. sono equali alli duoi lati.e.c.&.e.b. del triangolo.e.b.c. (per la diffinitione del cerchio) & la basa.a.d. sera etiam equal alla.c.b. diche (per la ottaua del primo) l'angolo.a.d.e. sera equale all'angolo.b.c.e. & perche li duoi lati.e.d.&.d.f. del triangolo.e.d.f. sono equali alli duoi lati.e.c.&.c.g. del triangolo.e.c.g. (perche la.d.f. e equale alla.c.g. perche tutta.a.d. fu posta equale alla.b.c. pero la mita de.a.d. (che e.d.f.) sera equale alla mita de.b.c. (che e.g.c.) & l'angolo.d. e equale all'angolo.c. diche la basa.e.f. (per la quarta del primo) sera equale alla basa e.g. & perche queste due base veneno dal centro & sono perpendicolare sopra le dette due linee.a.d.&.b.c. seguita adonque (per la quarta diffinitione di questo) che le dette due linee.a.d.&.b.c. siano equalmente distante dal centro, che seria la prima parte del proposito.

Anchora per vnaltro modo la potemo dimostrare dicendo il quadrato della.e.d. (per la penultima del primo) val tanto quanto li duoi quadrati delle due linee.e.f.&.f.d. & similmente il quadrato della.e.c. val tanto quanto li quadrati delle due linee.e.g.&.c.g. & perche il quadrato della.d.e. e equale al quadrato della.e.c. & lo quadrato della.d.f. al quadrato della.c.g. seguita adonque che'l quadrato della.e.f. sia etiam equale al quadrato della.e.g. & (per commune sententia) la.e.f. sera equale alla.e.g. & cosi e manifesta la medesima prima parte. hor veniamo alla seconda ponendo che le due linee.a.d.&.b.c. siano equalmente distante dal centro, cioe che la.e.f. sia equale alla.e.g. (come vuole la quarta diffinitione di questo) dico che la.a.d. e equale alla.b.c. perche le due linee.e.d.&.e.c. sono equale (per la la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, similmente li duoi quadrati delle due linee.e.f.&.e.g. seranno etiam equali, similmente li dui quadrati delle due linee .e.f.&.e.g. seran etiã eq̃li (p esser le dette due linee equale dal presupposito) cauando adonque del quadrato della .e.d. il quadrato della .e.f.& del quadrato della .e.c. il quadrato della .e.g. li dui rimanenti (per la terza concettione) seranno etiam equali, liquali dui rimanenti l'uno sera (per la penultima del primo) il quadrato della linea .d.f. l'altro sera il quadrato della linea .c.g. dil che se il quadrato della .d.f. e' equale al quadrato de la .c.g. seguita che la .d.f. sia equale alla .c.g. & se la .d.f. e' equale alla .c.g. il doppio della .d.f. (cioe la .d.a.) sera equale al doppio della .c.g. (cioe alla .c.b.) e questa e la seconda parte del proposito.

Theorema xiiii. Propositione .xv.

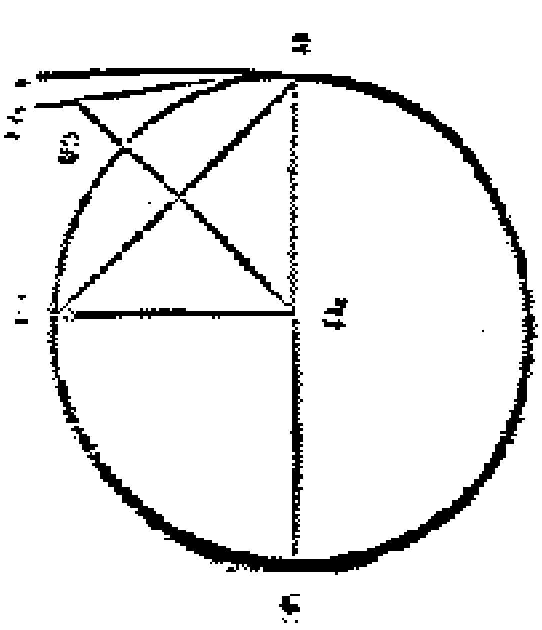
14 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro sera mag
15 gior de ciascuna delle altre, & q̃lle che serãno piu ꝓpinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio .a.b.c.d. il centro di quale sia il ponto .e. nel qual cascano piu linee lequale siano .a.b.a.c.a.d.f.g.h.K. & sia la linea .a.e.d. del diametro del detto cerchio, dico la detta linea .a.e.d. essere la piu longhissima de ciascuna delle altre, & la linea .f.g. esser piu longha della linea .h.K. per essere piu propinqua al detto diametro .a.e.d. & similmente la linea .a.c. e' maggiore (per la medesima causa) della linea .a.b. Et per dimostrar questo dal centro .e. alla estremita delle dette linee, io tirero le linee .e.b.e.c.e.f.e.g.e.h.e.k. & perche li dui lati .e.f.& .e.g. del triangolo .e.f.g. sono maggiori (per la vigesima del primo) della .f.g. & li predetti dui lati insieme sono equali al diametro .a.e.d. perche ciascun di loro sono la mita del diametro (per la diffinitione del cerchio) adonque il diametro .a.d. (per commune scientia) sera etiam lui maggiore del ditto lato .f.g. & p la medesima ragione sera etiã maggiore della .a.c. & cosi anchora sera maggior de .h.K etiam de .a.b. ma che .f.g. sia maggior de .h.K. & .a.c. de .a.b. se manifestara in questo modo, perche li dui lati .e.f.&.e.g. del triangolo .e.f.g. sono equali alli dui lati .e.h.e.k. del triangolo .e.h.k. (perche tutte vanno dal centro alla circonferentia) & l'angolo .f.e.g. e' maggiore dell'angolo .h.e.K. la basa .f.g. (per la vigesima quarta del primo) sera maggiore della basa .k.h. similmente anchora li dui lati .a.e.&.e.c. del triangolo .a.e.c. sono equali alli dui lati .a.e.&.e.b. del triangolo .a.e.b. & l'angolo .a.e.c. e' maggiore del angolo .a.e.b. dilche la basa .a.c. sera maggiore (per la detta vigesima quarta del primo) della basa .a.b. & cosi il proposito vien a esser concluso.

Theorema .xv. Propositione .xvi.

15 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio sera dutta or
16 thogonalmente una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio, & fra quella e il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. El l'angolo contenuto da quella, & dal, la circonferentia e' piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e langolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferentia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.

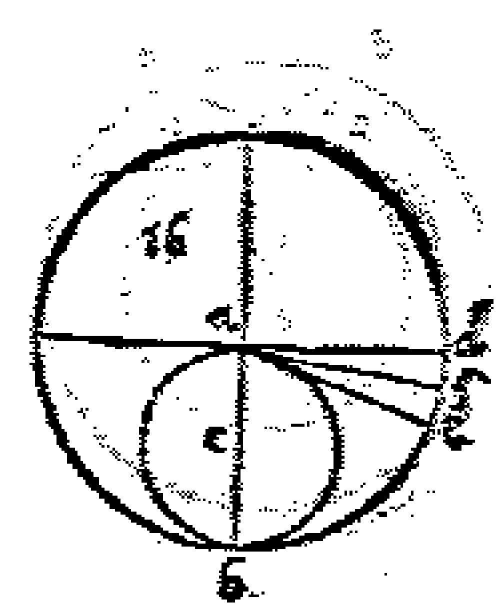


Sia il cerchio .a.b.c. descritto sopra il centro .d. il diametro del quale sia la linea .a.c. Dico che tirando dal ponto .a. vna linea che sia perpendicolare alla linea .a.c. quella tal perpendicolare de ne necessita cadera de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, ouer perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio non e possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. E l'angolo contenuto dalla detta linea, ouer perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio e minore de ogni angolo rettilineo, (cioe che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferẽtia e' maggiore e maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette. lequal cose se dimostraranno a vna per vna. hor cominzando dalla prima dico che tirado dal ponto.a. vna linea retta perpendicolare al diametro.a.c. de necessita cadera de fuora del detto cerchio, & se per sorte possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro ponimo che quella cada come fa la linea.a.b. dal centro.d. produro la linea.d.b. & sera constituido il triangolo.d.a.b. del quale li duoi lati.d.a. & d.b. sono equali (perche vanno dal centro alla circonferentia) dilche li duoi angoli.d.a.b. & d.b.a. (per la quinta del primo) seran equali, & per esser la linea.b.a. perpendicolare sopra.a.c. (per il presupposito) l'angolo.b.a.d. serebbe retto dilche anchora l'angolo.d.b.a. seria per retto, donde il triangolo.a.b.d. haueria duoi angoli retti, laqual cosa e impossibile (per la trigesima seconda del primo) seguita adonque che tirando dal ponto.a. vna perpendicolare al diametro.a.b. quella de necessita cadera de fuora. hor ponimo che quella tal perpendicolare sia la linea.a.e. hor dico che fra la detta linea.a.e. & la circonferentia non e possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se per sorte possibile (per l'aduersario) ponimo che gli capisca la linea.a.f. alla qual linea.a.f. dal centro.d. produremo vna perpendicolare laqual ponimo (se possibile e) che quella sia la linea.d.g. & perche l'angolo.d.g.a. (del triangolo.d.a.g.) seria retto donde l'angolo.g.a.d. (per la trigesima seconda del primo) veria a esser menor d'un angolo retto dilche il lato.a.d. (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato.d.g. (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa e impossibile, anci la detta.d.g. seria maggior di lui per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioe dalla circonferentia al ponto.g. per laqual cosa seguita che fra la detta linea.a.e. & la circonferentia.a.b. non puo capire alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia.a.b. & dalla linea retta.a.e. (il quale e detto angolo della contingentia) e minore de ogni angolo contenuto da due linee rette, ma se alcun angolo rettilineo potesse esser equale, over minor dell'angolo della contingentia quello tal angolo se potria diuidere (per la nona del primo) in due parti equale, dilche seguiria che fra la linea.a.e. & la circonferentia.a.b. potesse capire vna linea retta, laqual cosa e impossibile, come de sopra e sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro.a.c. & dalla circonferentia esser maggiore de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non e differente dal angolo retto se non in l'angolo della contingentia il quale hauemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Correlario.

15 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di
16 termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in vno ponto, perche egli e dimostrato nella seconda de questo, che vna linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro seguendo quello, laqual cosa bisognaua dimostrare.

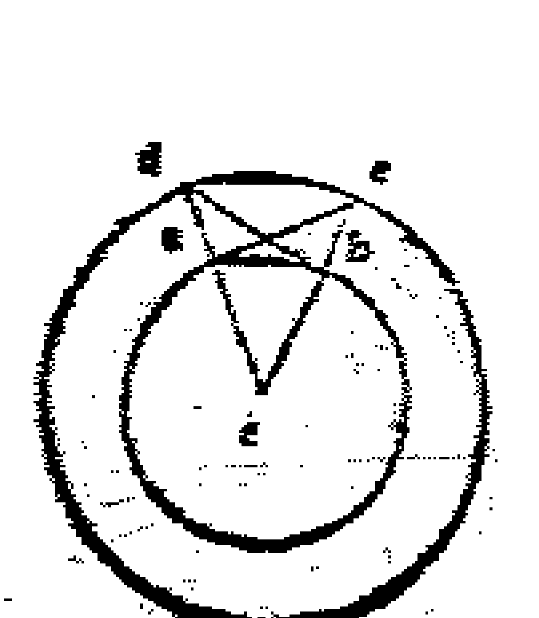
Anchora per cose dette di sopra se da esser notado che non vale questa argumentatione che dice questo transisce dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisce etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trouarsi il minor & lo maggior d'una cosa, e possibile trouar etiam lo equale, laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio.a.b. descritto sopra il centro.c. il diametro del quale sia la linea.a.c.b. & dal suo termine.a. sia dutta la linea a.d. orthogonalmente laqual sara (per lo corollario di questa) contingente con lo cerchio.a.b. nel ponto.a. sia anchora descritto sopra il ponto.a. secondo la quantita del diametro.a.b. il cerchio.b.e.d. & sia imaginato la linea retta.a.b. esser mouesta sopra il ponto.a. per la circonferentia dell'arco.b.e.d. talmente che'l ponto.b. transisi tutti li ponti dell'arco.b.e.d. persina a tanto che quella peruenga



alla linea. a. d. coprendo quella, & perche l'angolo. b. a. d. e' retto il sera co, me il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea. a. b. non habbia fatto vno (con lo diametro del cerchio minore) cioe con la linea retta. a. c. b. simi bile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il fin del tutti li angoli acuti diquali e manifesto alcuni esser minori dell'angolo de mez zo cerchio (contenuto dalla circonferentia. a. b. & dal diametro. a. c. b.) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fia mezzo ne sia fat to che sia a quello equale, & se pur fusse possibile che lui ne habbia constituido alcu no poniamo chel sia quello che habbia fatto la linea. a. b. mobile quando il ponto b. e' gionto sopra il ponto. e. dell'arco. b. e. d. perche adonque l'angolo. e. a. b. e' e quale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio e lo am plissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di que sta) dilche l'angolo. e. a. b. seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti conte nuti da linee rette. Sia adonque diviso l'angolo. e. a. d. in due parti equale (per la nona del primo) per la linea. a. f. dilche (per communa scientia) l'angolo. f. a. b. se ra piu ampio dell'angolo. e. a. b. per laqual cosa seguiria che alcun angolo acuto rettilineo sera piu ampio del amplissimo, laqual cosa e impossibile, anchora se puo procedere in quest'altro modo ponendo pur che l'angolo. e. a. b. sia equale all'an golo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della con tingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo. e. a. b. con langolo. e. a. d. e' equale a vno angolo retto dilche l'angolo. e. a. d. (per communa scientia) saria equale all'angolo della contingentia, & perche langolo della contingentia e acutissimo de tutti li angoli acuti contenudi da linee rette (per la terza parte di questa) l'angolo adonque. e. a. d. a lui equale sera etiam acutissimo de tutti li an goli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo. e. a. f. (per communa scientia) e' molto piu acuto di lui, adonque il saria alcun angolo rettilineo piu acuto de lacu tissimo. cioe di quel della contingentia, laqual cosa e impossibile, come di sopra in questa fu dimostrato. Adonque non sera alcun angolo rettilineo equale all'ango lo del semicerchio contenuto dalla arca della circonferentia. a. b. & dal diametro a. c. b. & perche la linea. a. b. mobile transisse dal minore al maggiore & per tut ti li mezzi & nō per lo equale, similmente perche il se puo trovare un angolo mag gior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto da linee rette & tamen non se ne puo ritrovare vno che gli sia equale egli manifesta la opposi tione contra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello e da essere resposto per destintione.

Problema. ii. Propositione. xvii.

16 **Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea**
17 **retta toccante.**

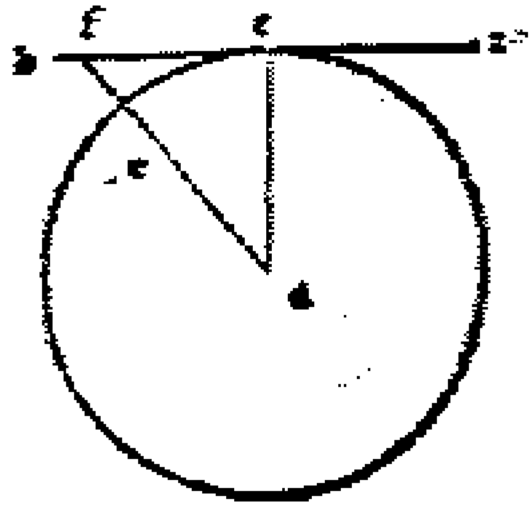


COme sia il dato ponto. d. e il dato cerchio. a. b. il centro delqual sia il pōto. c voglio dal ponto. d. menare vna linea retta che tocchi il cerchio. a. b. produ co la linea. d. c. laqual seghara la circonferentia del detto cerchio. a. b. nel ponto a. sopra laquale descrivo il cerchio. d. e. secondo la quantita della linea. d. c. sopra il medesimo centro. c. & dal ponto. a. produco la linea. a. e. perpendicolare alla linea. d. c. laqual segha la circonferentia del cerchio. d. e. in lo ponto. e. & produco la linea. e. c. seghante la circonferentia del cerchio. a. b. in lo ponto. b. e dapoi pro duco la linea. d. b. laqual sera toccante il cerchio. a. b. nel detto ponto. b. perche li duoi lati. a. c. & c. e. del triangolo. a. c. e. sono equale alli duoi lati. b. c. & c. d. del tri angolo. b. c. d. & l'angolo. c. e' commune all'uno e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo. e. a. c. sera equale all'angolo. d. b. c. ma l'angolo. e. a. c. e' retto, per laqualcosa l'angolo. d. b. c. sera etiam retto. Adonque per lo correlario della pre cedente la linea. d. b. sera toccante il cerchio. a. b. che e il proposito.

Theorema

Theorema.xvi. Propositione.xviii.

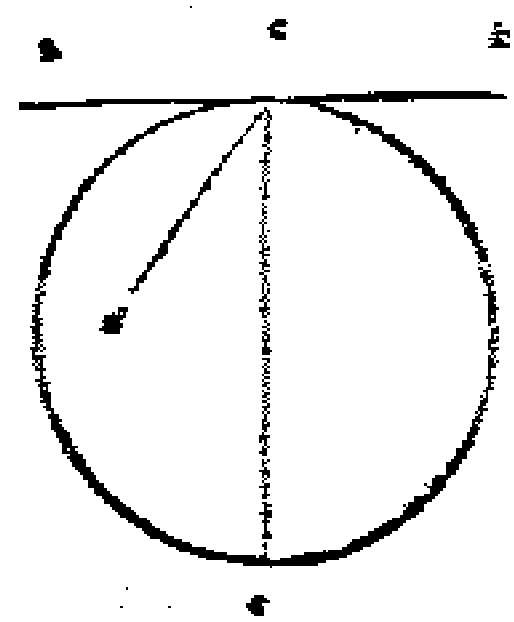
17 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamẽto al cẽtro si meni
18 una linea retta e necessario che la sia ppẽdicolar sopra q̃lla cħ tocca



SIa la linea.a.b.laqual tocchi il cerchio.c.e.nel ponto.c.il centro delquale cer chio sia il ponto.d.& sia congionto il detto ponto.c.con lo centro.d.per la li nea.c.d. Dico questa tal linea. d.c. esser perpendicolare sopra la linea.a. b. che tocca.& se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea.a.b.(per l'aduer sario)poniamo adonque che quella sia la linea.d.f.cioe che la linea. d. f. sia per pendicolare sopra la detta linea.a.b.laqual segará la circonferentia del cerchio in ponto.e. dilche l'uno e l'altro delli duoi angoli,che sono al. f.son retti,adonq l'angolo.f.c.d.(per la trigesima seconda del primo) sera minor d'un retto,dilche sera etiam minor dell'angolo.d.f.c. seguita adõque chel lato.d.c.(per la decima nona del primo)sia maggior del lato.d. f. laqual cosa e impossibile chel minor sia maggior del maggior donde e manifesto.d.c.esser perpendicolare sopra della.a.b.che e il proposito.

Theorema.xvii. Propositione.xix.

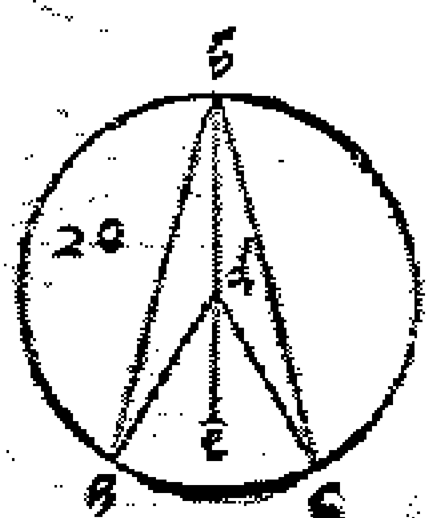
18 Se una linea retta toccara uno cerchio & dal ponto del toccamento
19 nel detto cerchio si menera orthogonalmente una linea retta in quel la medesima e necessario esser il centro.



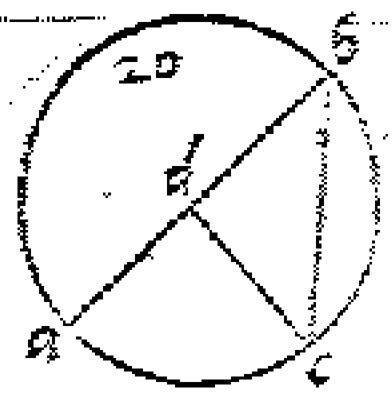
COme sia la linea.a.b.toccante il cerchio.c.e.nel ponto.c. & dal ponto.c.sia dutto dentro del detto cerchio.c.e.una perpendicolare alla linea.a. b.laqual sia la linea.c.e.dico chel cẽtro del detto cerchio.c.e.e nella linea.c.e.(questa e al contrario della precedente) e se possibile e che il detto centro non sia in la detta linea.c.e.di necessita sera in qualchaltro loco de fora di essa linea.c.e.poniamo adonque chel sia il ponto.d.io produco la linea.d.c.laqual linea.d.c.(per la pre cedente)sera perpendicolare sopra alla linea.a.b. laqual cosa e impossibile cons ciosia che la linea.c.e.sia posta perpendicolar sopra di detta linea.a.b.dilche nõ e possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel mede simo ponto.c.perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo. d. c. a. fusse equale all'angolo.e.c.a.perche ambiduoi fariano retti,seguita adonque chel cen tro del detto cerchio.c.e.(non possendo esser fuora della linea.c.e.) sia in essa li nea.c.e.che e il proposito.

Theorema.xviii. Propositione.xx.

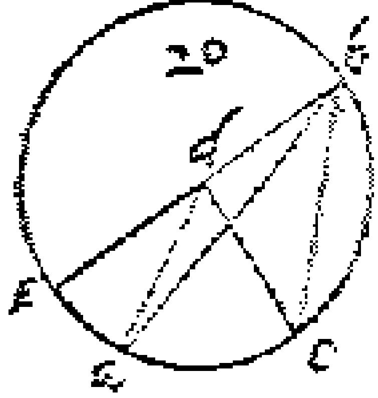
19 Se in un cerchio sera constituido uno angolo sopra il centro,e uno
20 altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circõferẽtia l'ãgolo dil cẽtro sera doppio all'ãgol della circõferẽtia.



COme sia il cerchio.a.b.c.il centro delquale sia il ponto.d. nelquale sia l'an golo.a.d.c.sopra il centro & l'angolo. a. b. c. sopra la circonferentia & sia l'un et l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual e la circonferentia.a. c.Dico che l'angolo.a.d.c.e doppio all'angolo.a.b.c.laqual cosa se approuera in questo modo,perche le due linee.a.b.&.b.c. ouero includeno di dentro da loro le due linee.a.d.&.d.c.ouer che una di quelle passera sopra l'una di loro linean dosi con quella una sol linea,ouer chaq̃ua delle dette due linee.a.b.&.b.c.segara una delle dette due linee,cioe.a.d.ouer.c.d.Sia adonq primamente che le due linee.a.b.&.b.c.includeno di dentro da loro le due linee.a.d.&.d.c.come in la prima figuratione appare.& sia produtto la linea.b.d.e.(& per la.32.del primo) l'angolo.a.d.e.di fuora e equale alli duoi angoli di dentro liquali sono.b.a. d. & a.b.d.(del triangolo.a.b.d.)& perche li detti duoi angoli.d.a.b.&.d.b.a.sono

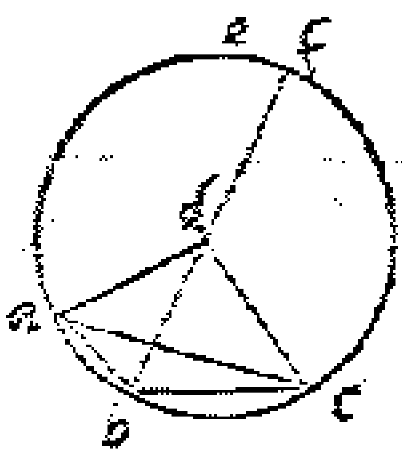


quali fra loro (per la quinta del primo) l'angolo .a.d.e. sera doppio all'angolo .a.b.d. similmente anchora l'angolo .e.d.c. sera doppio all'angolo .d.b.c. per la qual cosa tutto l'angolo .a.d.c. e' doppio a tutto l'angolo .a.b.c. che e il proposito. Ma se vna delle due linee .a.b. & .b.c. passasse sopra vna delle due linee .a.d. & .c.d. talmente che facessino insieme vna linea sola (come nella seconda figuratione appare) dico anchora che l'angolo .a.d.c. e' doppio all'angolo .b. che (per la detta quinta & trigesima seconda del primo) par se manifesta, perche l'angolo .a.d.c. di fuora e equale alli dui angoli .d.b.c. & .d.c.b. di dentro li quali sono equali (per la detta quinta) pero l'angolo .a.d.c. sera doppio all'angolo .d.b.c. che e' il proposito. Ma se vna delle due linee .a.b. & .c.b. segasse vna delle due linee .a.d. & .c.d. (come nella terza figuration appare doue la linea .a.b. sega la linea .d.c.) sia protratta la linea .b.d.e. donde per le ragion dette nella seconda figuratione l'angolo .e.d.a. e' doppio all'angol .d.b.a. similmente tutto l'angolo .e.d.c. e pur doppio a tutto l'angolo .d.b.c. per la qual cosa l'angolo .a.d.c. e' doppio all'angolo .a.b.c. cioe se tutto l'angol .e.d.c. e doppio a tutto l'angolo .d.b.c. & che l'angol .e.d.a. (parte di tutto l'angol .e.d.c.) e doppio all'angolo .d.b.a. (che e parte del tutto l'angolo .d.b.c.) (per comuna scientia) el residuo .a.d.c. sera anchora doppio al residuo .a.b.c. ch'e il proposito.



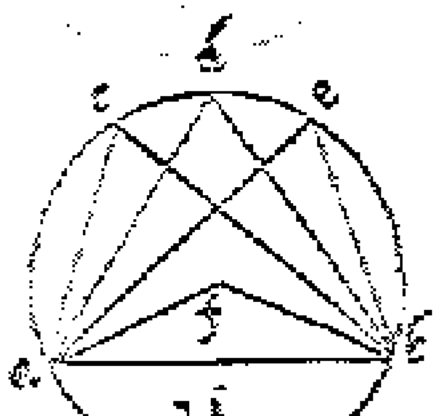
Il Tradottore.

EL testo di questa soprascritta propositione, tolto secondo che parla la prima tradottione pateria oppositioni assai, perche lui dice che se in un cerchio sia costituido vn angol sopra il centro, & vn altro sopra la circonferentia liquali habbiano vna medesima basa lo inferiore sera doppio al superiore, la qual cosa non seguitara se in vn cerchio (qual sia il cerchio .a.b.c. di questa quarta figuratione) sia tirata vna linea retta, qual sia la .a.c. & congiongendo le due estremita di quella con il centro .d. etiam con vn ponto tolto nel arco .a.b.c. (qual sia il ponto .b.) sera costituido li duoi angoli, cioe l'angolo .a.d.c. sopra il centro & l'angolo .a.b.c. sopra la circonferentia liquali hanno vna medesima basa che e la detta linea .a.c. e niente di meno l'angolo .a.d.c. sopra il centro non e doppio all'angolo .a.b.c. sopra la circonferentia, come facilmente si proua. Et pero piu correttamente parla il testo della seconda tradottione, qual vol che li detti angoli habbiano equal circonferentia, cioe equal basa de circonferentia e non de linea retta, e pero tutto quel spatio, che e attorno all'angolo .a.d.c. e' doppio all'angolo .a.b.c. perche hanno vna medesima basa di circonferentia che e la circonferentia .a.e.c. & per dimostrar lo io tirarò la linea .b.d. & quella alongaro per fina alla circonferentia in ponto .f. & perche l'angolo .c.d.f. (per la prima parte della trigesima seconda del primo) e equale alli duoi angoli .d.b.c. & .d.c.b. equali sono equali (per la quinta del primo) e pero verra a esser doppio all'angolo .d.b.c. & per le medesime ragione l'angolo .f.d.a. sera etiam doppio al angolo .a.b.d. pero tutto il spacio composto delli detti duoi angoli .c.d.f. & .f.d.a. sera doppio a tutto l'angolo .a.b.c. che e il proposito.

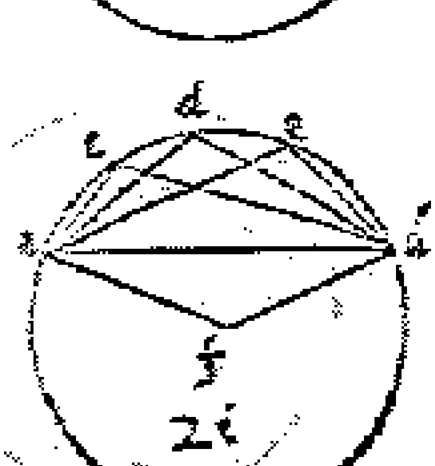


Theorema .xix. Propositione .xxi.

20 **Se in una portione di cerchio seranno molti angoli sopra di l'arco co-**
21 **stituidi, seranno infra loro equali.**



COme sia in la portione .a.d.b. del cerchio .a.d.b. il centro del qual sia il ponto .f. sieno molti angoli sopra l'arco .a.d.b. della portion maggior liquali siano .c.d. & .e. quelli dico esser equali fra loro, & per dimostrare questo sia tirata la corda .a.b. & dalle sue due estremita siano dutte al centro .f. le due linee .a.f. & .b.f. dilche l'angolo .a.f.b. costituido sopra il centro (per la precedente) sera doppio a cadauno di loro, seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli .c.d. & .e. sia la mita de l'angolo .f. dilche (per la .7. petitione) seranno equali, che e il proposito.



Il Tradottore.

PEr le dimostrationi di sopra adutte e' manifesto il proposito, in quanto alla portion maggiore, ma se li detti angoli fussino sopra l'arco della portione

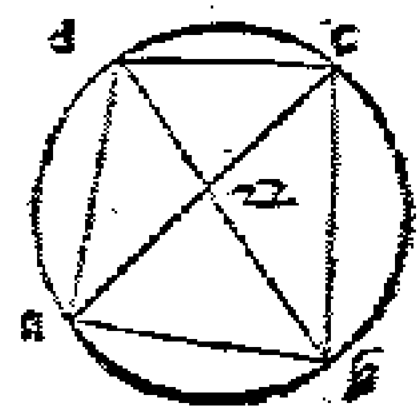
minore

menore, come in la seconda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la
precedente e manifesto il proposito) perche cadauno delli detti angoli e la mita
de di quella quantita di spatio che circonda l'angolo. f. onde per la seconda con
ceptione seguita il detto proposito.

Theorema.xx. Propositione.xxii.

22 Se dentro a uno cerchio sera descritto uno quadrilatero, qualun
22 que duoi angoli contraposti di quello e necessario esser equali a
duoi angoli retti.

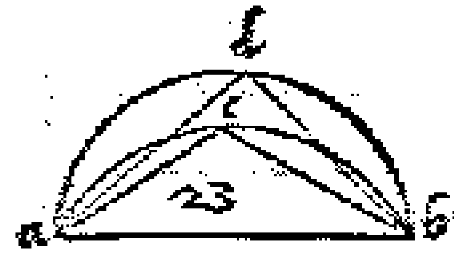
Sia il quadrilatero. a. b. c. d. descritto di dentro del cerchio. a. b. c. d. qual sia co
si conditionato che tutti li soi quattro angoli terminino a ponto in la circon
ferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contraposti di quel
lo, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirarò li duoi diametri
del detto quadrilatero, cioe. a. c. & d. b. (& per la precedente) l'angolo. c. b. d. sa
ra equale all'angolo. c. a. d. & l'angolo. a. b. d. similmente sera equale all'angolo
a. c. d. per laqualcosa tutto l'angolo. a. b. c. sera equale alli duoi angoli. a. c. d. & c.
a. d. del triangolo. a. d. c. & perche li ditti duoi angoli insieme con altro angolo
a. d. c. (per la trigesima seconda del primo) sono equali a duoi angoli retti, segui
ra adonque che tutto l'angolo. a. b. c. insieme con tutto l'angolo. a. d. c. (a lui op
posito) sono equali a duoi angoli retti, che e il proposito, similmente anchora se
approuera li duoi angoli. d. a. b. & d. c. b. (contraposti) esser equali a. 2. angoli retti.

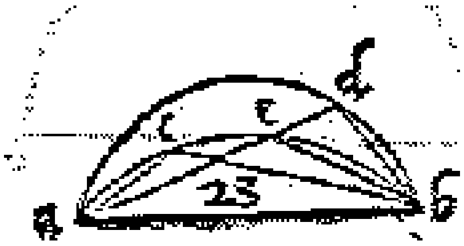


Theorema.xx. Propositione.xxiii.

23 Eglie impossibile a constituire due portioni di cerchio simile, &
23 inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

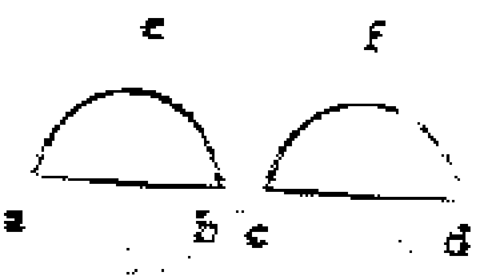
Sia la assignata retta linea. a. b. sopra dellaquale sia fatta la portion di cerchio
a. b. c. Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potra costi
tuire veruna portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, over
minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portion. a. d. b. mag
giore di questa, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo. a. c. b. in la por
tion minore, & l'angolo. a. d. b. in la portion maggiore. sera adonque che le due
linee. a. d. & b. d. includeno di dentro da loro le due linee. a. c. & b. c. come ap
pare in la prima figuratione, over che una delle due prime se fara una medesi
ma linea con una delle seconde, come in la seconda figuratione si manifesta, over
che una segara l'altra (come in la terza figuratio si dimostra) ma sel sera al primo
modo l'angolo. c. (per la vigesima prima del primo) sera maggior dell'angolo. d.
adonque (per la duodecima diffinitione di questo) non sono simile, ma sel sera al
secondo modo, al presente l'angolo. c. (per la sestadecima del primo) sera mag
giore dell'angolo. d. ne cosi adonque le dette due portioni seranno simile (per la
detta duodecima diffinitio di questo) ma se sara al. 3. modo, cioe che la linea. a. d. seghi
la linea. c. b. & seghi la circonferentia della portion minore nel ponto. e. e sia trat
ta la linea. b. e. l'angolo. a. e. b. (per la medesima decima sesta del primo) e mag
giore dell'angolo. d. & perche l'angolo. c. e nella medesima portion minore do
ve e etiam l'angolo. e. diche (per la vigesima prima di questo) sera equale al det
to angolo. e. seguita adonque che se l'angolo. e. e maggiore dell'angolo. d. simil
mente l'angolo. c. sera etiam maggiore del ditto angolo. d. per laqualcosa a niun
modo le dette duoi portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora
se approuerai che sopra la linea. a. b. non puo esser fatto una portione simile al
la portione. a. c. b. menor de quella, ponendo. c. in lo loco del. d. &. el. d.
in lo loco del. c. in le predette figurationi, el'angolo. d. (per la detta. 21. & 16. del





primo procedendo per lo modo fatto di sopra, sera in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo .c. per laqualcosa le dette portioni non seranno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra vna medesima linea non poter esser fatto due portion simile inequale da vna medesima parte, nientedimeno seguita la verita che le non pono anchor esser fatte da diverse parte, cioe vna da vna parte de detta linea, e l'altra dall'altra, perche egli e licito ponere come la minore (la quale e da vna parte) sopraposta alla maggiore (laqual e dall'altra parte) il sara necessario (per lo conuerso modo della ottaua concettione) quella esser eccedura dalla maggiore, adonque per la presente .23. non seranno simile, che e il proposito.

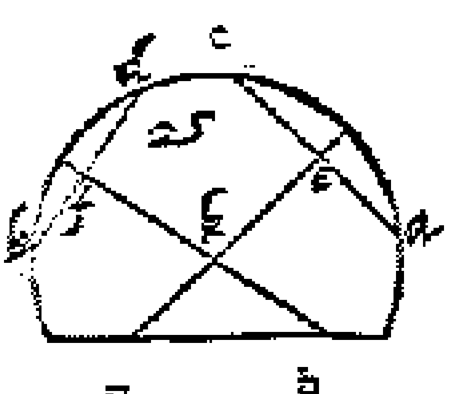
Theorema .xxii. Propositione .xxiiii.

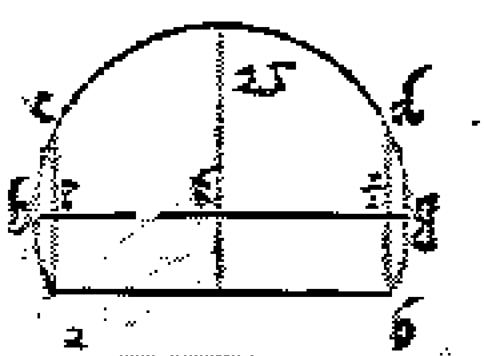


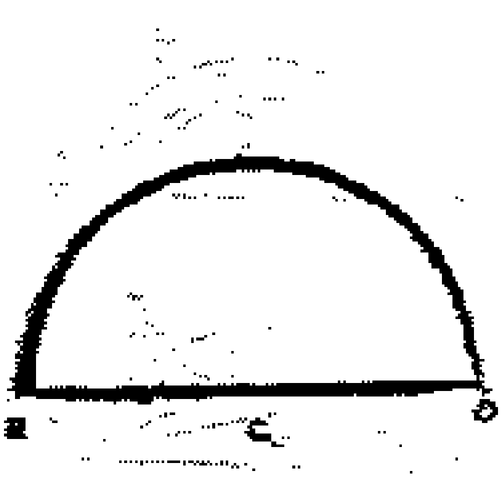
23
24 Se simile portioni di cerchii sono sopra linee equale, quelle portioni e necessario che sieno equali.

SIano le due linee .a.b. & .c.d. equale sopra lequale sieno le due portioni di cerchii .a.e.b. & .c.f.d. lequale sieno simili. Dico quelle medesime esser equale, & se possibile e che no siano equali vna di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccedera la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea .a.b. non eccede la linea .c.d. ne quella e eccedura da lei (conciosia che sono equale dal presupposito) per laqualcosa seguiria il contrario della precedente, che e impossibile, seguita adonque che le dette portioni siano equale, che e il proposito.

Problema .iii. Propositione .xxv.

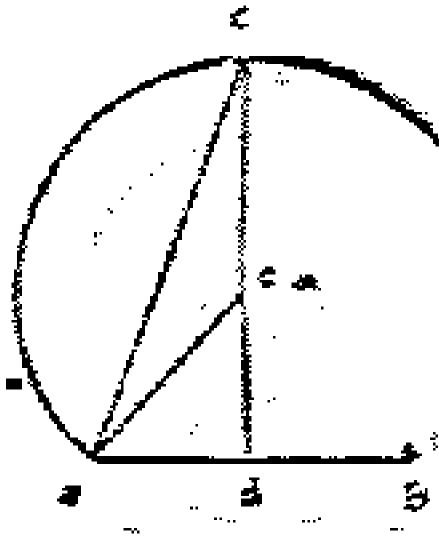


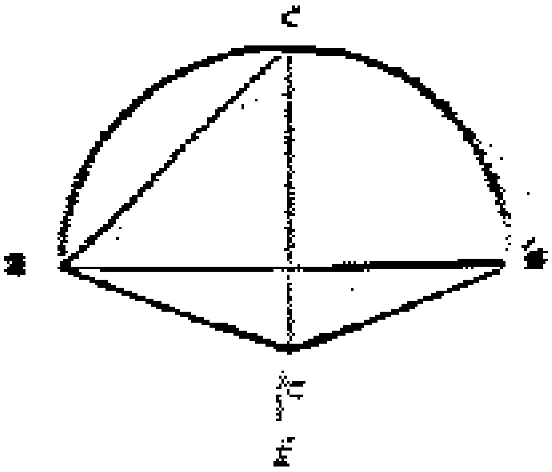




24
25 Potemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.

PEr questa conclusione, la intentione e questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque .a.b.c. qual si voglia arco, del qual voglio compire il cercolo, tiraro in quello due linee cadenti come si voglia, lequali sieno .a.c. & .b.d. lequali diuidendo io in due parti equali, cioe la .a.c. in ponto .e. & la .b.d. in ponto .f. & tirando la .e.g. perpendicolare alla .a.c. & la .f.h. perpendicolare alla .b.d. lequali si segano fra loro in ponto .k. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio sera in l'vna & l'altra delle due linee .e.g. & .f.h. per laqualcosa il ponto .k. e il centro, ma se la .e.g. non segha la .f.h. ma siano vna sol linea, si come saria se le due linee .a.c. & .b.d. fusseno equidistante, all'hora quella se applicara alla circonferentia del dato arco dall'vna e l'altra parte, adonque diuisa quella per mitade in ponto .k. lui sera il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee .e.g. & .f.h. non puon esser equidistante, perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'vna e l'altra (per il detto correlario) seriano dui centri del medesimo cerchio, & cosi per questo modo tu poi de ogni arco, ouer de ogni portione, communamente demostrare, qualmente se compisca il suo cerchio, tamen perche el si vede l'auttore in questa conclusione variare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo distintamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione, sia adonque primamente la data portione .a.b. vn mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea .a.b. sera il diametro, diuisa adonque quella per mezzo in ponto .c. il detto ponto .c. sera il centro del cerchio. Sia anchora la portion .a.c.b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea .a.b. laqual diuido in due parti equali in ponto .d. dalqual produco la .d.c. perpendicular a quella (conciosia che la portion .a.c.b. sia maggior del mezzo cerchio) la .a.d. sera minor del mezzo diametro, & la .d.c. e maggiore del mezzo diametro. adonque .a.d.c. e maggior che la .a.d. adonque (per la .18. del primo) l'angolo .c. a.d.c. maggiore a.d.e maggiore dell'angolo.a.c.d.sia adonque fatto l'angolo.c.a.e.(per la vigesima terzia del primo) equal all'angolo.a.c.e.prodotta la linea.a.e.laqual seghi la linea.c.d.in ponto.e.&(per la sesta del primo) la linea.a.e.sera equale alla linea e.c.sia adonque tirata la linea.e.b.&(per la quarta del primo) la linea.e.b.sera equale alla linea.a.e.per la qual cosa le tre linee.a.e.e.b.e.c.sono equale adonque (per la nona di questo il ponto.e.e il centro del cerchio.sia anchora la portione a.c.b.menore del mezo cerchio,della quale la corda sia la.a.b.laquale divido in due parti equali in ponto.d.dal qual conduco la linea.c.d.f.perpendicolare alla linea.a.b.laqual seghi la circonferentia in ponto.c.& e manifesto questa transire per il centro(per il corrolario della prima di questo)anchora tiro la linea.a.c.& l'angolo.a.c.d.sera maggiore di l'angolo. c.a.d. perche sel fusse equale seria la portione.a.c.b.vn mezo cerchio,& sel fusse menore seria maggiore d'un mezo cerchio,& e posto che sia menore,adonque tiro la linea.a.e.che facia con la linea.a.c.vn angolo equale al angolo.c.& seghi la linea.c.f.in ponto.e. & e manifesto che il ponto.e.cade di fuora della portione , & tiro la linea.e.b. & perche lo angolo.e.a.c.e equale al angolo.c.(per la sesta del primo) la linea.e.a.e equale alla linea.e.c.& perche(per la quarta del primo)la linea.e.b.e equale alla linea.e.a.(per la nona di questo)il ponto.e.e centro del cerchio,per laqual cosa e manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portioni di cerchii.

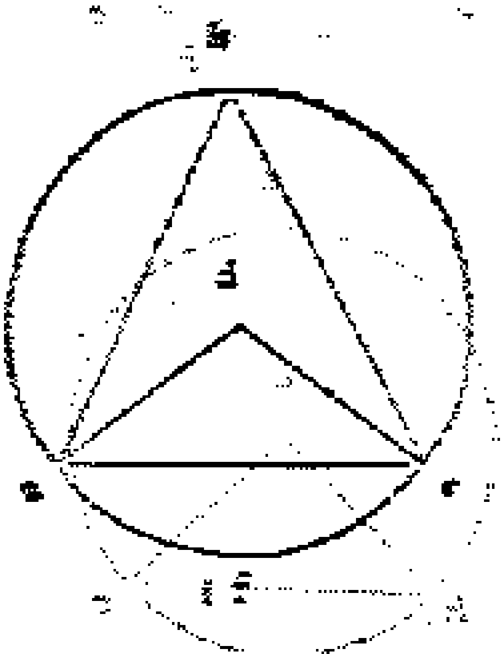


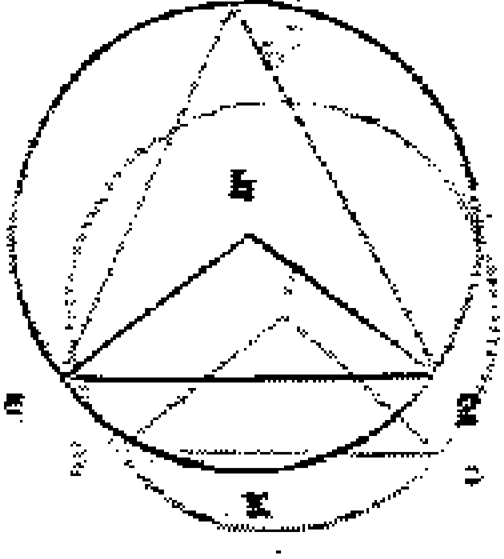


Theorema.xxiii. Propositione.xxvi.

25/26 Se in cerchii equali over sopra il centro,over sopra la circonferentia siano angoli equali e necessario quelli cascare sopra archi equali.

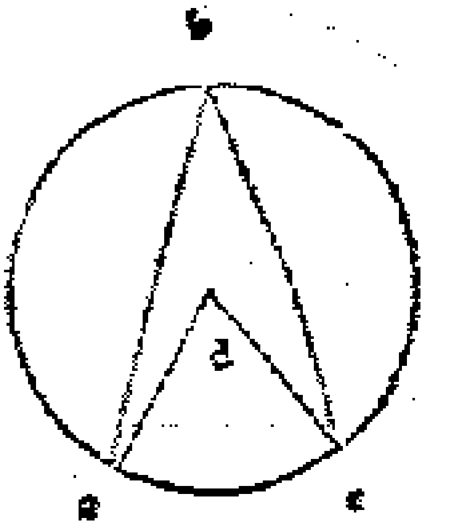
Siano doi cerchii equali,cioe il cerchio.a.b.c.(il centro delquale sia il ponto.d.)& il cerchio.e.f.g.(il centro delquale sia il ponto.h.& sopra li centri de quelli siano fatti doi angoli.a.d.c.&.e.h.g.liquali siano posti equali.dico che li doi archi.a.b.c.&.e.f.g.sono equali fra loro,la qual cosa se dimostra in questo modo.Siano tirate le due linee.a.c.&.e.g.& sian fatti doi angoli in la circonferentia de quelli che siano sopra li predetti archi,liquali siano l'angolo.a.b.c.et l'angolo.e.f.g.perche adonque li detti doi cerchii sono equali li soi mezi diametri(per la prima diffinitione)sono equali.& perche li doi angoli.d.&.h.sono equali le due linee.a.c.&.e.g.(per la quarta del primo)sono equali,& (per la vigesima di questo)l'angolo.b.sera equale all'angolo.f.(concosia che l'angolo d.sia equale all'angolo.h.& l'uno e l'altro e doppio a quello che e costituido sopra della circonferentia del suo arco,pero l'angolo.b.(per commune sententia) sera equale all'angolo.f.adonque(per la penultima diffinitione di questo) le due portioni.a.b.c.&.e.f.g.sono simili,& perche sono sopra le due linee.a.c.&.e.g.equale quelle seranno(per la vigesima quarta di questo)equale fra loro,per laqual cosa l'arco.a.b.c.sera equale all'arco.e.f.g.Ma se li doi angoli.b.&.f.(liquali sono sopra della circonferentia)seran posti equali(per la detta diffinitione) le dette portioni seranno simili,& l'angolo.d.sera pur(per la detta vigesima)equale all'angolo.h.& perche li cerchii sono posti equali(per la quarta del primo)le due linee.a.c.&.e.g.seranno equale,per laqual cosa le due portioni.a.b.c.&.e.f.g.per esser simile & sopra le due linee.a.c.&.e.g.equale seranno(per la detta vigesima quarta di questo)etiam fra loro equale si come prima,& l'arco.a.b.c.sera per equale all'arco.e.f.g.(& per la quinta commune sententia)l'arco.a.l.c.sera etiam equale all'arco.e.k.g.che e il proposito della seconda inductione,perche in quella forma conclude che l'arco.a.l.c.e equale all'arco.e.k.g.tamen per questo modo se verifica l'uno e l'altro.

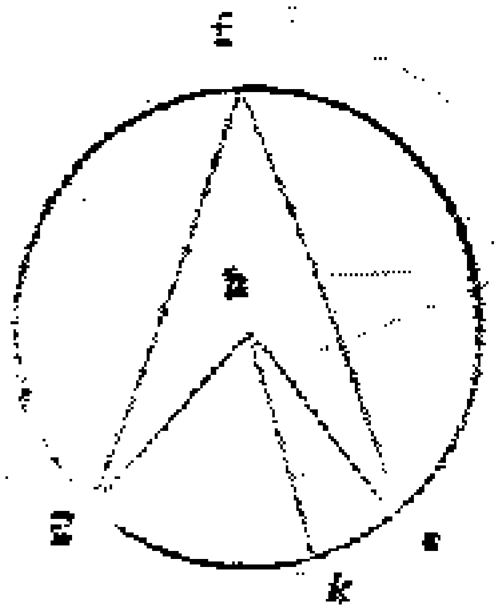


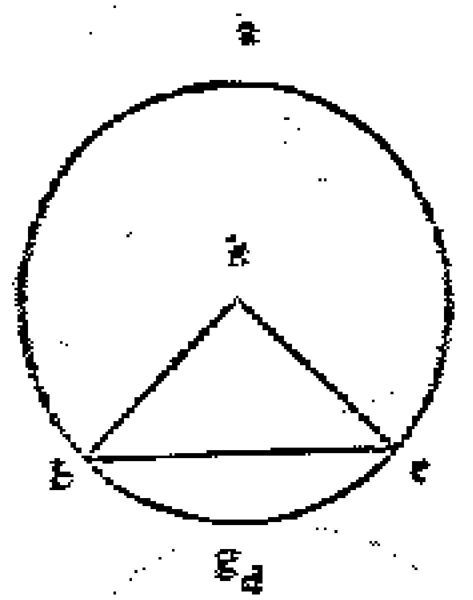


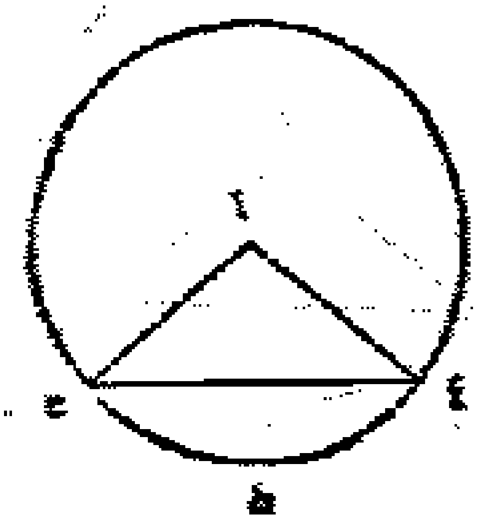
Theorema.xxiiii. Propositione.xxvii. conversa della precedente.

26/27 Se in cerchii equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli,o siano costituidi sopra li centri de quelli, over sopra le circonferentie le necessario che siano equali.









SIano li duoi cerchi equali, l'uno sia il cerchio.a.b.c.(il centro del quale sia il ponto.d.) l'altro sia il cerchio.e.f.g.(il centro del quale sia il ponto.h.) & sia li duoi archi.a.b.c.& e.f.g. equali, & siano fatti sopra alli detti archi duoi angoli sopra il centro li quali siano.d.h. dutte le linee.a.d.c.d.e.h.g.h. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti duoi altri angoli in la circonferentia liquali siano.b.&.f. dutte le linee.a.b.c.b.e.f.&.g.f. Dico li duoi angoli.d.&.h. esser fra loro equali, & anchora li duoi altri angoli. b.&. f. esser per sia loro equali laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti duoi angoli.d.&.h. non sono fra loro equali (per l'aduersario) l'un serà maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo.h (se possibile e) sia maggior dell'angolo.d. del angolo. h. ne sia tagliato, ouer seghato l'angolo.k.h.g. il qual sia equal all'angolo.d. cioe sopra il ponto.h. sia fatto l'angolo.k.h.g.(per la vigesima terza del primo) equale al angolo.d. (& per la precedente) l'arco.k.e.f.g. serà equale all'arco.a.b.c. ma li duoi archi.a.b.c.&.e.f.g. sono posti equali, seguiria adonque (per la prima commune sententia) che l'arco.e.f.g. fusse equale all'arco.k.e.f.g. laqual cosa e impossibile (per l'ultima commune sententia.) seguita adonque che li duoi angoli.d.&.e.h.g. siano equali. Anchora per simel modo se approuera li duoi angoli.b.&.f. esser equali, ouero hauendo prouato che li duoi angoli.d.&.h. son equali, seguita (per la vigesima de questo) li duoi angoli.b.&.f. essere equali, & econuerso. Anchora con simele proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradottione, cioe che se in cerchii equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioe se la circonferentia.a.c. sia posta equale alla circonferentia.e.g. delli detti duoi cerchii equali li angoli.d.&.h. fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali (&se non fussero equali per l'aduersario) l'uno seria maggiore di l'altro, & ponendo pur che l'angolo.h. fusse maggiore dell'angolo.d. & segado per da l'angolo.h. lo angolo.k.h.g. equale all'angolo d. seguiria (per quello fu concluso in fin della precedente) che la circonferentia.k.g. fusse equale alla circonferentia.a.c. (& per la prima commune sententia) la circonferentia.k.g. seria equale alla circonferentia.e.g. che e impossibile) per la ultima commune sententia) si che ambedue hanno vna medesimo procedere, abenche l'una cócluda diuersamente di l'altra, tamen prouado una viẽ a esser prouata quill'altra.

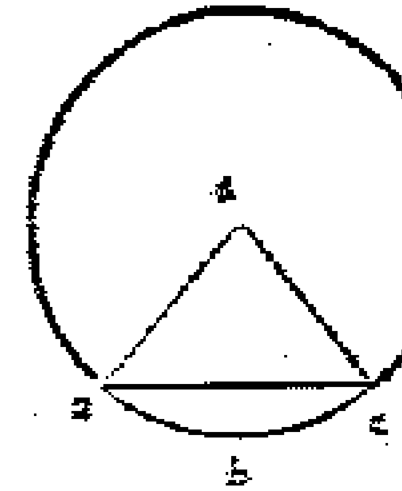
Theorema.xxv. Propositione.xxviii.

27/28 **Se in cerchii equali, linee rette equale, taleghino archi. anchora quelli archi e necessario esser equali, cioe il maggiore al maggiore il minore al minore.**

SIano li duoi cerchii equali.a.b.c.&.d.e.f. & in quelli siano le doe linee rette b.c.&.e.f. equale lequale seghino li duoi archi.(b.a.c.&.e.d.f.) maggiori, & li duoi archi.b.g.c.&.e.h.f. menori, dico che l'arco.b.a.c. maggiore e equale all'arco.e.d.f. maggiore & l'arco.b.g.c. minore & equal all'arco.e.h.f. perche essendo ritrouati li centri de detti cerchii (per la prima di questo) liquali siano. k.l.& siano congionti.k.b.k.c.l.e.&.l.f. et perche di cerchii equali li suoi semidiametri son anchora equali (per la prima diffinitione di questo) adonque le due linee.b.k.&.k.c. son equale alle due linee.l.e.&.l.f. & la basa.b.c.(per il presupposito) e equale alla basa.e.f. adonque l'angolo.b.k.c.(per la.8.del primo) e equal a langolo.e.l.f. et li angoli equali (per la.26.di questo) cadeno sopra archi equali, adonque l'arco.b.g.c. e equale all'arco.e.h.f. & tutto il cerchio.a.b.c. e equale tutto il cerchio.d.e.f. adonque il rimanente arco.b.a.c. (per la.3.commune sententia) e equale al rimanente arco.e.d.f. adonque in li cerchi equali le linee rette equale seghin li archi li detti archi seranno de necessita equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al mi note, che e il proposito.

Il Tradottore.

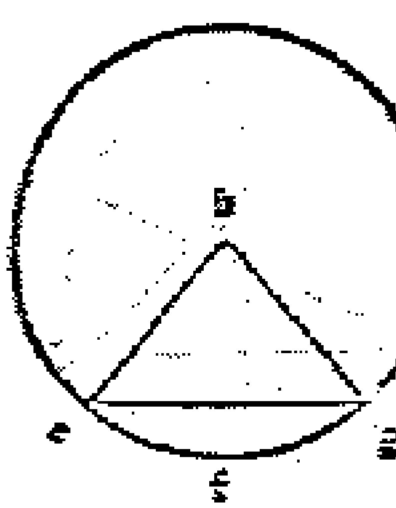
El testo di questa soprascritta propositione in la prima tradottione e tutto corrotto e mendosamente posto, come in essa appare.



Theorema.xxvi. Propositione.xxix.

28/29 Li archi equali de cerchii equali e necessario c'habiano corde eq̃le.

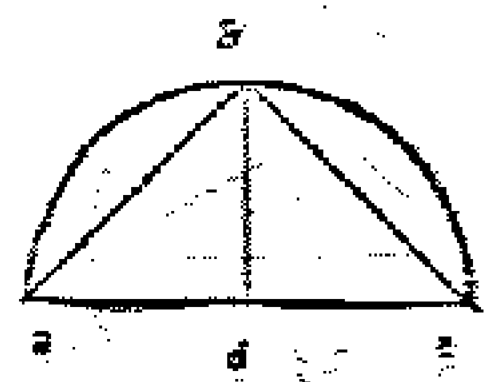
Siano li duoi cerchii equali a.b.c. il centro del quale e il ponto d. & e.f.g. il centro del quale il ponto h. & sia l'arco a.b.c. equale all'arco e.f.g. dico che la corda a.c. e equale alla corda e.g. & per dimostrar questo siano tirate le linee d.a. & d.c. & h.e. & h.g. & (per la vigesima settima di questo) l'angolo d. sera equale all'angolo h. per laqualcosa la basa, over corda a.c. (per la quarta del primo) sera equale alla basa, over corda e.g. che e il proposito. & nota che tutte le passioni che havemo approvate de diversi cerchii equali quelle piu fortemente intendemo esser vere de uno medesimo cerchio.



Problema.iiii. Propositione.xxx.

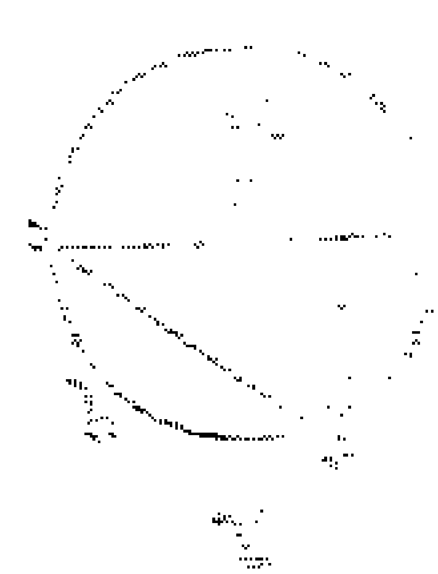
29/30 Puotemo dividere uno arco dato in due parti equali.

Sia dato l'arco, over circonferentia a.b.c. qual sia di bisogno da dividere in due parti equale, sia tirata la corda a.c. & quella sia divisa in due parti equali in ponto d. & dal ponto d. (per la undecima del primo) sia tirata la perpendicolare d.b. laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto b. ilqual ponto b. dico che divide il dato arco in due parti equali. & per dimostrare questo sia tirate le due linee b.a. & b.c. lequale seranno equale (per la quarta del primo) laqualcosa l'arco a.b. (per la prima parte della vigesima ottava di questo) sera equale all'arco b.c. che e il proposito.

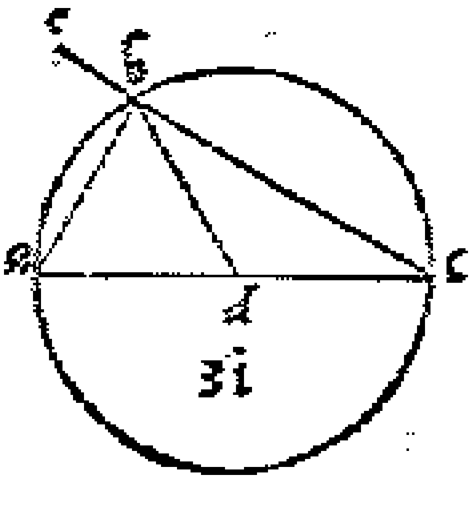


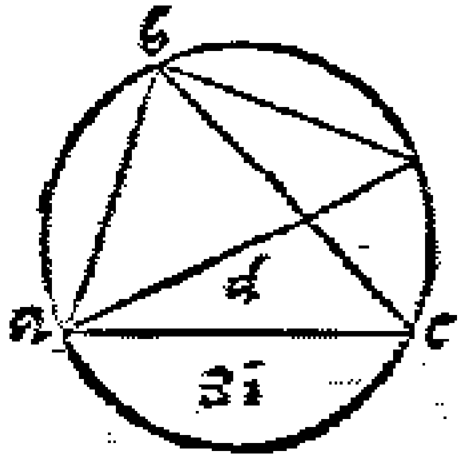
Theorema.xxvii. Propositione.xxxi.

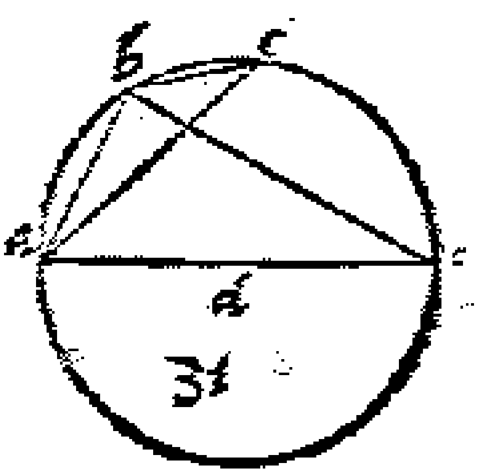
30/31 Se uno angolo de linee rette e fatto nel mezzo cerchio ilquale stia sopra l'arco, certo quello angolo e retto. Ma se la portione del cerchio doue e l'angolo e maggior del mezzo cerchio, allhora quel angolo sia menore che'l retto. E se la portione del cerchio doue e l'angolo e menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo e maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio e maggior che'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio e menor del retto.

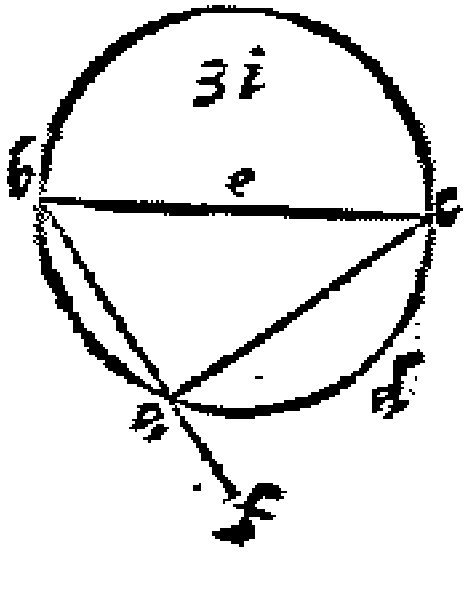


Sia il cerchio a.b.c. (il centro del quale sia il ponto d. e il diametro a.d.c.) e sia fatto nel mezzo cerchio a.b.c. in la circonferentia l'angolo a.b.c. (mediante le linee a.b. & b.c.) dico lo angolo a.b.c. essere retto, & per dimostrar tale cosa, sia tirato dall'angolo b. al centro d. la linea b.d. & perche le due linee d.a. & d.b. (del triangolo a.b.d.) sono equale (per la diffinitione del cerchio)







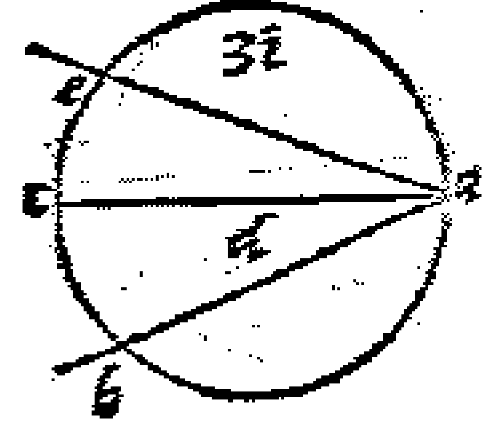


l'angolo.a.(per la quinta del primo) sera equale all'angolo.a.b.d.& per le medesime ragione l'angolo.c.sera equale all'angolo.d.b.c.& perche l'angolo.c.d.b.(per la.32.del primo) e equale alli duoi angoli.a.&.a.b.d.dilche (per communa sententia) sera doppio all'angolo.a.b.d.& per le medesime ragione l'angolo.a.d.b.sera etiam doppio all'angolo.d.b.c.adonque li duoi angoli.c.d.b.&.a.d.b.insieme son doppii a tutto l'angolo.a.b.c.& perche li detti duoi angoli.a.d.b.&.c.d.b.(per la terciadecima del primo) sono equali a duoi angoli retti adonque tutto l'angolo.a.b.c.sera la mita di duoi angoli retti, per laqualcosa sera retto che e il primo proposito. anchora per quest'altro modo se puo dimostrare il detto angolo.a.b.c.esser retto, sia produtta la linea.c.b.fina al ponto.e.l'angolo.a.b.e.estrinseco (per la detta trigesima seconda del primo) sera equale alli duoi angoli.a.&.c.& perche l'angolo.a.e equale all'angolo.a.b.d.& l'angolo.c.all'angolo.d.b.c.l'angolo adonque.a.b.e.verra a esser equale a tutto l'angolo.a.b.c.adonque l'uno e l'altro (per la ottaua diffinitione del primo) sera retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo, sia il cerchio.a.b.c.(il centro del quale sia il ponto.d.) nelqual sia la portion.a.b.c.maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea.a.c.& sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo.a.b.c.(dutte le linee.b.a.&.b.c.) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per dimostrar questo sia tirato il diametro.a.d.e.& la linea.e.b.hor dico che l'angolo.a.b.e.(per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo.a.b.c.sera minor del retto (per la vltima communa sciêtia) conciosia che quello e parte del retto, e cosi e manifesto il secondo proposito. El terzo se deluciderà in questo modo sia vnaltra fiada in lo cerchio.a.b.c.(il centro delqual sia il ponto.d.) la portione.a.b.c.la corda dellaquale sia la linea.a.c.la qual portione e minore del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo.a.b.c.(dutte le linee.b.a.&.b.c.) dico quest'angolo.a.b.c.esser maggior del retto, la qual cosa se dimostra in questo modo. Sia produtto dal ponto.a.il diametro.a.d.e.& dal ponto.e.la linea.e.b.l'angolo.a.b.e.(per la prima parte di questa) e retto, per laqualcosa l'angolo.a.b.c.e maggiore di lui, e pero il nostro terzo proposito sera manifesto, el quarto el quinto se approuara in questo modo, siano in lo cerchio.a.b.c.d.(il centro delquale e il ponto.e.) le portione.a.b.c.maggiore del mezzo cerchio la corda della quale e la linea.a.c.& la portione.a.d.c.minor del mezzo cerchio, la corda delquale e la medesima linea retta.a.c.dico l'angolo contenuto dall'arco.b.a.& dalla corda.a.c.esser maggior del retto, & l'angolo contenuto dall'arco.d.a.& dalla corda.a.c.essere minor del retto, & per dimostrar questo, dal ponto.c.sia dutto il diametro.c.e.b.& dal ponto.b.la linea.b.a.fina al.f.dilche l'angolo.b.a.c.(per la prima parte di questa) sera retto, & (per la terciadecima del primo) l'angolo.f.a.c.similmente sera retto, perche adonque l'angolo.b.a.c.e parte dell'angolo contenuto dall'arco.a.b.& dalla corda.a.c.pero e menor di lui (per la vltima concettione) che il quarto proposito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco.d.a.& dalla corda.a.c.e parte dell'angolo.f.a.c.(che e retto) adonque sera minor di lui, per laqualcosa e manifesta tutta questa conclusione de cinque membri.

Correlario.

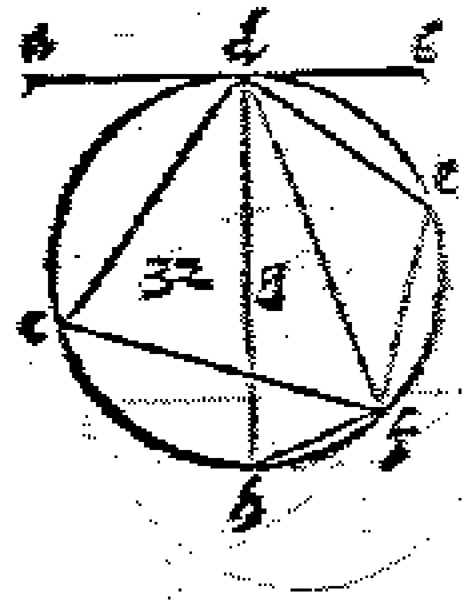
o Da qui e manifesto che se uno angolo d'un triangolo sera equale
31 alli altri duoi angoli del detto triangolo quel angolo e retto; & e conuerso quando li duoi angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quelli seranno equali a un angolo retto.

Anchora dalle due vltime parti della sopraferitta ppositione si manifesta la instantia, ouer oppositione contra qlle due argumentationi, alequale detto serasimo anchora la instantia, ouer oppositione in la sestadecima di questo, perche el che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio il quale e minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio il quale e maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia over mezzo cerchio, over minore, over maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioe minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto) & niente dimeno el non sera angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio. a.b.c. il centro del quale sia il ponto. d. la linea. a.b. alla quale nõ sia determinato fine dalla parte. b. segando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella sera (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea. a.d.c. & sia immaginato la linea. a.b.e. ser mossa verso la parte. c. sopra il ponto. a. la quale tanto quanto che la sera de qua dal ponto. c. over in lo medesimo ponto. c. contermando il diametro. a.d. c. quella fara con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni ponto oltra il ponto. c. come seria in ponto. e. quella fara (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto, adonque el se transisse dal minore al maggiore, e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trovar un angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trovare lo equale (come fu dimostrato in la sesta decima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se puo trovare il maggiore, etiam il minore del retto, & niente di meno el non se puo trovare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



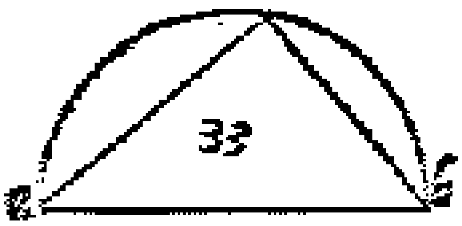
Theorema.xvii. Propositione.xxxii.

32 Se in una linea retta toccara un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

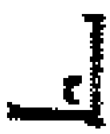


Sia la linea retta. a.b. laqual tocchi il cerchio. c.d.e.f. in ponto. d. il centro del qual cerchio sia il ponto. g. & del ponto. d. sia tirata la linea. d.f. nel detto cerchio seganti quello, e non passi per lo centro. g. & siano fatti l'angolo. d.e.f. sopra la portion. d.e.f. (tirate le linee. e.d. & e.f.) & l'angolo. d.c.f. che sta sopra l'arco della portione. d.c.f. (tirate le linee. c.d. & c.f.) dico l'angolo. e. esser equale all'angolo. b.d.f. & l'angolo. c. all'angolo. a.d.f. & per dimostrare questo sia tirato il diametro. d.g.h. & la linea. f.h. (e per la decima ottava di questo) la linea. d.h. sera perpendicolare sopra. de. a.b. (& per la prima parte della precedente) l'angolo. d.f.h. sera retto, per laqual cosa li duoi angoli. f.d.h. & d.f.h. sono equali gionti, adonque communamente lo angolo. h.d.f. tutto l'angolo. a.d.f. sera equale alli duoi angoli li quali sono. d.f.h. & h.d.f. ma questi duoi con l'angolo. h. sono equali a duoi angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adonque l'angolo a.d.f. con l'angolo. h. sono equali a duoi angoli retti, ma l'angolo. a.d.f. con l'angolo. b.d.f. sono similmente equali a duoi angoli retti (per la terzadecima del primo) adonque l'angolo. b.d.f. e equale all'angolo. h. & perche l'angolo. e. (per la vigesima prima di questo) e similmente equale all'angolo. h. seguita adonque (per la prima commune sententia) l'angolo. b.d.f. esser equale all'angolo. e. che e il primo proposito, & perche li angoli. c. & e. sono equali a duoi angoli retti (per la vigesima seconda di questo) & similmente li duoi angoli.a.d.f.&.b.d.f.sono (per la terzadecima del primo) etiam loro equali a duoi angoli retti dilche (per commune scientia) l'angolo.e.sera equale al angolo.a.d.f. che e il secondo proposito anchora questo secondo se puo dimostrare in quest'altro modo se l'angolo.a.d.f. con l'angolo.b.sono equali a duoi angoli retti (come di sopra fu dimostrato) & l'angolo.e.con l'angolo.b.similmente sono equali a duoi angoli retti (per la vigesima seconda di questo) adonque l'angolo.e.(per commune scientia) e equale all'angolo.a.d.f.che e il proposito.

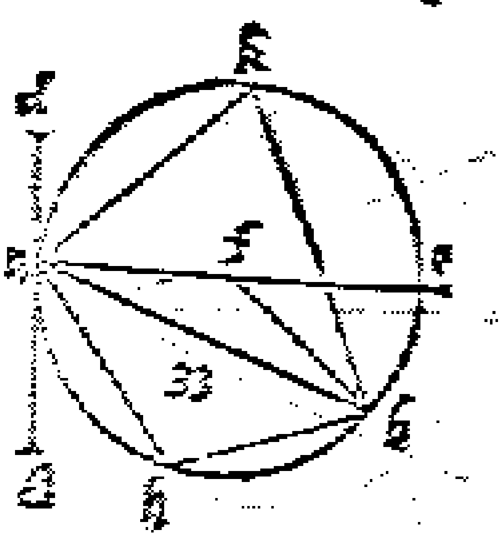
Problema.v. Propositione.xxxiii.

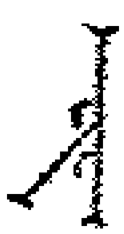


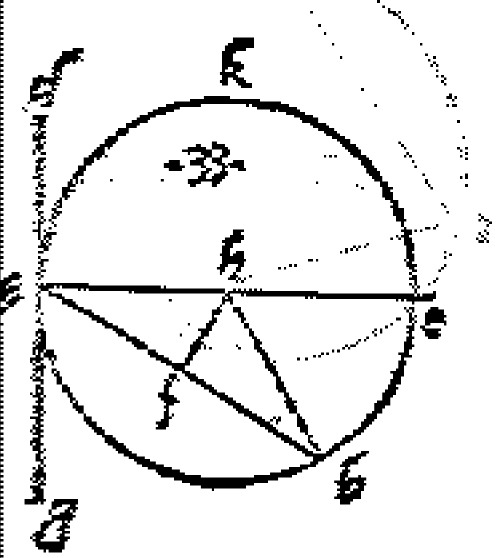
33 Sopra una data rettilinea puotemo descrivere una portione di cerchio, recipiente uno angolo equale a uno angolo dato rettilineo.

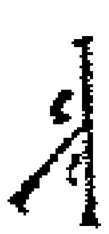


Sia la data retta linea.a.b.&.c.il datto angolo sopra la linea.a.b, voglio descrivere una portione del cerchio che tioeua in la circonferentia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c.adonque l'angolo.c.over che lui e retto over che lui e maggiore del retto, over che lui e minore del retto. hor sia primamente retto. Io dividero la linea.a.b. in due parti equali & descrivero sopra di quella il mezzo cerchio & (per la vigesima prima di questo) sera fatto il proposito. ma sel sera ottuso produro la linea.d.a.con la linea.b.a.continente l'angolo.b.a.d.equale all'angolo.c.& dal ponto.a.condurro la linea.a.e.perpendicolare sopra la linea.a.d.& sopra il ponto.b.faro uno angolo (per la vigesima terza del primo) equale all'angolo.e.a.b.(nelquale lo ottuso eccede el retto) dutta la linea.b.f.per fina alla perpendicolare.a.e.(& per la sesta del primo) li duoi lati.f.a.f.b.(del triangolo.f.a.b.) sono equali e per tanto faro il ponto.f.centro d'un cerchio dapoi di quello descrivero secondo la quantita della linea.f.a.il cerchio.a.h.b.la circonferentia del quale passara etiam per lo ponto.b.(per esser la.b.f.equale alla.f.a.) (& per lo corrolario della sestadecima di questo) la linea.a.d.sera contingente il cerchio, per laqualcosa l'angolo ilquale sia fatto in la portione.a.h.b.(per la precedente) e equale all'angolo.d.a.b.(& per la prima commune sententia) sera etiam equale all'angolo.c.che e il proposito, ma essendo l'angolo.c.acuto produro la linea.a.g.contenente con la linea.a.b.un angolo equale a langolo.c.& dal ponto.a.produro la linea.a.e.perpendicolare alla linea.a.g.& sopra il ponto.b.faro un angolo equale all'angolo.e.a.b.(in loquale angolo retto eccede l'angolo acuto) dutta la linea.b.f.fina alla perpendicolare.a.e.onde (per la sesta del primo) le due linee.f.a.&.f.b.seranno equale, e per tanto faro il ponto.f.centro di cerchio descrivero secondo la quantita della linea.f.a.lo cerchio.a.k.b.la circonferentia del quale transira etiam per lo ponto.b.(per esser la.f.b.equale alla.f.a.) & per lo corrolario della sestadecima di questo, la linea.a.g.sera contingente il cerchio, per laqualcosa l'angolo il quale e fatto in la portione.a.k.b.e equale a l'angolo.g.a.b.(per la precedente) (& per la prima concettione) sera etiam equale all'angolo.c.che e il proposito. Anchora se poteria procedere per quest'altro modo, cioe constituendo pur con la linea.a.b.nel ponto.a.(per la vigesima terza del primo) l'angolo.g.a.b.equal all'angolo.c.& dal ponto.a.tirare la linea.a.e.(per la undecima del primo) perpendicolare alla linea.a.g.(& per la decima del primo) dividere la linea.a.b.in due parti equale in ponto.f.& dal ponto.f.produre la linea.f.h.(per la undecima del primo) perpendicolare alla linea.a.b.& dal ponto.h.(dove la detta perpendicolare.f.h.sega la linea.a.e.) produre la linea.h.b.& perche le due linee.a.f.&.f.b.sono equale, & la linea.f.h.e commune al triangolo.a.f.h.& al triangolo.f.h.b.adonque le due linee.a.f.&.f.h.del triangolo.a.f.h.sono equale alle due linee.f.h.&.f.b.del triangolo.f.h.b.& l'angolo.a.f.h.e equale all'angolo.b.f.h.(per esser ciascun di loro retto dal presupposito) dilche la basa.a.h.de l'uno sera equale alla basa.h.b.dell'altro (per la quarta del primo)





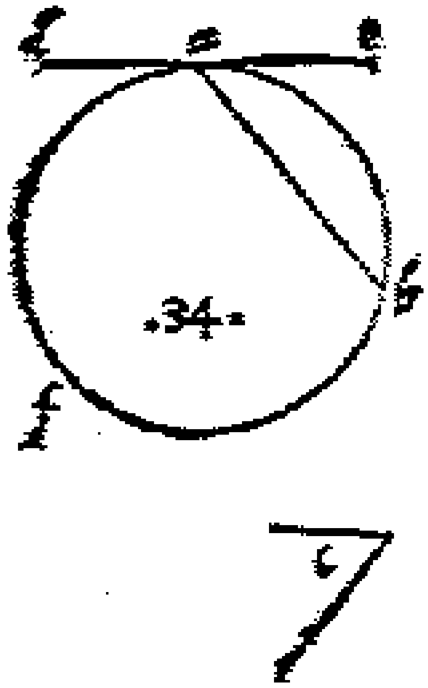




primo) adonque facendo il ponto.h.centro di cerchio,& sopra quello descritto uno cerchio secondo la quantita de.h.a.la circonferentia di quello passera per lo ponto.b.(per esser la.h.b.equale alla.h.a.)il qual sia il cerchio.a.b.e.& per lo correlario della detta sesta decima di questo,la linea.a.g.tocca il cerchio nel ponto.a.per laqualcosa ogni angolo qual sia fatto in la portione.a.k.e.b.sera equale all'angolo.g.a.b.(per la precedente)& perche l'angolo.g.a.b.fu descritto equale all'angolo.c.seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portione.a.k.e.b.sera equale all'angolo.c.che e il proposito,& cosi se potria procedere quando l'angolo.c.fusse maggior del retto,&c.

Problema.vi. Propositione.xxxiiii.

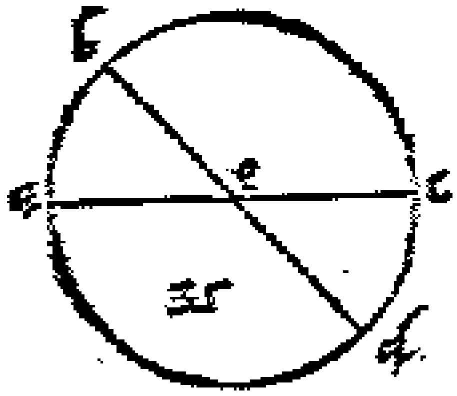
33 Da uno dato cerchio puotemo tagliare una portione recipiente
34 uno angolo equale a uno dato angolo rettilineo.



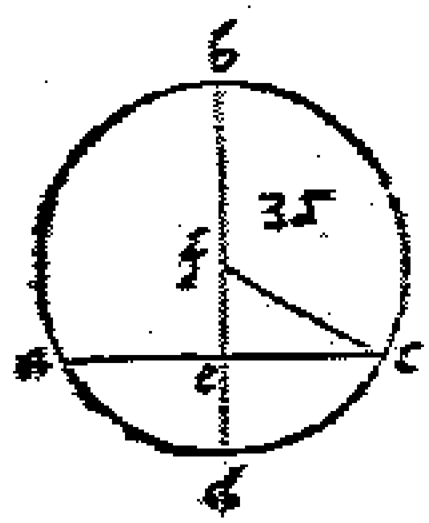
Sia il dato cerchio.a.b.f.& c.il dato angolo rettilineo voglio dal cerchio.a.b.f.segare una portione laquale tenga uno angolo equale all'angolo.c.produro la linea.d.a.e.(per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto.a.dal quale produro la linea.a.b.(in lo detto cerchio) continente con la linea.a.e.l'angolo.e.a.b.equale all'angolo.c.dilche la portione.a.f.b.(per la trigesima seconda di questo)sera recipiente uno angolo equale all'angolo.e.a.b.& perche l'angolo.e.a.b.fu posto equale all'angolo.c.adonque la portione.a.f.b.(per commune scientia)sera recipiente uno angolo equale all'angolo.c.che e il proposito.

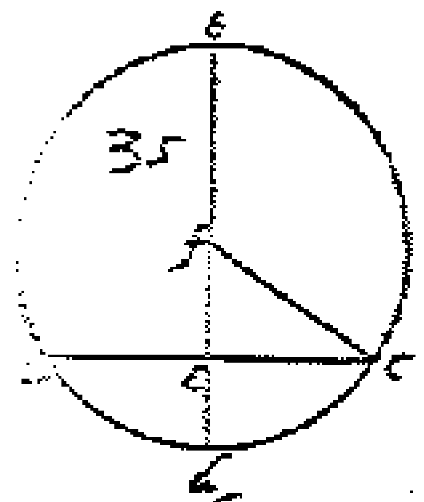
Theorema.xxix. Propositione.xxxv.

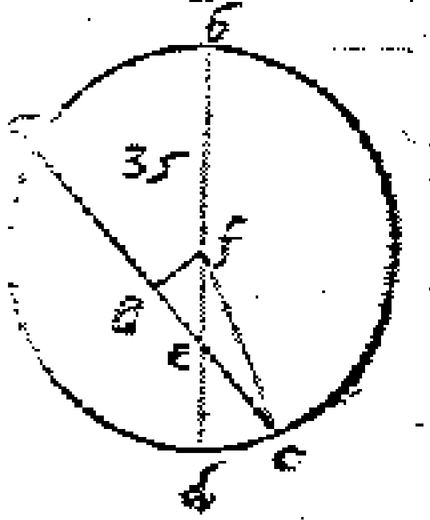
34 Se in uno cerchio due rette linee si segano fra loro quello che pro
35 cede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima e equale a quello rettangolo che e contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

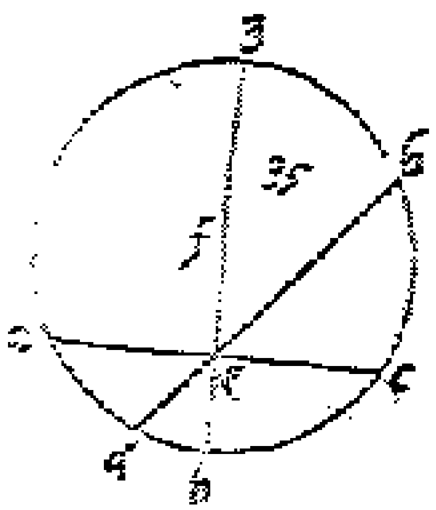


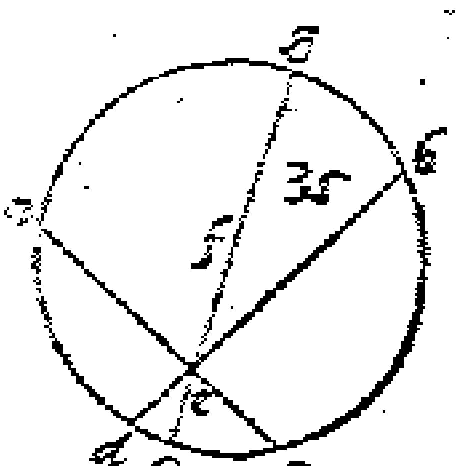
Siano le due linee.a.c.& b.d.lequal se segano fra loro in lo cerchio.a.b.c.d.sopra il ponto.e.dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte.a.e.in la parte.e.c.e equale a quello che viene fatto dalla parte.b.e.in la parte.e.d.perche over che ambedue le dette linee transirano per lo centro del cerchio,over solamente una di quelle,overo niuna.hor ponimo primamente che ambe passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto.e.sera il centro del cerchio,& tutte le quattro linee.e.b.e.c.e.d.e.a.seranno equale (per la diffinitione del cerchio)per laqualcosa il proposito e manifesto,ma se una sola de quelle passera per lo centro & sia quella la.b.d.& il centro del cerchio sia il ponto.f.overamente la.b.d.segharia la.a.c.in due parti equali,over in due parti non equali ponimo prima che quella la seghi in due parti equali sera adonque (per la prima parte della terza di questo)la linea.a.c.segata orthogonalmente della detta linea.b.d.per tanto sia dutta la linea.f.c.(& per la quinta del secondo)quello che vien fatto della.b.e.in la.e.d.con lo quadrato della.e.f.sera equale al quadrato della linea.f.d.cioe al quadrato della linea.f.c.& perche il quadrato della detta linea.f.c.e equale (per la penultima del primo)alli dui quadrati delle due linee.e.f.& e.c.adonque quel che e fatto della.b.e.in la.e.d.con lo quadrato della.e.f.sera equale alli dui quadrati delle dette due linee.e.f.& e.c.adonque levando communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della.e.f.(per la terza commune sententia)li dui rimanenti seranno etiam equali,cioe quel









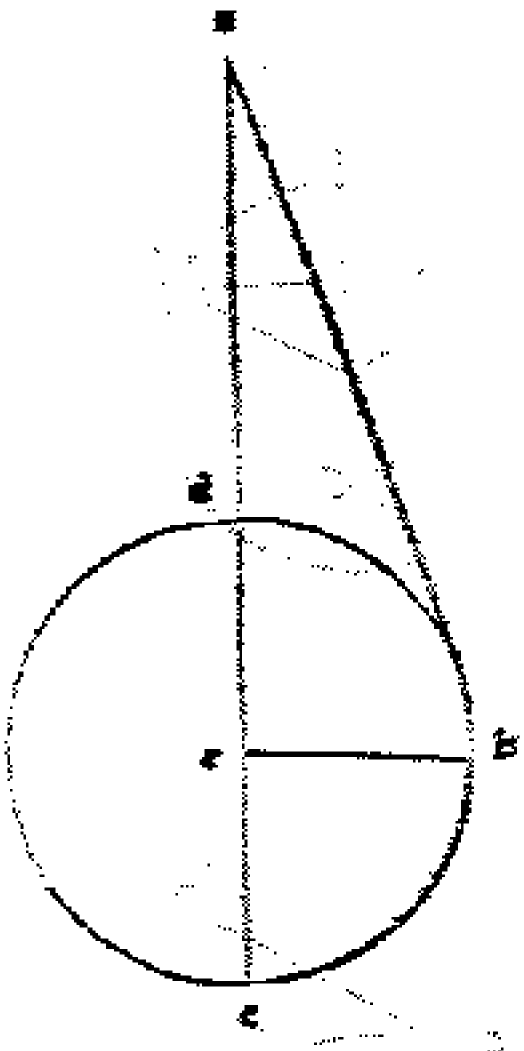


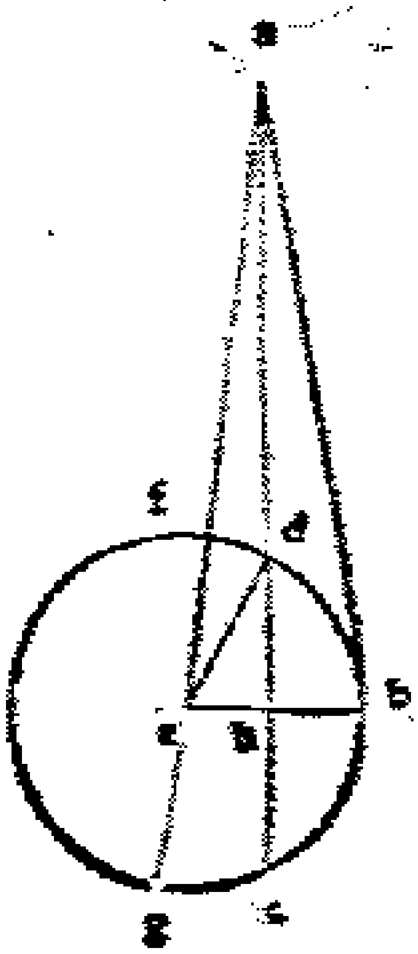
lo che e fatto della.b.e.in la.e.d.sera equale al quadrato della linea.e.c.& perche la.e.c.e' equale alla.a.e.il proposito e manifesto,ma se la.b.d.(la quale transisse per lo centro)segara la.a.c.in doe parti non equale,come in questa terza figuratione appare,dal centro.f.sia dutta la.f.g.perpendicolare sopra la.a.c.dil che la a.g.(per la.2.parte della terza di questo)sera equale alla.g.c.sia dutta ancora la linea.f.c.onde(per la detta quinta del secondo)quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.col quadrato della.e.f.sera equale al quadrato della.f.d.cioe al quadrato della.f.c.& perche il quadrato della detta linea.f.c.(per la penultima del primo) e' equale alli doi quadrati delle due linee.f.g.&.g.c.seguita adonque che quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.col quadrato della linea.f.e.e equal alli doi quadrati delle due linee.f.g.&.g.c.& perche il quadrato della detta linea.f.e.e' equale alli doi quadrati delle due linee.f.g.&.g.e.(per la detta penultima del primo per esser l'angolo.e.g.f.retto)adonque quello ch'e fatto della.b.e.in la.e.d.con li doi quadrati delle due linee.f.g.&.g.e.sera equale alli doi quadrati delle due linee.g.c.&.g.f.tolendo adonque communamente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea.g.f.restera quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.col quadrato solo della linea.g.e.equale al quadrato della linea.g.c.ma(per la quinta del secondo)quel che e fatto della.a.e.in la.e.c.col quadrato della linea.g.e.e' anchora lui equale al medesimo quadrato della.g.c.seguita adonque(per commune sententia)che quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.col quadrato della linea.g.e.e' equale a quello che e fatto della.a.e.in la.e.c.col quadrato della linea.g.e.tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea.g.e.restara(per la terza commune sententia)quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.equale a quello che vien fatto della.a.e.in la.e.c.che e il proposito.ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro,overamente che una di quelle dividera l'altra in doe parti equali,over in due parti non equali,hor ponemo primamente che la linea.b.d.divida la linea.a.c.in due parti equali in ponto.e.come in questa quarta figuratione appare,produtto la linea.g.f.e.h.diametro del cerchio che transisca per il ponto della division di quelle,cioe per lo ponto.e.& perche la linea.g.h.(laqual transisse per lo centro del cerchio)divide la linea.a.c.in due parte equali nel ponto.e.quello che e fatto della.g.e.in la.e.h.e' equale(per lo secondo modo di questa conclusione)a quello ch'e fatto della.a.e.in la.e.c.& perche la.g.h.divide la.b.d.in due parti non equali,per lo terzo modo di questa medesima conclusione,quello che e fatto della.b.e.in la.e.d.sera etiam lui equal a quello ch'e fatto della.g.e.in la.e.h.adonque quello che vien fatto della.b.e.in la.e.d.e' equale a quello che e fatto della.a.e.in la.e.c.che e il proposito,ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali,come in questa ultima figuratione appare,tirata per la linea.g.f.e.h.diametro del cerchio che transisca per per lo ponto.e.quello ch'e fatto della.g.e.in la.e.h.sera equal(per lo terzo modo di questa) a quel che e fatto della.b.e.in la.e.d.& per lo medesimo sera etiam equale a quello che e fatto della.a.e.in la.e.c.dil che(per commune sententia)quello ch'e fatto della.b.e.in la.e.d.sera etiam equale a quello ch'e fatto della.a.e.in la.e.c.che e' il proposito.

Theorema.xxx. Propositione.xxxvi.

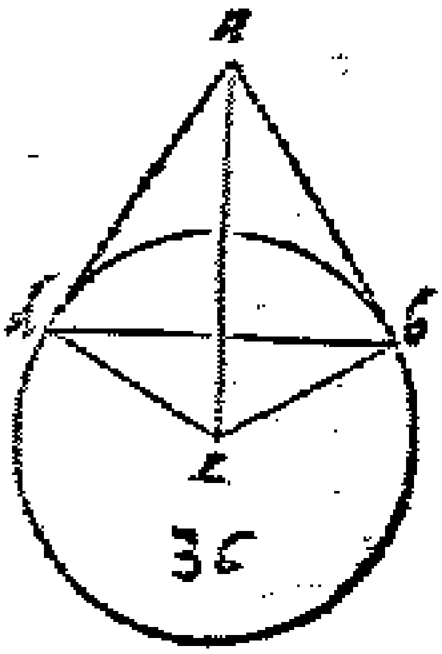
35 Sel se signara uno ponto fuora d'un cerchio,& da quello si meni due
36 linee rette,al cerchio, l'una che seghi,& l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenera sotto di tutta la linea seghante,& della parte estrinsica,sera equale al quadrato che se descrivera della linea che tocca.

Sia il ponto.a.signato di fuora del cerchio.b.c.d.(il centro dil quale e il ponto e.)dal e.) dal qual sieno dutte al cerchio le due linee .a.b. toccante & la .a.c. segante il detto cerchio, dico che quello che vien fatto de tutta la .a.c. in la parte .a.d. equale al quadrato della .a.b. perche, over che la .a.d.c. passa per lo centro, overo non, poniamo prima che quella passi per il centro che e il ponto .e. & sia dutta la linea .e.b. laqual (per la decimaottava di questo) sera perpendicolare sopra la linea .a.b. & perche la linea .d.c. e divisa in due parti equali nel ponto .e. & a quella e aggionta la linea .d.a. (sera per la sesta del secondo) quello che e fatto della .c.a. in la .a.d. col quadrato della linea .e.d. sera equale al quadrato della linea .e.a. & il quadrato della linea .e.a. (per la penultima del primo) e quanto li duoi quadrati delle due linee .a.b. & .e.b. (per esser l'angolo .a.b.e. retto) adonque quello che e fatto della linea .c.a. in la parte .a.d. col quadrato della linea .e.d. sera equale alli dui quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. & perche la .e.d. e equale alla .e.b. (per la diffinitione del cerchio) li lor quadrati seranno etiam equali, adonque quel che e fatto della .a.c. in la .a.d. col quadrato della .b.e. sera equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. tolendo adonque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della .b.e. restera (per la terza concettione) quel che e fatto della .c.a. in la .a.d. equale al quadrato della linea .a.b. che e il proposito, ma se la linea .a.d.c. non transisse per lo centro come in questa seconda figura appare, sia tirata la linea .a.e.f.g. sopra il centro .e. & siano dutte le due linee .e.d. & .e.h. & sia .e.h. perpendicolare sopra alla linea .a.d.c. (& per la terza di questo) la .d.h. sera equale alla .c.h. perche adonque la linea .d.c. e divisa per equal parti nel ponto .h. & a quella e aggionto la linea .a.d. (per la sesta del secondo) quel che e fatto della .c.a. in la .a.d. col quadrato della .d.h. sera equale al quadrato della linea .a.h. onde aggionto a ciascuno il quadrato della .h.e. quello che e fatto della .c.a. in la .a.d. con li quadrati delle due linee .d.h. & .h.e. (cioe col quadrato della .d.e.) impero che il quadrato della .d.e. e quanto li duoi quadrati delle due linee .d.h. & .h.e. (per la penultima del primo perche l'angolo .e.h.d. e retto) seran equali alli duoi quadrati delle due linee .a.h. & .h.e. cioe al quadrato della linea .a.e. (per la penultima del primo) & il quadrato della .e.d. e equale al quadrato della .e.f. (per la diffinitione del cerchio) adonque quello che e fatto della .c.a. in la .a.d. col quadrato della .e.f. e equale al quadrato della .e.a. anchora (per la detta sesta del secondo) quello che e fatto della .g.a. in la .a.f. col quadrato della linea .f.e. e equale al quadrato della linea .a.e. per la qual cosa ciascuno de essi rettangoli fatti della .c.a. in la .a.d. & della .g.a. in la .a.f. col quadrato della linea .e.f. e equale al quadrato della linea .a.e. e pero seranno equali fra loro, tratto adonque di ciascuno il quadrato della linea .e.f. sera quello che e fatto della .c.a. in la .a.d. equale a quello che e fatto della .g.a. in la .a.f. ma quel che e fatto della .g.a. in la .a.f. e equale al quadrato della linea .a.b. (per lo primo modo di questa) adonque quello che e fatto della .c.a. in la .a.d. e equale al quadrato della .a.b. che e il proposito. Da questa propositione e manifesta che quanto uno ponto e dato fuora d'un cerchio e da quello molte linee si menino nel cerchio segandolo, quello che e fatto de tutte le linee nella parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca e anchora menando da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessita quelle seranno fra loro equale impero che'l quadrato di ciascuno sera equale al rettangolo fatto de tutta la linea segante in la parte di fuora. Et questo piu evidentemente si manifesta (per la penultima del primo) sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. il centro del quale sia il ponto .e.) & da quello sian dutte le due linee .a.b. & .a.d. che tocchino li cerchi in li duoi ponti .b.d. dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produco le linee .a.e. & .b.e. .d.e. onde per la decima ottava di questo, l'uno e l'altro di duoi angoli .b. & .d. sera retto e (per la penultima del primo) il quadrato della .a.e. sera equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. similmente anchora alli duoi quadrati delle due linee .a.d. & .d.e. per laqualcosa li quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. sono equali alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.e. & perche li quadrati delle due linee .e.b. & .e.d. (per commune sententia)





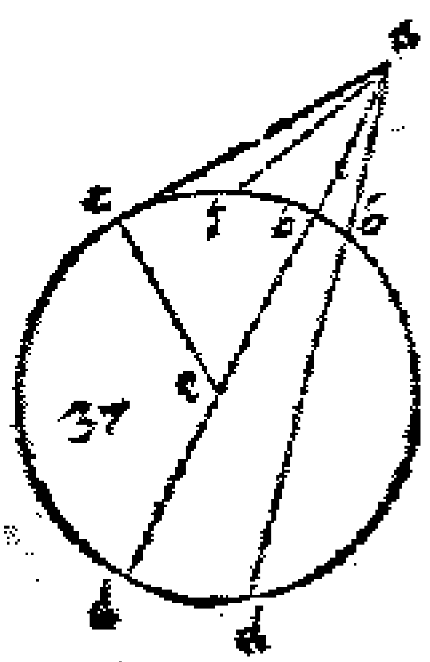
sono equali (per esser le due linee.e.b.&.e.d.(per la diffinitione del cerchio) dliche li doi quadrati delle due linee.a.b.&.a.d.(per la terza concettione) seranno equali, adonque (per commune scientia) la.a.b.e equale alla.a.d.che e il proposito, anchora per quest'altra via, sia dutta la linea.b.d.per la quinta del primo) l'angolo.e.b.d.sera equale all'angolo.e.d.b. (per esser la.e.b. equale alla.e.d.) & per l'uno e l'altro di duoi angoli.b.&.d.e retto sera (per commune scientia) l'angolo.a.b.d.(residuo) equale all'angolo.a.d.b. (residuo) adonque per (la sesta del primo) la linea.a.b.e equale alla linea.a.d.che e il medesimo proposito.



Theorema xxxi. Propositione.xxxvii.

36 Sel sera signato uno ponto fuor d'un cerchio dalqual sian dutte due
37 linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata, e sia il dotto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessita quella linea applicata toccara il cerchio.

Sia il ponto.a.signato fuora del cerchio.b.c.d.(il centro delquale sia il ponto e.) dal quale siano dutte al cerchio la linea.a.b.d.segante quello, & la linea a.c.applicata alla circonferentia e sia quel che e fatto della.d.a.in la.a.b.equale al quadrato della.a.c.dico la linea.a.c.esser toccante, & questa e il converso della precedente, perche se la non e toccante (per l'adversario) sia adonque la.a.f. & (per la precedente) quello che e fatto della.d.a.in la.a.b.sera equale al quadrato della.a.f.onde il quadrato della linea.a.f.seria equale al quadrato della linea a.c.(per esser ciascun di lor equale a quello che e fatto de tutta.a.d.in la parte.a.b.) adonque la.a.c.(per commune scientia) seria equale alla.a.f.laqual cosa e impossibile (per l'ottava di questo, adonque la.a.c.sera toccante, che e il proposito) questo medesimo se approvera anchora demostrativamente, sia la superior dispositione & il presupposito, & se la linea.a.b.d.transisce per lo centro sia dutta la linea.e.c.sera (per la.6.del secondo) quel che e fatto della.d.a.in la.a.b.col quadrato della.e.b.equal al quadrato della.a.e.ma per esser la.e.b.equal alla.e.c.(per la diffinitione del cerchio) sera quello che e fatto della.a.d.in la.a.b.col quadrato della e.c.equale al quadrato della.a.e, ma quel che e fatto della.a.d.in la.a.b.e posto equale al quadrato della.a.c. adonque il quadrato della.a.c.col quadrato della.e.c. e equale al quadrato della.a.e.adonque per la ultima del primo, l'angolo.c.e retto, onde (per lo corelario della sestadecima di questo) la linea.a.c.sera toccante il cerchio che e il proposito, ma se la.a.b.d.non transisce per lo centro sia dutta dal ponto.a.una linea transiente per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equale a quello ch'e fatto della.d. a.in la.a.b.(di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea.a.b.d.(che non passa per lo centro) in la parte a.b.e equale al quadrato della.a.c.(dal presupposito) sera etiam (per commune scientia) quel che e fatto della linea.a.d.(transiente per lo centro) in la parte.a. b.equale al quadrato della.a.c.dliche la.a.c.(per le ragione dette) sera toccante il cerchio.



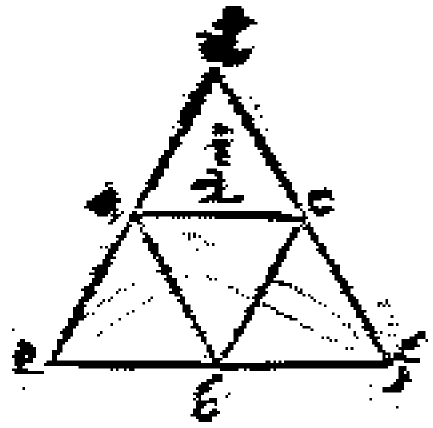
Fine del terzo libro.

INCOMINCIA IL QVARTO LIBRO DELLI PRINCIPII DE EVCLIDE MEGARENSE DELLA

inscrittione & circonscrittione delle figure de vna in l'altra, secondo le due tradottioni, da Nicolo Tartea Brisiano da latino in volgare tradotto, & dilucidato.

Diffinitione prima.

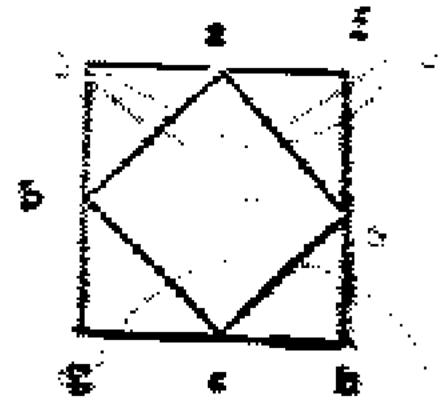
1/1 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in una altra figura rettilinea, quando ciascun angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale e descritta.



Sia il triangolo. a. b. c. descritto di dentro del triangolo. d. e. f. talmente che ciascun angolo del triangolo. a. b. c. tocca ciascun lato del triangolo. d. e. f. (in li tre ponti. a. b. c.) hor dico ch'el triangolo. a. b. c. vien detto esser inscritto in lo triangolo. d. e. f. similmente se fusse il quadrato. a. b. c. d. descritto di dentro del quadrato. e. f. g. h. talmente che ciascun angolo del quadrato. a. b. c. d. tocchi ciascun lato del quadrato. e. f. g. h. (nelli quattro ponti. a. b. c. d.) dico ch'el quadrato. a. b. c. d. vien detto esser inscritto di dentro del quadrato. e. f. g. h. & cosi si debe intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.

Diffinitione. ii.

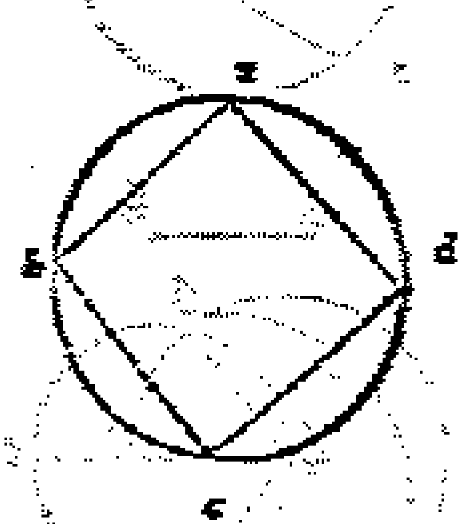
2/2 Simelmente una figura vien detta esser descritta cerca a' un'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca laquale e descritta.



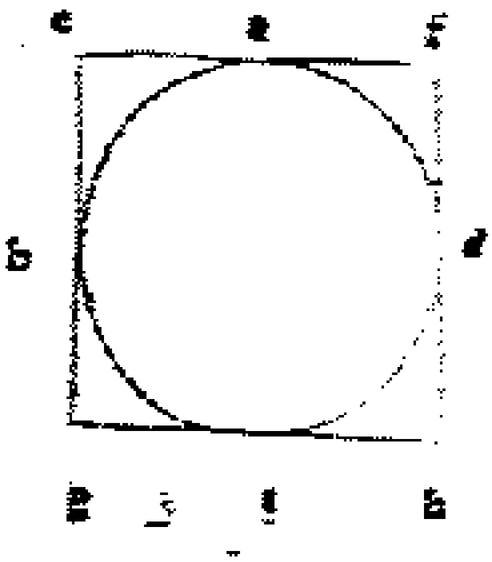
Sia come el triangolo. d. e. f. (della precedente) che ciascun lato di quello tocca ciascun angolo del triangolo. a. b. c. per laqual cosa il triangolo. d. e. f. vien detto esser descritto attorno al triangolo. a. b. c. & similmente il quadrato. e. f. g. h. vien detto esser descritto cerca al quadrato. a. b. c. d. perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato. a. b. c. d.

Diffinitione. iii.

0/3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in uno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.



SI come appare in lo quadrato. a. b. c. d. che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circonferentia del cerchio. a. b. c. d. (in li quattro ponti. a. b. c. d.) per laqual cosa il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio & cosi varia detta ogni altra figura rettilinea.



4 Ma una figura rettilinea uien detta esser descritta cerca a un cerchio quādo ciascū lato della circōscritta tocca la circōferētia del cerchio.

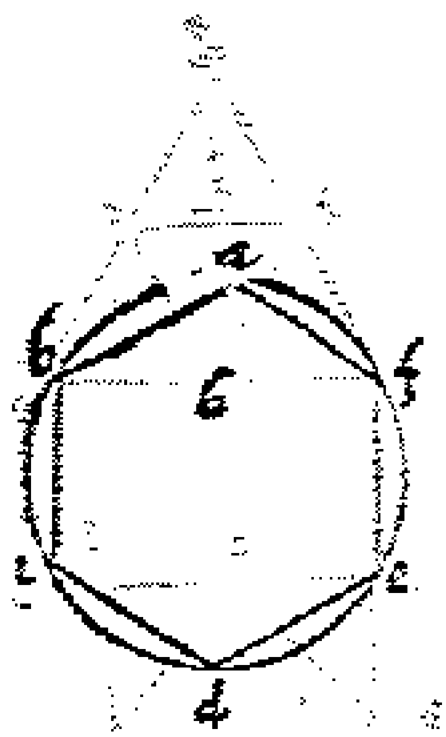
SI come accade al quadrato.e.f.g.h.il quale (perche ciaskun lato di quello tocca la circonferentia del cerchio.a.b.c.d.) in li quattro ponti.a.b.c.d.vien detto essere descritto cerca al detto cerchio.a.b.c.d.& cosi veria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione.v.

5 Similmente uno cerchio uien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual e descritto.

SI come accade al cerchio.a.b.c.d.(della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in lo quadrato.e.f.g.h.(perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato.e.f.g.h.& cosi veria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

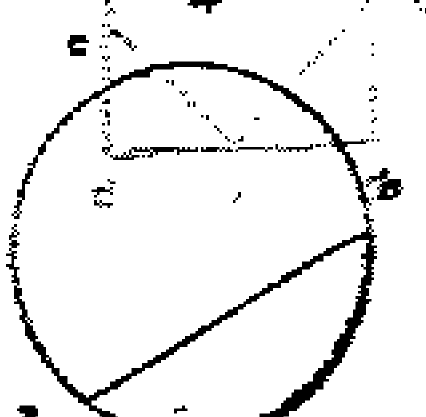
Diffinitione.vi.



6 Uno cerchio uien detto esser descritto cerca a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca laquale e descritto.

SI come interuien al cerchio.a.b.c.d.il quale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura.a.b.c.d.e.f.rettilinea) vien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

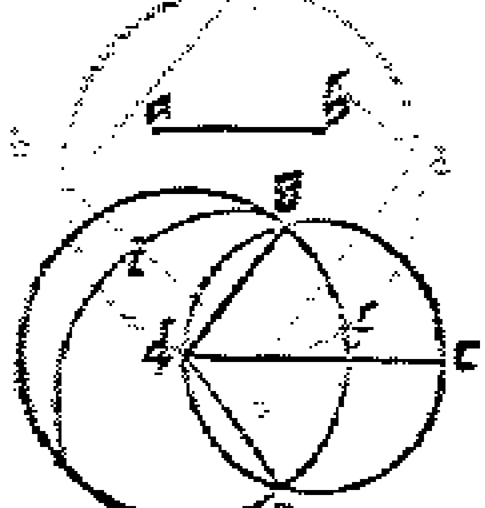
Diffinitione.vii.



7 Una retta linea uien detta conuegnire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

SI come appare alla linea.a.b.la quale vien detta conuegnire in lo cerchio.a.b.c.(perche li suoi duoi estremi, cioe li duoi ponti.a.&.b.che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio.a.b.c.

Problema prima Propositione.prima.

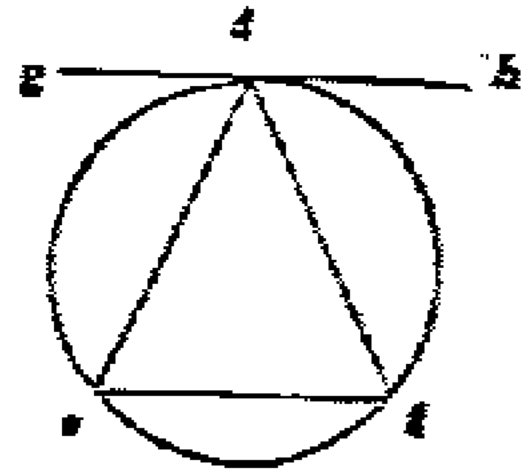


1 Dentro a uno dato cerchio puotemo accommodare una linea retta eqle a una data retta linea laqual non sia maggiore del diametro.

SIa il dato cerchio.c.d.e.(il diametro del quale e la.d.c.) e la linea data.a.b.la qual non e maggior del diametro.d.c.voglio dentro del dato cerchio accommodare vna linea equale alla linea.a.b.laqual se la fera equale al diametro.d.c.gia e fatto quello ch'e proposto (perche in lo cerchio.d.e.c.e stata adattata la linea retta.d.c.equale alla data linea.a.b.ma sel diametro.d.c.e maggiore di essa linea.a.b.sia tolto dal diametro.d.c.la parte.d.f.(per la terza del primo) equale alla linea.a.b.e sopra il ponto.d.secondo la quantita della.d.f.sia descritto il cer

chio

chio.f.e.g. seghante il detto cerchio in li duoi ponti.g.&.e. all'uno di quali sia dutta (dal ponto.d.) una linea retta come la.d.e.ouer.d.g.& l'una e l'altra di quelle sera equale alla linea.a.b.(perche l'una e l'altra de esse linee.d.e.&.d.g.)(per la diffinitione del cerchio) e no equal alla linea.d.f.laquale fu posta equale alla detta linea.a.b.per laqual cosa hauemo il propoposito.



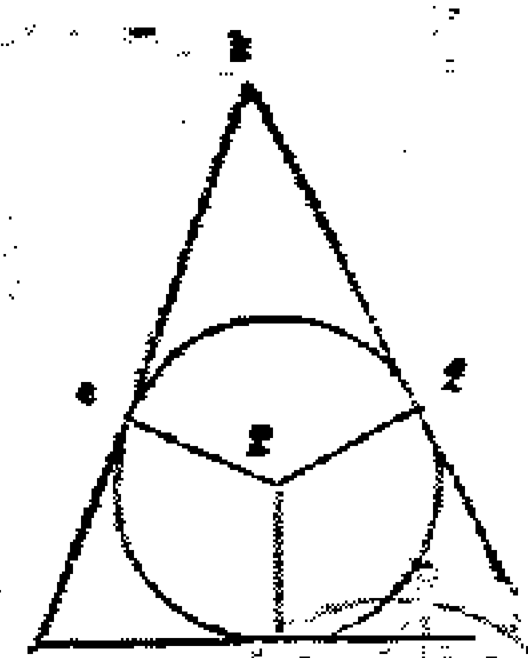
Problema.ii. Propositione.ii.

2 Dentro a uno dato cerchio possemo collocare uno triangolo equi
2 angolo a uno triangolo assignato.

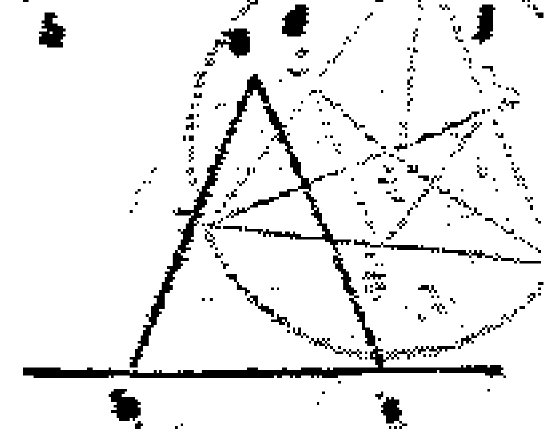
Sia lo assignato triangolo.a.b.c.& lo assignato cerchio.d.e.f.voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo al triangolo.a.b.c.(non e necessario essere equilatero, ma e ben possibile a essere) produco la linea.g.d.h. toccante il cerchio in ponto.d.sopra laqual facio l'angolo.h.d.f.(contenuto dalla linea.d.f.)(per la vigesima terza del primo) equale all'angolo.c.& similmente l'angolo g.d.e.(contenuto dalla linea.d.e.) equale all'angolo.b.& tiro la linea.e.f.& (per la trigesima seconda del terzo) l'angolo.e.sera equale all'angolo.h.d.f.& l'angolo.h.d.f. fu costituido equale all'angolo.c.adonque (per commune sententia) l'angolo.e.sera equale all'angolo.c.& (per le medesime ragione l'angolo.f.sera equale all'angolo.b.(per laqualcosa l'angolo.d.) tertio del triangolo.e.d.f.sera equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo.a.ch'e similmente il tertio del triangolo a.b.c.per laqual cosa hauemo il proposito, cioe lo cerchio.d.e.f.hauemo collocato il triangolo.d.e.f.che li suoi tri angoli sono equali alli tre angoli del triangolo a.b.c.cioe ciascuno al suo corrispondente come volevamo.

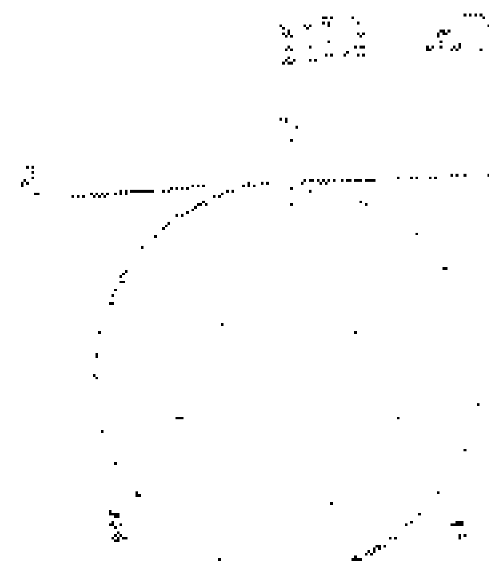
Problema.iii. Propositione.iii.

3 Intorno a uno assignato cerchio possemo descriuere uno triango
3 lo equiangolo a uno triangolo dato.



Sia lo assignato triangolo.a.b.c.& lo assignato cerchio.d.e.f.(il centro di quale e il ponto.g.) intorno a questo cerchio voglio descriuere uno triangolo equiangolo al triangolo.a.b.c.(equilatero non e necessario ma e possibile) produco la basa.b.c.dall'una e l'altra parte acioche siano fatti li duoi angoli estrinseci, & dal centro.g.produco la linea.g.d.sina alla circonferentia & constituisco l'angolo.d.g.e.(contenuto dalla linea.g.e.) equal all'angolo.b.estrinseco & similmente l'angolo.d.g.f.(contenuto la linea.g.f.) equale all'angolo.c.estrinseco & dalli ponti.d.e.f.produco in l'una e l'altra parte linee orthogonalmente le quale (per lo correlario della sestadecima del terzo) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte sin a tanto che concorreranno in li ponti.h.k.l.(il qual concorso approvaremo di sotto) perche adonque in lo quadrilatero.h.d.g.e.gli duoi angoli.d.&.e.sono retti seranno li duoi altri angoli.g.&.h.equali a duoi angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come e dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perche li duoi angoli.b.cioe lo intrinseco e lo estrinseco sono similmente equali a duoi angoli retti (per la terzadecima del primo) ma l'angolo.b.estrinseco fu posto equal al l'angolo.d.g.e.sera adonque l'angolo.b.intrinseco (per commune scientia) equale all'angolo.h.anchora per simile ragione l'angolo.c.intrinseco e equale all'angolo.l.essendo adonque li duoi angoli.h.&.l.del triangolo.h.l.k.equali alli duoi angoli.b.&.c.del triangolo.a.b.c.de necessita anchora l'angolo.k.(per la.32.del primo) sera equale all'angolo.a.equiangoli, adonque sono li duoi tri

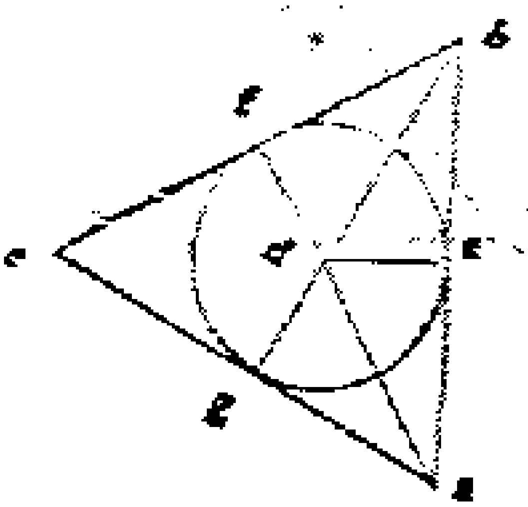




angoli.a.b.c.& h.l.K. diche (intorno al cerchio.d.e.f.) hauemo descritto il triango lo.h.l.K. equiangolo al triangolo.a.b.c. che e il proposito.

Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti.d.f.e. protratte da ciascaduna parte di necessita concorreriano, perche li duoi angoli che sono al ponto.e. l'uno e l'altro e retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto.d.e per retto sel sara tirato con la mente esser tirata vna linea dal.d. al.e. li duoi angoli liquali sono alla parte.h. seranno minori de duoi angoli retti, per laqualcosa protratte in quella parte le due linee.l.d.h.& K.e.h. (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreriano, etiam le due linee.h.d.l.& K.f.l.& similmente le due.l.f.K.& h.e.K. che e il proposito.

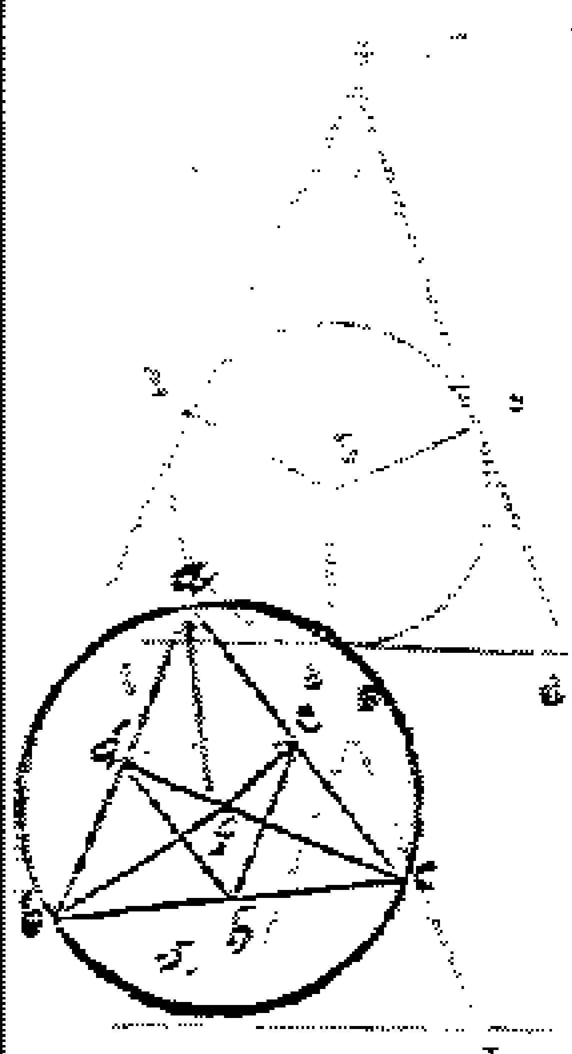
Problema.iiii. Proposicione.iiii.



4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.
4

Sia lo assignato triangolo.a.b.c. voglio di dentro di questo triangolo descriuere vno cerchio, diuido li duoi angoli.a.& b. di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dutta la linea.a.d.& la linea.b.d. lequali concorrano in lo ponto.d. dal qual ponto.d. duco le perpendiculare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono.d.e.d.f.& d.g. & perche l'angolo.a. de vno di duoi triangoli.e.d.a.& g.a.d.e equale all'angolo.a. dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli.e.& g. e retto, e lo lato.a.d. e commune, diche la linea.d.e. (per la vigesima sesta del primo) sera equale alla linea.d.g. per la medesima ragione l'angolo.b. dell'uno de duoi triangoli.e.b.d.& f.b.d. e equale al l'angolo.b. dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli.e.& f. e retto, e anchora il lato.d.b. e commune, diche (per la medesima vigesima sesta del primo) la linea.e.d. sera equale alla linea.d.f. per laqualcosa le tre linee.d.e.d.f.d.g. sono equale, fatto adonque il centro in ponto.d.& descritto il cerchio secondo la quantita de vna de dette tre linee transira (per la nona del terzo) per le altre due estremita, & perche ciascuna delle tre linee.a.b.b.c.& c.a. (per lo corellario della sesta decima del.3.) sera contingente il cerchio descritto il proposito vie a esser manifesto.

Problema.v. Proposicione.v.

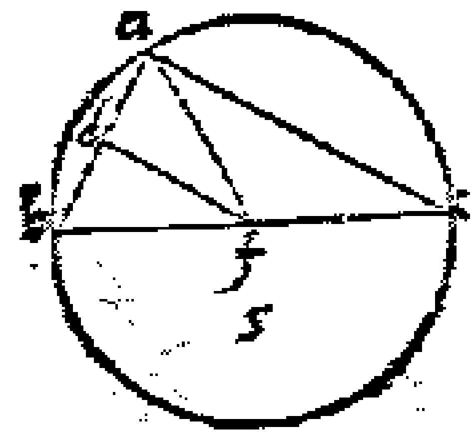


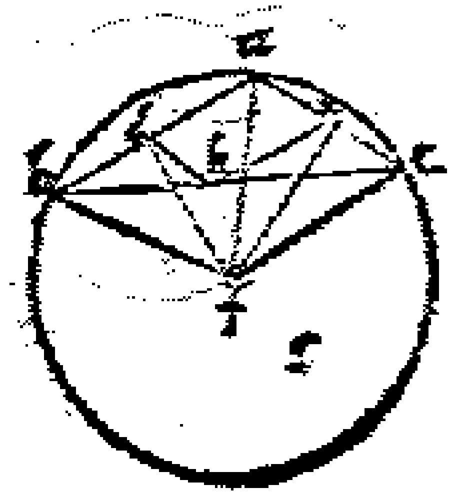
5 Circa a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouero oxigonio, puotemo descriuere un cerchio.
5

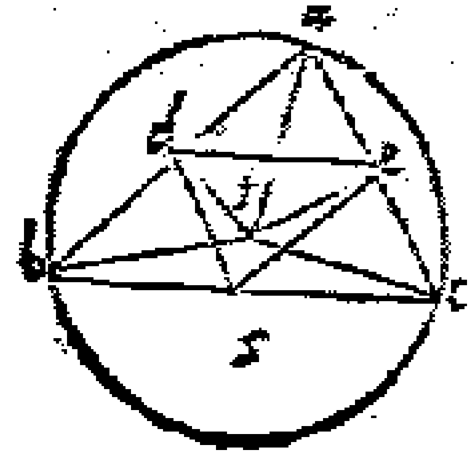
Sia il triangolo assignato.a.b.c. voglio circa di lui descriuere vno cerchio diuido li duoi lati.a.b.& a.c. (per la decima del primo) in due parti equali, cioe.a.b. in ponto.d.& a.c. in ponto.e. dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee.a.b.a.c. lequale allongate fina tanto che quelle concorrano insieme in lo ponto.f.& sono.d.f.e.f.& quelle concorreranno, perche l'una e l'altro delli duoi angoli.d.& e. e retto sel sara inteso esser tirata la linea.d.e. alli duoi angoli che seranno fatti (alla parte doue seranno tirate) seranno minori de duoi angoli retti per la qualcosa quelle concorrerano (per la penultima petitione) adonque dal ponto.f. (ilquale e il ponto del concorso) il qual douera esser il centro del questo cerchio) tiro le linee a ciascun angolo lequali sono f.a.f.b.f.c.& perche in lo triangolo.a.d.f. li duoi lati.a.d.d.f. sono equali alli duoi lati.b.d.& d.f. del triangolo.b.d.f.& l'angolo.d. dell'uno e equale all'angolo.d. dell'altro (perche l'uno e l'altro e retto, diche (per la quarta del primo) la linea.a.f. sera equal alla linea.f.b.& per la medesima ragione la linea.f.a. sera equale alla linea f.c. per esser similmente li duoi lati.a.e.& e.f. del triangolo.a.e.f. equale alli duoi lati f.e.& e.c. del triangolo.f.e.c.& l'angolo.e. dell'uno all'angolo.e. dell'altro, adonque (per la nona del terzo) il ponto.f. sera il centro del questo cerchio, questo

uniuersal

vniuersal demostratione a ogni specie di triangolo, tamen perche il se vede l'auttore nel testo voler variare disgiongendo intra lo triangolo orthogonio, lo ambligonio, & lo oxigonio, dilche l'e da esser dimostrato di ciascun de quelli qual ne piace da per si. sia adonque il trigono proposito orthogonio, e sia lo angolo a. retto, il lato. b. c. opposito al detto angolo retto diuiso in due parti equali in ponto. f. il qual ponto. f. dico esser il centro del quesito cerchio, & per dimostrare questo dal ponto. f. al mezzo dell'uno delli duoi altri lati il qual sia il ponto. d. duco la linea. f. d. & perche la linea. f. d. diuide li duoi lati. a. b. & b. c. del triangolo a. b. c. in due parti equali la detta linea. f. d. sera equidistante al terzo lato, cioe alla linea. a. c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche l'angolo. a. e posto retto sera (per la seconda e terza parte della vigesima nona del primo) l'uno e l'altro di duoi angoli che sono al ponto. d. sera retto, sia adonque dutta la linea. f. a. & perche li duoi lati. a. d. & d. f. del triangolo. a. d. f. sono equali alli duoi lati. d. b. & d. f. del triangolo. d. b. f. & l'angolo. d. de l'uno e equale all'angolo. d. dell'altro la basa. b. f. dell'uno (per la quarta del primo) sera equale alla basa. f. a. dell'altro, & perche la linea. b. f. sie equale alla linea. f. c. (dal presupposito) seranno (per commune sententia) le tre linee. b. f. a. f. c. f. fra loro equale, per laqualcosa il ponto. f. (per la nona del terzo) sera il centro del quesito cerchio. anchora sia il dato triangolo. a. b. c. ambligonio & sia l'angolo. a. ottuso il lato. b. c. che riguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto. h. dal qual le alli ponti di mezzo alli altri duoi lati quali sono. d. & e. duco le linee. h. d. & h. e. (& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea. h. d. sera equidistante al lato. a. c. & la linea. h. e. al lato. a. b. per laqualcosa l'uno e l'altro delli duoi angoli. b. d. h. & c. e. h. (per la vigesima nona del primo) seranno equali all'angolo. a. & per tanto l'uno e l'altro de quelli sera ottuso, dutte adonque la perpendicolare. d. f. alla linea. a. b. & e. f. alla linea. a. c. fina tanto che quelle concorrano in ponto. f. (ilquale dico esser il centro del cerchio quesito) ilqual concorso e manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea. b. c. che riguarda l'angolo. a. ottuso, & quelle concorrere de fuora del triangolo. a. b. c. (per lo conuerso modo della trigesima prima del terzo) altramente l'angolo retto seria equale al ottuso, adonque dal ponto. f. il qual e il ponto del concorso de quelle produco le linee. f. a. f. b. f. c. & perche li duoi lati. a. d. & d. f. del triangolo. a. d. f. sono equali alli duoi lati. d. b. & d. f. dello triangolo. d. b. f. d. & l'angolo. d. dell'uno e equale allo angolo. d. dell'altro (per esser ciascaduno de loro retto) la basa. f. b. dell'uno (per la quarta del primo) sera equale alla basa. a. f. dell'altro, & per le medesime ragione la basa. f. c. (del triangolo. e. f. c.) sera equale alla basa. a. f. (del triangolo. a. e. f.) dilche (per la prima commune sententia) le tre linee. f. b. f. a. f. c. seranno fra loro equale, onde (per la nona del terzo) il ponto. f. sera il centro del quesito cerchio, sia de nouo che il triangolo a. b. c. sia oxigonio diuidi tutti li lati di quello in duoi parte equali, cioe il lato. a. b. in ponto. d. & lo lato. a. c. in ponto. e. & b. c. in ponto. h. tiro le linee. d. e. d. h. & e. h. (& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo). d. h. sera equidistante al. a. c. & e. h. al. a. b. per laqualcosa l'uno e l'altro delli duoi angoli. b. d. h. & c. e. h. (per la seconda parte della vigesima nona del primo) sera equale al l'angolo. a. e per tanto l'uno e l'altro sera acuto. dutte adonque le perpendicolar cioe. d. f. alla linea. a. b. & e. f. alla linea. a. c. e manifesto quelle concorrere dentro il triangolo. a. b. c. (altramente l'angolo retto se equalaria allo acuto, ouer che se ria minor de quello) e sia il ponto del concorso. f. ilquale dico esser il centro del cerchio, & per dimostrar questo, produco le linee. f. a. f. b. f. c. & perche li duoi lati. a. d. & d. f. del triangolo. a. d. f. sono equali alli duoi lati. b. d. & d. f. del triangolo. b. d. f. & l'angolo. d. dell'uno equale all'angolo. d. dell'altro, onde (per la. 4. propositione del primo) la linea. b. f. sera equal alla linea. a. f. similmente perche li duoi lati a. e. & e. f. del triangolo. a. f. e. son equali alli duoi lati. c. e. & e. f. del triangolo. c. e. f. & l'angolo. e. de l'un e equal all'angolo. e. dell'altro, dilche (per la medesima quarta del primo) la basa. f. c. sera equale alla basa. f. a. onde (per la prima commune senten-



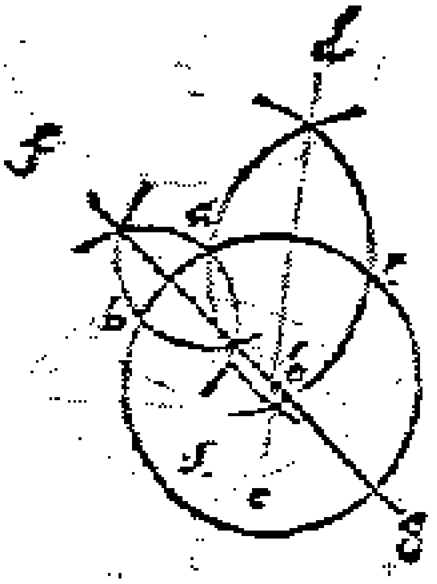




tia) le tre linee.b.f.&.a.f.c.f.seranno fra loro equale, per la qual cosa il ponto.f. (per la nona del tertio) sera il centro del cerchio quesito.

Correlario.

5 Per le cose dette e manifesto che se il triangolo sera orthogonio il
5 centro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che e opposito al l'angolo retto se quel sera ambligonio il centro cade di fuora del triangolo. Ma se quello sera oxgonio cade dentro del triangolo, & e conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato.b.c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioe l'angolo.a.) e retto & se il detto centro cade de fuora del triangolo e ambligonio, ma sel cade di dentro il sera oxigonio.

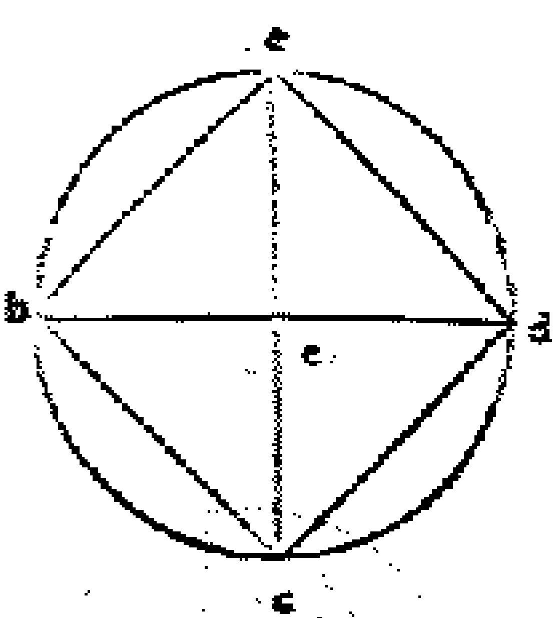


Il Tradottore

DA questa quinta el se ne caua il modo de trouar il centro de vno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum dummente che non siano in linea retta, essempio, siano li tre ponti.a.b.c. voglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferentia transisca per caduno delli predetti tre ponti.a.b.c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che e dal ponto.a. al ponto.c. in doi parti equali orthogonalmente con la linea retta.d.e. (per la decima & vndecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che e dal ponto.a. al ponto.b. cioe la diuido per in due parti equali orthogonalmente con la linea f.g. le qual due linee.d.e.&.f.g. se interseganno in lo ponto.h. il qual ponto.h. dico essere il centro del quesito cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro.h. vno cerchio secondo la quantita de.h.b. ouer.h.a. la circonferentia di quello transira per caduno delli tri ponti, che e il proposito.

Problema.vi. Propositione.vi.

6 Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere vno quadrato.



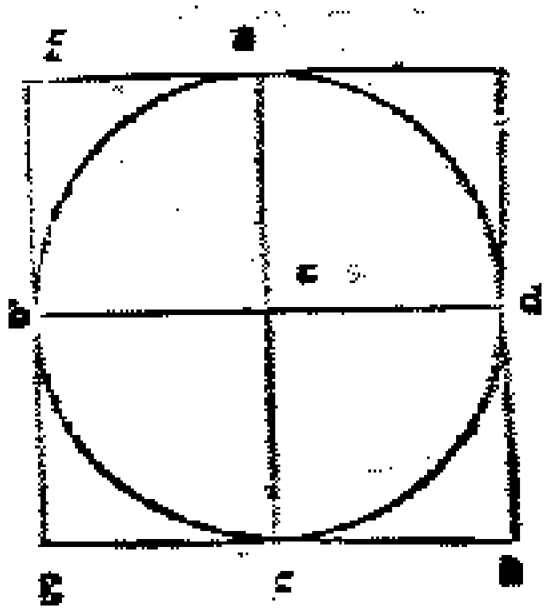
6 SIa il dato cerchio.a.b.c.d. il centro di quale e il ponto.e. voglio dentro di esso cerchio descriuere vno quadrato tiro in detto cerchio li doi diametri.a.c.&.b.d. segh andose orthogonalmente sopra il centro.e. e di quali congiungo le estremita tirando le linee.a.b.b.c.c.d.&.d.a. lequale dico contenere il quesito quadrato, perche le quattro linee.e.a.e.b.e.c.&.e.d. (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro.e. sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, adonque (per la quarta del primo) le quattro linee.a.b.b.c.c.d.&.d.a. sono etiam fra loro equale, & caduno di quattro angoli a.b.c.&.d. e retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) perche ciascun de quelli e nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero.a.b.c.d. (per esser de quattro lati equali & de angoli retti) e quadrato (per la.22. diffinition del primo) che e il proposito.

Problema.vii. Propositione.vii.

7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

7 SIa il proposito cerchio.a.b.c.d. il centro di quale e il ponto.e. voglio dintorno a questo cerchio descriuere vno quadrato tiro in lui li doi diametri.a.c.&.b.d. segandose fra loro orthogonalmente sopra il centro.e. alle estremita delli quali conduco in l'una e l'altra parte le linee orthogonalmente fina a tanto che

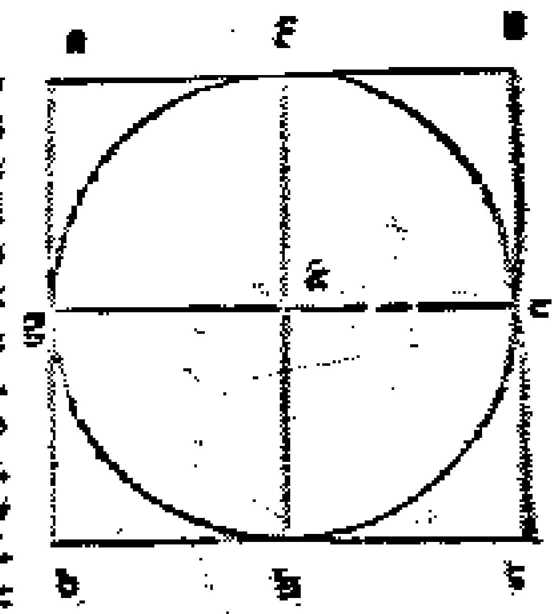
ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle .f. g.h.k. & per lo correlario della sestadecima del terzo, ciascũa delle predette quattro linee cosi tirate seranno toccante il detto cerchio, perche adonque in lo quadrilatero .a.f.b.e. li tre angoli .a.b. & .e. sono retti il quarto angolo (il quale e .f.) sera anchora lui retto, perche li quattro angoli de ciascuno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima secõda del primo, & per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli .g.h.&.k. sera retto, adõque (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) le due linee .f.g. & .k.h. etiam le due .f.k. & .g.h. sono equidistante, adonque .f.k. (per la trigesima quarta del primo) e equale al .g.h. & .f.g. al .k.h. (& per la medesima trigesima quarta del primo) .f.k. e equale al .b.d. & .f.g. al .a.c. ma .b.d. e equale al .a.c. (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee .f.k.g.h.f.g. & .h.k. sono equale, & li quattro angoli .f.g.k.h. sono retti, come di sopra fu approuato, adonque il quadrilatero .f.g.k.h. (per la diffinitione) e quadrato, che e il proposito.



Problema.viii. Propositione.viii.

8/8 In uno dato quadrato proponemo descriuere uno cerchio.

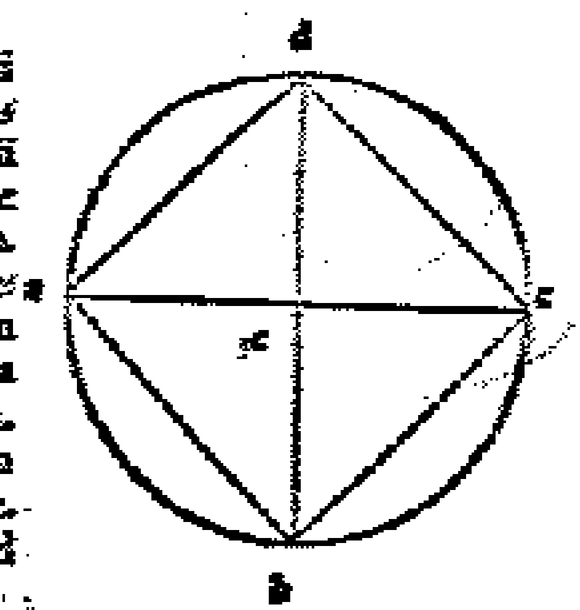
Sia lo dato quadrato .a.b.c.d. voglio drento di lui descriuere un cerchio diuido ciascuno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe .a.d. in ponto .f. b.a. in ponto .g. c.b. in ponto .h. & .d.c. in ponto .e. & produco le linee .e.g. & .f.h. lequal si segano fra loro in ponto .k. il quale dico esser il centro del cerchio, perche la linea .f.h. (per la trigesima terza del primo) sera equale & equidistante alla linea .a.b. (per questo che la .a.f. & .b.h. sono equale & equidistante, similmente (per la medesima) la detta .f.h. sera equale & equidistante al lato .d.c. & per le medesime ragione .g.e. sera equale & equidistante al .a.d. & similmente al .b.c. & perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato (per commune sententia) son fra loro equali dilche le quattro linee .k.g. .k.h. .k.e. & .k.f. (per la trigesima quarta del primo) seranno equale fra loro, adonque descriuendo sopra il centro .k. il cerchio secondo la quantita de .k.g. ouer de .k.f. ouer de .k.e. ouer de .k.h. transira etiam per li altri tre ponti & sera toccante le quattro linee, ouer lati del quadro cioe .a.b. .b.c. .c.d. & .d.a. & lo ponto .k. sera (per la nona del terzo) il centro del questo cerchio, che e il proposito.

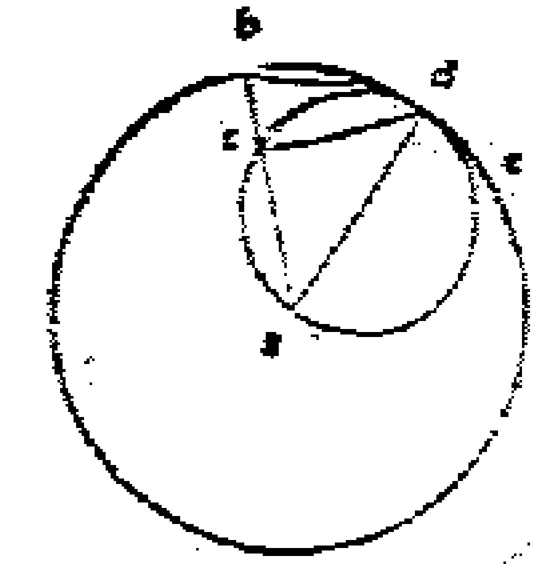


Problema.ix. propositione.ix.

9/9 Circa uno assignato quadrato proponemo descriuere uno cerchio.

Sia il quadrato .a.b.c.d. voglio circa di lui descriuere vn cerchio tiro in lui li duoi diametri .a.c. & .b.d. seganti fra loro in ponto .e. el qual dico esser el centro del circulo (concio sia che le due linee .a.b. & .a.d. siano equale) li duoi angoli .a.d.b. & .a.b.d. (per la quinta del primo) saran equali & perche langolo .d.a.b. e retto (per la .32. del primo) l'uno, e l'altro de quelli sara la mitade de un retto. Anchora con simel modo el se prouara ciascun delli altri angoli partiali contenuti dalli predetti diametri, & dalli lati del proposto quadrato esser la mita d'un retto. Perche adonque lo angolo .e.a.d. e equale allo angolo .e.d.a. (per la sesta del primo) la linea .e.a. sara equale alla linea .e.d. (per la medesma ragione .e.a. sara etiam equal al .e.b. & .e.c. sara equale al .e.d.) dil che descriuendo sopra el ponto .e. el circulo secondo la quantita del vna delle quattro linee .e.a. .e.b. .e.c. ouer .e.d. transira etiam per li altri tre ponti, & (per la nona del terzo) el ponto .e. sara el centro del detto circulo, che e il proposito.

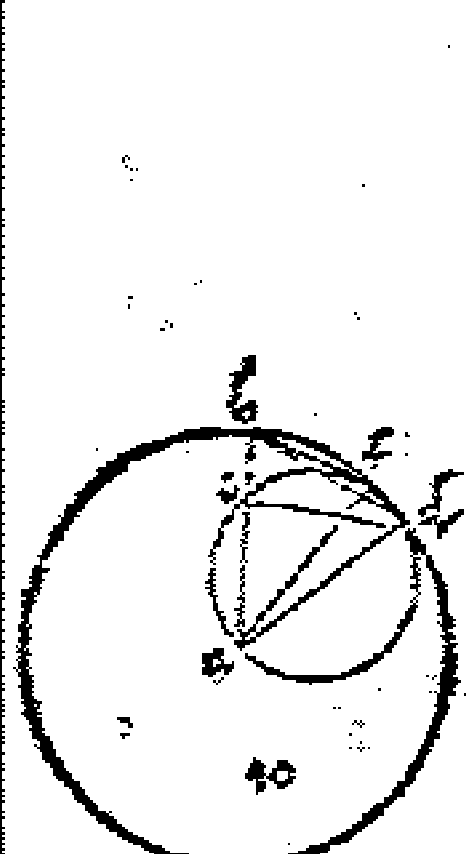


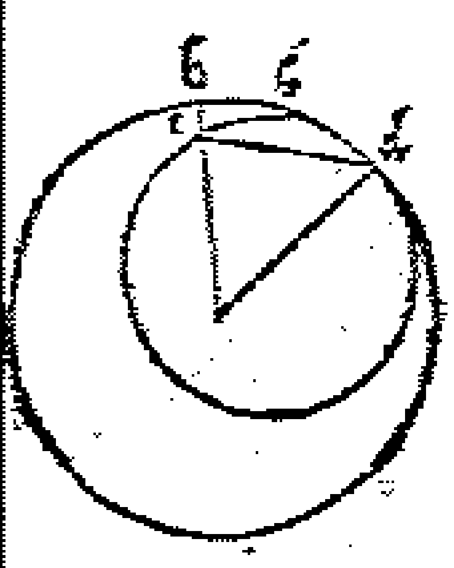


Problema.x. Propositione.x.

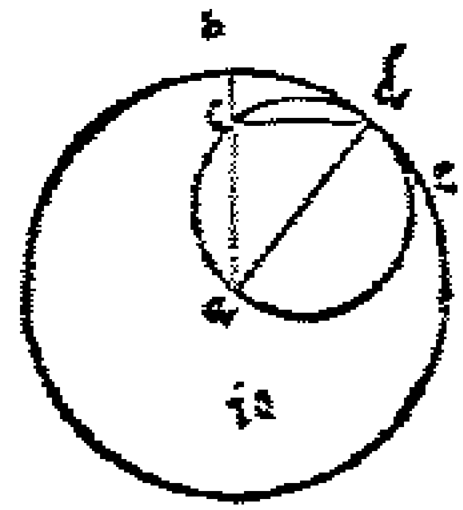
10 Potremo designare uno triangolo de duoi lati equali, del quale l'uno e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

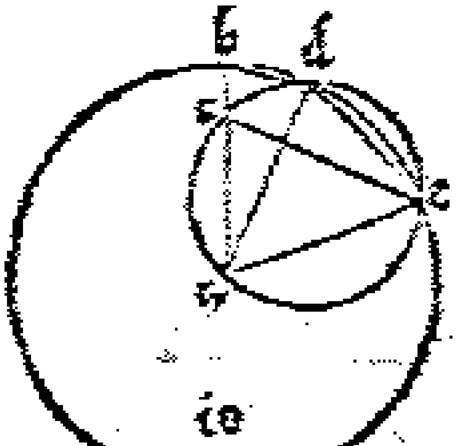
LA intentione e da descriuere vno triangolo de duoi lati equali & del terzo non equale, del quale l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono sopra il lato che non e equale alli altri duoi sia doppio al terzo. Et per far questo sia tolto a bene placito vna linea retta laquale sia.a.b.laqual sia diuisa secondo che ne insegna la vndecima del secondo in ponto.c.talmente che quello ch'e fatto della a.b.in la.b.c.sia equale al quadrato della.a.c.& fatto il ponto.a.centro sia descritto secondo la quantita della detta linea.a.b.il cerchio.b.d.e.drento dilquale sia accommodata la linea.b.d.(per la prima di questo) equale alla linea.a.c.& siano produtte le due linee.d.a.&.d.c.dico il triangolo.a.b.d.esser tal qual e stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto vn cerchio, ilqual sia.d.c.a.(per la quinta di questo) al triangolo.d.c.a.perche adonque la linea.d.b.e equale alla linea.a.c.sera quello che vien fatto della.a.b.in la.b.c.equale al quadrato della linea.b.d.per laqualcosa la linea.b.d.(per la vltima del terzo) e toccante il cerchio.d.c.a.(& per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.c.d.b.e equale al angolo.c.a.d.gionto adonque communamente l'angolo.c.d.a.tutto l'angolo.b.d.a.(per la seconda concettione) sera equal alli duoi angoli.c.a.d.&.c.d.a.ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo.b.c.d.e equale alli medesimi duoi angoli c.a.d.&.c.d.a.(perch'e estrinseco a quelli) adonque l'angolo.b.d.a.e equale al angolo.b.c.d.& perche l'angolo.a.d.b.e equale all'angolo.a.b.d.(& per la quinta del primo) per esser li duoi lati.a.b.&.a.d.equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo.b.c.d.(per la prima concettione) sera equale all'angolo.c.b.d.adonque (per la sesta del primo) la linea.c.d.e equale alla linea.b.d.& perche la linea.b.d.fu posta equale alla linea.c.a.seguita adonque (per la prima commune sententia) che la linea.c.d.sia equale alla linea.c.a.adonque (per la quinta del primo) l'angolo.c.a.d.e equale all'angolo.c.d.a.perche adonque l'uno e l'altro di duoi angoli.c.d.b.&.c.d.a.e equale all'angolo.c.a.d.tutto l'angolo.b.d.a.sera doppio all'angolo.d.a.b.& per tanto l'angolo.a.b.d.a lui equale e anchora lui doppio al medesimo angolo.b.a.d.che e il proposito. Forsi l'aduersario dice il cerchio.d.c.a.circonscritto al triangolo parcial seghara il cerchio.b.d.e.in alcun ponto del l'arco.b.d.siche in siema seghara la linea.b.d.onde quella non sera applicata al cerchio (si come se suppone in la demostratione) ma sera seghante quello. sia adonque (se possibile e) come pone l'aduersario, & dal ponto.b.sia tirato al detto cerchio minor la linea.b.f.& (p la.17.del terzo) toccante quello sian dutte le linee f.a.&.f.d.sera (per la penultima del terzo) quello che vien fatto della.a.b.in la.b.c. equale al quadrato della.b.f.adonque la.b.f.e equale alla.b.d.per laqualcosa l'angolo.b.f.d.(per la quinta del primo) sera equale all'angolo.b.d.f.& perche l'angolo.b.f.a.e equale (per la trigesima seconda del terzo) all'angolo.a.d.f.& perche tutto l'angolo.b.f.d.(per la vltima concettione) e maggiore dell'angolo.b.f.a.sera etiam maggiore dell'angolo.f.d.a.(a quello equale) & perche l'angolo.f.d.b.e equal al detto angolo.b.f.d.seguiria (per commune scientia) che l'angolo f.d.b.fusse maggiore dell'angolo.f.d.a.laqualcosa e impossibile (per la vltima concettione) che la parte sia maggiore del tutto seghara in alcuno ponto l'arco.b.d.anchora per vno altro modo possiamo. adonque il cerchio.d.c.a.non dimostra questo che il cerchio minore per modo alcuno seghara la linea.b.d. perche il detto aduersario forse dira che seghara quella non seghando l'arco.d.b.del maggior cerchio, se pur possibil e che seghi quella sia quello in ponto.h.& sera quello che e fatto della.a.b.in.b.c.equale a quel che vien fatto della.d.b.in b.h. Perche l'e fu dimostrato di sopra nella penultima del terzo che se da alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte quante linee si voglia al detto cerchio





chio seguente quello tra li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti estrinsece sono equali fra loro, & perche quello che vien fatto della. a. b. in. b. c. e equale al quadrato della. b. d. (dal presupposito) seguiria adonque che quello che vien fatto della. d. b. in. b. h. sera equale al quadrato della. d. b. la qual cosa e impossibile (per la seconda del secondo) per laqual cosa il proposito e manifesto. ¶ E nota che'l minor cerchio de necessita segharia il maggiore & taglia da quello uno arco equale al arco. b. d. & lo maggiore similmente taglia dal medesimo uno arco equale allo arco. d. c. laqual cosa se approvera cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque tocca quello in ponto. d. & perche (per la undecima del terzo) li centri di cerchi i che si toccano & il ponto del toccamento sono in una linea, sara il centro dello minore cerchio in la linea. a. d. per questo che in quella e il centro del maggiore, & il ponto del toccamento. adonque (per la decima ottava del terzo) l'angolo. a. d. b. e retto, dilche similmente l'angolo. a. b. d. (a lui equale) e retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo. a. b. d. saranno maggiori de duoi angoli retti, laqualcosa e impossibile (per la trigesima seconda del primo) Adonque lui segha quello in li duoi ponti. e. & d. dico l'arco. e. d. del maggiore esser equale all'arco. d. b. & l'arco. d. e. del minore essere equale all'arco. d. a. produco le linee. d. e. e. a. & e. a. & (per la vigesima settima del terzo) [illegible] di quattro angoli liquali sono. d. e. c. e. a. d. a. e. & a. d. e. seranno equali perche li duoi archi. d. e. & e. a. sono equali perche (per la prima dispositione di questa la. d. e. fu trovata equale alla. d. b. laqual. d. b. fu posta equale alla. a. e. per tanto le. d. e. & e. a. sono equali, & pero li duoi archi (per la vigesima ottava del terzo) sono equali, per la qualcosa tutto l'angolo. a. e. d. e doppio all'angolo. b. a. d. & per tanto sera etiam equale all'uno e l'altro di duoi angoli. a. b. d. & a. d. b. & perche l'angolo. a. e. d. e equale all'angolo. a. d. e. (per la quinta del primo) perche. a. e. & a. d. sono equale (per la diffinitione del cerchio, perche vanno dal centro alla circonferentia) seranno li duoi angoli. e. d. del triangolo. a. e. d. equali alli duoi angoli. d. & b. del triangolo. a. d. b. adonque (per la trigesima seconda del terzo) l'altro angolo. a. dell'uno sera equale all'altro angolo. a. dell'altro, adonque (per la vigesima sesta del terzo) l'arco. e. d. del maggiore e equale all'arco. d. b. & per la medesima l'arco. e. d. del minore e equale all'arco. d. a. & questo e quello che havemo proposto.

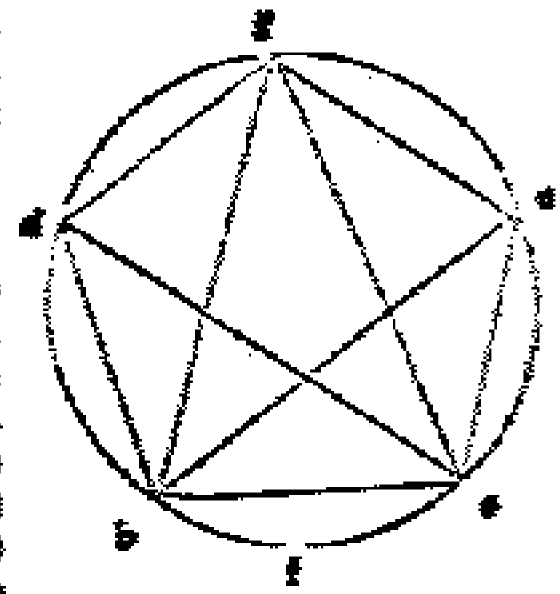


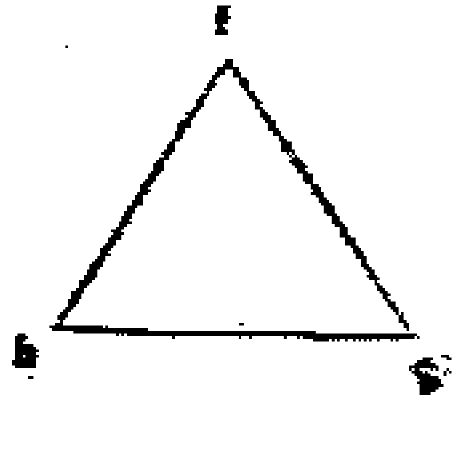


Problema. xi. Propositione. xi.

11 In un dato cerchio puotemo descrivere uno penthagono equilatero, & equiangolo.
12

Sia il dato cerchio. a. b. c. voglio di dentro di lui descrivere uno penthagono equilatero & equiangolo designo un triangolo (per la precedente) il qual sia. f. g. h. che habbia cadaun di duoi angoli che sono sopra la basa. g. h. doppio all'angolo. f. & descrivo (per la seconda di questo) in lo cerchio. a. b. c. il triangolo. a. c. b. equiangolo al triangolo. f. g. h. & sia l'uno e l'altro di duoi angoli. a. b. c. & a. c. b. doppio all'angolo. c. a. b. Divido l'uno e l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali dutte le due linee. b. e. & c. d. (e per la vigesima sesta del terzo) li cinque archi infra quali li cinque ponti. a. d. b. c. e. e dividono il cerchio seranno equali fra loro per questo che li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequal sono. a. d. d. b. b. c. c. e. & e. a. sera il penthagono. a. d. b. c. e. in scritto in lo dato cerchio tal qual esta proposto (per la vigesima nona del terzo) quel e equilatero conciosia che li cinque archi li quali li cinque lati di quello son corde sono equali fra loro. anchora dico quel esser equiangolo perche la circonferentia. a. e. e equale alla circonferentia. d. b. mettendo a cadauna di quelle la circonferentia. e. c. b. (per la seconda commune sententia) tutta la circonferentia. a. e. c. b. e equale

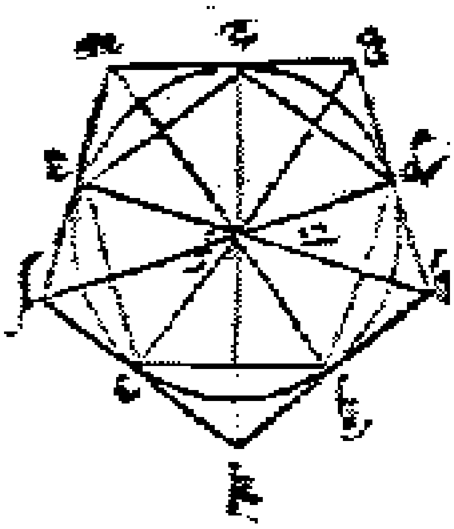




a tutta la circonferentia.d.b.c.e.adonque li duoi angoli .a.d.b.&.d.a.e.(per esser deduti sopra le dette due circonferentie equale) (per la vigesima settima del terzo) seranno equali fra loro, e per questa medesima ragion cadauno di quelli angoli che sono sotto.a.e.c.&.e.c.b.&.c.b.d.seranno equali a cadauno di quelli angoli che sono sotto.e.a.d.&.a.d.b.adonque il penthagono.a.d.b.c.e.e' equiangolo, & di sopra hauemo dimostrato come egli e equilatero, adonque in lo dato cerchio.a.b.c.hauemo descritto il penthagono.a.d.b.c.e.equilatero,& equiangolo che e il proposito.

Problema.xii. Propositione xii.

Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono, equilatero, & equiangolo.



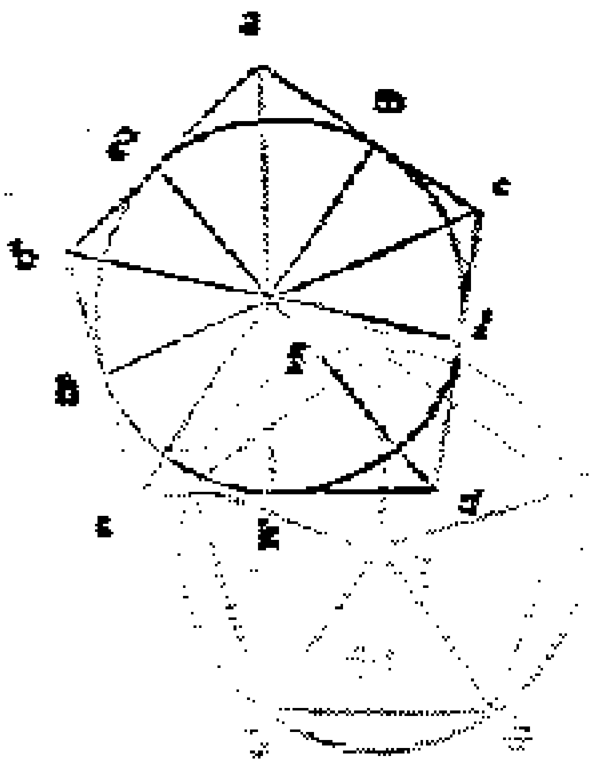
Sia il proposito cerchio.a.b.c.il centro del quale e il ponto.f.uoglio cerca di lui descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notaro li cinque ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano.a.d.b.c.e. alliquali (dal centro) tirato le linee.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.& dalli medesimi ponti per io le perpendicolare a queste linee, & quelle slongaro in l'una e l'altra parte sina a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti.g.h.k.l.m.& queste linee seranno (per lo corelario della decimasesta del terzo) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro.f.) condotto le linee.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. (& perche fu dimostrato sopra la penultima del terzo che se d'alcun ponto signato fuora d'un cerchio sian dutte due linee al detto cerchio toccante quello che quelle seranno equale) sera la linea.g.a.equale alla linea.g.d.& la.h.d.alla.h.b.& cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti.a.d.b.c.e. diuideno il cerchio sono equali fra loro (per la vigesimasettima del terzo) li cinque angoli.a.f.d.d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a. (liquali sono deduti sopra a quelli archi in lo centro.f.) seranno fra loro equali, ma li duoi lati.a.g.& f.a.del triangolo.f.a.g.sono equali a duoi lati.d.g.& f.d.del triangolo.f.g.d.& il lato.g.f.e' commune adonque (per la ottaua del primo) li duoi angoli de quelli liquali sono al centro f. e similmente li duoi angoli che sono al.g.sono equali fra loro, & per la medesima ragione li duoi angoli liquali sono al centro.f.in li triangoli.d.f.h.&.h.f.b.e anchora li duoi che sono al ponto.h.sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono.b.f.c.c.f.e.e.f.a.& cadauno di tre liquali sono.k.l.m.sono diuisi in due parti equali li primi per la linea.f.k.li secondi per la linea f.l.li terzi per la linea.f.m.& perche questi tre angoli liquali sono.b.f.c.c.f.e.& e.f.a.sono equali a li medesimi etiam alli altri duoi (liquali sono.a.f.d.&.d.f.b.) sono per equali seranno le dieci mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro.f.equali fra loro, perche adonque li duoi angoli.a.& f.del triangolo.g.a.f.sono equali alli duoi angoli.a.& f.del triangolo.m.a.f.& lo lato.a.f.e commune (per la.26.del primo) l'angolo.g.de l'uno sera equale all'angolo.m.dell'altro & lo lato.g.a.al lato.a.m.per la medesima ragione sera l'angolo.g.(nel triangolo.g.f.d.) equale al angolo.h.in lo triangolo.d.f.h.) & lo lato.g.d.sera equale al lato.d.h.per laqualcosa perche.g.a.e' la mita de.g.m.&.g.d.e' la mita de.g.h.&.g.a.&.g.d.sono equali seranno (per commune sententia) g.m.&.g.h.(che sono il doppio di queste) equali fra loro, similmente anchora mostraremo prontamente.g.m.essere equale al.m.l.&.m.l.al.l.k.&.l.k.al.k.h.per laqualcosa il penthagono g.h.k.l.m.e' equilatero, ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al.g.siano fra loro equali & li duoi che sono al.m.similmente equali fra loro &.g.partiale al.m.partiale, l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali, cioe che l'angolo.f.g.a.e' equale all'angolo.f.m.a.adonque (per la medesima commune sententia) tutto l'angolo.g.e' equale a tutto l'angolo m.& per

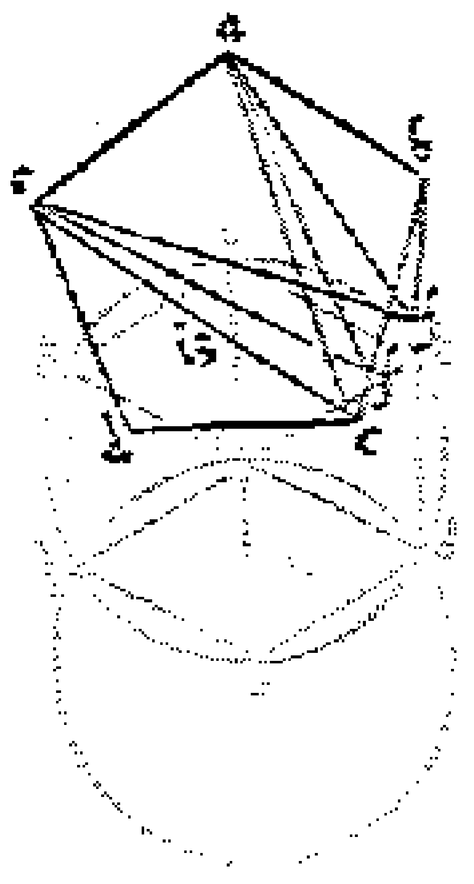
m. & per la medesima ragione mi apparerai la equalita in tutti li altri angoli, per laqual cosa e equiangolo, e cosi il proposito e manifesto.

Problema .xiii. Propositione .xiii.

11 Dentro a uno assignato penthagono equilatero, & equiangolo puotemo descriuere uno cerchio.
15

Sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non e necessario questo esser possibile) a.b.c.d.e. voglio dentro di lui descriuere uno cerchio diuido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono .a. & .e. (per la .9. del primo) in due parti equali dutte le linee .a.f. & .e.f. fin a tanto che quelle concorrano in lo ponto .f. de dentro del penthagono, il qual dico esser il centro del detto cerchio, e questo de sotto se dimostrera, ma prima voglianno chiarire duoi dubbij cioe qualmente e necessario che le due linee .a.f. & .e.f. concorrano insieme & di dentro del penthagono, perche adonque li cinque angoli del dato penthagono, come fu demostrato sopra la .32. del primo, sono equali a .6. angoli retti, adonque ciascun angol del penthagono sera equal a un angolo retto, & a un quinto de angolo retto, similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali pur a uno angolo retto, & a un quinto de retto, & perche la linea .a.e. cade sopra le due linee .a.f. & .e.f. & li duoi mezzi angoli .f.a.e. & .f.e.a. sono minori de dui angoli retti (per la .5. petitione) [illegible] in quella parte [illegible] anchora dico che concorrano di dentro del penthagono, & se possibile fusse (per l'aduersario) che non concorressero di dentro del penthagono, con[illegible], over de fuora del detto penthagono, over in lo lato di esso penthagono, over in angolo di quello, che e loppo[illegible] [illegible] angoli [illegible] [illegible] primamente che quelle concorrano di fuora in ponto .f. & sia dutta la linea .b.f. & perche li duoi lati .e.a. & .a.f. del triangolo .e.a.f. sono equali alli duoi lati .a.b. & .a.f. del triangolo .b.a.f. & l'angolo .a. dell'un all'angolo .a. dell'altro (per la quarta del primo) la basi .e.f. sera equale alla basi .f.b. & per l'angolo .a. partiale e equale all'angolo .e. partiale (perche tutto l'angolo .a. (dal presupposito) e equale a tutto l'angolo .e. sera (per la [illegible] del primo) .f. [illegible] equale al .f.e. [illegible] (per la prima concettione) sera etiam equale al .f. b. adonque (per la .5. del primo) li duoi angoli .f.b.a. & .f.a.b. serian equali, & perche l'angolo .f.b.a. e maggior dell'angolo .e.b.a. (del penthagono) similmente l'angolo .f.a.b. (per commune sententia) sera maggiore del detto angolo .e.b.a. & perche lo angolo .e.b.a. e equale all'angolo .b.a.e. l'angolo .f.a.b. verra a esser maggiore (per commune sententia) del detto angolo .b.a.e. laqual cosa e impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque non ponno concorrer de fuora del penthagono. hor ponimo adonque che quelle (se possibile e per l'aduersario) concorrano sopra il lato .b.c. in ponto .f. arguendo per le precedente, & per il precedente modo sera l'angolo .a. partiale equale a tutto l'angolo .b.a.e. laqual cosa e impossibile, ma se per esso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorrano in l'angolo .c. sera (per le medesime, & per il medesimo modo) .c.b. equale al .a.c. & per esso a questo come prima l'angolo .c.a.b. seria equale all'angolo .b.a.e. ma perche questo non puo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (il qual e .f.) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di esso seguasse lequale .f.g. .f.h. .f.k. .f.l. .f.m. & alli duoi angoli di quello propinqui (dal lato destro & sinistro) alli duoi angoli diuisi in due parti equali, liquali sono .b. & .d. conduco le due linee .f.b. .f.d. & perche li duoi angoli .a. & .m. del triangolo .a.f.m. sono equali alli duoi angoli .a. & .g. dello triangolo .a.f.g. & lo lato .a.f. commune sera (per la .26. del primo) .f.m. equale alla .f.g. anchora per la medesima ragione mi apparera la .f.l. esser equale alla .f.m. tutti dalli duoi triangoli .e.f.m. & .e.f.l. perche da principio li duoi lati .a.f. & .a.b. del triangolo .a.f.b. sono equali alli duoi lati .a.f. & .a.e. del triangolo .a.f.e. & l'angolo .a. dell'un all'angolo .a. dell'altro sera (per la .4. del primo) l'angolo .b. partiale equale all'angolo .e. partiale, & perche tutto l'angolo .b. e equale a tutto l'angolo .e. (dal presupposito) & tutto l'angolo .e. e diuiso in due parti equali sera etiam tutto l'angolo .b. diuiso in due parti equali per la

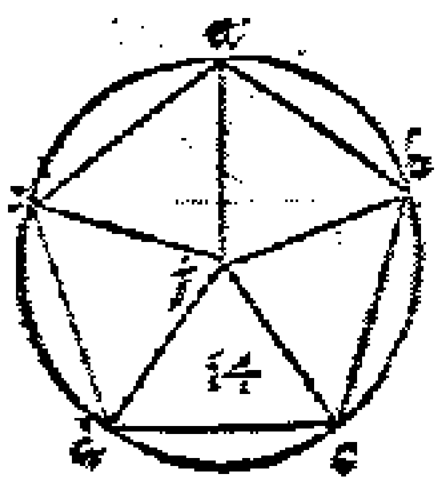




medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo.d. esser diuiso in due parti equal per la equalita del angolo.d. partiale, & .a. partiale tolti per li triangoli.e.a.f. & e.d.f. perche adonque li duoi angoli.g. & .b. del triangolo.g.f.b. sono equali alli duoi angoli.h. & .b. del triangolo.h.f.b. & lo lato.f.b. e commune sera (per la .26. del primo) la.f.h. equal alla.f.g. per lo medesimo tu approuerai la.f.k. esser equale alla.f.l. tolte dalli triangoli.l.f.d. & .k.f.d. perche adonque le cinque linee.f.g. f.h. f.k. f.l. & f.m. sono equale sera il ponto.f. (per la .9. del terzo) centro del cerchio il qual descriuerai secondo la quantita de vna de quelle, & questo toccara tutti li lati del penthagono per la equalita delle linee) & non segara alcuno de quelli (per la sestadecima del terzo) e cosi il proposito e manifesto.

Problema.xiiii. Propositione.xiiii.

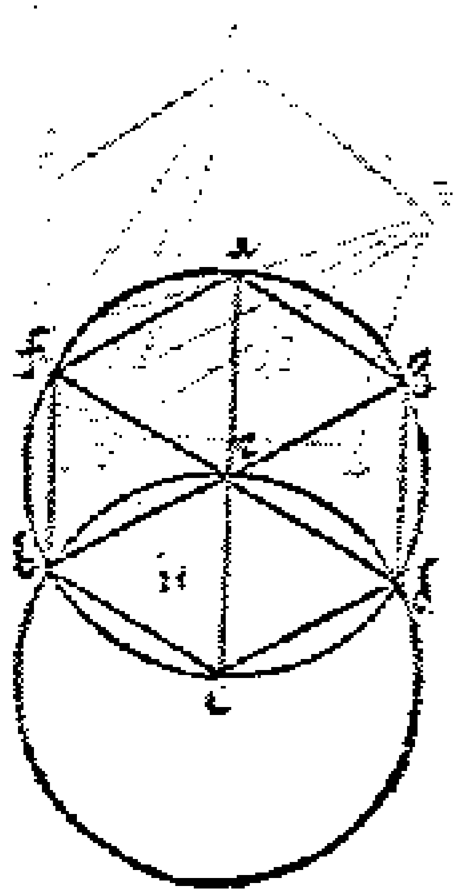
14 Cerca a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo
14 descriuere uno cerchio.



Sia come in prima il penthagono equilatero & equangolo (perche delli altri questo non e necessario esser possibile) a.b.c.d.e. voglio cerca di lui descriuere uno cerchio (quella e quasi conuersa della .12.) diuido li duoi propinqui angoli di quello (li quali sono.a. & .e.) in due parti equali (per la .9. del primo) dutte le linee.a.f. & .e.f. deme sia a tanto che quelle concorrano di dentro di esso penthagono in ponto.f. & quelle concorreno, & dentro del penthagono (come fu approuato in la precedente) & dal ponto del ponto produco alli altri angoli le linee lequal sono.f.b. f.c. f.d. & perche li duoi lati.a.f. & .a.b. del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f. & .a.e. del triangolo.a.f.e. & l'angolo.a. dell'un all'angolo.a. dell'altro (per la .4. del primo) la.f.b. sera equale alla.f.e. & l'angolo.b. partiale all'angolo.e. partiale, & perche tutto l'angolo.b. e equal a tutto l'angolo.e. & tutto l'angolo.e. diuiso in due parti equali, sera similmente tutto l'angolo.b. diuiso in due parti equali, & per questo modo anchora tu prouerai l'uno e l'altro delli angoli.c. & .d. esser diuiso in due parti equali, & le cinque linee.f.a. f.b. f.c. f.d. f.e. esser equali, per la qualcosa (per la .9. del terzo) il ponto.f. sera il centro del cerchio, e cosi il proposito e manifesto.

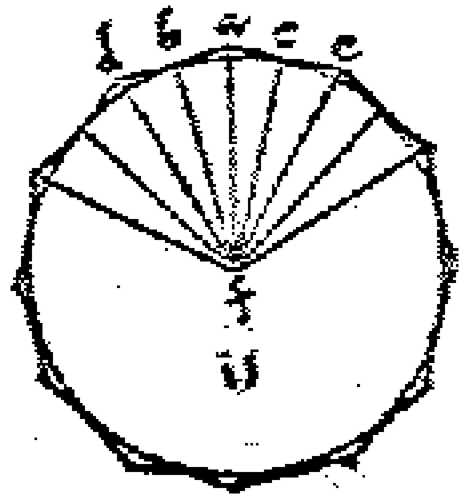
Problema.xv. Propositione.xv.

4 In vn dato cerchio possiamo descriuere vn hexagon equilatero & equangolo.
15



Sia il proposito cerchio.a.b.c.d. il centro del quale sia il ponto.e. voglio dentro di lui descriuere vno hexagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c. & secondo la quantita del mezzo diametro.e.c. (fatto centro il ponto.c.) descriuo il cerchio.e.b.d. segante il primo in li duoi ponti.b.d. dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo, liquali sono.b.e.g. & .d.e.f. congiongo adonque le estremita di detti tre diametri con sei linee lequale sono.a.f. f.b. b.c. c.d. d.g. & g.a. lequali dico contenere lo hexagono questo, perche (come demostra la prima del primo) l'uno e l'altro di duoi triangoli.b.e.c. & c.e.d. sera equilatero, per la qualcosa sera etiam equiangolo (per la .5. del medesimo) adonque per la .32. del primo li duoi angoli.b.e.c. & c.e.d. con vn'altro insieme che sia equale a vno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per questo che ciascun de loro e il terzo de duoi angoli retti, ma quelli con l'angolo.d.e.g. (per la terzadecima del primo) sono pur equali a duoi angoli retti, adonque l'angolo.d.e.g. (per commune scientia) e equale all'un e l'altro de quelli, per la qualcosa li sei angoli che sono al centro.e. (per la .15. del primo) sono infra loro equali, adonque (per la .26. del terzo) li archi in liquali cadeno sono equali, per la qualcosa & le corde de quelli (per la .29. del medesimo) lequal sono li lati del hexagono, adonque egli e equilatero, ma etiam (per la .27. del terzo) egli e equiangolo per questo che li sei archi in li quali le ponte angulare del hexagono diuidendo il cerchio tolti a duoi a duoi sono equali fra loro (come l'arco.a.f.b. all'arco.f.b.c. & per tanto l'angolo.f. il quale sta in lo primo e equale all'angolo.b. il quale sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, si che il proposito e manifesto.

Correlario



Correlario.

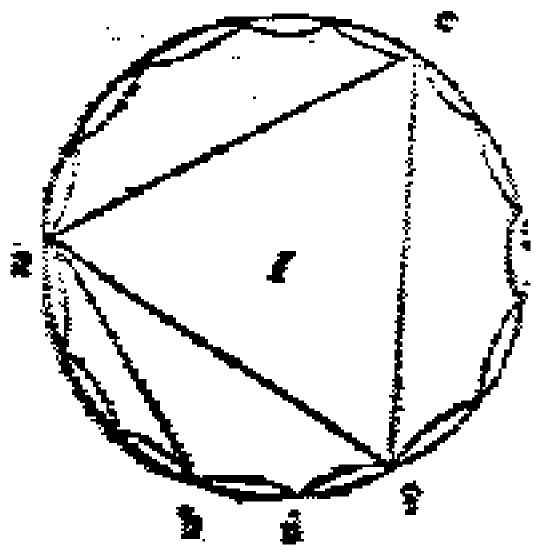
15 Da qui e manifesto che il lato del hexagono e equale alla mita del
15 diametro del cerchio al qual e inscritto.

Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato del hexagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come e.c. & e.b. & c.b. & nota che'l non se propone qualmente potemo designare cerca a uno dato cerchio uno hexagono equilatero & equiangolo, ne che potemo dentro a tal hexagono ne cerca a tal hexagono descrivere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & pentagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche queste me per li medesimi precetti, che son fatti in lo pentagono equilatero & equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscrivere in un cerchio quella medesima descriveremo de fuora del cerchio, etiam descriveremo il cerchio dentro & di fuora di quella, con li medesimi mezzi & modi che havemo fatti in lo pentagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, over circonscritta e anchora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la 27. e 28. del terzo) gli archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tutti a duoi a duoi, in quelli archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta, facile lo approverai per le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli ponti del toccamento si come appare in la figura a.d.e descritta a torno al cerchio b.c. (il centro del quale e il ponto f.) laqual essendo equilatera, tu approverai quella esser etiam equiangola in questo modo protrarai dal centro f. a ciaschun angolo de detta figura una linea retta si come e la linea f.a. & la linea f.d. f.e. & similmente dal detto centro f. ne condurrai una linea retta a ciaschun ponto del toccamento si come e la linea f.b. & f.c. poi argumentarai in questo modo, la linea b.a. (per quello che fu demostrato sopra la 30. del terzo) e equale alla linea a.c. (perche ciascuna vien dal ponto a. e toccan il cerchio in li duoi ponti b. & c.) adonque li duoi lati a.b. & b.f. del triangolo a.b.f. sono equali alli duoi lati a.c. & c.f. del triangolo a.f.c. e la basa a.f. e commune, adonque (per la 8. del primo) l'angolo f.a.b. sera equal all'angolo f.a.c. (per laqual cosa l'angolo b.a.c.) cioe e tutto l'angolo a. verra a esser diviso in due parti equali dalla linea f.a. & cosi se approveranno tutti li altri angoli di essa figura esser divisi in due parti equali dalle linee che a loro vengon dal centro, perche adonque li duoi lati a.f. & a.e. del triangolo a.e.f. sono equali alli duoi lati a.d. & a.f. del triangolo a.f.d. & l'angolo a. dell'uno all'angolo a. dell'altro sera la basa d.f. dell'uno equale (per la quarta del primo) alla basa f.e. dell'altro & l'angolo a.d.f. all'angolo a.e.f. & perche l'angolo a.d.f. la mita de tutto l'angolo d. (de detta figura) similmente l'angolo a.e.f. e la mita de tutto l'angolo e. (per commune sententia) tutto l'angolo d. sera equale a tutto l'angolo e. & per le medesime ragione se approvano tutti li altri angoli di essa figura essere fra loro equali & cosi se procederia in ciaschuna altra figura equilatera che fusse circonscritta a uno cerchio, che e il proposito.

Problema xvi. Propositione xvi.

15 In uno dato cerchio potemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo, Oltra di questo potemo cerca a qualunque cerchio assignato descriver un quindecagono equilatero & equiangolo, & in un dato quindecagono descriver uno cerchio.
16

Sia il dato cerchio a.b.c. voglio a lui inscriver un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il voglio circonscrivere anchora dentro a tal quindecagono proposito voglio descrivere uno cerchio, ma il non propone di voler cerca a tal quindecagono descrivere uno cerchio, perche per le altre che quel propone a sufficientia nel da ad intendere, in lo dato cerchio (secondo la dottrina della seconda di questo) tiro il lato del triangolo equilatero ilqual sia a.c. & sento



do la dottrina della vndecima di questo,tiro etiam il lato del penthagono equilatero,& equiangolo il qual sia.a.b.& perche l'arco.a.c.e la terza parte de tutta la circonferentia della quale l'arco.a.b.e la quinta parte,sera il superfluo,ouer differentia che fra questi duoi archi(laqual e l'arco.b.c.)li duoi terzi dell'arco.a.b.ouer li duoi quinti dell'arco.a.c.ouer li duoi quintodecimi de tutta la circonferentia,perche in ogni tutto la terza parte eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte,ouer in duoi quinti di essa terza parte,ouer in duoi quintodecimi del tutto,e questo e manifesto in la quinta e terza parte del primo numero che ha parte quinta & terza ilqual e.15.la parte terza di questo(laqual e.5.)eccede la quinta parte de questo(laqual e.3.)in due vnita delequal sono li duoi terzi del medesimo ternario(ilqual e la quinta parte del detto.15.)ouer li duoi quinti del medesimo quinario(ilqual e la terza)ouer li duoi quintodecimi del medesimo.15.segue il tutto diuiso adonque l'arco.b.c.in due parte equale(p la.30.del terzo)in ponto d.le manifesto l'uno e l'altro di duoi archi.c.d.&.d.b.esser la terza parte dell'arco.a.b.ouer la quinta dell'arco.a.c.ouer la.15.de tutta la circonferentia tirando adonque le corde.c.d.&.d.b.di quelli,&(p la prima di questo)accommodando continuamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale(che in tutto seranno.15.)sera compita la figura proposita,le altre due che esso auctor propone con la terza che p le altre si ne da ad intendere,cioe de circonscriuer vno quindecagono a vno cerchio,& descriuere in vno quindecagono vn cerchio,& anchora circonscriuerli facilmente considerarai p il modo della.12.13.&.14.di questo,& nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in vno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiam inscriuerne & circonscriuerne vnaltra del doppio piu lati,& a essa medesima sapemo inscriuer & circonscriuer il cerchio p li archi alliquali le sottendono li lati di essa figura,diuisi p la.30.del.3.in due parti equali & p le linee tirate dalli ponti di mezzo,cioe di lor diuisione,dalle estremita di lati della medesima figura sera fatto di dentro di esso cerchio vna figura del doppio piu lati della prima laqual sera equilatera,p la.29.del.3.adonque sera equiangola,perche sopra la.15.di questo,gia fu dimostrato questo,che i ogni figura equilatera inscritta i vn cerchio e etiam equiangola,& perche questa la sapemo inscriuer in lo cerchio,sapemo etiam ordinar le altre.3.p la.12.13.&.14.di questo,adonque perche sapemo inscriuer vn triangol equilatero,sapemo p questo descriuer lo essagono,& p lo essagono lo duodecagono,& p lo duodecagono vna figura di.24.lati,& cosi in infinito dopiando,benche per triangolo lo essagono(come hauemo detto)puo esser inscritto,tamen qui ha posto la propria demostration di quella dallaqual ne seguita grandemente vtile,e similmente perche sapemo etiam inscriuer il quadrato sapemo p questo inscriuer ogni figura che'l numero di lati di essa e equalmente paro,p lo penthagono anchora sapemo inscriuer vn decagono,& vna figura de 20.lati,& cosi continuatamente dopiando quel medesimo,anchora intende del quindecagono perche possemo conoscer le figure de.30.&.60.& de tutte continuamente de lati dopiatione delle altre figure delequal questo non insegna,ouer quelle che p questo non se hauerianno la scientia e difficile,& di poca vtilita,come son la settagona,nonagona,vndecagona,ma se noi saperemo designar vn triangolo de duoi lati equali che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio all'altro saperemo descriuer lo settagono in vn cerchio,come di sopra fu fatto il penthagono,ma se l'un e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonangola,e se'l fusse quincuplo la figura vndecagona,& quel medesimo in le altre figure de lati dispari,posto l'un e l'altro di angoli alla basa moltiplice l'altro per quel numero,ilqual e la mita del manco numero paro contiguo sono al numero disparo di lati della detta figura.

Il Tradottore.

IN questo loco,in la prima tradottione egli e stato aggionto vn modo da diuidere vno angolo in tre parti equali,& consequentemente a descriuere vna figura nonangola equilatera & equiangola in vno dato cerchio,ma perche tal suo procedere non e demostratiuo lo hauemo lassato come cosa inutile.

Fine del quarto libro.

INCOMINCIA
IL NECESSARIO ET VTILISSIMO
QVINTO LIBRO DELLI PRINCIPII DE

Euclide Megarense delle proportioni & propor
tionalita secondo le due tradottioni de
Nicolo Tartea Brisciano, con
diligentia dal latino in
volgar tradotto
e delucidato.

Diffinitione prima.

$\frac{1}{3}$ Vna quantita minore e parte d'una quantita maggiore quando che la minore numera, ouer misura la maggiore.

La parte alcuna volta la se piglia propriamente, & e quella laqual e tolta per vn certo numero de volte quella constituisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumento, & quella e detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo ilquale la vien tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte laqual chiamano multiplicatiua, & lauthor la diffinisse in questo, & alcuna volta la se piglia communamente, & questa e qualunque quantita minore, laqual e tolta quante volte si voglia quella constituisse men, ouer piu del suo tutto, laqual diremo parte aggregatiua, imperoche con altra quantita diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolta quante volte si voglia quella non lo produce.

El Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea .a.b. diuisa in dodeci parti equali le qual parti sono .a.c. c.d. d.e. e.f. f.g. g.h. h.i. i.k. k.l. l.m. m.n. n.b. della qual linea toltone la quantita .a.c. (laqual pongo che la sia la quantita .o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea .a.b. diremo che quella sera propriamente parte di tutta la linea .a.b. per la diffinition di l'author, perche tal quantita minore, numera ouer misura precisamente la quantita maggiore, cioe la detta .a.b. dodeci volte, & questa tal parte a differentia della parte communamente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmente tolendo la quantita .p. equale alla quantita .a.d. & quella referta, ouer comparata a tutta la quantita .a.b. (per la detta diffinitione) sera parte propria, ouer multiplicatiua de tutta la detta quantita .a.b. perche quella la numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantita .q. equal alla quantita .a.e. ouer la quantita .r. equal alla quantita .a.f. cadauna di loro veria a esser parte de tutta la quantita .a.b. perche la quantita .q. veria a numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantita .r. tre volte, & queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che questa tal parte misura il suo tutto, exempli gratia, la quantita .a.c. ouer .o. diremo la duodecima parte de tutta la quantita .a.b. & la quantita .a.d. ouer .p. sera la sesta, & la quantita .a.e. ouer .q. la quarta, & la quantita .a.f. ouer .r. la terza, lequal parti precisamente se descriueno in questo modo $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ & li numeri che sono sotto alle virgole sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantita, ouer linea .a.b. ne toremo la quantita .a.s. qual ponemo che la sia la quantita .t. dico che questa quantita .t. non seria parte propria ouer multiplicatiua della quantita .a.b. perche quella non misura, ouer numera la quantita .a.b. precisamente, perche in due volte la non puo compire de misu caria, ouer de numeraria, & in tre la soprabondante, & questa e quella che e detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno poria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona commune sententia, io rispondo che la si debbe intendere la quantitate sopra l'una e l'altra in genere.

Diffinitione .ii.

Multiplice e la maggior della minore quando la minor misura quella.

LA parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi doi estremi consiste la relatione di quelle fra loro, & per tanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore & chiama questo maggiore multiplice per questa causa che il minor retroua certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra loro parte & multiplice perche ogni parte e submultiplice, come se manifesta per la diffinitione di quella.

Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione, tolremo pur la quantita, ouer linea .a.b. della diffinition precedente la qual linea .a.b. in comparatione a caduna de quelle sue parti, cioe delle quattro linee .o.p.q.r. vien detta multiplice, & la sua multiplicita sera denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte exempli gratia in comparatione della linea .o. sera detta dodecupla, & in comparatione della linea .p. sera detta sescupla, & in comparatione della linea .q. quadrupla, & della linea .r. tripla, ma della linea ouer quantita .c. non sera multiplice perche la detta quantita .c. non numera ouer misura la detta quantita .a.b.

Diffinitione .iii.

3 La proportione e la conuenientia certa de due quantita de vno me-
5 desimo genere dell'una all'altra sia de quanta grandezza si voglia.

LA proportione e la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro in questo che una de quelle e maggior, ouer minor dell'altra ouer equale, perche non solamente in le quantita se ritroua la proportione, ma in li pesi potentie, & loci. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, vole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare della musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qualunque neruo sera diuiso in due inequal parti, la proportione delle parti & di soni sera vna medesima, contrariomodo, ma in quelle cose in lequal vien trouata la proportione quelle participano la natura, & la proprieta della quantita. perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che vna de quelle e maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale, il proprio della quantita e esser detta secondo quella equal ouer inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde e manifesto la proportione primamente esser trouata in la quantita, & per quella in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alle quale simile non sia in alcune quantita, per laqualcosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantita, conciosia che lui ha diffinido quella per conuenientia de due quantita fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto della quale diffinitione e che la proportione e la conuenientia de due quantita fra loro alla quale il se aduertisse in questo che vna de quelle e maggior ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqualcosa e manifesto che 'l bisogna quelle esser d'un

medesimo

medesimo genere, come dui numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il non puo esser detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose vniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non la tenirase cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale e questo, la proportione e la determinata conuenientia de due quantita, io dico cosi determinata che la sia questa & non altra, perche non e necessario che ogni conuenientia de due quantita sia cognita di noi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportione e di discreti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor e parte, ouer parti del maggiore, come se dimostra nel settimo, per la qual cosa & in tutti quelli la conuenientia e certa & nota, ma in li continui la proportione e piu larga, perche in quelli e doue la minor quantita e parte, ouer parti della maggiore, & de tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione e nota laqual vien detta rationale, & tutte queste tal quantita sono dette communicante, perche quelle vna medesima quantita necessariamente le misura, onde & tutti li numeri sono communicanti, perche la vnita misura tutti quelli. egli e anchora doue che la minore non e parte, ouer parti della maggior, & in quelli tali non e nota la proportione ne a noi ne alla natura, & questa proportione vien detta irrationale, & queste quantita incommunicante, onde si fa che qualunque proportione, laqual se troua in li numeri quella se troua etiam in ogni genere de continui, come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non e econuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri non patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in vno genere di continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se trouera alcuna linea a qualunque altra se trouera, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcuno altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu e larga la proportione in li continui che in li discreti, per il che e manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione certa laquale versa la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione .iiii.

4/4 La proportionalita e la similitudine delle proportioni.

Come se noi diciessimo che la proportione che e della .a. alla .b. quella e ancho ra della .c. alla .d. la proportione che e fra la .a. & la .b. e simile a quella che e fra la .c. & la .d. & questa similitudine che resulta da queste proportioni vien detta proportionalita.

Diffinitione .v.

0/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali moltiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale e questo che le magnitudine se dicono hauere proportione insieme, lequale moltiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, per il che il seguita che fra qualunque due quantita (over magnitudine) terminate, che siano de vno medesimo genere e sempre qualche specie de proportione perche sempre se po multiplicare vna di quelle talmente che la eccedera, over aguagliara l'altra ma quando l'una fosse terminata, & l'altra infinita allhora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di proportione perche la terminata non se poria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e pero dice Aristotile in lo primo de celo & mundo texto quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad finitum, cioe che de vna cosa infinita a vna finita & terminata non glie proportione alcuna, per il che concesso, overo presupposto che due quantita habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccedera la maggiore, come accade sopra la ottava di questo, et etiam nella prima del decimo & similmente concesso in due quantita inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccedera la maggiore, seguira quelle due quantita hauer proportione fra loro, exempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro di tal cerchio hauer proportione con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione .vi.

Le quantita lequale sono dette hauer la proportionalita continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti, overo che sono equali, overo che equalmente senza interruptione se sopravanzano, overo sminuiscono.

Supposta la divisione della proportionalita, per continua & discontinua l'auttore diffinisse li membri, che divideno, & primamente la continua, o per dir meglio supposta la divisione delle quantita proportionale per continue & discontinue proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalita, ne la discontinua, ma le quantita continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalita, & della discontinua assai e manifesta per la diffinitione delle quantita continue proportionale, & delle discontinue, ma la continua proportionalita e quando in qual proportione la prima (de quante quantita si voglia de vno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima la prossima consequente antecede vna delle altre, come exempli gratia quando dicessimo si come e della .a. alla .b. cosi e della .b. alla .c. & della .c. alla .d. & ciascun di quelle sera antecedente, & consequente eccetto la prima laquale e solamente antecedente, & la vltima laquale e solamente consequente, & in questa proportionalita e necessario tutte le quantita esser de vno medesimo genere per la continuatione delle proportioni (imperoche non e proportione in fra le quantita de diversi genere) & questa sera al manco in tre termini constituida, ma la discontinua e quando de quattro quantita (over seranno tutte de vno medesimo genere, over le due prime de vno, & le due vltime de vno altro) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la terza antecede la quarta come quando diremo si come e della .a. alla .b. cosi e della .c. alla .d. & sera qualunque di quelle, over solamente antecedente, over solamente consequente ne etiam e necessario che siano tutte quattro de vno medesimo genere, si come in la proportionalita continua, imperoche il consequente della prima proportione non e continuado allo antecedente della seconda, ma e possibile che siano de vno medesimo genere, & e possibile che siano de diversi perche si come accade trovarse vna linea doppia a vn'altra, over treppia, cosi accade trovarse vna superficie al vna altra superficie, & vn corpo ad vn altro corpo, & cosi vn tempo a vn tempo & vn numero ad vn numero.

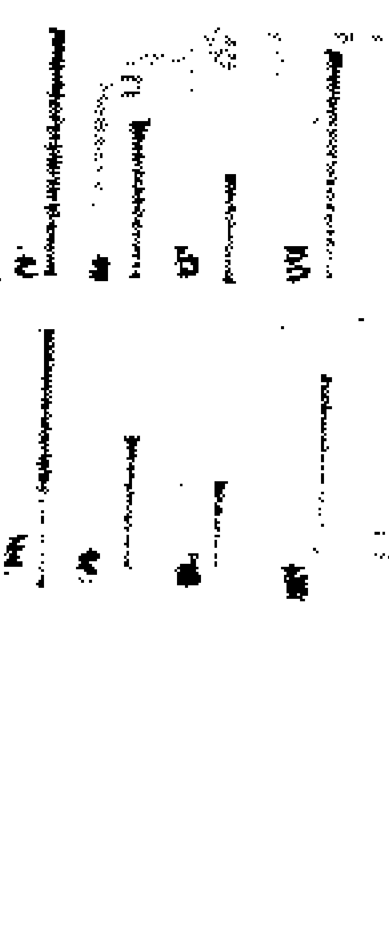
Vista che cosa sia la proportionalita continua, & la discontinua esplanamo la sopra scritta diffinitione delle quantita continue proportionale, la qual dice che le quantita continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici suoi equalmente tolti, ouer che sono fra loro equali, ouer che senza interrumpimento equalmente si sopra auanzano, ouer manchino, exempli gratia, siano le tre quantita d'un medesimo genere .a.b.c. alle quale siano tolte la .d.e.f. equalmente multiplice, cioe che si come la .d. e multiplice alla .a. che cosi la .e. sia multiplice alla .b. & la .f. alla .c. & saranno tutte in el medesimo genere (perche li multiplici, & li submultiplici sono in vno medesimo genere, & sia che la .d.e.f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopra auanzare, ouer nel mancare, cioe che si come la .d. auanza sopra alla .e. ouer manchi da quella, cosi la .e. auanzi sopra alla .f. ouer manchi da quella, dico che quando questi multiplici seranno a questo modo le tre quantita .a.b.c. seranno continue proportionale. ma non intendere li multiplici esser simili nel sopra abondare, ouer nel manchare in quanto alla quantita delli eccessi, ma inquanto alla proportione, perche altramente la diffinitione seria falsa, perche di qualunque quantita (di vno medesimo genere che si eccedino per differentie equale tolto li multiplici equalmente, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale onde similmente sono simili, nel sopra abondare & nel minuire, ouer mancare inquanto alla quantita delli eccessi, ouer differentie alentredimeno le prime quantita non sono continue proportionale, anci sempre della minore quantita, e maggiore la proportione & questo adviene perche li multiplici di quelle non se eccedeno similmente inquanto alla proportione ma solamente inquanto alla quantita delle differentie perche etiam in li minori multiplici e la proportione maggiore exempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedeno per differentie equale immediatamente cioe arithmetice come .2.3.4. tutti multiplici di questi .3. numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno per il binario & li treppi per il ternario & cosi li altri niente di meno li tre numeri .2.3.4. non sono continui proportionali anci di duoi minori e maggiore la proportione perche la proportione di quelli e sesquialtera & di duoi maggiori e sesquiterza adonque per che fra quelli non e similitudine di proportione, e pero fra quelli non sera proportionalita ne continua ne discontinua adonque e manifesto che quella similitudine di sopragiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla quantita delle differentie, ma inquanto alla proportione, e per tanto il senso della sopra scritta diffinitione seria in questo modo. le quantita continue proportionale sono quelle delle quali tutti li multiplici equalmente tolti, sono continui proportionali ma il no volse ponere tal diffinitione sotto questa forma perche allhora se diffiniria tal cosa per quella medesima, ma quanto aspetta alla cosa, questo e conuertibile con la sua diffinitione, ma le tre quantita .a.b.c. bisogna esser d'un medesimo genere, per questo che li multiplici di quelle fra loro siano equali, ouer che siano simili in sopra abondare, ouer in mancare perche se .a. & .b. fusseno di diuersi generi seriano etiam .d. & .e. (multiplici di essa .a. & .b.) di medesimi diuersi generi per questa causa che li multiplici, & li submultiplici sono d'un vno medesimo genere, per laqual cosa .d. non seria equale ne maggiore ne minore di .e. perche le quantita di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

Il Tradottore.

Questa sopra scritta diffinitione se ritroua solamente in la prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella potemo cono scere, ouer dimostrar tre quantita continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio del cōmentatore che vol diffinire tre quantita continue proportionale per tre quantita continue proportionale, cioe per li lor multiplici, ma voria saper da lui come poteno io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano cōtinui proportionali in le quantita continue non sapendo qual sieno le quātita cōtinue proportionale, adōq; nō assignādone vn pprio accidēte di conoscer le quātita continue pportionali, nō sapremo conoscer che li multiplici che son per quātita sia no ancor pportionali, adōq; tal diffinitione nō manifesta la cosa diffinita, la secō da ragione che la nō sia di Euclide e che di tal diffinitione nō sene serue in loco alcuno per tutta lopera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) nō e di mettere cosa alcuna frustatoria, la terza ragione e che tal diffinitione non si truoua nella seconda tradottione, per ilche tengo che la sia stata aggionta da alcuno che si presumeua di sapere, ma alcuno poria dire tal diffinitione esser pur del l'authore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse sta bisognosa in qualche propositione, ben l'haueria separatamente posta, come in fine della sequente se dira.

Diffinitione.vii.

6/6 Le quantita lequale sono dette esser secondo una proportione, cioe la prima alla seconda, come la terza alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & terza, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equalita tolti in quel medesimo ordine.



Posta disopra la diffinitione delle quantita continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & e che di qualunque quatro quantita delle quale seranno tolti li multiplici equalmente alla prima, & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & sera che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (inquanto al eccedere ouer manchare, ouer alla equalita) si come il multiplice della terza al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda sera si come della terza alla quarta, essempli gratia, siano le quattro quantita.a.b.c.d. & siano tolti, alla prima & terza (lequale sono.a.&.c.) li multiplici equalmente (come seria a dire doppii) liquali siano.e.&.f. & similmente alla seconda & quarta (lequali sono.b.&.d.) siano tolti li multiplici equalmente (come seria a dire treppii) liquali siano.g.&.h.& sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comparati fra loro se condo l'ordine delle prime quattro quantita, cioe che la.e.sia comparata alla.g. & la.f.alla.h.& non la.e.alla.f.ouer la.g.alla.h.) siano simile nel mancare, diminui re & equalitare, cioe che se la.e.eccede la.g.che similmente la.f.eccedi la.h.ouero che se la.e.minoresse della.g.similmente la.f.minoresse della.h.ouer che se la.e.e eq le alla.g.che similmente la.f.sia equale alla.h.allhora la proportione della.a.al la.b.e si come della.c.alla.d.

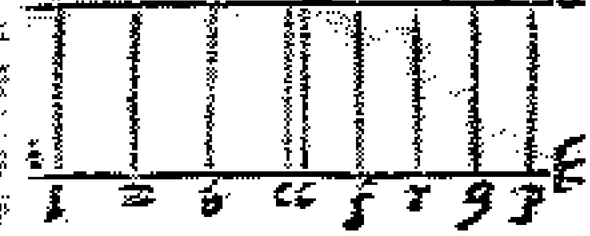
*Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia inteso in questo loco si come in la diffinitione delle quantita continue proportionale, cioe non inquan to alla quantita delli eccessi, ma inquanto alla proportione, & quella parte che di ce tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come e stato esposto, cioe che li mul tiplici non siano referti insieme secondo l'ordine di quelle quantita delle qua le seranno stati tolti li multiplici eqlmente, cioe che'l multiplice della prima nō sia refferto al multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice

della

della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantita, cioe il moltiplice della prima al moltiplice della seconda, & lo moltiplice della terza al moltiplice della quarta, sera adonque il senso di questa diffinitione in questa forma, quattro quantita son proportionale discontinue, cioe la proportione della prima alla seconda, e si come della terza alla quarta quando che li moltiplici tolti equalmente alla prima & terza, & similmente li moltiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, sera la proportione del moltiplice della prima al moltiplice della seconda si come e del moltiplice della terza alla moltiplice della quarta ma non ha voluto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, anchora che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non e necessario che le quattro quantita. a. b. c. d. siano d'un medesimo genere imperoche la. b. non e comunicata in proportione con la. c. ma puo esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro per la qual cosa e manifesto che gli e necessario esser referto lo moltiplice della prima allo moltiplice della seconda, & lo moltiplice della terza al moltiplice della quarta, & non lo moltiplice della prima allo moltiplice della terza, over il moltiplice della seconda al moltiplice della quarta, perche lo moltiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il moltiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario tuorre li moltiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li moltiplici equalmente alla seconda & quarta, & non li moltiplici equalmente alla prima & seconda, ne anchora li moltiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de moltiplici non e continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non saria perche cosa sia la proportione della. a. alla. b. si come della. c. alla. d.

Il Tradottore.

La sopradetta espositione senza dubbio e uno ardito de doi veri Commentari, poiche la voglio dividere in due parti la prima parte sera dal principio di tal espositione per sin a questo segno ✻ & la seconda sera dal medesimo segno per sin al fin di detta espositione. hor dico che colui che descrisse la prima parte verame intendeva Euclide, perche in essa esplana benissimo & sufficientemente il vero senso di tal diffinitione, & non accade intendere nelli moltiplici niuna di quelle conditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intenderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi doue che Euclide si serve di questa tal diffinitione, cioe nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella. 25. dello undecimo, ma la seconda parte (quale credo sia una giunta del Campano) non solamente intorbida il vero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che'l non sa dove il se sia con tante sue conditioni & avisi di poca verita, & accioche questo liquidamente appara, induremo in campo sotto brevita la prima parte della prima propositione del sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioe siano li duoi paralellogrammi. a. b. c. & d. e. f. de equal altezza, & fra le due linee equidistante. g. h. & i. k. hor concludo che queste quattro quantita, cioe li duoi paralellogrammi. a. b. c. & d. e. f. & le sue due base. b. c. & f. e. sono in una proportione per che li moltiplici tolti & comparati secondo l'ordine di questa sopradetta seconda diffinitione hanno quella similitudine & conditione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostraremo in questo modo. Pigliaremo primamente la basa. b. c. per prima quantita, & la basa. f. e. per seconda, & lo paralellogrammo. a. b. c. per terza & lo. d. e. f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliaro della linea. h. i. una parte che sia moltiplice alla basa. b. c. in che numero me piace, ma per il presente la toremo doppia, & sia la linea. b. l. & quella dividero in parti equali al la basa. b. c. in ponto. m. & dalli duoi ponti l. &. m. condurro le equidistante alla. a. b. le quale siano. l. n. &. m. o. & compiro le superficie de equidistanti lati. n. m. &. o. b. & sera ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo)



equale alla superficie.a.c.perilaqualcosa si come la linea.b.l.e multiplice alla.b.c. cosi la superficie.n.b.e' multiplice alla superficie.a.c.cioe che l'una e l'altra e doppia,& cosi vegnimo haver tolti li multiplici equalmente alla prima & terza, Secondamente anchora pigliaro vna parte della linea.f.k.che sia multiplice alla basis.f.e.secondo che numero me piace,ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea.f.p.la qual dividero pur in parte equale alla linea.f.e.nelli duoi ponti q.r.& tiraro dalli tre ponti.p.q.r.tre linee equidistante alla linea.d.f.le quale siano.r.s.q.t.& p.u.& ciascuna delle tre superficie.d.r.s.q.&.t.p.sera equale alla superficie.d.e.(per la detta trigesima sesta del primo) dilche tutta la superficie.d.p.sera cosi multiplice alla superficie.d.e.si come la linea.f.p.alla linea.f.e.cioe treppia, & cosi vegnimo haver tolti li multiplici equalmente alla seconda & quarta. Hor comparando il multiplice della prima (cioe la linea.l.b.) al multiplice della seconda (cioe alla linea.f.p.) & lo multiplice della terza (cioe la superficie.n.b.) al multiplice della quarta (cioe alla superficie.d.p.) hanno quella similitudine che recerca la sopraiscritta diffinitione, cioe che se la linea.b.l.e' maggiore della linea.f.p.etiam la superficie.n.b.(per la trigesima sesta del primo) de necessita sera maggiore della superficie.d.p.& se la e minore,minore,& se la e equale,equale,perilche seguita che le due basis.b.c.&.e.f.& le due superficie.a.b.c.&.d.e.f.siano in vna proportione (per questa sopraiscritta diffinitione) che e il proposito. Si vede adonque che questa similitudine di eccedere,diminuire,& equalitare se piglia largo modo,& non se ha rispetto che tal eccedere, over diminuire sia ne secondo la quantita del eccesso,ne secondo la proportione, come vuol la seconda parte,ne etiam si debbe,ne si puo dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice cosi) Le continue proportionale sono quatro quantita,& la proportion della prima alla seconda,e si come della terza alla quarta quando li multiplici tolti come se propone,sera la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della terza al multiplice della quarta, perche si se diffineria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione verianno a restar equalmente ignote,exempli gratia,se io non so cognoscer in le quattro proposte quantita se quelle siano proportionale,manco sapro io cognoscer ne dimostrar tal cosa nelli quatro multiplici che son pur quattro quantita,vero e che vno tal senso se poria adimostrar per propositione (per esser demostrabile) & seria il converso della quarta propositione di questo,& se dimostraria per mezzo di questa seconda diffinitione, procedendo per lo converso modo della quarta di questo,reducendo lo adversario allo impossibile,ma per diffinitione non e a proposito. Et nota che questa sestima diffinitione parla alquanto piu correttamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in vna proportione, cioe la prima alla seconda,& la terza alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & terza cõparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino,over che insieme siano equali,over che insieme manchino, niente dimeno, in substantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al auttore fusse stato necessario a diffinire le quantita de continua proportionalita facilmente lui li poteva diffinire in questo loco rectamente,cioe per accidenti propii in questo modo.

Tre quantita si dicono haver proportionalita continua, quando che li duoi multiplici equalmente tolti alla prima & alla seconda comparati a altri duoi multiplici equalmente tolti alla medesima seconda & alla terza, siano simili in quanto al avanzare diminuire & equalizare.

In questa

Et questa diffinitione se porria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se porria demostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e terza, ma l'auttore non l'ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente basta per l'una e per l'altra.

Diffinitione. viii.

7 Le quantita, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Tradottore.

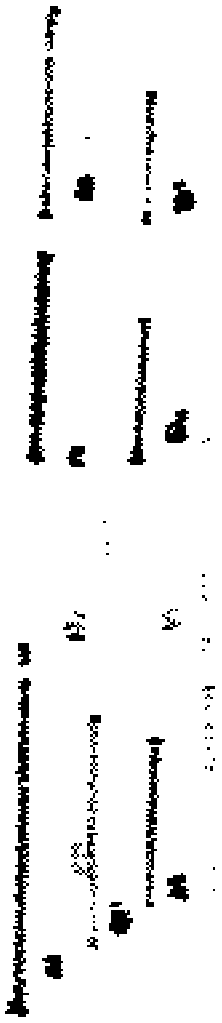
Exempli gratia, se la proportione della quantita .a. alla quantita .b. fusse si come della quantita .c. alla quantita .d. le dette quattro quantita seriano dette proportionale.

Diffinitione. ix.

8 Quando che seranno tolti li moltiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & chel multiplice della prima sopra auanzara il multiplice della seconda, & che lo moltiplice della terza non sopra auanzara il moltiplice della quarta, allhora la prima se dira hauere maggiore proportione alla seconda, che la terza alla quarta.

Il Tradottore.

Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua una espositione, la qual e par uno misto de doi varii commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ve ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di materie inutili e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non sa doue el se sia, per tanto acioche il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioe le parti che veramente parlano da quelle che non veramente dicono.
Diffinite le quantita proportionale il diffinisse le quantita disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale e la dissimilitudine delle proportioni, laqual cosa puo accadere in doi modi, ouero perche maggiore e la proportione della prima alla seconda, che della terza alla quarta, ouer perche e minore, e pero di quelle ne sono due specie, la prima, quando egli e maggiore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa e detta disproportionalita maggiore, & la seconda e quando che egli e minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & quella e detta disproportionalita minore, il diffinisse adonque quelle quantita, fra lequale e maggiore la proportione della prima alla seconda, che della terza alla quarta laqual e la maggiore disproportionalita, ma la diffinitione di quelle fra lequale e minor la proportione del la prima alla seconda che della terza alla quarta lui non l'ha posto, perche quella e manifesta per l'altra.
Quando adonque seranno quattro quantita delle qual fian tolti multiplici equalmente alla prima, & terza, & li multiplici equalmente alla seconda & .4. & che li multiplici della .1. & .2. cóparati insieme nó serã simili nel eccedere, diminuir, & equare



alli moltiplici della terza & della quarta queste quattro quantita seranno disproportionale, & sel moltiplice della prima sera maggiore del moltiplice della seconda & chel non sia necessario chel moltiplice della terza sia maggiore del moltiplice della quarta alhora sera maggiore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, perche in niun loco e maggiore la proportione della prima (di quattro quantita) alla seconda che della terza alla quarta, chel non achade sempre a trouare alcuni moltiplici equalmente tolti alla prima & alla terza liquali quando seranno comparati ad alcuni moltiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, se ritrouera il moltiplice della prima sopramontare al moltiplice della seconda, & lo moltiplice della terza non sopramontara il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno accader ritrouar questo chel non sia maggiore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantita disproportionale possono essere de diuersi generi (si come anchora le quantita proportionale discontinue, come sel se dicesse la proportione della .a. alla .b. e maggiore che della .c. alla .d. ma se la disproportionalita sera continua di necessita seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalita) come sel se dicesse maggiore e la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.

Il Tradottore.

LE soprascritte sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta diffinitione, & non accade di discriuere le parti che non rettamente parlano, perche volendole narrare a vna per vna, & volendole poi riprobare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno hauera acuto di uederle potra satisfarsi in essa prima tradottione latina.

Diffinitione .x.

9 Ma la proportionalita e constituita almanco fra tre termini.
9

DApoi che l'autor ha diffinito la proportione, & proportionalita & le quantita proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali puo star la proportionalita & non mette il massimo, perche questo non si puo assignare, perche qualunque proportione puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalita e necessario almanco due proportioni simili, imperoche la proportionalita e similitudine di proportione, & qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adunque qualunque proportionalita ha al manco dui antecedenti & dui consequenti, laqualcosa e impossibile farsi in manco di tre termini in liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & pero la proportionalita sera continua, per laqualcosa la proportionalita continua e constituida almanco fra tre termini, ma la discontinua non sera in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproportionalita, perche se la sera continua sera almanco fra tre termini, se la sera discontinua almanco fra quatro.

Diffinitione .xi.

10 Se seranno tre quantita continue proportionale, la proportione della prima alla terza se dira proportione duplicata della prima alla seconda.
10

L'Author diffinisse la proportione che e fra li estremi termini della continua proportionalita cognitiua in tre termini, & dice, che lei sera la proportione dello primo termine allo secondo, si come dello secondo allo terzo, che la proportione dal primo al terzo sera si come e dal primo al secondo duplicata, cioe composta di due tali, ouer (che e quasi medesimo) la proportione dal primo al terzo sera si come dal primo al secondo dupplicata, cioe in se moltiplicata, esempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, & siano continuamente doppii come. 1.2.4. & la proportione del primo al terzo sera si come la proportione del primo al secondo in se moltiplicata, & la proportione del primo al secondo e doppia, & la doppia in se moltiplicata produce vna quadrupla, onde la proportione delli estremi e quadrupla, cioe il doppio del doppio, ouer (secondo la prima espositione) la proportione delli estremi e si come la proportione del primo al secondo dupplicata, perche la quadrupla e composta de due dopple.

Il Tradottore.

EL Campano nella sopradetta espositione (se tal espositione e del Campano) commette piu errori, l'uno de quali e questo, che de diffinitione lui la retira in propositione, perche lui dice che Euclide dice che lei la proportione del primo termine al secondo sera si come del secondo al terzo che, la proportione del primo al terzo sera doppia a quella che e fra il primo il secondo, & io dico che Euclide non dice che la sia doppia a quello, anci lui diffinisse che la se dira doppia a quella, cioe che nelle cose seguente, ouer che per l'aduenire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffinisse in questa diffinitione e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vuol il Campano) la non seria diffinitione anci seria una propositione, & bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche non seria possibile a dimostrare che vna proportione fusse doppia a vna altra che non se sapesse prima come se intenda il doppio d'una proportione. Alcuno poria dire che egli e cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa, io rispondo che egli e vero in la quantita, ma non gia in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni non seguita ne risona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantita (massime de numeri) eccetto che nella proportione dopple, cioe che il doppio d'una proportione doppla fa vna quadrupla, si come anchora il doppio di .2. (numero) fa .4. quantita ma non seguita questo in alcun'altra specie di proportione, perche il doppio di vna tripla non fa vna sescupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa vna nonecupla, & similmente il doppio di vna quadrupla non fa vna ottupla anci fa vna sedecupla, & tutto questo se trouera cosi esser per la sopradetta diffinitione) e per tanto fu necessario a diffinire come si debbia intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hanno da dire, perche in vero se l'autor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se poria ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiare secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse vna sescupla, laqual cosa non seguita, come di sopra e detto, anchora per vn'altra ragione fu necessaria a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che lei sera dui triangoli simili che la proportione dell'uno all'altro e si come la proportione duplicata di qual si voglia lato dell'uno al suo relatiuo lato di l'altro, laqual cosa se dimostrara per mezzo di questa sopradetta diffinitione.

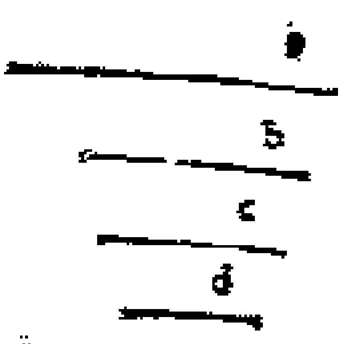
ANchora bisogna notare qualmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro Euclide le ha poste in specialita per le quantita continue e non per li numeri, & se cosi non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre

nel scriuere, nelli numeri, e pero queste non si doueriano esemplificare con nume-
ri ma con quantita continue, cioe con linee, vero e che lo esemplificare con nume-
ri molte volte gioua, & fa capire la cosa, ma molte volte e nocciua nelle propositio-
ni & dimostrationi geometrice, perche spesse volte il studente che vede con la e-
sperientia de numeri verificarse la propositione proposta, non si cura di intende-
re quella per demostratione, & non aduertisse ne considera che'l non se intende,
che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu det-
to in principio) l'altra spesse volte l'huomo che in tutte le cose se vol fondare so-
pra la esperientia de numeri, ouer che'l si confonde, ouer che el si inganna, massi-
me in quelle cose che si dicono in specialita per le quantita continue, & questo e
interuenuto al Campano sopra la settima & nona diffinition di questo (se tal espo-
sitioni son del Campano) perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri
verificarsi sempre nelli moltiplici quello che lui pensaua che volesse dire Euclide
(ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse isperimentato secondo che
Euclide diceua lui haueria trouato quello che il detto Euclide diceua) per il che
vi sopra giongie tante varie conditioni, nel sopra auanzare e diminuire di moltipli-
ci, & massime sopra la nona, similmente per fondarse totalmente sopra la esperi-
entia & accidenti de numeri non puol tolerare che la proportione della prima al
la terza di tre quantita continue proportionale, se dica dupplicata alla propor-
tione che e dalla prima alla seconda (come di sopra appare) perche la denomi-
natione di tal proportione, nelli numeri non risona allo audito si come il dop-
piamento di numeri, & pero vuole che la se dica in se moltiplicata, & non consi-
dera che nelle quantita continue non hauemo sempre notitia delle denomina-
tioni delle lor proportioni, per il che non se potemo gouernare in quelle per le sue
denominationi come se manifesta sopra la ottaua decimaquinta del libro & in mol-
ti altri luochi, ideo.

Diffinitione.xii.

11 Quando seranno quattro quantita continue proportionale, la pro-
10 portione della prima alla quarta se dira proportione della prima al-
la seconda triplicata.

Il Tradottore.



EL Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli mede-
simi errori della passata, cioe de diffinitione la retta la propositione, et simil-
mente per fondarse sopra il triplicare de numeri pare a lui che tal diffinitio-
ne non ben suoni chiamarla triplicata, anci pare a lui che responderia meglio
dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima
alla seconda in se da poi nel prodotto moltiplicata, ma vorria saper da lui con
che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dittare la migliore se-
sta proportione del medesimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le
cose superflue) esponeremo simplicemente la soprascritta diffinitione, dico adon-
que che hauendo Euclide nella precedente diffinitio come si debbia intendere il
doppio, ouer il dupplicare d'una proportione nelle quantita continue, al presen-
te in questa diffinitione, come si debbia intendere il treppio, ouer il triplicare d'una
proportione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che se le sara quattro
quantita continue proportionale che la proportione della prima alla quarta se
dira treppia a quella che e dalla prima alla seconda, exempli gratia, siano le quat-
tro quantita continue proportionale .a.b.c.d. & sia supposta la .a. prima la .b. secon-
da la .c. terza, & .d. quarta dice che la proportione della .a. alla .d. se dira per Euclide
per il treppio della proportione che e dalla .a. alla .b. cioe treppiata a quella, & cosi

si debbe

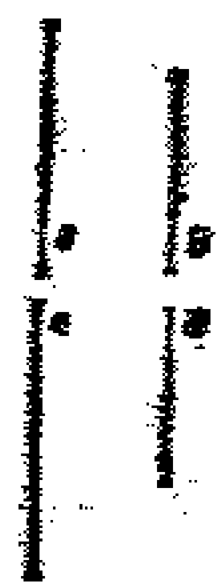
si debbe intendere il treplicato, ouer il treppio d'una proportione, perche secon do questo modo, & secondo questa diffinitione se intende & se dimostra la trigesi maseconda propositione del vndecimo libro.

Diffinitione.xiii.

12 Le quantita che sono in una proportione, lo antecedente al conse-
12.13 quente, & lo antecedente al consequente, se dira e contrario, si come lo consequente allo antecedente, cosi lo consequente allo antecedente similmente permutatamente, si come lo antecedente allo antecedente, cosi anchora lo consequente al consequente.

Il Tradottore.

Quiui l'auttor ne incomincia a diffinire le specie della proportionalita, le quale nella prima tradottione sono sette (abenche il Campano dica sei) ma nella seconda tradottione sono vndeci, la prima delle quale e detta (semplicemente) proportionalita, le altre dieci se dicono proportionalita, conuersa, permutata, congionta, disgionta, conuersa, equa, ordinata, inordinata, diretta, & peruersata, come nelle sequente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto breuita la prima, se conda, & tertia specie, & dice che le quantita che sono in vna proportione (cioe semplicemente proportionale) se intende lo antecedente al consequente, si come lo antecedente al consequente, cioe la prima alla seconda, si come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione se chiama antecedente, & lo secondo consequente, ma accio meglio me intendi, siano li quattro quantita. a. b. c. d. & sia supposto la. a. prima. b. seconda. c. tertia & d. quarta, hor dico che se li si concludesse (semplicemente) tai quantita esser proportionale, l'auttor vol che tal conclusione se intenda che lo antecedente. a. al suo consequente. b. sia si come lo antecedente. c. al suo consequente. d. (cioe la prima alla seconda esser si come la tertia alla quarta) & questa tal similitudine di proportione e detta semplicemente proportionalita, ma quando che il se concludesse (come si fa nel corrollario della quarta propositione di questo) che le dette quattro quantita fusseno proportionale al contrario, l'auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo consequente. b. allo suo antecedente. a. sia si come lo consequente. d. al suo antecedente. c. cioe della seconda alla prima come della quarta alla tertia, & tal similitudine di proportioni, (a differentia dell'altra di sopra detta) se adimanda proportionalita conuersa, ouero al contrario, ma quando che il se concludesse (come si fa nella sestadecima di questo) che le dette quattro quantita fusseno permutatamente proportionale, l'auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo antecedente. a. allo antecedente. c. sia si come il consequente. b. al consequente. d. cioe della prima alla tertia, esser si come della seconda alla quarta, & tal similitudine di proportioni (a differentia delle altre specie) e detta proportionalita permutata.

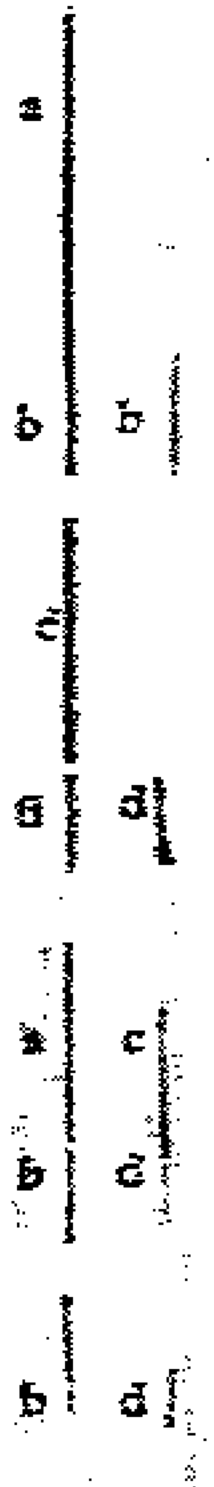


Diffinitione.xiiii.

13 Ma ogni volta che si come lo antecedente con il consequente al con
14 sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalita congionta.

Il Tradottore.

Quiui l'auttor diffinisse che ogni volta che il congionto del antecedente &



il conseguente al conseguente, habbia tal proportione come lo agionto d'un altro antecedente con el suo consequente, al ditto suo consequente (cioe che il agionto della prima quantita con la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo congionto della terza & quarta alla quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalita congionta, e pero quando che'l si concludesse (come si fa nella decimaottava di questo) che le sopra dette quattro quantita.a.b.c.d.fusseno congiontamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congionto della.a.& b. (insieme) alla.b.havere tal proportione, come il congionto della.c.&.d.alla.d.

Diffinitione.xv.

14 Ma la equal comparatione delli augumenti delli antecedenti sopra
15 li consequenti a essi consequenti se dice proportionalita disgionta.

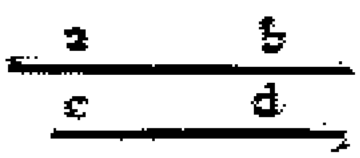
Il Tradottore.

Questa e quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, exempli gratia, se per caso fusse quattro quantita.a.b.prima.b.seconda.c.d.terza &.d.quarta, & che la proportione della.a.b. alla.b.fusse si come della.c.d.alla.d. & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tal quantita essere disgiontamente proportionale, l'author vuole che tal conclusione se intenda che la differentia che e dal antecedente.a.b.al suo consequente.b.(cioe la semplice.a.) a esso consequente.b.esser si come la differentia che e dal antecedente.c.d.al suo consequente.d. (cioe la semplice.c.) a esso consequente.d.& tal similitudine di proportioni se dice proportionalita disgionta.

Diffinitione.xvi.

15 La similitudine delle proportioni di qual si voglia antecedenti alli
16 suoi augumenti sopra li suoi consequenti, se dice proportionalita eversa.

Il Tradottore.



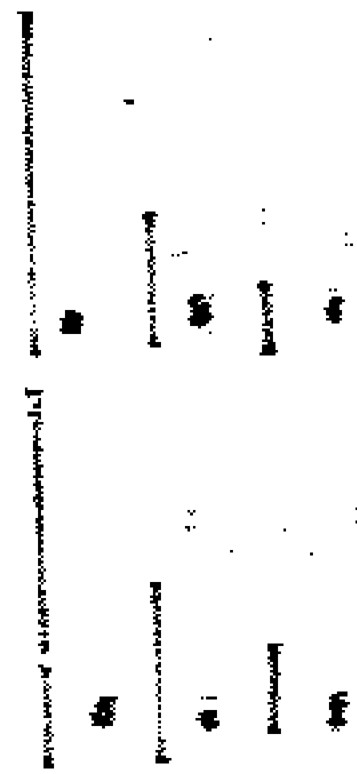
Exempli gratia, se la proportione della.a.b.alla.b.fusse si come della.c.d.alla.d.& che da questo il se concludesse tal quantita esser eversamente proportionale, l'author vuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello antecedente.a.b.alla semplice.a.(cioe alla differentia che e dalla.a.b. alla semplice.b.) esser si come la proportione dello antecedente.c.d.alla semplice.c. (cioe alla differentia che e dalla.c.d.alla semplice.d. (& tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalita eversa.

Diffinitione.xvii.

16 Proposte piu quantita, & altre secondo il medesimo numero, applica
17 te a due a due in una proportione, e remosso equal numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi e duoi estremi, se dice proportionalita equa.

Il tradottore

Il Tradottore.



L'Author dice che quando saranno proposte piu quantita dall'un lato, (come saria a dire per essempio le tre .a.b.c.) & altretante dall'altro (come saria a dir le altre tre .d.e.f. o siano del medesimo genere, over d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella vigesima secō da di questo) cioe che dalla .d. alla .e. fusse si come dalla .a. alla .b. & dalla .e. alla .f. si come dalla .b. alla .c. over per ordine contrario) come se propone in la vigesima tertia di questo) cioe che la proportione della .d. alla .e. fusse si come della .b. alla .c. & dalla .e. alla .f. si come dalla .a. alla .b. & che da questo se concludera (come si cō clude in la detta vigesima seconda & vigesima tertia di questo) che le dette quantita saranno proportionale in la equa proportionalita, l'Auttor vuole che tal conclusione s'intenda, che si diranno proportionali, cioe la proportione dalla .a. alla .c. esser si come dalla .d. alla .f.

Diffinitione .xviii.

18 La proportionalita e' ordinata quando che lo antecedente al consequente sera si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

Il Tradottore.

L'Auttore ne advertisse come si debbia intendere la proportionalita ordinata in dui ordini di quantita, essempli gratia, se la proportionalita della .a. alla .b. sera si come della .c. alla .d. (cioe lo antecedente .a. al suo consequente .b. si come lo antecedente .c. al suo consequente .d.) & che lo consequente .b. habbia tal proportione a un'altra cosa (ponianno alla .e.) si come lo consequente .d. a un'altra (poniamo alla .f.) si vuole che questa specie di proportionalita sia intesa ordinata,

Diffinitione .xix.

19 La proportionalita inordinata e quando l'antecedente al consequē te sera come l'antecedente al consequente, & il consequente a un'altra cosa, come un'altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Essempli gratia, essendo le quattro quantita .a.b.c.d. & che la .a. fusse supposta prima .b. seconda .c. terza, & .d. quarta, & che la proportione della antecedente .a. al suo consequente .b. fusse si come quella del antecedente .c. al suo consequente .d. & che da poi si ritrovasse, over approvasse che lo consequente .b. havesse tal proportione a un'altra cosa (poniamo alla .e.) si come havesse un'altra cosa (poniamo .f.) allo antecedente .c. tal proportionalita e detta inordinata.

Diffinitione .xx.

20 La proportionalita distesa e quando uno antecedente a un consequente sera si come uno antecedente a uno consequente, ma sera si

come lo consequente a unaltra cosa cosi lo consequente a una altra.

Il Tradottore.

Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decimaottaua (cioe alla proportionalita ordinata,) perche l'una e l'altra vole che la proportion d'uno antecedente al suo consequente sia si come d'un altro antecedente a uno altro consequente, & che il consequente primo sia a unaltra cosa si come lo secondo a unaltra cosa, che in vero ei non vol dire altro che se la proportione del antecedente .a. al suo consequente .b. sera si come lo antecedente .c. al suo consequente .d. ma sera si come lo consequente .b. a unaltra cosa (poniamo al .e.) si come lo consequente .d. a unaltra cosa (poniamo al .f.) come fu essemplificado sopra la decima ottaua, nondimeno la decima ottaua parla in genere, & questa in specie, perche in la proportionalita diffesa non solamente se intende che la proportione della .a. alla .b. sia si come .c. della .d. ma se intende che la sia anchora si come della .b. alla .e. & similmente della .d. alla .f. cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqualcosa in vero non vuol dire altro salvo che siano continue proportionale si le tre .a.b.e. come le tre .c.d.f. ma in una medesima proportione & in la proportionalita ordinata le due prime proportioni possono esser & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione .xxi.

o 21 Ma la proportionalita perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al consequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente, & si come nelle prime grandezze e il consequente a unaltra cosa cosi nelle seconde e unaltra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalita perturbata pare in sostantia simile alla decimanona, cioe alla proportionalita inordinata, perche l'una e l'altra dice che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantita, over grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime) a unaltra cosa, cosi sia unaltra cosa (in le seconde) all'antecedente, laqualcosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra salvo che se la proportione della .a. alla .b. sia si come della .c. alla .d. & che dal consequente .b. unaltra cosa (poniamo alla .e.) sia si come unaltra cosa (poniamo .f.) all'antecedente .c. come fu essemplificado anchora sopra la detta decima nona, niente dimeno la proportionalita inordinata e differente dalla perturbata, si come e della ordinata, alla diffesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, over diverse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportione dal .b. al .e. non basta che sia equale a quella che e dal .f. al .c. ma bisogna sia anchora equale a quella che e dal .a. al .b. over dal .c. al .d. (che e il medesimo) ma nella inordinata se intende largamente o siano simile, over diverse.

Il Tradottore.

Alcuno poria dire che fra la proportionalita diffesa, & la perturbata non gli e differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, si rispondo che in quanto alla similitudine delle proportioni non gli e differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantita sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, niente dimeno lo argumentare per il modo della dritta e differente da quello dalla perturbata, perche il modo del dire e del argumentare della dritta procede rettamente secondo l'ordine delle prime supposte quantita, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempii appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna advertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle sopra scritte specie di proportionalita, cioe conversamente, permutatamente, congiontamente, disgiontamente, eversamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, &c. se applicano & usano anchora alle quantita disproportionale, & questo se manifesta dall'authore nella vigesima sesta propositione di questo, & nelle altre sequente, perche nella detta vigesima sesta l'author conclude che le quattro quantita proposte in quella seranno conversamente disproportionale, & nella vigesima settima conclude il medesimo permutatamente, & nella vigesima ottava conclude pur il medesimo congiontamente, & nella vigesima nona disgiontamente, & nella trigesima eversamente, & nella trigesima prima equalmente nelle quantita ordinatamente disproportionale (quantunque l'author nol dica) & nella trigesima seconda nelle quantita inordinatamente disproportionale, come al suo loco si potra vedere.

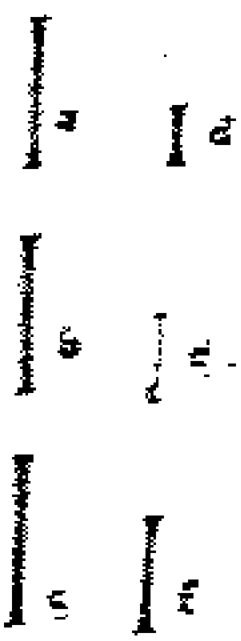
Il Tradottore.

Anchora bisogna notare qualmente tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima tradottione nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che dove nella prima dice quantita, nella seconda dice grandezza, over grandezze, la differentia di quai vocaboli, over nomi e questa, che questo nome quantita e nome generale per il qual se intende ogni specie di quantita o sia continua, over discreta, & questo nome grandezza, e nome speciale il quale se aspetta solamente alla quantita continua, & abenche credo che tutto quello che l'author propone in questo quinto libro lui lo proponi semplicemente per le quantita continue (benche il medesimo se verifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano stato molte propositioni che lui propone, over replicate nel settimo, niente dimeno per esser questo nome quantita piu usitato tra vulgari che grandezza, quantita e non grandezza nella nostra tradottione havemo tradotto, over detto, noi havemo usato piu li vocaboli, cioe il dire, over il proferir della prima tradottione che della seconda.

Theorema prima. Propositione prima.

1 Se seranno quante quantita si voglia equalmente multiplice de al
1 tre tante, over de una in una equale, egli e necessario si come e una di quelle alla sua compagna cosi esser anchora tutto lo aggregato da quelle a tutte quelle pur aggregate insieme.

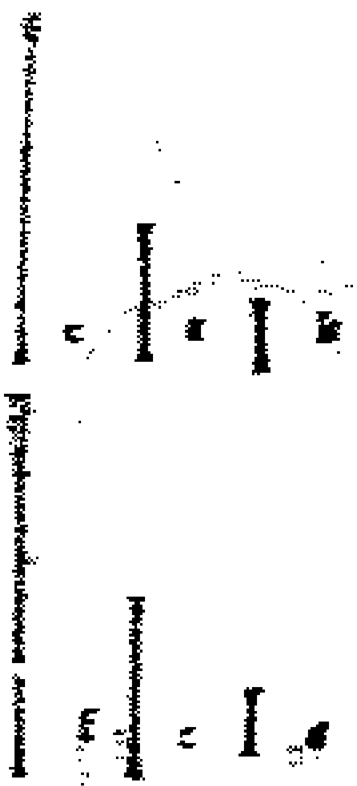
Siano quante si voglia quantita (poniamo .a.b.c.) dell'altre tante (lequale siano .d.e.f.) equalmente multiplice (ciascuna alla sua compagna) overo che a una per una sian equale, cioe in questo modo, che si come la .a. e multiplice alla .d. cosi sia la .b. multiplice alla .e. similmente la .c. multiplice alla .f. over che se la .a. e equale alla .d. che similmente la .b. sia equale alla .e. & similmente la .c. alla .f. di



co che si come che e la.a. alla.d.cosi sera la aggregato de tutte le prime (lequal le sono.a.b.c.) allo aggregato de tutte le seconde lequal sono.d.e.f.& sera tutta per una sono equale egli e manifesto il proposito per questa commune scientia, se a cose equale sera aggionto cose equale, le summe seranno anchora equale, essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice divise quelle secondo la quantita delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della.a. & della prima parte della.b.& della prima parte della.c.sera equale allo aggregato delle.d.e.f. (per la predetta commune scientia agiutando con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantita.a.b.c. sera pur equale allo medesimo aggregato delle.d.e.f.& cosi delle altre, & perche questo potra esser fatto tante volte, quante che la.d.sia contenuta in la.a.seguita che lo aggregato delle.d.e. f.tante volte sia contenuto in lo aggregato delle.a.b.c.quante volte la.d.sia contenuta dalla.a.perche adonque quante volte la.d.numera la.a.tante volte lo aggregato delle.d.e.f.numera lo aggregato delle.a.b.c.egli e manifesto che si come la.a.e' multiplice alla.d.cosi e lo aggregato delle.a.b.c.allo aggregato delle.d.e. f.che e il proposito.

Theorema .ii. Propositione .ii.

2 2 Se seranno sei quantita delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmente multiplice, & la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composto della prima, & della quinta alla seconda, & il composto della terza, & della sesta alla quarta conviene esser equalmente multiplici.



Siano sei quantita.a.prima.b.seconda.c.terza.d.quarta.e.quinta.f.sesta.& sia la.a.& la.c.equalmente multiplice alla.b.& alla.d.& anchora la.e.& la.f.siano equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della.a.& e.e' multiplice alla quantita.b.cosi tutto lo aggregato della.c.& f.e' multiplice alla quantita.d.perche il numero secondo il quale la.b.e' contenuta dalla.a.e' equale al numero secondo il quale la.d.e' contenuta dalla.c.similmente anchora, il numero secondo il quale la.b.e' contenuta dalla.e.e' equale al numero secondo il quale la.d.e' contenuta dalla.f.(per commune scientia, che e se a cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secondo il quale la.d.e' contenuta dallo aggregato della.a.& e.sera equale al numero secondo il quale la.d.e' contenuta dallo aggregato della.c.& f. per laqual cosa si come che lo aggregato della.a.& e.e' multiplice alla.b.cosi e lo aggregato della.c.& f.multiplice alla.d. che e il proposito.

Theorema .iii. Propositione .iii.

2 5 Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno equalmente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.

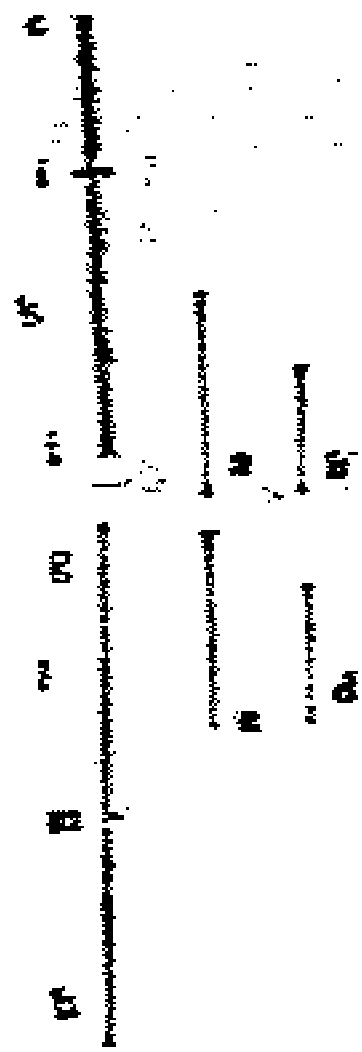
Siano sei quantita.a.prima.b.seconda.c.terza.d.quarta.e.quinta.f.sesta, e sia la.a.alla.b.& la.c.alla.d.equalmente multiplice, & anchora la.e.alla.a.& la.f. alla.c.equalmente multiplice, dico che si come che la.e.e' multiplice alla.b.cosi e

la.f.alla

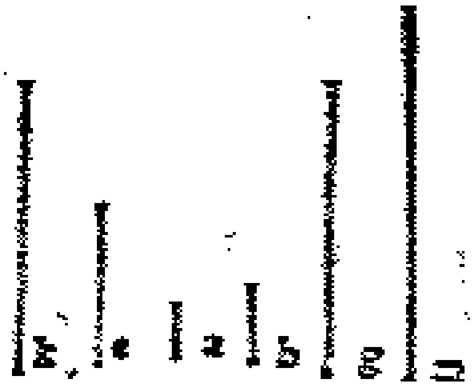
la .f. alla .d. perche se la sera divisa la .e. secondo la quantita della .a. e sia similmente divisa la .f. secondo la quantita della .c. & (per la equalita delle parti della .e. alla .a. & delle parti della .f. alla .c.) sera che qual si voglia delle parti della .e. sia cosi multiplice alla .b. si come qual si voglia delle parti della .f. alla .d. perche adonque si come che la prima parte della .e. e multiplice alla .b. cosi e la prima parte della .f. multiplice alla .d. & anchora si come che la seconda parte della .e. e multiplice alla .b. cosi e la seconda della .f. alla .d. adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della .e. seran cosi multiplice alla .b. si come lo aggregato delle due prime parti della .f. alla .d. & perche anchora la parte terza della .e. (se gli sera alcuna terza parte) e cosi multiplice alla .b. si come che la terza della .f. alla .d. (per la medesima precedente) seguira che tutto lo aggregato delle tre prime parti della .e. sia cosi multiplice alla .b. si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della .f. alla .d. & cosi se fussено piu parti della .e. & della .f. componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime concludendo che si come che la .e. e multiplice alla .b. cosi e la .f. alla .d. (per la precedente) tolta tante volte quante parti siano state della .e. overo della .f. manco una, & cosi e manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Anchora per un'altro modo sia il primo termine .a. del secondo .b. & similmente il terzo .c. del quarto .d. equalmente multiplice (hor poniamo doppio) & siano tolti li duoi termini .e.f. & .g.h. equalmente multiplici del .a. & del .c. (hor poniamo treppli) dico che il termine .e.f. del .b. & lo .g.h. del .d. sono equalmente multiplici, perche la .e.f. del .a. & la .g.h. del .c. son equalmente multiplici, adonque quante quantita sono nel .e.f. equale alla quantita .a. tante anchora ne sono nella quantita .g.h. equale alla quantita .c. sia adonque divisa .f.e. in quantita equale alla .a. cioe in .e.i.i.k. & .k.f. (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente .g.h. in quantita equale alla .c. cioe in .g.l.l.m. & .m.h. che seranno par per numero tre si come quelle della .f.e. (per esser presupposte equalmente multiplici) & perche la quantita .a. della .b. & la quantita .c. della .d. sono equalmente multiplice, & perche la .e.i. e equale alla .a. & la .g.l. alla .c. adonque la .e.i. della .b. & la .g.l. della .d. sono equalmente multiplice, & per questa medesima ragione la .i.k. alla .b. & la .l.m. alla .d. seranno equalmente multiplice, & similmente la .k.f. & la .m.h. adonque queste sei quantita seranno, .e.i. prima, .b. seconda, .g.l. terza, .d. quarta .i.k. quinta, & .l.m. sesta delle quale la prima .e.i. alla seconda .b. & la terza .g.l. alla quarta .d. sono equalmente multiplice, & la quinta .i.k. alla seconda .b. & la sesta .l.m. alla quarta .d. sono similmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioe tutta la quantita .e.k.) alla seconda .b. & lo congionto della terza & della sesta (cioe tutta la quantita .l.m.) alla quarta .d. seranno equalmente multiplice (per la precedente propositione) anchora haveremo sei quantita, cioe .e.k. prima alla .b. seconda, & la .g.m. terza alla .d. quarta equalmente multiplice, & la .k.f. quinta alla .b. seconda, & la .m.h. sesta alla .d. quarta, pur equalmente multiplice, tutto il congionto della prima & della quinta (cioe tutta .e.f.) alla .b. & tutto il congionto della terza & della sesta (cioe tutta la .g.h.) alla .d. (per la medesima precedente) seranno equalmente multiplice, & cosi se andaria procedendo quando che gli fusse piu parti, cioe che la .e.f. alla .a. & la .g.h. alla .c. fussено stati equalmente quadrupli, overo quincupli, overo di altra multiplicita, che e il proposito.



Theorema.iiii. Propositione.iiii.



4 Se la proportione del primo al secondo sera si come del terzo al
4 quarto, & siano assignati li multiplici tolti equalmente al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo & al quarto, seranno li assignati multiplici nello medesimo ordine proportionali.

Sia la proportione del.a. primo al.b. secondo si come del.c. terzo al.d. quarto, & siano tolti.e. al.a.&.f. al.c. equalmente multiplici, & anchora.g. al.b. &.h. al.d. equalmente multiplici, dico che la proportione dal.e. al.g. e si come dal.f. al.h. siano tolti.k. al.e.&.l. al.f. equalmente multiplici, & anchora.m. al.g.&.n. al.h. equalmente multiplici, & perche.e.&.f. sono equalmente multiplici al.a.&.al.c. & similmente.k.&.l. equalmente multiplici al.e.&.al.f.(per la precedente).k.&.l. seranno equalmente multiplici al.a.&.al.c.(per la medesima) anchora.m.&.n. seranno equalmente multiplici al.b.&.d. per la qual cosa el.k. al.m.&.l. al.n. (per il conuerso della diffinitione della proportionalita discontinua) quelli seranno simili nel aggiongere, minuire & equalitate, adonque perche.k.&.l. sono equalmente multiplici al.e.&.al.f.& anchora.m.&.n. sono pur equalmente multiplici al.g.&.h.(per la diffinitione della proportionalita discontinua) la proportione del.e.al.g.e si come del.f.al.h. che e il proposito.

Lema, ouero assumptione.

5 Adonque per essere stato dimostrato che se la.k. eccede la.m. si
4 milmente la.l. eccede la.n. & se e equale, e equale: & se e minore, e minore, & per questo dalla.g. alla.e. sera cosi come dalla.h. alla.f.

Correlario.

2 Da qui e manifesto che se quattro grandezze seranno proportionale
4 anchora al contrario seranno proportionale.

Theorema.v. Propositione.v.

5 Se seranno due quantita delle quale una sia parte dell'altra, & sia
5 sminuido dall'una e l'altra la medesima parte, il rimanente al rimanente, & il tutto al tutto, seranno equalmente multiplici, ouero in questo altro modo, se la sera aliquota il restante del restante, sera ta

le parte

le parte quale e il tutto del tutto.

SIa la quantita.a.b.tal parte della quantita.c.d.qual e la.e.b.della medesima a.b.& sia tratta la quantita.a.b.dalla quantita.c.d.& sia il residuo la.f.c.onde la.f.d.sera equale alla.a.b. sia anchora similmente tratta la.e.b. dalla quantita a.b.& sia il residuo la.e.a.dico che qual parte e la quantita.a.b. della quantita.c.d.tal e la quantita.a.e.della quantita.c.f. perche conciosia che la. f.d.sia equale alla.a.b.la detta.f.d.sera cosi multiplice alla.e.b.si come che e la.c.d.multiplice alla.a.b.ponero adonque la.d.g.cosi multiplice alla.a.e.si come che la.f.d.e multiplice alla.e.b.(& per la prima di questo) la quantita.f.g.sera cosi multiplice alla.a.b.si come che la.f.d.e multiplice alla.e.b.& perche la.c.d. fu supposta cosi multiplice alla.a.b.si come la.f.d.fu multiplice alla.e.b.l'una e l'altra delle due quantita.c.d.&.f.g.sera equalmente multiplice della quantita.a.b.per la qual cosa (per commune scientia) le due quantita.c.d.&.f.g.sono equale fra loro, adonque levando via dall'una & dall'altra di quelle la quantita.f.d.restara la.c.f.equale alla.d.g.& perche la.d.g.fu cosi multiplice alla.a.e.si come che e la.f.d.alla.e.b.e pero e si come la. a.b. alla. e.b. per la qual cosa, & si come la.c.d.alla.a.b.sera adonque la.c.f.cosi multiplice alla.a.e.si come che e tutta la.c.d. di tutta la.a.b.che e il proposito.

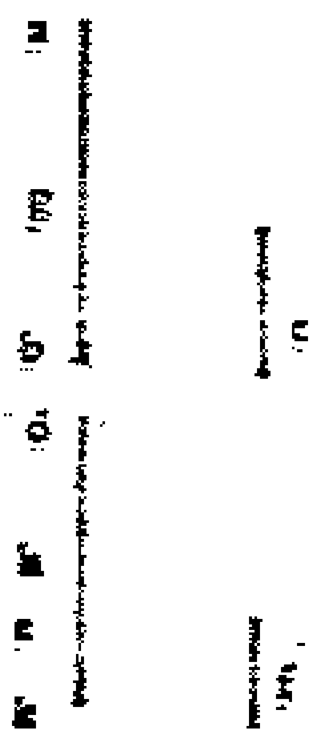
Il Tradottore.

EL testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine sera equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo sera cosi multiplice come e il tutto al tutto, la qual propositione e piu generale della sopra scritta, perche quella non stringe che la.e.b.sia la medesima parte de.a.b.quale e la. a.b. della.c.d. pur che la detta.e.b. sia tal parte della parte.f.d. quale e la. a.b. della.c.d. conclude che'l residuo.e.a.sera la medesima parte e tutta la. a.b.di tutta la.c.d.conclude che'l residuo... la qual cosa medesimamente se demostra tollendo per la.g.d.tre del residuo.&c. (per la prima di questo) se concludera la.g.d.essere come di sopra, & seguite equale alla.c.f.

Theorema.vi. Propositione.vi.

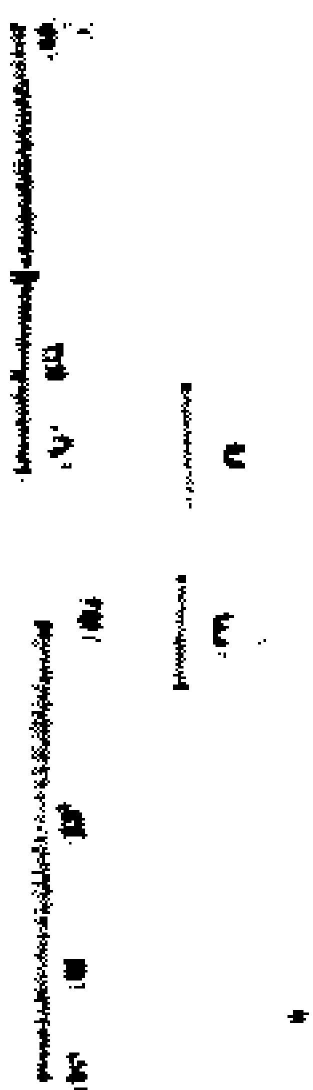
6 Se seranno due quantita equalmente multiplice a due altre, &
6 siano sottratte le due minore dalle due maggiore, cioe l'una & l'altra dalla sua multiplice, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, overo equalmente multiplici, overo a quelle equali.

SIano le quantita, cioe la.a.b.alla.c.& la.d.e.alla.f.equalmente multiplice & siano sottratte la.c.dalla.a.b.& la.f.dalla.d.e.& siano li residui della.a.b.la.a.g.&(della.d.e.) la.d.h.per il che.la.g.b.sera equale alla.c.& la.h.e.equale alla.f.dico che li duoi residui.a.g.&.d.h.overo che seranno equali alle due quantita.c.&.f.overo che seranno a quelle equalmente multiplice, sia adonque primamente la.a.g.equale alla.c.dico che la.d.h.e equa



le alla .f. & per dimostrare questo io torò la quantita .e.K. equale alla .f. & per la precedenti presupposita seguiria che tante volte la .f. sia in la .K.h. quante volte la .c. e in la .a.b. per la qualcosa si come che la .a.b. e multiplice alla .c. cosi la .h.K. e multiplice alla .f. & cosi anchora la .d.e. era multiplice della medesima .f. adonque (per commune scientia) la .h.K. sera equale alla .d.e. adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantita .h.e. restara la .d.h. equale alla .e.K. per la qualcosa sera equale alla .f. che e il proposito, ma se la .a.g. sera multiplice alla .c. ponero la .e.K. che sia similmente equalmente multiplice alla .f. & seguira come prima che tante volte la .f. sia in la .h.K. quante volte la .c. sia in la .a.b. & tante volte era anchora in la .d.e. adonque come prima sera la .d.e. equale alla .h.K. & la .d.h. alla .e.K. per la qualcosa si come che la .a.g. e multiplice alla .c. cosi e la .d.h. multiplice alla .f. che e il proposito, a demostrare il medesimo altramente, sia cosa che la quantita .a.b. contenga la quantita .c. per quel medesimo numero secondo il quale la quantita .d.e. contiene la quantita .f. levando adonque via da quel tal numero la unita, remanera over la unita, over il numero secondo che la .a.g. contiene la .c. & che la .d.h. contiene la .f. adonque egli e manifesto le quantita .a.g. & .d.h. overo essere equale, overo equalmente multiplice alle quantita .c. & .f.

Il Tradottore.



SE le doe quantita .a.b. & .d.e. seranno equalmente dopple alle doe quantita .c. & .f. (come nel primo essempio appare) sotratto le doe minore dalle doe maggiore (cioe la .c. dalla .a.b. & la .f. dalla .d.e.) li duoi rimanenti, cioe .a.g. & .d.h. sera equali alle dette parti, cioe lo rimanente .a.g. sera equali alla quantita .c. & lo .d.h. alla .f. ma se le dette doe quantita .a.b. & .d.e. seranno pur equalmente multiplice alle dette .c. & .f. ma in altra maggiore multiplicita che doppia, sotratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, exempli gratia, se le dette doe quantita .a.b. & .d.e. fusseno state equalmente tripple alle dette doe .c. & .f. (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette doe minore dalle dette doe maggiore li duoi residui seranno equalmente doppij, alle dette due parti, cioe lo residuo .a.g. sera doppio alla .c. & lo .d.h. alla .f. (come nella detta seconda figuratione appare) & conseguitamente in ogni altra maggiore multiplicita, exempli gratia, se le dette quantita .a.b. & .d.e. fusseno state equalmente quadruple alle dette doe .c. & .f. li duoi rimanenti .a.g. & .d.h. seriano stati equalmente tripple alle dette .c. & .f. & se fusseno stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

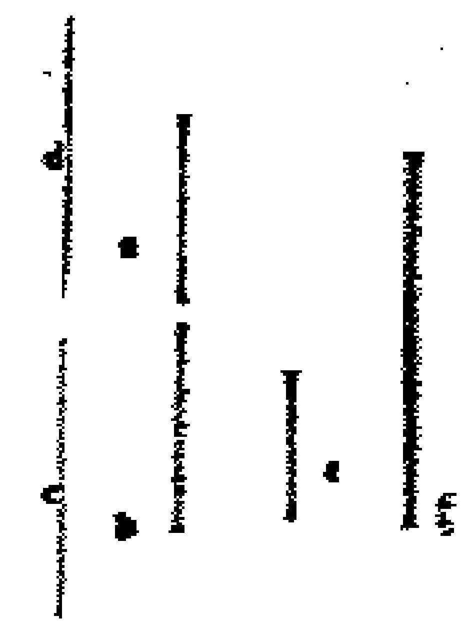
Theorema .vii. Propositione .vii.

7 Se due quantita equale seranno, comparate a quale si voglia quantita, di quelle a quella sera una medesima proportione, & similmente da quella a quelle sera una medesima proportione.

SIano le due quantita .a. & .b. equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come seria alla .c.) dico che la proportion ch'e dalla .a. alla .c. e la medesima che

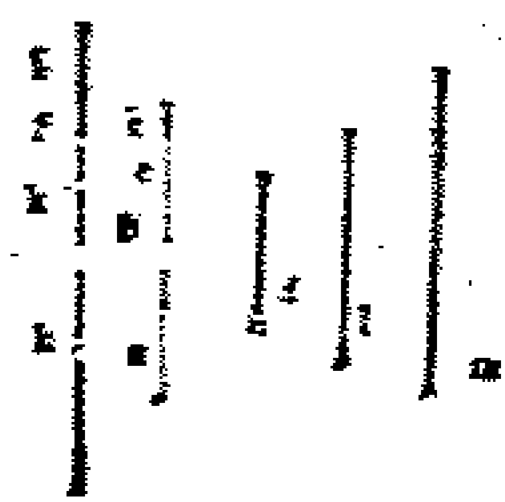
e dalla

e dalla. b. alla. c. & similmente la proportione che e dalla. c. alla. a. e simile a quella che e dalla. c. alla. b. la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la. c. sia consequente alla. a. (prima) & alla. b. (terza) quella sera in ragione di seconda e quarta, pigliaro adonque la. d. alla. a. prima & la. e. alla. b. terza equalmente multiplice, & pigliaro la. f. per quale multiplice mi pare di multiplici della. c. laquale e seconda & quarta, & perche la. a. & la. b. (della quale li soi multiplici soli equalmente sono. d. & e.) sono posti equale, seguira questo che se la. d. sera diuisa secondo la quantita della. a. & similmente la. e. secondo la quantita della. b. che le parti dell'una e dell'altra siano di numero & di quantita equale, di numero per il presupposito per la equalita della multiplicatione dell'una e l'altra, ma di quantita (per questa commune sententia repetita tante volte quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, perche adonque la prima delle parti della. d. e equal alla prima delle parti della. e. & la seconda alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la. d. quante sono in la. e. (per la prima di questo) la. d. sera equale alla. e. per laqualcosa se due quantita equale seranno comparate a qualsia terza quantita (per commune sententia) ouer che ambedue le quantita. d. & e. sono maggiore della. f. ouer minore, ouero equale, adonque (per la sexta diffinitione) la proportione della. a. prima alla. c. seconda sera come quella che e dalla. b. terza alla. c. quarta, che e il proposito. la seconda parte se la approueremo per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la. c. come prima & terza & la. a. seconda & la. b. quarta, & conciosia che la quantita f. laquale e equalmente multiplice alla prima & alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equalitare delle quantita. d. & e. lequale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguira (per la medesima diffinitione) che la proportione della. c. prima alla. a. seconda sia si come della. c. terza alla. b. quarta, che e il secondo proposito.



Theorema. viii. Propositione. viii.

Se due quantita inequale seranno proportionate a una quantita, certamente la maggiore obtignara maggiore proportione, & la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore sera maggiore, & alla maggiore sera minore.



Siano due quantita inequale. a. & b. c. & sia maggior la. b. c. & siano proportionate a una medesima quantita laqual sia. d. dico che la proportione della. b. c. alla. d. e maggior di quella che e dalla. a. alla. d. & per il contrario maggior e quella della. d. alla. a. che della. d. alla. b. c. & per approuar la prima parte io ponero la. e. b. equale alla. a. & multiplicaro tante volte la. e. c. che ne peruenga una quantita maggior della. d. & quella sia la. f. g. & tutta la. k. f. cosi multiplice alla. b. c. & similmente la. h. cosi multiplice alla. a. si come la. f. g. e multiplice alla. e. c. & (per la prima di questo) la. h. sera cosi multiplice alla. a. si come che la. k. g. e multiplice alla. b. c. sera anchora la. h. equale alla. k. f. per questa causa che le subtemultiplice di quelle (le quale sono. a. & b. e.) sono state poste equale, anchora ponero che la. h. non sia minore della. d. ma equale, ouer maggiore, perche multiplicaro tante volte cadauna delle tre quantita. e. c. b. e. & a. equalmente che la. f. g. (multiplice della. e. c.) peruenga maggior della. d. & che la. h. (multiplice della. a.) non peruenga minore della medesima, & dapoi questo multiplicaro tante volte la. d. che ne peruenga quantita maggior della. h. & sia la. m. la prima quantita di multiplici della. d. che e maggior della. h. sono della. d. e tolta l'altra maggiore multiplice della. d. (ouero la equale a quella se per caso la. m. fusse la prima in l'ordine di multiplici della. d.) la quale sia la. l. & seguira che la. l. non sia maggior della. h. della

m. sera composta della .d. & .l. per questa causa che ogni multiplice e composto del prossimo precedente multiplice, & del sempio (come e il treppio, el qual e composto del doppio & dal sempio) eccetto il primo multiplice (cioe il doppio) il quale e solamente composto da duoi sempii, perche adonque la .h. e equale alla .k. f. la detta .k. f. non sera minore della .l. adonque la .k. f. insieme con la .d. non fanno meno che la .l. & .d. per laqual cosa non fanno meno che .m. & perche la .f. g. e maggiore della .d. la .k. g. sera maggiore della .m. adonque intendero la quantita .b. c. prima, la .d. seconda, la .a. terza, & la .d. quarta, & perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmente, cioe la .k. g. & la .h. similmente anchora alla seconda & quarta sono per tolti li multiplici equalmente, cioe uno medesimo in ragione de duoi, il quale e la .m. & la .k. g. (multiplice della prima) soprauanza, ouero eccede la .m. multiplice della seconda, & la .h. (multiplice della terza) non soprauanza, ouer eccede la .m. multiplice della quarta, (per la diffinitione della maggior disproportionalita) la proportione della .b. c. prima alla .d. seconda sera maggiore che della .a. terza .d. quarta, che e il primo proposito. il secondo tu lo approuarai per la medesima diffinitione, per contrario ordine intendendo che la .d. sia prima & terza, & la .a. seconda, & la .b. c. quarta, & perche la .m. (multiplice della prima) eccede, ouer soprauanza la .h. (multiplice della seconda) & la .m. (multiplice della terza) non soprauanza la .k. g. (multiplice della quarta) per la qual cosa maggior proportione e della .d. alla .a. che della .d. alla .b. c. che e il secondo proposito, & dal modo di questa dimostratione si manifesta la sufficientia della diffinitione della maggior disproportionalita posta dall'auttor in principio di questo quinto libro, perche in niun luoco e maggior la proportione della prima (di quattro quantita) alla seconda che della terza alla quarta che'l non accasca sempre trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla terza, li quali quando seranno comperati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouera lo multiplice della prima soprauanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprauanzare lo multiplice della quarta, & questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostrassimo di sopra sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quantita .d. fusse tre, & che le quantita .h. fusse .14. el primo multiplice della .d. che eccedesse la .h. (cioe la .m.) seria il quintuplo (cioe quindeci) & la .l. seria il quadruplo (cioe dodeci) ma se la .h. fusse solamente cinque la .m. seria il doppio della .d. (cioe sei) & la .l. seria equale alla .d. anchora bisogna notare che'l primo di multiplici de una quantita se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, & essa prima quantita se chiama il sempio.

Theorema .ix. Propositione .ix.

9 Se la proportione di alcune quantita a una quantita sera una me-
9 desima, egli e necessario quelle quantita esser equale, & se la proportione dell'una a quelle sera una medesima similmente egli e necessario quelle esser equale.

Sia la proportione della due quantita .a. & .b. alla quantita .c. una medesima, dico quelle esser equale, & al contrario se la proportione della .c. all'una e l'al-

tra di

na di quelle sera vna medesima, dico similmente quelle esser equale, questa e al contrario della settima, il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) ponemo se possibile e che vna di quelle sia maggiore poniamo la .a. (per la prima parte della precedente) la proportione della .a. alla .c. sera maggiore che quella della .b. alla .c. che e contra il presupposito, il secondo anchora e manifesto perche se la .a. e maggiore della .b. (per la seconda parte della precedente) la proportione della .c. alla .b. sera maggiore che alla .a. la qual cosa e anchora contra il presupposito.

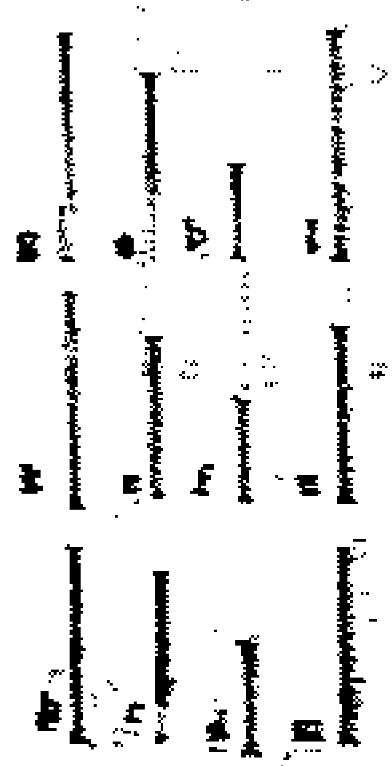
Theorema .x. Propositione .x.

10 Se la proportione dell'una di due quantita ad alcuna quantita sa
10 ra maggiore, quella quantita e necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima sera maggiore egli e necessario quella esser minore.

SE la proportione della .a. alla .c. sera maggiore di quella che e della .b. alla .c. dico la .a. esser maggiore della .b. & se la proportione della .c. alla .b. sera maggiore di quella che e della detta .c. alla .a. allhora dico la .a. esser maggior della .b. (questa e al contrario della ottaua) il primo proposito e manifesto (per la prima parte della settima, & per la prima parte della ottaua) perche (per la prima parte della settima) la .a. non sera equale alla .b. ne anchora minore (per la prima parte della ottaua) il secondo e manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema .xi. Propositione .xi.

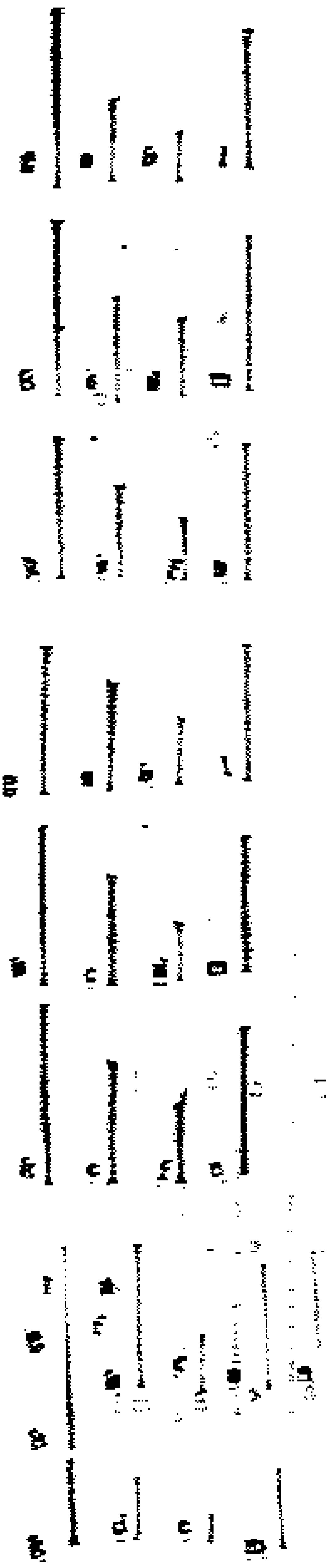
11 QVelle proportioni che a una medesima proportione seranno e
11 quale egli e necessario che fra loro siano equale.



QVesta propositione (che Euclide nel principio del primo libro la connumero fra le comune sententie) quelle cose che a vna medesima cosa son equale anchora fra loro sono equale (come le intende nella quantita) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni. Sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni, che sono della .a. alla .b. & della .c. alla .d. equal alla proportione che e dalla .e. alla .f. dico le proportioni che sono dalla .a. alla .b. & dalla .c. alla .d. esser fra loro equale, & per dimostrar questo io toro la .g. alla .a. & la .h. alla .c. & la .k. alla .e. equalmente multiplice, e anchora la .l. alla .b. & la .m. alla .d. & la .n. alla .f. equalmente multiplice, & perche (per il presupposito) la proportione della .a. alla .b. e si come della .e. alla .f. & similmente si come della .c. alla .d. seguita (per la conuersione della settima diffinitione tolta due volte) che se la .k. excede la .n. che la .g. excedera la .l. & la .h. la .m. & se la .K. mancha della .n. che la .g. mancara della .l. & la .h. della .m. & se la .K. e equale alla .n. che la .g. sera equale alla .l. & la .h. alla .m. perche adonque la .g. alla .l. & la .h. alla .m. sono simile nel aggiongere, diminuire & equalitare per mezzo della .k. & .n. (per la settima diffinitione) la proportione della .a. alla .b. sera si come della .c. alla .d. che e il proposito.

Theorema .xii. Propositione .xii.

12
12 Se la proportione del primo termine al secodo sera si come del terzo



al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo sera maggiore che dal quinto al sesto.

SImilmente (come in la precedente) quel che quivi dimostra in le proportioni in le quantita e possibile, cioe che se due quantita seranno fra loro equale, & qualunque quantita che l'una di quelle sera maggiore anchora l'altra sera maggiore di quella medesima, similmente questa se dimostra in le proportioni, come, exempli gratia, se la proportione della .a. alla .b. sia si come della .c. alla .d. & che la proportione della .c. alla .d. sia maggiore di quella che della .e. alla .f. anchora la proportione che e della .a. alla .b. sera maggiore di quella che e dalla .e. alla .f. & per dimostrar questo io torro la .g. alla .a. & la .h. alla .c. & la .k. alla .e. equalmente multiplici & anchora la .l. alla .b. & la .m. alla .d. & la .n. alla .f. equalmente multiplice, & perche per il presupposito, la proportione della .c. alla .d. e si come della .a. alla .b. & maggiore di quella della .e. alla .f. (per il converso della settima diffinitione) segue che se la .h. sopravanza la .m. che anchora la .g. sopravanzara la .l. & per il converso della diffinitione della maggiore disproportionalita non e necessario che la .k. sopravanzi la .n. adonque perche (per il mezzo della .h. & .m.) se la .g. sopravanza la .l. non e necessario che la .k. sopravanzi la .n. (per la diffinitione della maggiore disproportionalita) sera maggiore proportione della .a. alla .b. che della .e. alla .f. che e il proposito, anchora per simel modo ti approvarai che se la proportione della .a. alla .b. sia si come della .c. alla .d. & della .c. alla .d. minore che della .e. alla .f. similmente della .a. alla .b. sera minore che della .e. alla .f. conciosia che dalla .c. alla .d. sia minor proportione che dalla .e. alla .f. sera adonque la proportione della .e. alla .f. maggiore che della .c. alla .d. adonque (per la conversione della diffinitione della maggiore disproportionalita) se la .k. eccede la .n. non e necessario che la .h. ecceda la .m. & se la .h. non eccede la .m. la .g. non eccede la .l. adunque se la .k. eccede la .n. non e necessario che la .g. ecceda la .l. adonque (per la diffinitione della maggiore disproportionalita) la proportione della .e. alla .f. sera maggiore che della .a. alla .b. (per il contrario) adonque la proportione della .a. alla .b. sera minore che della .e. alla .f. che e il proposito (& per il modo della demostratione della ottava di questo, & da questa sera manifesto che se la proportione della prima (di quattro quantita) alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, gli essera sempre trovare alcuni multiplici equalmente tolti alla prima, & alla terza, liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trovera il multiplice della prima sopravanzare il multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non sopravanzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportione della .a.b. alla .c. maggiore che della .d. alla .e. io ponero adonque che la proportione della .a.f. alla .c. sia si come della .d. alla .e. (per questa duodecima & per la decima) la .a.f. sera minore della .a.b. hor poniamo che la .f.b. sia minore in la quantita .f.b. laqual multiplicato tante volte che ne pervegna una quantita maggiore della .c. laqual sia la .g.h. con questa conditione che la .d. multiplicata tante volte produca una quantita non minore della .e. (laqual sia la .l.g.) hor ponero che la .l.g. sia cosi multiplice alla .a.f. si come che la .g.h. e multiplice alla .f.b. overo la .k. alla .d. (per la prima di questo) la .l.h. sera cosi multiplice della .a.b. si come che e la .k. alla .d. da poi ponero che la .m. sia la prima quantita multiplice alla .e. che sia maggior della .k. & ponero la .n. cosi multiplice alla .c. si come che la .m. e multiplice alla .e. (per li precedenti presuppositi, & per la conversione della diffinitione proportionalita) la quantita .m. sera la prima di multiplici della .e. che sera maggiore della .l.g. ne la .l.g. sera minore della .e. adonque torro sotto alla .n. la maxima delle multiplice della .c. over a se equale (se per sorte la .n. fusse a prima di multiplici di quella) laqual sia la .o. & la .n. sera composta della .o. & della .c. adonque perche la .l.g. non e minore della .o. & la .g.h. e maggiore della .c. la .l.h. sera

maggiore

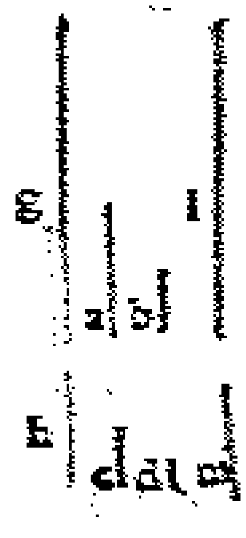
maggiore della .n. per laqualcosa essendo la .k. minore della .m. e manifesto il proposito.

Prouemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se li caso trouasse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla terza (di quattro quantita) li quali essendo comperati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che il multiplice della terza non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, laqualcosa si approua in questo modo, siano le quattro quantita .a. prima .b. seconda .c.d. terza .e. quarta & sia la .f. alla .a. & la .g. alla .c.d. equalmente multiplice, similmente siano la .h. alla .b. & la .k. alla .e. equalmente multiplice, & poniamo che la .f. ecceda ouer sopra auanci la .h. & che la .g. non sopra auanci la .k. dico che la proportione della .a. alla .b. e maggior che della .c.d. alla .e. & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seria equal, ouer minore e equal non po esser, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la .g. eccederia la .k. laqualcosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della .c.l. alla .e. si come della .a. alla .b. & (per la decima di questo) la .c.l. sera minore della .c.d. hor sia minor in la quantita .l.d. adonque ponemo la .m.n. che sia cosi multiplice alla .c.l. & la .n.p. cosi multiplice alla .l.d. si come che la .f. e multiplice della .a. (& per la prima di questo) la .m.p. sera cosi multiplice alla .c.d. si come che la .f. e multiplice della .a. adonque l'una e l'altra delle due quantita .m.p. & .g. e equalmente multiplice alla quantita .c.d. adonque quelle sono equale (perche questo se questa fu dimostrata in la settima di questo) & perche la .g. non e maggiore della .k. la .m.p. non sera maggiore della medesima .k. & (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalita) la .m.n. e maggiore della .k. impero che la .f. e maggiore della .h. adonque la .m.n. e maggiore della .m.p. che e impossibile, per laqualcosa rimane il proposito.

Theorema .xiii. Propositione .xiiii.

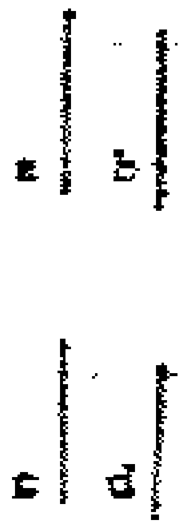
12 Se de quante si voglia quantita ad altre tante a una per una, sera una medesima proportione, tal proportione qual sera dell'una all'una quella medesima anchora sera de tutte quante le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

Quello che nella prima propose di multiplici, in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu commune di quella, perche ogni multiplicita e proportione, ma non e conuerso, cioe che ogni proportione non e multiplicita, sia adonque della .a. alla .b. & della .c. alla .d. & della .e. alla .f. vna proportione, dico che qual proportione e della .a. alla .b. la medesima e del composto della .a.c.e. al composto delle .b.d.f. & per dimostrar questo io toro la .g. alla .a. & la .h. alla .c. & la .k. alla .e. equalmente multiplice e similmente la .l. alla .b. & la .m. alla .d. & la .n. alla .f. equalmente multiplice, & sera (per la prima di questo) il composto delle .g.h.k. e cosi multiplice al composto delle .a.c.e. si come la .g. e multiplice alla .a. similmente (per la medesima) il composto delle .l.m.n. sera cosi multiplice al composto delle .b.d.f. si come la .l. e multiplice alla .b. & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalita (tolta due volte) se la .g. aggionge sopra la .l. la .h. aggiongera sopra la .m. & la .k. sopra la .n. & se la minuisse, minuisse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per commune sententia) se la .g. aggionge sopra la .l. il composto delle .g.h.k. aggiongera sopra il composto delle .l.m.n. & sel minuisse minuisse, & sel se equalia se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalita) la proportione della .a. alla .b. e si come del composto della .a.c.e. al composto delle .b.d.f. che e il proposito.



Theorema.xiiii. Propositione.xiiii.

14 Se quattro quantità saranno proportionale, & che la prima sia mag-
14 gior della terza, e necessario la seconda esser maggiore della quarta
ma se la sera minore e necessario esser minore, & se sera eq̃le equale.



Sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d. dico che se la.a.e maggiore della.c. la.b.sera maggior della.d. & se la e minor sera minor, & se la e equale sera equale, per che se la.a.sia maggiore della.c.sera (per la prima parte della ottaua di questo) maggior la proportione della.a.alla.d.che della.c.alla.d. per laqualcosa maggiore sera della.a.alla.d.che alla.b.adonque (per la seconda parte della decima di questo) la.b.sera maggior della.d.che e il proposito, ma se la.a.sia minore della.c.sera (per la prima parte della ottaua) minore proportione della.a.alla.d.che della.c.alla.d.per laqualcosa maggiore sera della.a.alla.b. che alla.d.adonq̃ (p la seconda parte della decima) la.b.sera minor della.d.ma si la.a.sia equale alla.c.sera (per la prima parte della settima) della.a.alla.d.si come della.c.alla.d.per laqualcosa della.a.alla.d.e si come alla.b.adonque (per la seconda parte della nona) la.b.sera equale alla.d.& cosi e manifesto il proposito.

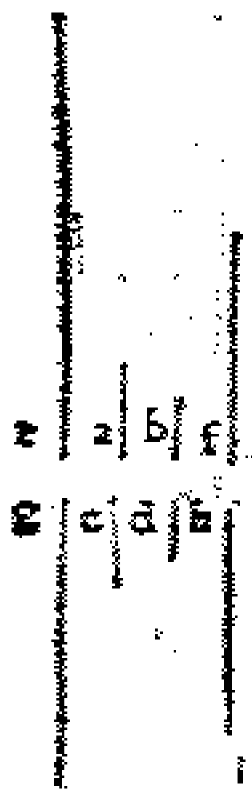
Theorema.xv. Propositione.xv.

15 Se ad alcune quantità saranno tolti li multiplici equalmente, la pro-
15 portione di multiplici, & quella di submultiplici sera una medesima.

Siano la.c.alla.a.& la.d.alla.b.equalmente multiplici, dico che la proportione laquale e della.a.alla.b.quella medesima e della.c.alla.d.sia diuisa la.c.secondo la quantità della.a.& la.d.secondo la quantità della.b.& sono tante le parti della.c.quante quelle della.d.& tante parte son in.c.quante in.d.& perche qual parte tu voi della.c.a qual parte tu voi della.d.e si come della.a.alla.b.sera (per la undecima di questo) della.c.alla.d.si come della.a.alla.b.che e il proposito.

Theorema.xvi. Propositione.xvi.

16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutata-
16 mente seranno proportionale.



Sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.dico che della.a.alla.c. sera si come della.b.alla.d.& questo e il modo de arguir, ilqual e detto proportione permutata, la demonstratione della quale cosi e manifestado tolto la.e.alla.a.& la.f.alla.b.equalmente multiplice e anchora la.g.alla.c.& la.h.alla.d.equalmente multiplice & sera (per la precedente) della.e.alla.f.si come della.g.alla.h.per laqualcosa (per la quartadecima) se la.e.aggionge sopra.g.& la.f.aggionge sopra la.h.& se la minuisse, la minuisse, & se la sequalia, la sequalia, adonq̃ (per la diffinitione della incontinua proportionalità) sera della.a.alla.c.si come della.b.alla.d.che e il proposito, ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.

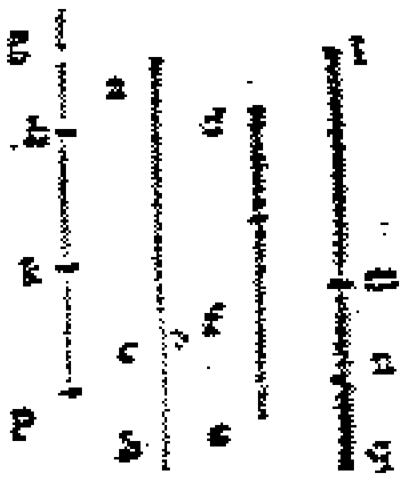
Theorema.xvii. Pripopositione.xvii.

17 Se le quantità congiontamente seranno proportionale quelle me-
17 desime anchora e necessario disgiontamente esser proportionale.

Demostrato

D-mostrato el modo di arguire ilqual se dice proportionalità permutata, hor

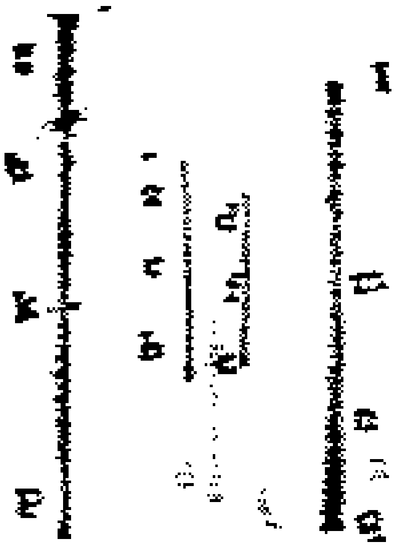
dimostra quello che se dice proportionalita disgionta, sia anchora la proportio
ne della.a.b.alla.b.c.si come della.d.e.alla.e.f.dico che della.a.c.alla.c.b.sera si
come della.d.f.alla.f.e.Et per dimostrare questo io toro la.g.h.alla.a.c.Et la.h.k.
alla.c.b.Et similmente la.l.m.alla.d.f.Et la.m.n.alla.f.e.equalmente multiplice,a
donque (per la prima di questo) la.g.k.e cosi multiplice alla.a.b.si come la.g.h.e
multiplice alla.a.c.Et la.m.l.cosi e multiplice alla.d.e.si come la.l.m.e multiplice
alla.d.f.Et per tanto (per li precedenti presupposti) la.g.k.e cosi multiplice alla
a.b.si come e la.l.n.alla.d.e.potro anchora la.k.p.alla.c.b.Et la.n.q.alla.f.e.e
qualmente multiplice,Et seranno (per la seconda) la.h.p.alla.c.b.Et la.m.q.alla.
f.e.equalmente multiplice,adonque (per la conversione della diffinitione della
incontinua proportionalita) se la.g.k.aggiongie sopra la.h.p.la.l.n.aggiongera
sopra la.m.q.Et se la mancasse quella mancasse,Et se la se equalia quella se equalia,
e per tanto levate communamente la.h.k.Et.m.n.(per commuma sententia) sera
che se la.g.h.eccede la.k.p.(cioe che la sia maggiore di quella) che anchora la.l.
m.eccedera la.n.q.Et se la mancara (cioe che la sia minore di quella) la sera minore,
Et se quella se equalia quella se equalia,adonque (per la settima diffinitione) la pro
portione della.a.c.alla.c.b.sera si come della.d.f.alla.f.e.che e il proposito.



Theorema.xviii. Propositione.xviii.

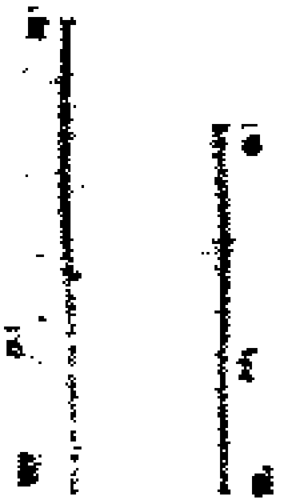
18 Se le quantita seranno disgiontamente proportionale anchora con
18 giontamente seranno proportionale.

EL se dimostra il modo di arguire, ilquale se dice proportionalita congionta,
Et e el modo converso della precedente, e pero alla demostratione di questa
sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioe rimangano termini pre
supposti di quella eccetto che li se suppone la proportion della.a.c.alla.c.b.esse
re si come della.d.f.alla.f.e.dico la proportione della.a.b.alla.b.c.essere si come
della.d.e.alla.f.e.perche da questo presupposito Et dalli presupposti della pre
cedente (di multiplici equalmente tolti) il seguita (per la conversione della diffi
nitione della discontinua proportionalita) che se la.g.h.soprauanza la.k.p.che
la.l.m.soprauanzara la.n.q.Et se la mancasse (overo manca di quella) quella man
cara,Et se la se equalia quella se equalia,adonque giontovi communamente la
h.k.Et la.m.n.seguira (per commune sententia) che se la.g.k.soprauanza la.h.p.
che la.l.n.soprauanzi la.m.q.Et se quella mancasse quella mancasse,Et se la se equa
lia quella se equalia,per laqualcosa (per la settima diffinitione) la proportione
della.a.b.alla.b.c.sera si come della.d.e.alla.e.f.che e il proposito,anchora se po
dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo,concosia cosa che la pro
portione della.a.c.alla.c.b.sia si come della.d.f.alla.f.e.hor se possibile (per l'ad
versario) non sia della.a.b.alla.b.c.si come della.d.e.alla.e.f.sia adonque la pro
portione della.d.e.ad alcuna altra quantita si come della.a.b.alla.b.c.laquale,
over che la sera maggiore della.e.f.overo minore,perche se la fusse a quella equa
le seria manifesto il proposito,per tanto sia primamente maggiore Et sia.e.g.Et
sera (per la precedente) della.a.c.alla.c.b.si come della.d.g.alla.g.e.per la qual co
sa (per la undecima) della.d.g.alla.g.e.e si come della.d.f.alla.f.e.seguita adon
que (per la quartadecima) che quando la.d.g.prima sia minore della.d.f.terza,
la.g.e.seconda sera minore della.e.f.quarta,ma il proposito era che quella fusse
maggiore,sia adonque la proportione della.d.e.a quantita minore della.e.f.(la
qual sia.e.h.) si come della.a.b.alla.b.c.Et (per la precedente) sera della.a.c.alla
c.b.si come della.d.h.alla.h.e.per laqualcosa (per la undecima) della.d.h.alla.h.
e.sera si come della.d.f.alla.f.e.Et perche la.d.h.prima e maggiore della.d.f.ter
za sera (per la quartadecima) la.e.h.seconda maggiore della.e.f.quarta,Et per
che questo e impossibile,seguita il proposito.



Theorema.xix. Propositione.xix.

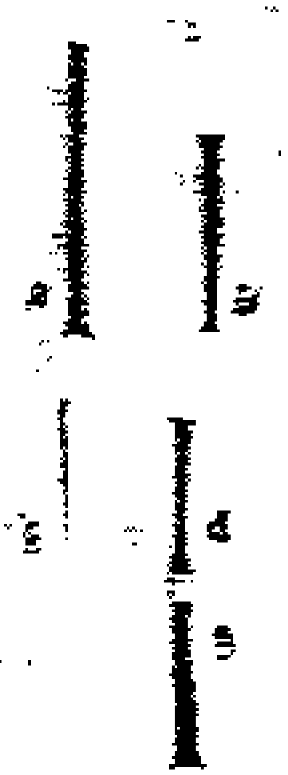
19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia
19 si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanen-
te sera si come il tutto al tutto.



Quello che propone la quinta di multiplici questa propone vniuersalmente de ogni propositione, donde questa e tanto piu commune de quella quanto e la proportione della multiplicita. siano adonque le due quantita.a.b.& c.d. dalle quale siano tagliate due parti lequali siano.b.e.&.d.f.& sia la proportion de tutta la.a.b.a tutta la.c.d.si come la tagliata.b.e.alla tagliata.d.f.dico che la medesima proportione sera del residuo.a.e.al residuo.c.f.che e de tutta la.a.b.a tutta la.c.d.perche essendo la.a.b.alla.c.d.si come la.b.e.alla.d.f. sera permutatamente la.a.b.alla.b.e.si come la.c.d.alla.d.f.& disgiontamente la.a.e.alla.e.b. si come la.c.f.alla.f.d.& anchora permutatamente la.a.e.alla.c.f.si come la.e.b.alla.f.d.& perche cosi era la.a.b.alla.c.d.e manifesto il proposito.

Correlario.

o Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno pro-
19 portionale euersamente etiam seranno proportionale.



Il Tradottore.

Questo soprascritto correlario in fine della espositione della sopra scritta propositione il Campano lo aggionge come cosa sua dicendo da questa decima nona & dalla permutata proportionalita viene dimostrado il modo de arguire el qual se dice proportionalita euersa, come per gratia, sia la.a.b.alla.b.e. si come la.c.d.alla.d.f.dico che la.b.a.alla.a.e.sera si come la.d.c.alla.c.f. perche essendo la.a.b.alla.b.e.si come che e la.c.d.alla.d.f. sera permutatamente la.a.b.alla.c.d.si come la.b.e.alla.d.f.per laqual cosa (per questa decima nona) la.b.a.alla.d.c.e si come la.a.e.alla.c.f.adonque permutatamente la.b.a.alla.a.e.e si come la.c.d.alla.c.f.che e il proposito. Anchora la conuersa proportionalita laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalita) hauemo dimostrato in esponere li principii di questo quinto, la puo anchora in questo loco esser demostrata indifferentemente dalla permutata proportionalita, & dalla nona di questo, come se il sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.dico che della.b.alla.a.sera si come della.d.alla.c.essendo altramente sia della.d.alla.e. si come della.b.alla.a.& perche della.a.alla.b.e si come della.c.alla.d.sera permutatamente della.a.alla.c.si come della.b.alla.d.& perche anchora della.b.alla.a.e si come della.d.alla.e.sera anchora permutatamente della.b.alla.d.si come della.a.alla.e.per la qual cosa sera della.a.alla.e.si come della.a.alla.c.& adonque la.e. non e equale alla.c.accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la e equale sera della.b.alla.a.si come della.d.alla.c.che e il proposito.

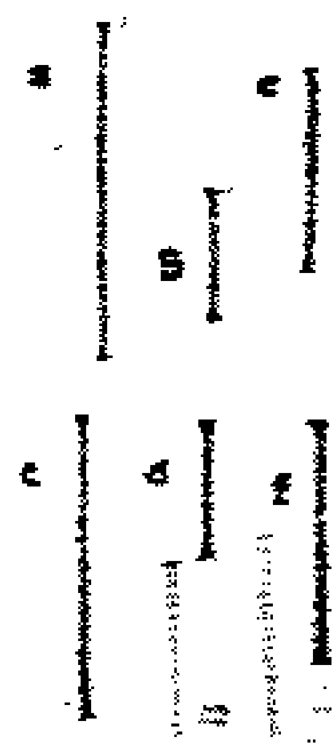
Theorema.xx. Propositione.xx.

20 Se seranno tre quantita dall'un lato prese & altre tante ne siano pre-
20 se dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la
proportione delle ultime egli e necessario in la proportione della

equalita

equalita, che se la prima delle prime sera maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessita sera maggior della ultima, & se la sera minore, minore, e se la sera equale equale.

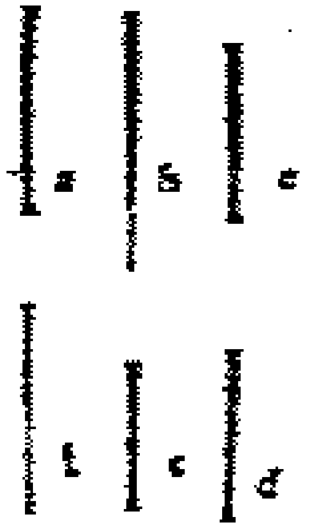
Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionalita, overo le quantita de duoi ordini rettamente, over perturbatamente proportionate, el prepone duoi antecedenti necessarii a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalita con le quantita de duoi ordini direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate perturbatamente, siano adonque le tre quantita .a.b.c. & siano tolte le tre altre lequale siano .e.d.f. & sia la proportione della .a. alla .b. si come della .e. alla .d. & della .b. alla .c. si come della .d. alla .f. dico che se la .a. e maggior della .c. che etiam la .e. sera maggiore della .f. & se la .a. e minore, minore, & se la .a. e equale, equale, perche se la .a. e maggiore sera (per la prima parte della ottava) maggiore la proportione della .a. alla .b. che della .c. alla .b. per la qual cosa (per la duodecima) sera etiam maggiore della .e. alla .d. che della .c. alla .b. & perche (per la conversa proportionalita della .b. alla .c. si come della .f. alla .d.) sera della .c. alla .b. maggiore che della .f. alla .d. adonque (per la prima parte della decima) la .e. e maggiore della .f. che e il proposito, ma se la .a. fia minore della .c. per le medesime & al medesimo modo se approva la .e. esser minore della .f. perche sera minore proportione della .a. alla .b. che della .c. alla .b. (per la prima parte della ottava) e pero (per la duodecima & per la conversa proportionalita) sera minore della .e. alla .d. che della .f. alla .d. e pero (per la prima parte della decima) la .e. sera minore della .f. che e il proposito, ma se la .a. sia equale alla .c. sera (per la prima parte della settima) la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .b. e pero (per la undecima, & conversa proportionalita) sera della .e. alla .d. si come della .f. alla .d. per la qual cosa (per la prima parte della nona) la .e. e equale alla .f. che e il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalita permutata in questo modo, la proportione della .a. alla .b. e si come della .e. alla .d. adonque permutatamente della .a. alla .e. e si come della .b. alla .d. un'altra volta, & perche della .b. alla .c. e si come della .d. alla .f. sera permutatamente della .b. alla .d. si come della .c. alla .f. ma quella della .b. alla .d. era si come della .a. alla .e. adonque (per la undecima di questo) sera della .a. alla .e. si come della .c. alla .f. adonque (per la quartadecima) se la .a. prima e maggiore della .c. terza sera la .e. seconda maggior della .f. quarta, & se la .a. e minor sera minore, & se la .a. e equale sera equale, che e il proposito, ma questi tal hanno errato in la sua demostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de dimostrarla in questo modo, li non bisognarebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equa proportionalita, perche se un'altra volta sia fatta una permutatione della proportione, sia alla quale siano permutate, laqual e esser della .a. alla .e. si come della .c. alla .f. el seguita che sia della .a. alla .c. si come della .e. alla .f. & questo e la equa proportionalita, oltra di questo se le quantita de ambiduoi li ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se le .a.b.c. fusseno linee, & .e.d.f. superficie, over corpi, over tempi, allhora la conclusione de questi non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto antecedente particularmente.



Theorema .xxi. Propositione .xxi.

21 Se seranno tre quantita dall'una prese, & altretante dell'altro delle quale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione delle ultime, ma sia perturbata la proportionalita di quelle, anchora eglie necessario nella equa proportione che se la prima delle prime

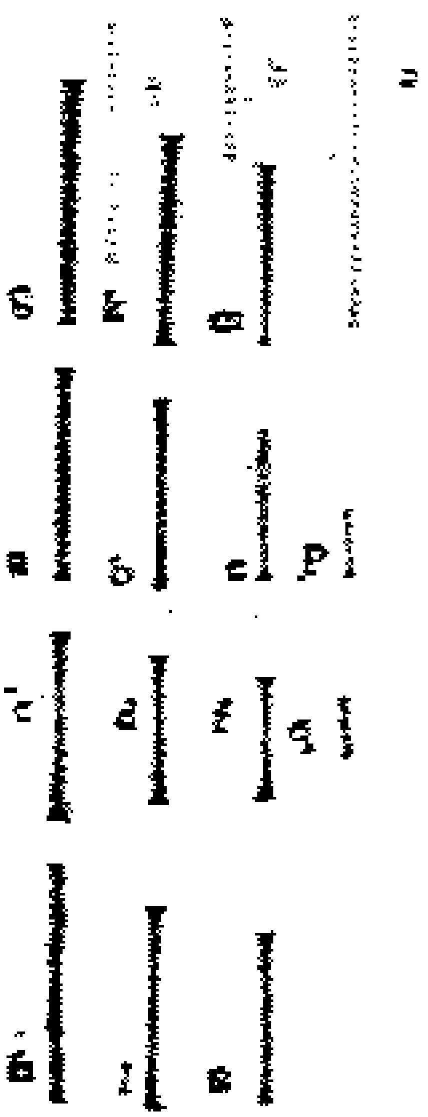
sera maggiore della ultima, etiam la prima delle posteriore sera maggiore della ultima, & se la sera minore, minore, & se la sera equale equale.



LO secondo antecedente siano le tre quantita. a. b. c. & ne siano tolte altre tre lequale siano. f. e. d. & sia la proportione della. a. alla. b. si come della. e. alla. d. & della. b. alla. c. si come della. f. alla. e. dico che se la. a. e maggiore della. c. la. f. sera maggiore della. d. & se la. a. e minore sera minore, & se la. a. e equale sera equale, & questo se approua per le medesime vie, & per il medesimo modo con el quale fu prouata la precedente, perche se la. a. e maggiore della. c. sera maggiore proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. b. per laqualcosa sera etiam maggiore della. e. alla. d. che della. e. alla. f. e per tanto sera etiam maggiore che della. e. alla. f. adonque sera maggiore la. f. che la. d. (per la seconda parte della decima) che el proposito, ma se la. a. sia minore della. c. sera similmente minor della. e. alla. d. che alla. f. per laqualcosa (per la medesima parte della medesima) la. f. sera minore della. d. ma se la. a. sia equale alla. c. seguita che 'l sia la proportione della. e. alla. d. si come della. e. alla. f. adonque (per la seconda parte della nona) sera la. f. equale alla. d. che e il proposito.

Theorema. xxii. Propositione. xxii.

Se seranno quante quantita si voglia dall'un lato & altre tante dal l'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equa proportionalita seranno proportionali.



DImostrati li antecedenti alla equa proportionalita, in questo luoco dimostra essa equa proportionalita, e primamente quando le quantita delli dui ordini sono direttamente proportionale, & non e necessario che la sia dimostrata, se non quando in l'uno e l'altro di dui ordini sono solamente tre quantita, perche per questo seguita evidentemente quando che in l'uno e l'altro ordine seranno quattro, overo piu quantita, e pero non e stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti salvo quando in l'un e l'altro ordine siano tre quantita, siano adonque le tre quantita. a. b. c. & ne siano tolte tre altre lequale siano. e. d. f. & sia la proportione della. a. alla. b. si come della. e. alla. d. & della. b. alla. c. si come della. d. alla. f. dico che della. a. alla. c. sera si come della. e. alla. f. perche pigliando la. g. alla. a. & la. h. alla. e. equalmente multiplici, & similmente la. k. alla. b. & la. l. alla. d. equalmente multiplici, & un'altra volta la. m. alla. c. & la. n. alla. f. equalmente multiplici, & sera (per la quarta) la. g. alla. k. si come la. h. alla. l. & la. k. alla. m. si come la. l. alla. n. per laqualcosa (per la vigesima) se la. g. e maggior della. m. sera la. h. maggior della. n. & se e minore sera minore, & se e equal sera equale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalita) la proportione della. a. alla. c. e si come della. e. alla. f. che e il proposito, anchora questo puo esser dimostrato (per la quintadecima di questo) sotto le. g. k. m. alla. a. b. c. & le. h. l. n. alle. e. d. f. equalmente multiplice, perche sera (per la quintadecima) la. g. alla. k. si come la. h. alla. l. & la. k. alla. m. si come la. l. alla. n. tutte le altre cose tractando come prima, ma se le quantita seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, giontoli la. p. & la. q. cosi che la. c. sia alla. p. si come la. f. alla. q. sera un'altra volta della. a. alla. p. si come della. e. alla. q. perche sera della. a. alla. c. si come della. e. alla. f. per che questo e stato dimostrato di sopra, adonque lasciade via la. b. & la. d. seranno le tre quantita. a. c. p. & le altre tre. e. f. q. come se propone, per laqualcosa della. a. alla. p. sera si come della. e. alla. q. & cosi vien dimostrato de quattro quantita, per le tre

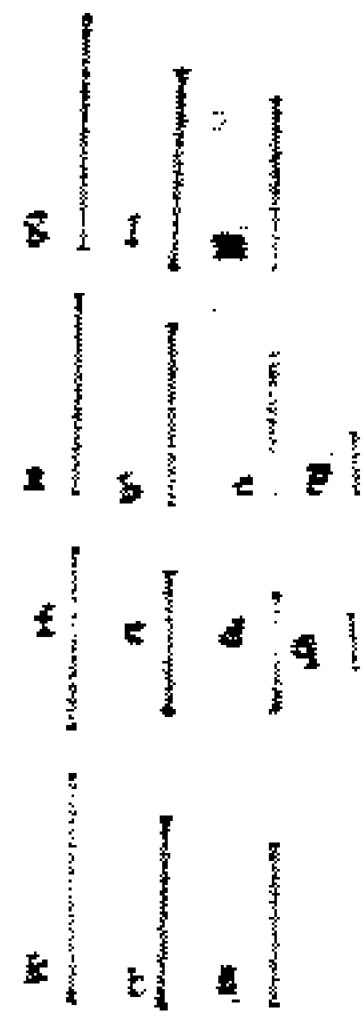
(serando

(leuado in vno mezzo) & per il medesimo modo tu demostrarai de cinque per le quattro leuando via li duoi mezzi & de sei per le cinque leuando via le tre, & cosi de altre.

Theorema.xxiii. Propositione.xxiii.

23 Se seranno quante quantita si voglia dall'un lato, & altre tante del
23 l'altro, delle quale le seconde siano tolte a due a due, secondo la pro
portione delle prime, ma indirettamente proportionate, in la equa proportionalita seranno proportionale.

Quiui anchor dimostra la equa proportionalita in le quantita de duoi ordini indirettamente, ouero perturbatamente proportionate, ne e necessario che sia demostrato se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordeni sono solamente tre quantita, perche questo euidentemente seguita, di quante quantita vi siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente e stato demostrato delle quantita direttamente proportionate, sia adonque tre quantita .a.b.c. & siano pigliate altre tre lequali siano .f.e.d. & sia la proportione della .a. alla .b. si come della .e. alla .d. & della .b. alla .c. si come della .f. alla .e. dico che della .a. alla .c. sera si come della .f. alla .d. perche piglio la .g. alla .a. & la .h. alla .c. & la .k. alla .f. equalmente multiplice & similmente la .l. alla .b. & la .m. alla .e. & la .n. alla .d. equalmente multiplice & sera (per la quarta) la .g. alla .l. si come la .h. alla .n. & (per la quintadecima) la .l. alla .m. si come la .k. alla .h. per laqual cosa (per la vigesima prima) se la .g. aggionge sopra la .m. & la .k. aggionge sopra la .n. & se la menomisse la menomisse, & se la se equalia la se equalia, adonque (per la diffinitione della inconcinna proportionalita) la proportione della .a. alla .c. e si come della .f. alla .d. che e il proposito, questo anchora puo esser demostrato per la quintadecima di questo, tolte le .g.l.m. alle .a.b.e. & le .k.h.n. alle .f.c.d. equalmente multiplice, perche sera (per la quintadecima) della .g. alla .l. si come della .h. alla .n. & della .l. alla .m. si come della .k. alla .h. tutte le altre cose tal quale come prima, tamen piu conuenientemente (questa & la precedente) vengono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre quantita, poniamo quattro, gionto li la .p. & la .q. in questo modo che sia della .a. alla .b. si come della .d. alla .q. & della .b. alla .c. si come della .e. alla .d. & della .c. alla .p. si come della .f. alla .e. sera vn altra volta della .a. alla .p. si come della .f. alla .q. (perche per le cose auanti demostrate) sera della .a. alla .c. si come della .e. alla .q. leuado adonque via la .b. & la .d. seranno le tre quantita .a.c.p. & altre tre .f.e.q. come se prepone per laqual cosa della .a. alla .p. sera si come della .f. alla .q. & cosi vien demostrato delle quattro quantita per le tre leuado via vn mezzo, per il medesimo modo tu demostrarai delle cinque per le quattro leuado via duoi mezzi, & de sei per le cinque leuado via tre, & cosi de altre.



Theorema.xxiiii. Propositione.xxiiii.

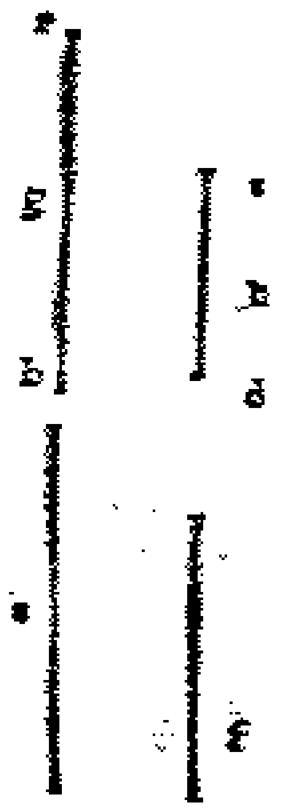
24 Se la proportione del primo termine al secondo sera si come del ter
24 zo al quarto e la proportione del quinto al secondo sera si come del
sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo sera si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.

Quello che propose la seconda di multiplici, questa propone vniuersalmente de ogni proportione, onde e tanto piu commune de quella quanto che e la

proportione della multiplicita, & e, a quella si come la sextadecima alla prima, sia adonque la proportione della.a.b.alla.c.si come della.d.e.alla.f.& della.b.g.alla c.si come della.e.h.alla.f.dico che la proportione della.a.g.alla.c.e si come della.d.h.alla.f.perche el sera (per la conuersa proportionalita) della.c.alla.b.g.si come della.f.alla.e.h.per laqualcosa (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della.a.b.alla.b.g.si come della.d.e.alla. e.h. adonque congiuntamente (per la decimaottaua) della.a.g.alla.g.b.sera si come della.d.h.alla.h.e. adonque (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della.a.g.alla c.si come della.d.h.alla.f.che e il proposito.

Theorema.xxv. Propositione.xxv.

25 Se seranno quattro quantita proportionale, & la prima sia la mag-
25 giore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessita esser maggiori delle altre due.



Quello che se propone in questo luoco non ha loco se non quando tutte le quattro quantita siano de uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantita de uno medesimo genere) la proportione della.a.b.alla.c.d.si come della.e.alla.f.& sia la.a.b.la piu granda (& non bisogna poner che la.f.sia la minima) perche questo seguita da questo che la.a.b.e posta la piu granda, onde l'auttore no ha posto questo in positione si come positione, ma piu tosto si come conclusione della precedente positione, dico che essendo cosi sera maggiore lo aggregato della.a.b.& f.che quello della.c.d.& e.perche essendo maggior la.a.b.della.e.tagliaro dalla.b.a.la.b.g.equale alla.e.similmente anchora perche la.c.d.e maggiore della.f.tagliaro della.c.d.la.h.d.equale alla.f.& (per il presupposito) sera della.a.b.alla.c.d.si come della.g.b.alla.h.d.per laqualcosa (per la decimanona) lo residuo.a.g.al residuo.c.h.sera si come tutta la.a.b.a tutta la.c.d.cioe la.a.b.alla.c.d.concludesi adonque che la.a.g.e alla.c.h.si come la.a.b.alla.c.d.ma la.a.b.e maggiore della.c.d.per laqualcosa la.a.g.e maggiore della.c.h.aggiontole adonque all'una e all'altra le due quantita.g.b.& h.d.sera (per commune sententia) lo aggregato della.a.b.& h.d.maggiore dello aggregato della.c.d.& g.b.& perche la.d.h.e posta equale alla.f.& la.g.b.alla.e.sera maggiore lo aggregato della.a.b.& f.che lo aggregato della.c.d.& e.che e il proposito.

Il Tradottore.

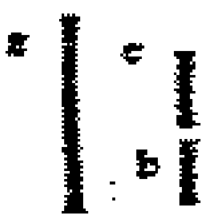
Tutte le sequente noue propositioni mancano in la seconda tradottione.

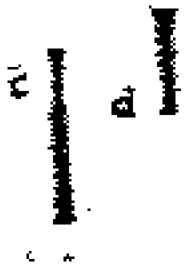
Theorema.xxvi. Propositione.xxvi.

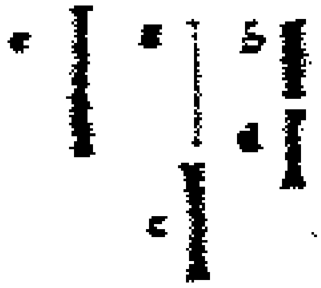
26 Se la proportione della prima, de quattro quantita alla seconda se-
o ra maggiore che della terza alla quarta, conuersamente sera al contrario, cioe la proportione della seconda alla prima sera minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della.a.alla.b.maggiore che della.c.alla.d.dico che per il modo conuerso, ouero econtrario, la proportione della.b.alla.a.sera minore che della.d.alla.c.essendo altramente per l'aduersario o che la sera quella mede-

sima o

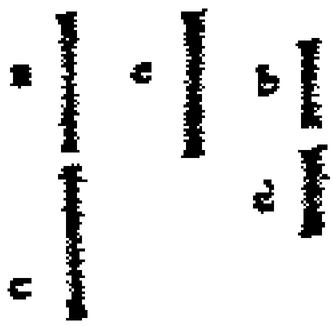






fimo che la fera maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della.b.alla a.fosse si come della.d.alla.c.seguiria al contrario che la proportione della.a.alla b.sia si come della.c.alla.d.laqual cosa non e,anci e maggiore dal presupposito,an chora se possibile e per l'aduersario che la proportione della.b.alla.a.sia maggio re che della.d.alla.c.sia della.e.alla.a.si come della.d.ala.c.&(per la duodecima) la proportione della.e.alla.a.sera minore che della.b.alla.a.perlaqualcosa (per la prima parte della decima)la.e.sera minore della.b.e pero (per la seconda par te della ottaua)la proportione della.a.alla.e.sera maggiore che della.a.alla.b.& perche(per la conuersa proportionalita) della.a.alla.e.e' si come della.c.alla.d. sera(per la duodecima)la proportione della.c.alla.d.sera maggiore che della.a. alla.b.& era minore,rimane adonque il proposito, potemo anchora se ne pia ce arguire il proposito demostratiuamente,perche e manifesto(per la prima par te della decima)che quella quantita della qual alla.b.e' quella medesima pro portione che e della.c.alla.d.e minore,della.a.(imperoche ci se pone maggiore la proportione della.a.alla.b.che della.c.alla.d.)adonque quella quantita sia.e. essendo adonque la proportione della.e.alla.b.come della.c.alla.d.sera al contra rio della.b.alla.e.come della.d.alla.c.& e manifesto (per la seconda parte della ottaua)che la proportione della.b.alla.a.e' minore che la proportione della.b.al la.e.adonque(per la duodecima)la proportione della.b.alla.a.e' minore che della.d.alla.c.che e quello che voleuamo.

Theorema.xxvii. Propositione.xxvii.

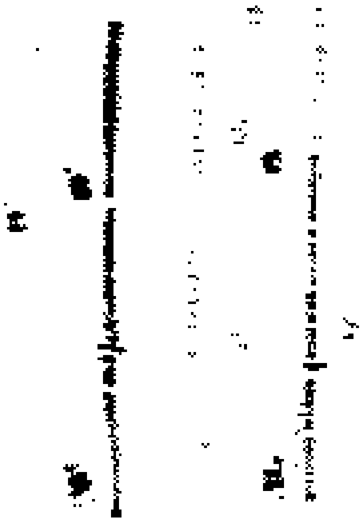


27 Se la fera de quattro quantita maggior proportione della prima al
o la seconda che della terza alla quarta, fera permutatamente mag gior pportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Sia anchora in questo luoco la proportione della.a.alla.b.maggior che della c.alla.d.dico che sera permutatamente maggior proportione della.a.alla.c. che della.b.alla.d.perche non sera la medesima(perche all'hora anchora sareb be permutatamente della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.)& non sera minore, per che se questo sia posto,sia adonque della.e.alla.c.come della.b.alla.d.& sera(per la duodecima)maggior proportione della.e.alla.c.che della.a.alla.c. perlaqual cosa(per la prima parte della decima)la.e.sera maggiore della.a.adonque(per la prima parte della ottaua)la proportione della.e.alla.b.sera maggiore che del la.a.alla.b.&perche e stato posto che'l sia della.e.alla.c.si come della.b.alla.d. sera permutatamente della.e.alla.b.si come della.c.alla.d.(per la duodecima) a donque maggior sera la proportione della.c.alla.d.che della.a.alla.b.ma era po sto lo contrario,adonque e vero il proposito,ostensiuamente anchora quello ist stesso secondo che in la precedente,pche e tolta la.e.alla.b.come la.c.alla.d.sera (per la prima parte della decima)la.e.minore della.a.perlaqualcosa(per la pri ma parte della ottaua)maggiore sera della.a.alla.c.che della.e.alla.c.ma per la permutata proportionalita e della.e.alla.c.come della.b.alla.d.adonque(per la duodecima)della.a.alla.c.e' maggiore che della.b.alla.d.che e il proposito.

Theorema.xxviii. Propositione.xxviii.

28 Se seranno quattro quantita delle quale la prima alla seconda sia
o maggior proportione che della terza alla quarta sera anchora con giontamente maggior proportione della prima e seconda alla secon da che della terza,et quarta alla quarta.



Sia maggiore la proportion della.a.alla.b.che della.c.alla.d.dico che sera maggiore de tutta la.a.b.alla.b.che de tutta la.c.d.alla.d.perche quella (per l'aduersario) non sera equale & non sera minore, perche s'ella e equale, allhora sera disgiuntamente della.a.alla.b.come della.c.alla.d.contra al presupposito, ma s'ella e minore sia della.e.b.alla.b.come della.c.d. alla. d. & sera (per la duodecima) maggiore proportione della.e.b.alla.b.che della.a.b.alla.b.adonque (per la prima parte della decima) la.e.b.e' maggiore che la.a.b.& (per la concettione) la.e.e' maggiore che la.a.per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore e la proportione della.e.alla.b.che della.a.alla.b.ma della.e.alla.b.e' come della.c.alla.d. (per la disgiunta proportionalita) imperoche era della.e.b.alla.b.come della.c.d.alla.d.adonque (per la duodecima) della.c.alla.d.e' maggiore che della.a.alla. b. ma questo e contra al presupposito, quel medesimo anchora demostratiuamente, perche quando il preposito sia che maggior sia la proportion della.a.alla.b.che della.c.alla.d.sia la proportione della.e.alla.b.come della.c.alla.d.& sera (per la prima parte della decima) la.e.minor della.a.adonque (per commune scientia) la.e.b.sera minore che la. a. b. per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore sera la proportione della.a.b.alla.b.che della. e. b. alla.b.ma la proportione della.e.b.alla.b.e' (per la congiunta proportionalita) si come della.c.d.alla.d.perche e posto che'l sia della.e.alla.b.come della.c.alla.d.adonque (per la duodecima) maggiore e della.a.b.alla. b.che della.c.d.alla.d.che e il proposito,

Theorema.xxix. Propositione.xxix.

29 Se seranno quattro quantita, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore proportione che della terza & quarta alla quarta, sera anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

Sia la proportione della.a.b.alla.b.maggiore che della.c.d.alla.d.dico che sera disgiuntamente la proportione della.a.alla.b.maggiore che della.c.alla.d. altramente sera equale, ouero minore, ma se e equale sera (per la congiunta proportionalita) della.a.b.alla.b.come della.c.d.alla.d.laqual cosa e contra al presupposito, ma se e minore sera maggiore della.c.alla.d.che della.a.alla.b.adonque (per la precedente) sera maggiore della.c.d.alla.d.che della.a.b.alla.b.che e inconueniente perche e stata posta minore, adonque e vero quello che vien detto. la qual cosa anchora demostratiuamente la demostrato in questo modo, perche ponemo che la proportione della.e.b.alla.b.sia come la proportione della.c.d.alla.d.& sera (per la prima parte della della decima) la.e.b.minor che la.a.b.per laqual cosa (per commune scientia) la.e.e' minore che la.a.minore e adonque (per la prima della ottaua) la proportione della.e.alla.b.che e della.a.alla.b.ma la proportione della.e.alla.b.e' si come della.c.alla.d. (per la disgiunta proportionalita) adonque (per la duodecima) la proportione della. a. alla. b.e' maggiore che della.c.alla.d.che e il proposito.

Theorema.xxx. Propositione.xxx.

30 Se seranno quattro quantita, delle quale della prima e seconda alla seconda sia maggior proportione che della terza e quarta alla quarta sera euersamente minor proportione della prima e seconda alla prima che della terza e quarta alla terza.

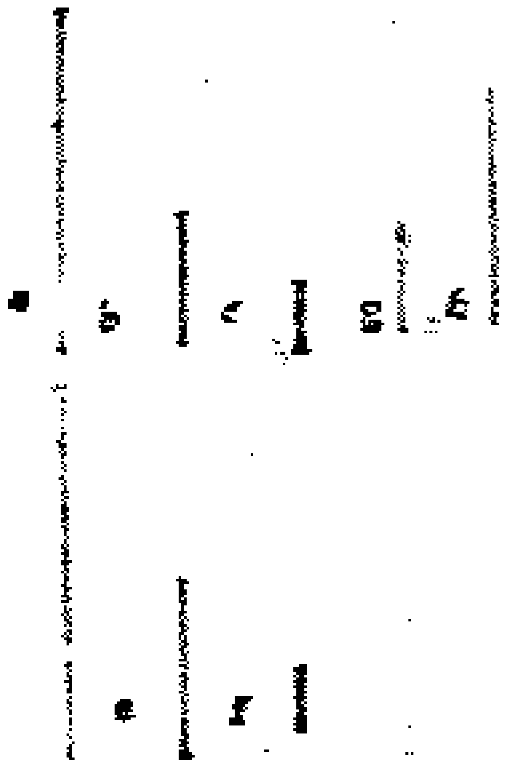
Sia maggiore

Sia maggiore la proportion della .a.b. alla .b. che della .c.d. alla .d. dico che euer simelmente minor sera la proportione della .a.b. alla .a. che della .c.d. alla .c. perche sera disgiuntamente (per la precedente) maggior proportione della .a. alla .b. che della .c. alla .d. adonque (per la vigesima sexta) sera econuerso minor della .b. alla .a. che della .d. alla .c. per laqualcosa (per la auante alla precedente) congiuntamente sera minore della .b.a. alla .a. che della .d.c. alla .c. che e il proposito.

Theorema .xxxi. Propositione .xxxi.

31 Se seran tre quantita in uno ordine, & anchora tre in uno altro & sera della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, sera anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.

Siano le tre quantita .a.b.c. & similmente altre tre .d.e.f. & sia maggiore proportione della .a. alla .b. che della .d. alla .e. & similmente maggiore della .b. alla .c. che della .e. alla .f. dico che maggiore sera la proportione della .a. alla .c. che della .d. alla .f. perche sia la .g. alla .c. come la .e. alla .f. & sera (per la prima parte della decima) la .g. minore della .b. per laqualcosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della .a. alla .g. e maggiore che della .a. alla .b. molto maggiore adonque e la proportione della .a. alla .g. che della .d. alla .e. sia adonque della .h. alla .g. come della .d. alla .e. & sera (per la prima parte della decima) la .a. maggiore della .h. per laqualcosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della .a. alla .c. e maggiore che la proportion della .h. alla .c. ma la proportione della .h. alla .c. e (per la equa proportionalita) si come della .d. alla .f. perche e della .h. alla .g. come della .d. alla .e. & della .g. alla .c. come della .e. alla .f. adonque (per la duodecima) la proportion della .a. alla .c. e maggior che della .d. alla .f. per laqualcosa e manifesto il proposito.



Theorema .xxxii. Propositione .xxxii.

32 Se seranno tre quantita in uno ordine, & similmente tre in uno altro & sera la proportion della seconda delle priore alla terza maggiore che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, sera maggiore la proportione della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantita in uno ordine .a.b.c. & similmente tre in uno altro .d.e.f. secondo che in la precedente, & sia maggiore la proportion della .b. alla .c. che della .d. alla .e. & maggior della .a. alla .b. che della .e. alla .f. dico che maggior sera la proportion della .a. alla .c. che della .d. alla .f. perche sia la .g. alla .c. come la .d. alla .e. & sera la .g. minor della .b. (per la prima parte della decima) per laqualcosa maggior sera la proportion della .a. alla .g. che alla .b. (per la seconda parte della ottaua) adonque molto maggior e della .a. alla .g. che della .e. alla .f. sia adonque della .h. alla .g. come della .e. alla .f. & sera la .a. maggiore della .h. (per la prima parte della decima) per laqualcosa la proportion della .a. alla .c. e maggiore che della .h. alla .c. (per la prima parte della ottaua) ma (per la vigesima terza) la proportion della .h. alla .c. e come della .d. alla .f. imperoche e della .g. alla .c. come della .d. alla .e. & della .h. alla .g. come della .e. alla .f. adonque (per la .12.) maggiore e la proportione della .a. alla .c. che della .d. alla .f. che e il proposito.

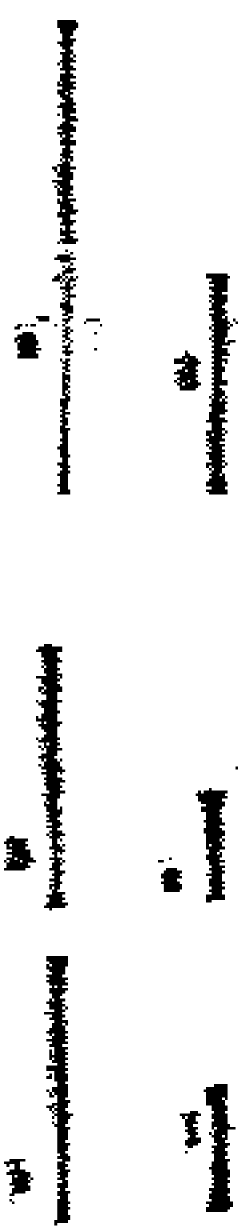
Theorema.xxxiii. Propositione.xxxiii.

33 Se la proportione del tutto al tutto sera maggiore, che del tagliato al tagliato, sera del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.

Siano le due quantita.a.&.b.dalle quale siano tagliate le.c.&.d.& li residui siano.e.&.f.& sia maggior proportione della.a.alla.b.che della.c.alla.d.dico che maggior sera la proportione della.e.alla.f.che della.a.alla.b.perche sera (per la vigesima settima) permutatamente maggior proportione della.a.alla.c.che della.b.alla.d.per laqualcosa (per la trigesima) sera euersamente minor proportione della.a.alla.e.che della.b.alla.f.adonque vnaltra volta (per la vigesima settima) permutatamente minor sera della.a.alla.b.che della.e.alla.f.che e il proposito.

Theorema.xxxiiii. Propositione.xxxiiii.

34 Se quante si uoglia quantita seranno comparate a altretante altre, & sera de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, sera de tutte quelle tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de alcuna delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.



Siano le tre quantita.a.b.c.referte a altre tante altre lequale siano.d.e.f.& sia maggiore la proportione della.a.alla.d.che della.b.alla.e.& della.b.alla.e.sia maggiore che della.c.alla.f.dico che la proportione delle.a.b.c.tolte insieme alle.d.e.f.tolte insieme e maggiore proportione che della.b.alla.e.ouero maggiore che della.c.alla.f.& etiam maggiore che delle.b.&.c.tolte insieme alle.e.&.f.tolte insieme,& che quella e minore che della.a.alla.d.perche essendo della.a.alla.d.maggiore che della.b.alla.e.sera permutatamente della.a.alla.b.maggiore che della.d.alla.e.& congiuntamente delle.a.b.alla.b.maggiore che delle.d.e.alla.e.& vnaltra volta permutatamente delle.a.b.alle.d.e.maggiore che della.b.alla.e.per laqualcosa (per la precedente) della.a.alla.d.e maggiore che delle.a.b.alle.d.e.& per il medesimo modo se approua esser maggiore della.b.alla.e.che delle.b.c.alle.e.f.adonque maggiore proportione e della.a.alla.d.che delle.b.c.alle.e.f.per laqualcosa permutatamente maggiore e della.a.alle.b.c.che della.d.alle.e.f.& congiuntamente maggiore delle.a.b.c.alle.b.c.che delle.d.e.f.alle.e.f.& vnaltra volta, permutatamente maggiore delle.a.b.c.alle.d.e.f.che delle.b.c.alle.e.f.per laqualcosa (per la precedente) maggiore e della.a.alla.d.che delle.a.b.c.alla.d.e.f.che e il proposito.

Fine del quinto libro.

INCOMINCIA IL SESTO LIBRO DI EVCLIDE, MEGARENSE, PHILOSOPHO PERSPICACISSIMO, DA NICOLO TARTALEA

Brisciano nuouamente restituito & integrato secondo le due tradittioni, & per commune vtilitade dal latino in lingua volgare tradotto & illustrato.

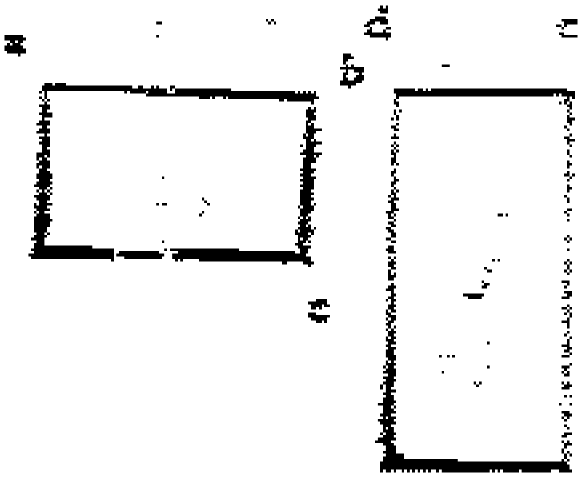
Diffinitione prima.

1 Le figure rettilinee simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per uno equali, & li lati che sono circa alli angoli equali, proportionali.

Come sel triangolo.a.b.c.sera equiangolo al triangolo.d.e.f. cioe che l'angolo.a.sia equale all'angolo.d.& l'angolo.b.equale all'angolo.e.& l'angolo.c.al l'angolo.f.& che la proportione del lato.a.b.al lato.d.e.sia si come del lato.a.c.al lato.d.f.& del lato.b.c.al lato.e.f.essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si paralellogramma come non paralellogramma.

Diffinitione.ii.

2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle intra li lati delle quale se hauera la proportion altra retransitiuamente.



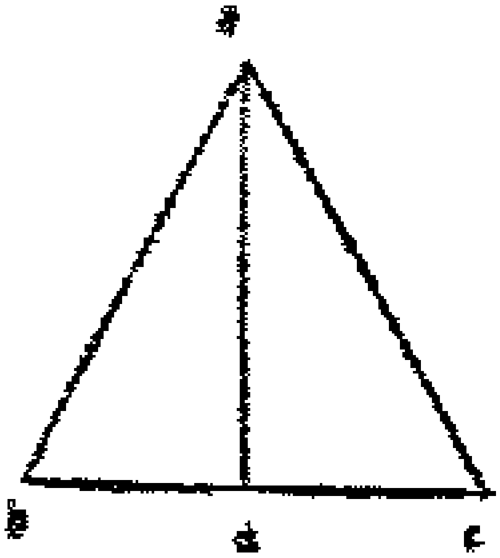
Come se delli duoi quadrilateri.a.b.c.&.d.e.f.la proportione del.a.b.(lato del primo) al.d.e.(lato del secondo) sera si come la proportione del.e.f.(lato del secondo) al.b.c.(lato del primo) essi duoi quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mutekesi, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

Diffinitione.iii.

3 Vna linea se dice esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che egli e quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che e della maggior sectione alla minore.

il Tradottore.

Exempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea.a.b.alla sua maggiore parte.a.c.fusse si come della detta parte.a.c.all'altra parte.c.b.tal linea se diria esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi in ponto.c.



Diffinitione.

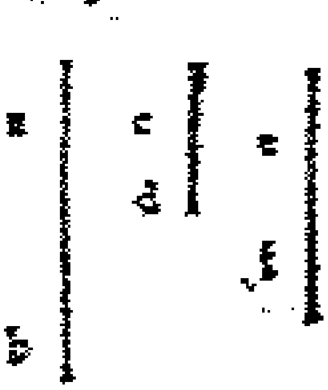
L'altezza di ciascuna figura e la perpendicolare dutta dalla uertice ouer cima di quella alla basa.

Il Tradottore.

EXempli gratia, la altezza del triangolo.a.b.c.non se intende esser la linea.a.b.ne anchora la linea.a.c.ma solamente la perpendicolare dutta dalla uertice, ouer cima di quella, cioe dal ponto.a.alla basa.b.c.cioe la linea.a.d.

Diffinitione.v.

Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantita de alcune proportioni multiplicate fanno la quantita di detta proportione.



SIa che la quantita.a.b.habbia vna data proportione alla quantita.c.d.(come seria dopia, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la.c.d.alla.e.f.habbia medesimamente vna data proportione, dico che la proportione della.a.b.alla.e.f.e' cōposta della proportione della.a.b.alla.c.d.& della.c.d.alla.e.f.ouero se la quantita della proportione della.a.b. alla.c.d. multiplicata in la quantita della proportione della.c.d.alla.e.f.fa la quantita della proportione della.a.b.alla.e.f.similmente dico che la proportione della detta.a.b.alla.e.f se dice esser composta della proportione della detta.a.b.alla.c.d.& della.c.d.alla.e.f.& sia primamente la.a.b.maggiore della.c.d.& la.c.d.della.e.f.& sia la.a.b.doppia della.c.d.& la.c.d.tripla della.e.f.perche adonque la.c.d.e' tripla della.e.f.& la.a.b.e' doppia della.c.d.adonque la.a.b.e' sestupla della.e.f.& se dupplicamo alcuno triplo se fa sestuplo, & questo dico essere propriamente la compositione, ouer in questo altro modo, perche la.a.b.e' doppia alla.c.d.sia diuisa la.a.b.in parti equali alla.c.d.& queste siano.a.g.& g.b.& perche la.c.d.e' tripla alla.e.f.& la.a.g.e' equale alla.c.d.adonque & la.a.g.e tripla alla.e.f.per laqualcosa anchora la.g.b.e' similmente tripla alla.e.f.adonque tutta la.a.b.e' sestupla alla medesima.e.f.adonque la proportione della.a.b.alla.e.f.(composta della pportione della.a.b.alla.c.d.& della.c.d.alla.e.f.)vien colligata dal termine di mezzo, cioe dalla.c.d.& similmente se la.c.d.sera minore di l'una & di l'altra delle medesime.a.b.& e.f.quel medemo se trouera, & per dilucidare questo (de nouo) sia la.a.b. tripla alla.c.d.& che la.c.d.sia la mitade della.e.f.& perche la.c.d.e la mitade della.e.f.& la.a.b.e tripla alla.c.d.adonque la.a.b.e' sesquialtera della.e.f.(cioe vno intero e mezzo) & se treplicamo alcun mezzo fara pur uno e mezzo, & perche la.a.b.e' tripla alla.c.d.& la.c.d.e' la mitade della.e.f.di quella quantita (equal alla.c.d.)della quale la.a.b.e' di tre tale de due tale e' la.e.f.per laqualcosa la.a.b.e' sesquialtera della.e.f.adonque la proportione della.a.b. alla.e.f. (composta della proportione della.a.b.alla.c.d.& della.c.d.alla.e.f.vien colligata per la.c.d.(termine di mezzo) ma ponimo anchora che la.c.d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due a.b.& e.f.& sia che la.a.b.sia la mitade di essa.c.d.& la.c.d.sia sesquiterza alla.e.f.adonque perche di quella tal quantita che la.a.b.e' due tale, di quattro tale e la.c.d.& quella tal quantita che e la detta.c.d.e' quattro tale la.e.f.e' di tre tale, adonq; di qual quātita la.a.b.e' di due tale la.e.f.e' di tre tale, adonq; vnaltra volta la proportione della.a.b.alla.e.f.(laqual e come di duoi a tre) vien colligata dal termine di mezzo, il medesimo anchora seguira in piu proportioni & in altri casi. & e manifesto che se da vna composta proportione sia cauata ciascuna delle componente, gettato via vno delli estremi restara l'altro estremo delle componente.

Il Tradottore

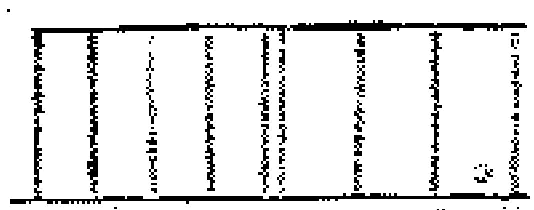
Il Tradottore.

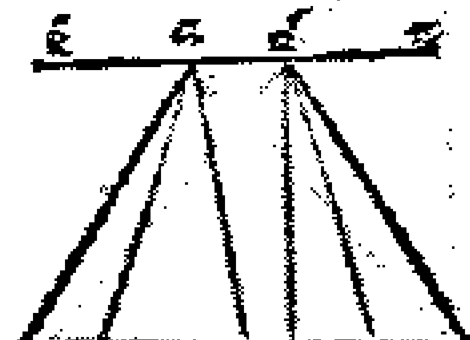
Per intelligentia delle cose dette nella soprascritta diffinitione bisogna notare che la quantita di vna proportione si debbe intendere la denominatione di quella, exempli gratia, la quantita, ouer denominatione de ogni proportione dupla e dui, & di ogni tripla e tre, & di ogni quadrupla e quattro, e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantita, ouer denominatione de ogni sesquialtera e vno e mezzo, & di ogni sesquitertia e vno e vno terzo, & di vna sesquiquarta e vno quarto, & cosi discorrendo in ogni altra superparticulare, & similmente la quantita, ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias e vno e dui terzi, e de ogni supertripartiens quartas e vno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera e dui e mezzo, e d'una tripla sesquialtera e tre e mezzo, & d'una quadrupla superbipartiens tertias e quattro e dui terzi, & d'una quadrupla supertripartiens quartas e quattro e tre quarti, & cosi discorrendo in ogni altra qualita di multiplice superparticolare & di ogni multiplice superpartiente, & queste tai quantita, ouero denominationi si trouano per regola generale partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalita, ouer della minore, exempli gratia, la denominatione di dui a vno (che e dupla) e dui, & la denominatione di vna a dui (che e vna subdupla) e mezzo, le qual denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente, & cosi seguita nelle altre specie, adunque vna proportione sestupla (la denominatione della quale e .6.) se dira esser composta da vna dupla & da vna tripla, perche multiplicando le lor denominationi, ouer quantita (che e dui e tre) fanno sei, cioe la quantita di detta sestupla, & similmente vna proportione vintiquadrupla (la denominatione della quale e vintiquattro) se dira esser composta da vna dupla, & da vna duodecupla, ouero da vna quadrupla & da vna sestupla, perche le dette denominationi multiplicate fanno vintiquattro, anchora se poi dire che sia composta da tre proportioni, cioe da vna dupla & da vna tripla & da vna quadrupla, perche le lor quantita, ouero denominationi multiplicate l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra fa pur vintiquattro, & questo e quello che in la diffinitione se vol inferire.

Theorema prima. Propositione prima.

Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de dui triangoli sera vna medesima, la proportione dall'una all'altra di quelle sera si come la basa di l'una alla basa di l'altra.

Siano li dui parallelogrammi a.b.c. d.e.f. de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b.c. alla e.f. ponero quelli dui parallelogrammi sopra vna linea, laqual sia la .g.m. & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la .k.n. dapoi dalla linea .g.m. toro la .g.c. multiplice alla .b.c. (secondo que numero voro) & diuidero quella in parti equali alla .b.c. in li ponti .h. & .b. dalli quali & dal ponto .g. condurro le linee equidistante alla linea .a.b. lequale siano .g.k. & .h.l. & compiro le superficie de equidistanti lati .k.h. & .l.b. & sera ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla .a.c. per la qualcosa si come che la linea .g.c. e multiplice alla linea .b.c. cosi e la superficie .c.k. alla superficie .a.c. similmente alla linea .e.f. toro dalla linea .g.m. la linea .f.m. multiplice (secondo que numero voro) alla .e.f. & compiro la superficie de equidistanti lati dutta la linea .m.n. equidistante alla linea .d.e. & sera la superficie .n.f. cosi multiplice alla superficie .d.f. si come la linea .m.f. alla linea .e.f. & perche (per la .36. del primo) se la linea .g.c. e maggiore della .f.m. la superficie .k.c. e maggiore della superficie .n.f. & se minore minore, & se equale equale sera (per la diffinitione della inconcinua proportionalita) la medesima proportione della basa .b.c. alla basa .e.f. che e della superficie .a.c. alla superficie .d.f. che e il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo te approuerai, & per

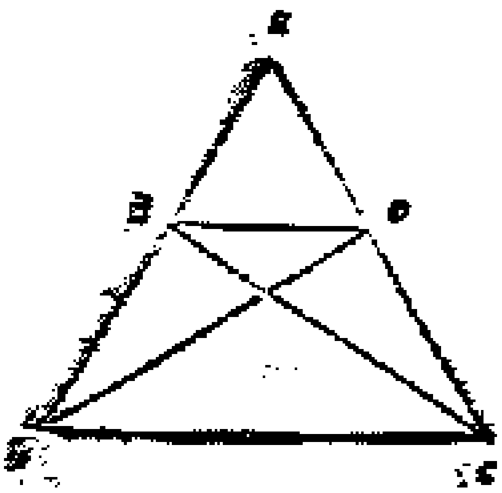




il medesimo modo (per la trigesima ottaua del primo) dutte le linee dalle estremita de quelle linee che saranno multiplice alle base, alle vertice de triangoli.

Theorema .ii. Propositione .ii.

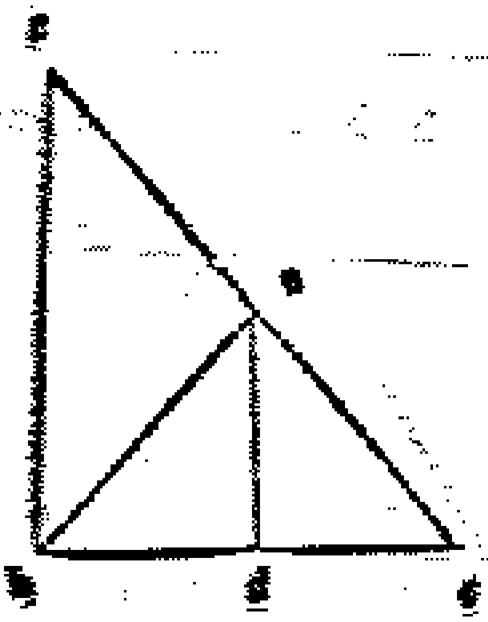
2 Se una linea retta segante li duoi lati d'un triangolo, sera equidistan
2 te all'altro lato, e necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea segha quelli lati proportionalmente necessariamente quella sera equidistante all'altro lato.



Sia il triangolo .a.b.c. del quale la linea .d.e. seghi li duoi lati .a.b. & .a.c. equidistante al terzo lato, il quale e .b.c. dico che la proportione de la .a.d. al .d.b. sera si come de la .a.e. al .e.c. & per il contrario, se sera la proportione de la .a.d. al .d.b. si come de la .a.e. al .e.c. la linea .d.e. sera equidistante alla linea .b.c. perche protratte le due linee .e.b. & .d.c. & sera (per la trigesima settima del primo) il triangolo .e.b.d. equale al triangolo .c.d.e. per esser che ambidui quelli sono sopra la linea .d.e. & fra le linee equidistante, e per tanto (per la seconda parte della settima di questo) la proportione del triangolo .a.d.e. all'uno e l'altro de quelli sera una medesima, ma la proportione de quello (per la precedente) al triangolo .e.d.b. e si come della linea .a.d. alla linea .d.b. & al triangolo .d.e.c. si come la linea .a.e. alla linea .e.c. perche quello con l'uno e l'altro de quelli e de equal altezza, per la qual cosa la proportione delle .a.d. al .d.b. sera si come de la .a.e. al .e.c. che e il proposito primo. & se questo sera (per la precedente) sera del .a.d.e. all'uno e l'altro de quelli una proportione, per la qual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) quelli sono fra loro equali: & perche quegli sono sopra una medesima basa, cioe sopra la linea .d.e. & da una medesima parte sera (per la trigesima nona del primo) la linea .d.e. equidistante alla linea .b.c. che e il secondo proposito.

Theorema .iii. Propositione .iii.

3 Se una linea dutta dal'un delli angoli d'un triangolo alla basa segha
3 quello angolo in due parti equali, le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo, & se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dal'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quel angolo in due equale.



Sia il triangolo .a.b.c. del quale la linea .a.d. diuida l'angolo .a. in due parti equale, dico che la proportione della .b.d. alla .d.c. e si come del lato .b.a. al lato .a.c. & e converso, & per dimostrare questo tirero la .c.e. equidistante alla .a.d. & produrro la .b.a. fina a tanto che la concorra con la .c.e. nel ponto .e. & sera (per la prima parte della vigesima nona del primo) lo angolo .e.c.a. equale all'angolo .c.a.d. & (per la seconda parte della medesima) l'angolo .e. all'angolo .d.a.b. per la qual cosa sel lo angolo .c. e equal all'angolo .e. adonque (per la sesta del primo) la .a.c. e equale alla .a.e. e pero (per la prima parte della settima del quinto) la proportione della .e.a. alla .a.c. e si come della .b.a. alla .a.c. ma per la precedente della .e.a. alla .a.c. e si come della .b.d. alla .d.c. adonque della .b.a. alla .a.c. e si come della .b.d. alla .d.c. che e il primo proposito. la seconda parte, laqual e conuersa della prima se approuera per lo opposito modo, perche stante la medesima dispositione sel sera la proportione della .b.a. alla .a.c.

si come

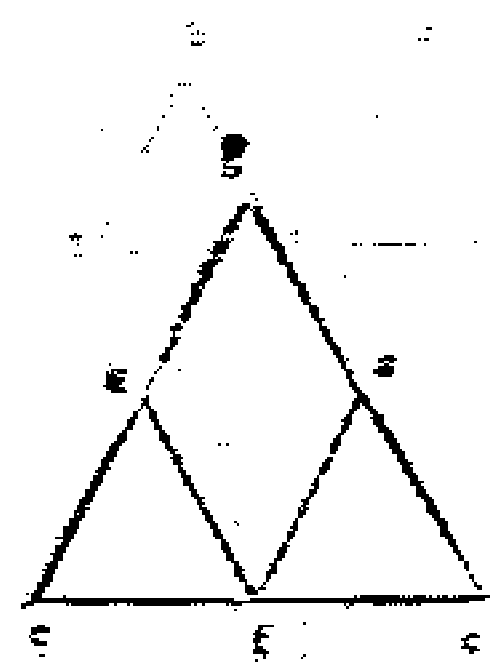
si come della .b.d. alla .d.c. perche (per la precedente) della .e.a. alla .a.c. e si come della .b.d. alla .d.c. sera la medesima proportione della .e.a. alla .a.c. che e della .b.a. alla .a.c. adonque (per la prima parte della nona del quinto) la .e.a. & .a.b. sono equale, per la qual cosa (per la quinta del primo) li duoi angoli .e. & .e.b.a. sono equali, adonque (per la prima e seconda parte della vigesima nona del primo) lo angolo .b.a.d. e equale all'angolo .d.a.c. che e il secondo proposito.

Il Tradottore.

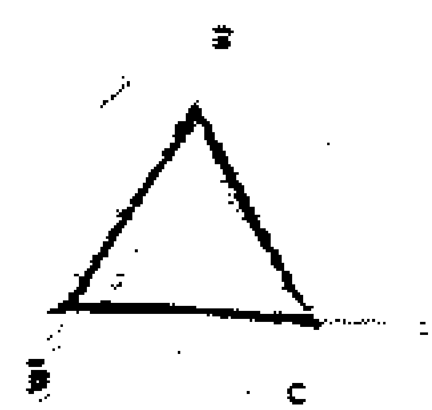
EL concorso della protratta linea .a.c. con la linea .b.e. il qual dall'adversario poria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea .c.b. cade sopra le due paralelle .d.a. & .b.e. l'angolo .e.b.d. intrinseco (per la seconda parte della vigesima nona del primo) e equale all'angolo .a.d.c. estrinseco, giongendo adonque all'uno e l'altro l'angolo .a.c.d. (per la seconda commune sententia) li duoi angoli .e.b.c. & .a.c.b. seranno equali alli duoi angoli .a.c.d. & .a.d.c. del triangolo .a.d.c. & perche li duoi angoli .a.d.c. & .a.c.d. del triangolo .a.d.c. (per la decima settima del primo) sono minori de duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli .e.b.c. & .a.b.c. sono etiam minori de duoi angoli retti, adonque protrahendo da quella parte le due linee .c.a. & .b.e. (per la quinta petitione) e necessario che quelle concorreno insieme, che e il proposito.

Theorema .iiii. Propositione .iiii.

4/4 D'ogni triangoli di i quali li angoli dell'uno a li angoli di l'altro sono equali, li lati che riguardano li angoli equali sono proportionali.



Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.e.f. equiangoli & sia l'angolo .a. equale all'angolo .d. & l'angolo .b. all'angolo .e. & l'angolo .c. all'angolo .f. dico che la proportione del lato .d.e. al .a.b. & del .d.f. al .a.c. e si come del .e.f. al .b.c. & per dimostrare questo ponero ambidui li triangoli sopra una linea (laqual sia .e.c.) in tal modo che li duoi angoli de uno, liquali seranno sopra questa linea sian equali alli duoi angoli dell'altro liquali seranno sopra la medesima linea, non il medio al medio, over lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & ponero li duoi medii angoli de quelli congiongersi in uno medesimo ponto, & sia .a.f.c. quel medesimo triangolo il qual era .a.b.c. & perche l'angolo .a.f.c. e equale all'angolo .e. & l'angolo .d.f.e. all'angolo .c. (per il presupposito) sera (per la prima parte della vigesima ottava del primo) la linea .a.f. equidistante alla .d.e. & la .d.f. equidistante alla .a.c. compiro adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia .g.f. & sera (per la trigesima quarta del primo) la .g.a. equale alla .d.f. & la .g.d. equale alla .a.f. perche adonque (per la seconda di questo) la .g.a. e alla .a.c. si come la .e.f. alla .f.c. & (per la medesima) la .e.f. alla .f.c. e si come la .e.d. alla .d.g. sera (per la settima del quinto) la .d.f. alla .a.c. & (per la medesima) la .e.d. alla .f.a. si come la .e.f. alla .f.c. che e il proposito.



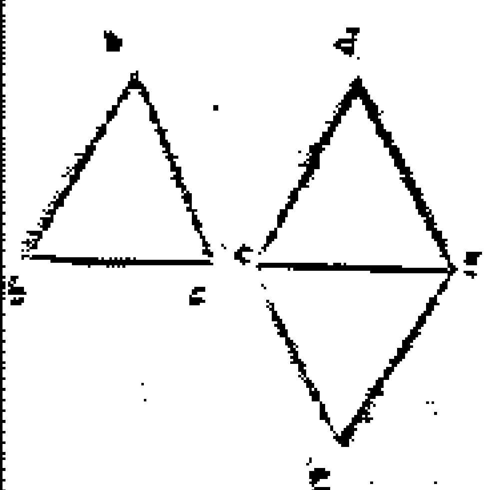
Theorema .v. Propositione .v.

5/5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equianguli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se prouano esser fra loro equali.

QUesta e il conuerso della precedente, & non ha fatto di questa & della precedente una conclusion si come se fece in la seconda & terza di questo, perche la non se dimo stra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli.a.b.c.&.d.e.f.& sia la proportione del lato.a.b.al lato.d.e.& del lato.a.c.al lato.d.f. si come del lato.b.c.al lato.e.f.dico che l'angolo.a.e equale all'angolo.d.& l'angolo.b.all'angolo.e.& l'angolo.c.all'angolo.f.& per dimostrare questo costituiro sopra la linea.e.f.in la parte opposita del triangolo.d.e.f.l'angolo.f.e.g.equale all'angolo.b.& l'angolo.e.f.g.equale all'angolo.c.onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo.g.sera equale all'angolo.a.adonque (per la precedente) la proportione della.a.b.al.e.g.& della.a.c.al.f.g.sera si come del lato.b.c.al.e.f.per la qualcosa del lato a.b.al.d.e.e si come al.e.g.& del.a.c.al.d.f.si come al.f.g.adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato.d.e.e equal allo.e.g.& (per la medesima) lo.d.f.e equale allo.f.g.per la qualcosa (per la ottava del primo) li duoi triangoli.d.e.f.&.g.e.f.sono equangoli (per laqualcosa adonq; lo triangolo.d.e.f.e ancora equiangolo al triangolo.a.b.c.il proposito e manifesto.

Theorema.vi. Propositione.vi.

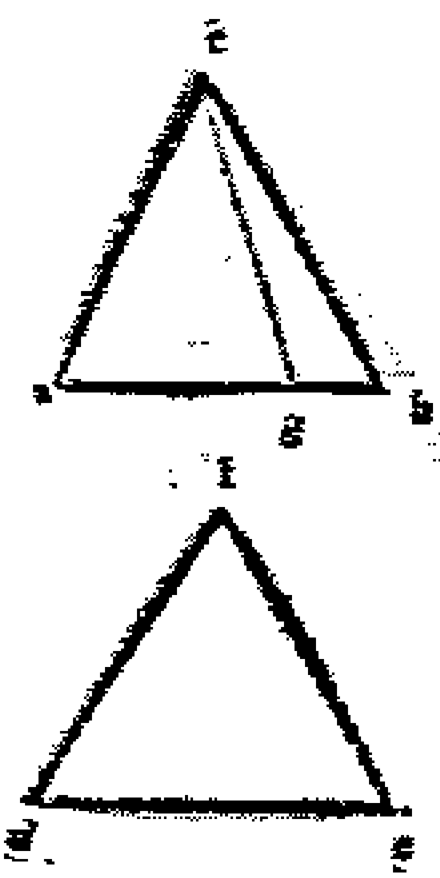
6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a uno an
6 golo dell'altro, & li lati contenenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.



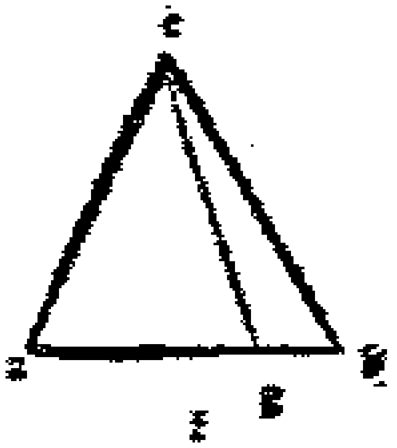
Rimanga la superior dispositione, & sia solamente l'angolo.b.equale all'angolo.d.e.f.& la proportione del.a.b.al.d.e.si come del.b.c.al.e.f.dico ancora li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f.esser equiangoli, perche essendo (per la quarta del primo, & per il presupposito della premessa conclusione) del.a.b.al.e.g.si come del.b.c.al.e.f.sera del.a.b.al.d.e.si come del.a.b.al.e.g.per laqualcosa (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato.d.e.e equale al.e.g.perche adonq; li duoi lati.d.e.&.e.f.del triangolo.d.e.f.sono equali alli duoi lati.e.g.&.e.f.dello triangolo.g.e.f.& l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e.dell'altro, perche l'uno e l'altro e equale all'angolo.b.quelli seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo.e.g.f.e etiam equiangolo al.a.b.c.e manifesto il proposito.

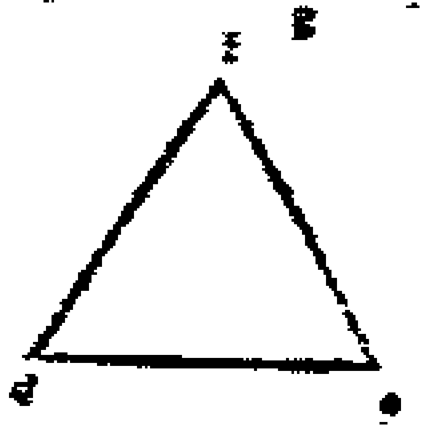
Theorema.vii. Propositione.vii.

7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia equale a
7 uno angolo dell'altro, & duoi di suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, overo che ne l'un e l'altro sia minore, e necessario quelli duoi triangoli cō tutti li suoi angoli esser equangoli.



Siano li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f.& l'angolo.a.sia equale all'angolo.d.& sia proportion del.a.c.al.d.f.si come del.c.b.al.f.e.& l'uno e l'altro di duoi angoli.b.&.e.sia minor del retto, overo ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo.c.dell'uno e equale all'angolo.f.dell'altro, e manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo.c.maggiore & sia fatto l'angolo.a.c.g.equale al medesimo, sera (per la trigesima seconda del primo) il triangolo.a.g.c.equiangolo al triangolo.d.e.f.per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportione del.a.c.al.d.f.sera si come del.g.c.al.e.f.ma cosi fu lo.b.c.al.e.f.adonque (per la nona del quinto) lo.g.c.&.b.c.sono equali, adonque (per la quinta del primo) l'angolo.b.e equale all'angolo.b.g.c.adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli.b.&.e.sera minor del retto, accadera duoi angoli doi angoli d'un triangolo non esser minori de doi retti laqual cosa non puo es sere (per la trigesima seconda del primo) ma se l'uno e l'altro sera minor del retto sera l'angolo.a.g.e.maggior del retto (per la terzadecima del primo) per laqual cosa & l'angolo.e. (a se equale) sera anchora maggiore del retto, che e contra il presupposito, per laqual cosa destrutto lo opposito remane il proposito, ma il bisogna che l'un e l'altro di doi restanti angoli esser minori del retto, over ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche se e possibile nel medesimo triangolo.a.b.c.la linea.g.c.esser equale alla.a.c.e' pero sera della.a.c.all'una e l'altra de quelle una proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g.c.&.a.b.c.equiangoli, benche un angolo dell'uno sia equale a un angolo del l'altro (cioe quel medesimo come l'angolo.a.) & la proportione della linea.a.c.(come lato del grande) alla.a.c.(come lato del piccolo) e si come della.b.c.(lato del grande) alla.g.c.(lato del piccolo) perche l'una e l'altra e equale, e questo e per questo che l'angolo.g.del minore e maggior del retto, & l'angolo.b.del maggiore e minore, perche in ogni triangolo de doi lati equali l'un e l'altro di doi angoli che sono alla basa e minor del retto.





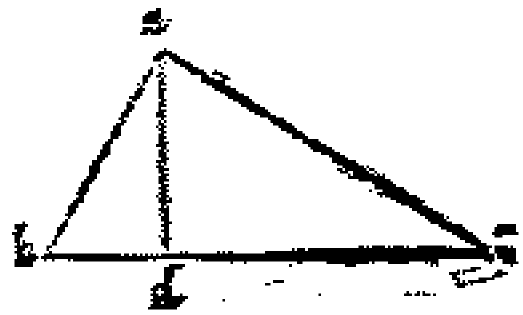
Theorema.viii. Propositione.viii.

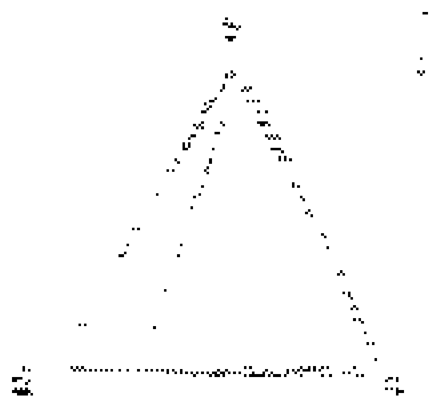
Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti doi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

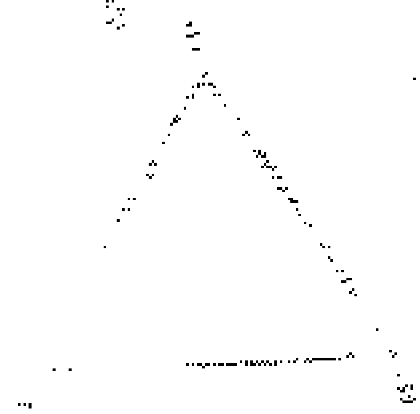
Sia il triangolo.a.b.c.orthogonio & l'angolo.a.di questo sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare.a.d.alla basa, dico che l'uno e l'altro di doi triangoli partiali quali sono.a.b.d.&.a.d.c.e' simile al total triangolo.a.b.c. & l'uno de quelli all'altro, perche l'uno e l'altro de quelli e equiangolo al total (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro e orthogonio & communican in uno angolo con il total, per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo.b.e' equale all'angolo.d.a.c.& l'angolo.b.a.d.all'angolo.c. & li doi angoli che sono al.d.sono equali fra loro etiam all'angolo.a.total, per la qual cosa (per la quarta de questo) li lati rispguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che e il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna advertire nella demostratione fatta di sopra che ogni volta che li doi angoli d'un triangolo sono equali alli doi angoli d'un triangolo seguita de necessita che il terzo angol del detto triangol sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, exempli gratia, se l'angolo.b.a.c.del total triangolo.b.a.c.(per la terza petitione) e equale all'angolo.a.d.c.del triangolo.a.d.c.partiale (per esser ciascun retto) & l'angol.c.e' commun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angol del triangolo.a.b.c.e' equale all'altro terzo angolo del triangolo.a.d.c.cioe che l'angolo.a.b.c.e' equale al l'angolo.d.a.c.laqual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de caduno triangolo sono equali a doi angoli retti seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo.a.b.c.insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo.a.d.c.(per esser quelli equalmente equali a doi angoli retti) tolendo adonque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza commune sententia) li doi rimanenti seranno equali, cioe l'angolo.a.b.c.all'angolo.d.a.c.& per li medesimi modi e vie se approvara del triangolo.a.b.d.esser equiangolo al total triangolo.a.b.c.etiam al triangolo.a.d.c.partiale, onde per la quarta de questo li lati che rispguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come e lo lato.b.d.del triangolo.a.b.d.(rispguardante lo angolo che sono.b.a.d.) al.d.a.del triangolo.a.d.





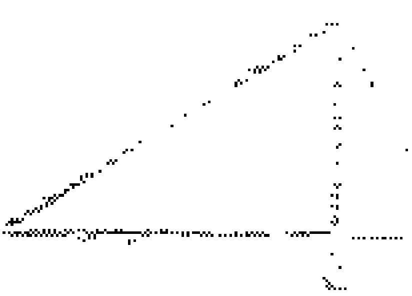


c.(riguardante lo angolo che a.b.c.) cosi e la medesima.a.d. del triangolo.a.b.d. (riguardante lo angolo che a.b.) alla.d.c. riguardante lo angolo che fanno d.a. c. del triangolo.a.d.c.(equale a quello che a.b.) & oltra di questo lo lato.b.a.al. a.c. e si come lo.a.c.al.b.c. perche tutti tre sottotendono over riguardano li angoli retti, adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d.& a.d.c. paralli sono simili al total triangolo.a.b.c. etiam fra loro che e il proposito. Alcuni potria admirar di quel che e detto di sopra in fine della espositione di questa quarta propositione cioe da noi replicato di sopra doue vien concluso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli riguardanti li equali angoli esser proportionali e da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se conclude quelli triangoli esser simili la qual conclusione par fatta indirettamente atteso che la diffinitione non dice che li lati riguardanti li equali angoli sian proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proportionali per il che bisogna auertire che nelli triangoli eglie vna cosa istessa e dire li lati riguardanti equali angoli esser proportionali, & li lati continenti equali angoli esser proportionali laqual cosa e manifesta in li duoi triangoli.a.b.d.&.a.d.c. di quali li duoi lati.b.d.&.a.d. del triangolo.a.b.d. sono proportionali alli duoi lati.a.d.&.d.c. del triangolo.a.d.c. come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardano angoli equali hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioe l'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d.&.b.d. del triangolo.a.b.d. e equale all'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d.&.d.c. del triangolo.a.d.c. perche ciascun e retto & cosi se puo arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correlario.

8 Vnde anchora e manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto de quello alla basa sera dutta vna perpendicolare, sera quella tal perpendicolar media proportional fra le due settione della detta basa, & similmente l'un e l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore



EL senso del soprascritto correlario e questo che per le cose dette & dimostrate di sopra eglie manifesto che in ogni triangolo rettangolo. se da l'angolo retto alla basa di quello sera dutta vna perpendicolare che quella tal perpendicolare sera media proportionale fra le due settioni della basa, exempli gratia che la perpendicolare.a.d.(del soprascritto triangolo.a.b.c.) e media proportionale fra le due settioni.b.d.&.d.c. cioe che tal proportione e dalla portione.b.d. alla perpendicolare.a.d. qual e dalla perpendicolare.a.d. all'altra settione.d.c. come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dico che l'uno e l'altro lato de detto triangolo e medio proportionale fra tutta la basa & la settione a se conterminale, cioe che lo lato.a.c.(del medesimo triangolo.a.b.c.) e medio proportionale fra tutta la basa.b.c.& la settion.d.c.a se conterminale in ponto.c. cioe tal proportione e de tutta la basa.b.c. al lato.a.c. qual e dal lato.a.c. alla settione.d.c.& similmente lo lato.a.b.e medio proportionale fra la detta basa.b.c. & l'altra settione.b.d.a se coterminale la qual cosa e manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo.a.b.c. simile al triangolo.a.d.c. li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li duoi lati.b.c.&.a.c. del triangolo.a.b.c. sono proportionali alli duoi lati.a.c.&.d.c. del triangolo.a.d.c.(cioe ciascuno al suo relatiuo) perche contengono equali angoli, cioe vno medesimo angolo che e l'angolo.c. adonque tal proportione e del lato maggior.b.c.(del triangolo.a.b.c.) al lato maggior.a.c. del triangolo.a.d.c. qual e del lato menore.

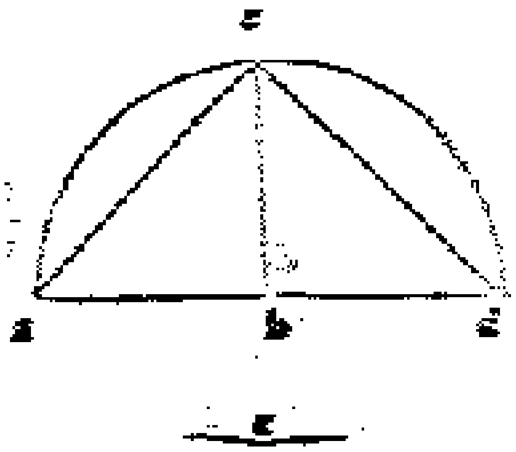
a.c.del

a.c.del triangolo.a.b.c.al lato mezzan.d.c.del triangolo.a.d.c.si che si vede apertamente lo lato.a.c.esser medio proportionale fra la basa.b.c.& la section.d.c.a se conterminale in ponto.c.el qual lato.a.c.si come lato maggior del triangolo.a.d.c.vien a esser conseguente della prima proportione,& come lato mezzano del triangolo.a.b.c.vien a esser antecedente della seconda proportione, e per li medesimi modi e vien manifesta l'altro lato.a.b.esser similmente medio proportionale fra la basa.b.c.& la section.b.d.a se conterminale in ponto.b.perche li duoi lati.b.c.&.a.b.del triangolo.a.b.c.sono proportionali alli duoi lati.a.b.&.b.d.del triangolo.a.b.d.(cioe ciascun al suo relatiuo) perche contengon vn medesimo angolo,che e l'angolo.b.adonque tal proportione e del lato maggiore.b.c.del triangolo.a.b.c.al lato maggior.a.b.(del triangolo.a.b.d.)qual e dal lato menor.a.b.(del triangolo.a.b.c.)al lato minor.b.d.del triangolo.a.b.d. onde si vede che il lato.a.b.si come lato maggior del triangolo.a.b.d.vien a esser consequente della prima proportione.& come lato minor del triangolo.a.b.c.vien a esser antecedente della seconda proportione, che e il proposito.

Problema primo Propositione.ix.

2 13 A due proposte rettelinee puotemo trouar una media proportionale.

SIano le due linee proposte.a.b.&.c.fra lequale voglio trouare vna media proportionale aggiongero l'una di queste con l'altra & sia tutta la composta da queste la.a.d.cioe che la.b.d.sia equale alla.c.& sopra tutta descriuo il semicircolo.a.e.d.& produco la.e.b.fina alla circonferentia perpendicolare alla linea.a.d.dico la linea.b.e.esser quella che adimandiamo,& per dimostrare questo produco le linee.e.a.&.e.d.& sera(per la trigesima terza del terzo) lo angolo.e.totale retto,per laqualcosa (per la prima parte del correlario della precedente) la proportione della.a.b.alla.b.e.e si come della.b.e.alla.b.d.che e il proposito.



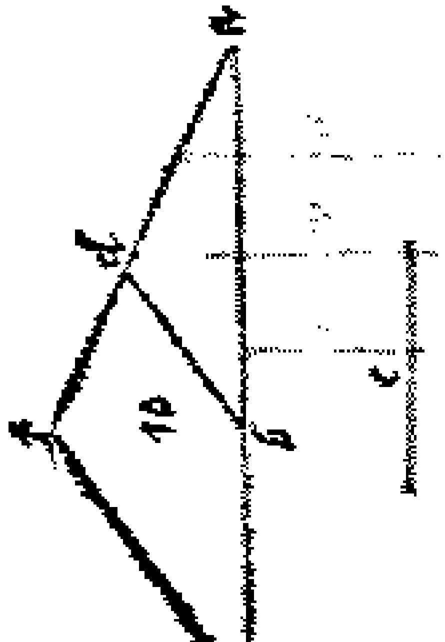
Il Tradottore.

QVesta sopradetta nona propositione in la seconda tradottion e la terzadecima,niente dimeno a me par questo esser piu suo condecente loco, perche la se demostra imediatamente dalla prima parte del correlario della precedente, vero e che ho tradutto el testo della detta seconda tradottione parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradottione del Campano.

Problema.ii. Propositione.x.

10 11 A due date rettelinee puotemo trouare una terza a quelle in continua proportionalita.

SIano le due linee proposte.a.b.&.c.alle quale voglio soggiongere vna terza in continua proportionalita congiongo la linea.c.angularmente(come si voglia) con la linea.a.b.& sia la.a.d.(a se equale)& produco la linea.a.b.fina al.e.si ma tanto che la.b.e.sia fatta equale alla.a.d.& protratta la linea.b.d.dal ponto.e.duco vna linea equidistante a essa linea.b.d.& produco la linea.a.d.fina a tanto che le concorrano in ponto.f.dico adonque la linea.d.f.esser quella che cercamo, perche(per la seconda di questo)la proportione della.a.b.alla.b.e.e si come della.a.d.alla.d.f.ma della.a.b.alla.b.e.e si come della.a.b.alla.a.d.(per la seconda parte della settima del quinto)per laqualcosa della.a.b.alla.a.d.e si come della.a.d.alla.d.f.che e il proposito,ma se a tre rettelinee volemo trouar vna quarta



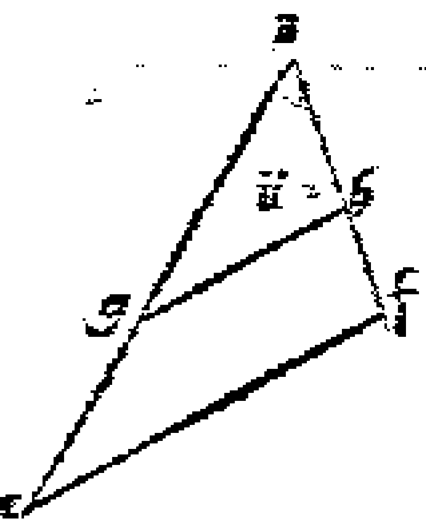
alle qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto vna linea della prima & seconda e a tutta la linea composta sia aggionta la terza angularmente & dal commun termine della prima & della seconda sia dutta vna linea alla estremita della terza & dall'altro termine della seconda, sia dutto a questa linea vna equidistante fina atanto che quella concorra con la terza protratta in continuo & retto, & sera (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che vien cercata, si come se in questa figura sera la prima .a.b. la seconda .b.c. la terza .a.d. sera la quarta .d.f.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir in la soprascritta propositione che a voler trouar vna terza line proportionale alle due date linee .a.b. & .c. se puo intendere in dui modi cioe trouar vna consequente alla .c. ouer consequente alla .a.b. volendola consequente alla .c. se die procedere come di sopra e stato fatto, ma volendola consequente alla .a.b. se debbono congiongere per angularmente come di sopra & dal ponto .d. al ponto .b. protrahere la linea .d.b. & produr la linea .a.d. sin al ponto .f. talmente che la .d.f. sia equale alla .a.b. & dal ponto .f. ducere vna linea equidistante alla .d.b. & produr la .a.b. sin a tanto che la concorra con quella in ponto .e. hor dico la linea .b.e. esser quella che cerchiamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie dell'altra.

Problema .iii. Propositione .xi.

50/12 A tre date rette linee potemo trouare vna quarta proportionale.



Siano le tre date rette linee .a.b.c. voglio a esse .a.b.c. trouar vna quarta proportionale congiongo due linee rette .d.e. & .e.f. angularmente & taglio della linea .d.e. (per la terza del primo) la linea .d.g. equale alla linea .a. & la .g.e. equale alla .b. & oltra di questo la .d.h. equale alla .c. & dal ponto .g. al ponto .h. tiro la linea .g.h. & dal ponto .e. duco la linea .e.f. equidistante alla .g.h. & concorrente con la .d.f. in ponto .f. perche a gionger del triangolo .d.e.f. e vno lato di quello (che e .e.f.) e protratta la equidistante .g.h. adonque (per la seconda di questo) e si come della .d.g. alla .g.e. cosi della .d.h. alla .h.f. ma la .d.g. e equale alla .a. & la .g.e. alla .b. & la .d.h. alla .c. adonque e si come della .a. alla .b. cosi della .c. alla .h.f. adonque alle tre date rette linee .a.b.c. e trouata la quarta proportionale .h.f. laqual cosa bisognaua fare.

Il Tradottore.

Bisogna aduertire che a voler trouar vna quarta linea proportionale alle tre date rette linee .a.b.c. se puo intendere in dui modi come etiam sopra la passata fu detto, cioe trouar vna consequente alla .c. ouer vna consequente alla .a. volendola trouar consequente alla .c. se procederia come e stato fatto di sopra, ponendo la .d.g. equal alla .a. & la .g.e. alla .b. & la .d.h. alla .c. & procedere come e stato detto ma volendola trouar consequente alla .a. se ha a tuor la .d.g. equale alla .c. & la .g.e. equale alla .b. & la .d.h. equale alla .a. & procedere vt supra, & nota che le tre date linee ponno esser & non esser continue proportionale ancora noti qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente nella seconda tradottione, vero e che sin della espositione della passata e stato aggionto (sotto breuita) il medesimo, tamen non ho voluto restar di ponerla, per la proprieta sua.

Problema.iiii. Propositione.xii.

11 Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.

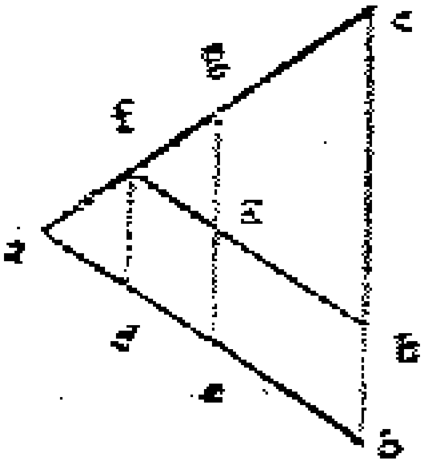
9

Sia la assignata linea .a.b. io voglio da quella tagliare vna ordinata parte al quanto, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente (come viene) vna linea de indefinita quantita, laqual sia .a.c. dalla quale reseco tre equal portioni, lequale siano .a.d.d.e.e.c. & produco le linee .c.b. & .d.f. fra loro equidistante dico la .a.f. esser la terza parte della .a.b. perche le proportione della .c.d. alla .d.a. (per la seconda di questo) e si come della .b.f. alla .f.a. per laqualcosa congiontamente della .c.a. alla .d.a. e si come della .b.a. alla .f.a. concosia adonque che la .c.a. sia tripla alla .d.a. egli e manifesto la .a.f. esser la terza parte della .a.b. che e il proposito.

Problema.v. Propositione.xiii.

12 De due linee proposite l'una indivisa l'altra divisa in parti, potemo

10 dividere la indivisa al modo della divisa.

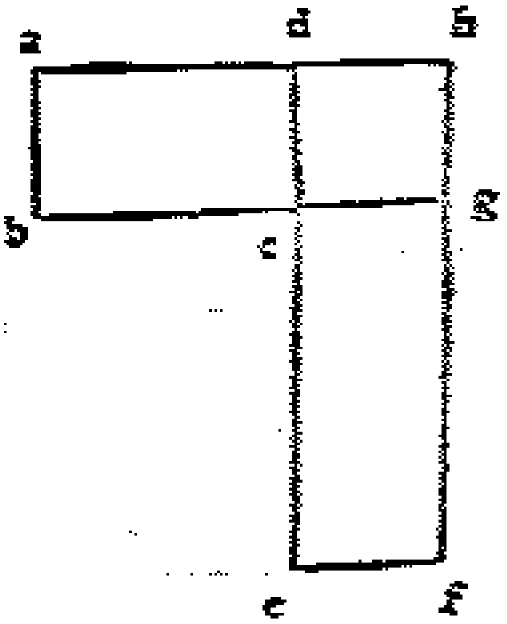


Siano le due linee (lequale congiungero angularmente come vengono) .a.b. & .a.c. e sia la .a.b. divisa in tre, over in quante si voglia portioni, signati in quella li ponti .d. & .e. voglio secondo le medesime portioni dividere la linea .a.c. quando adonque havero congiunte quelle angularmente, come e detto, tiraro la linea .b.c. & equidistante a quella la .d.f. & .e.g. dico queste equidistante dividere la linea .a.c. in parti proportionale alle parti della .a.b. perche menando la .f.h. equidistante alla .a.b. laquale sega la .e.g. in ponto .k. sera (per la seconda di questo) la proportione della .g.f. alla .f.a. si come della .e.d. alla .d.a. & alla .c.g. alla .g.f. si come della .h.k. alla .k.f. per laqualcosa e si come della .b.e. alla .e.d. (per la trigesima quarta del primo, & per la seconda parte della septima del quinto) che e il proposito, ma el bisogna tante volte repetere la seconda de questo quante parti seranno in la linea .a.b. mancho vna, & la trigesima quarta del primo & la septima del quinto mancho due.

Theorema.ix. Propositione.xiiii.

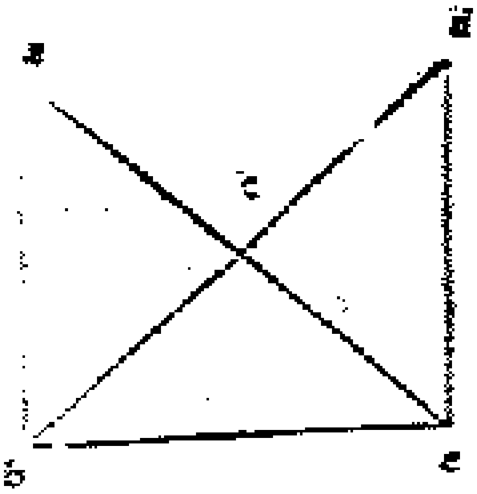
14 Se seranno due superficie equali de lati equidistanti dellequale uno

14 angolo dell'una sia equale a un angolo dell'altra, li lati continenti li duoi angoli equali, e necessario esser mutekesia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, le due superficie e necessario esser equale.



Siano le due superficie .a.b.c.d. & .c.e.f.g. de equidistanti lati & equale, & sia l'angolo .c. dell'una equal all'angolo .c. dell'altra, dico la proportione del lato .b.c. al .c.g. esser si come del .e.c. al .c.d. & se la proportione del lato .b.c. al .c.g. sera si come del .e.c. al .c.d. & li predetti angoli siano anchora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti esser equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioe l'angolo .c. dell'una con l'angolo .c. dell'altra cosi che li duoi lati de quelle figure siano .b.c. & .c.g. facciano vna linea, & seranno similmente li a lati duoi lati .d.c. & .c.e. vna linea directamente seguita (per lo precedente presupposito) e qual e che l'angolo .c. dell'una esser equale all'angolo .c. dell'altra, & per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adonque compito la superficie de equidistanti lati produme le linee.a.d.&.f.g.per fina a tanto che concorrano in.h.& sera (per la prima parte della settima del quinto) dell'una e l'altra delle superficie.a.c.&.c.f.alla superficie.c.h.vna medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie.a.c.alla superficie.c.h.e si come della linea.b.c.alla linea.c.g.& della superficie.c.f.alla medesima superficie.c.h.si come della.e.c.alla.c.d.& e manifesta la prima parte della proposta conclusione. la seconda parte anchor e manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della.b.c.alla.c.g.e si come della.a.c.alla.c.h.& della.e.c.alla.c.d.si come della.c.f.alla medesima.c.h.& perche eglie sta supposto che la proportione della.b.c.alla.c.g.e si come della.e.c.alla.c.d.sera dell'una & dell'altra delle due superficie.a.c.&.c.f.alla superficie.c.h.vna proportione adonque (per la prima parte della nona del quinto) la.a.c.e equale alla.c.f.& cosi e manifesta la seconda parte.

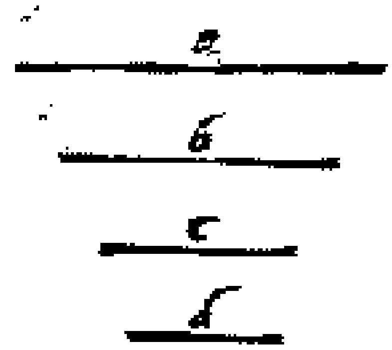
Theorema.x. Propositione.xv.

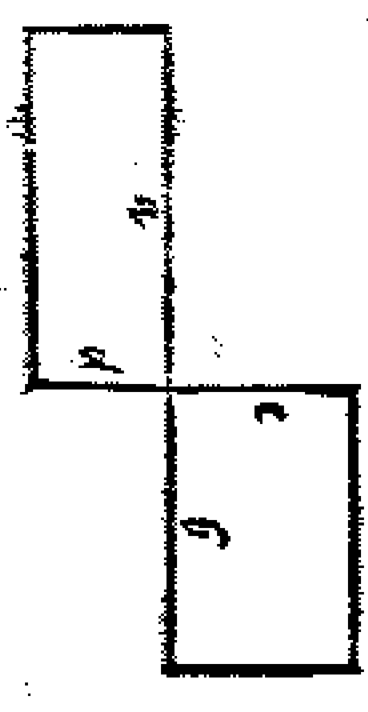


14
15 Se seranno duoi triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno sia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, li duoi triangoli se approuano essere equali.

Siano duoi triangoli.a.b.c.&.c.d.e.equali, & sia l'angolo.c.dell'uno equale all'angolo.c.dell'altro dico la proportione del lato.a.c.al.c.e.esser si come del.d.c.al.c.b.& se sera la proportion del.a.c.al.c.e.si come del.d.c.al.c.b.& li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli duoi triangoli esser equali, perche congiungendo io quelli angularmente cosi che li lati.a.c.&.c.e.sian fatti vna linea seranno similmente.b.c.&.c.d.vna linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quintadecima del primo) & tirato la linea.b.e.& sera (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de dutti triangoli al triangolo.c.b.e.vna proportione. & perche (per la prima di questo) del primo de quelli a quello e si come del.a.c.al.c.e.& del secondo de quelli al medesimo e si come del.d.c.al.c.b.e manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte se proua al contrario perche del.a.c.alla.c.e.e si come del primo triangolo al triangolo.b.c.e.& del.d.c.al.c.b.si come del secondo al medesimo (per la prima di questo) & perche le stato posto che'l sia del.a.c.al.c.e.si come del.d.c.al.c.b.sera dell'uno & dell'altro de dutti triangoli al triangolo.b.c.e.vna proportione, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi e manifesta la seconda parte.

Theorema.xi. Propositione.xvi.

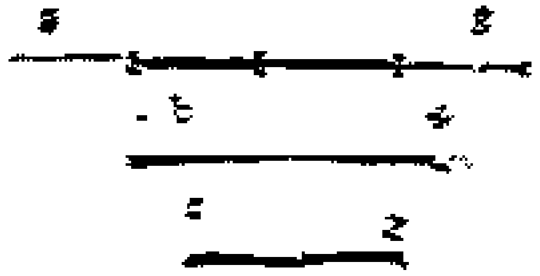




15
16 Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che sera contenuto sotto la prima & la ultima, sera equale a quello, che sera contenuto sotto alle altre due. & sel rettangolo che sera contenuto sotto la prima & la ultima sera equale a quello che sera contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee.a.b.c.d. proportionale, & sia la proportione della.a. alla.b. si come della.c.alla.d. dico che la superficie contenuta sotto della.a. & della.d.e' equale alla superficie contenuta sotto della.b.& della.c.& se la superficie contenuta sotto della.a.& della.d. e equale alla superficie contenuta sotto della.b.& della.c.dico che la proportione della.a.alla.b.e si come della.c.alla.d. perche essendo fatta la superficie contenuta sotto della.a.& della.d.& la superficie contenuta sotto della.b.& della.c.& la proportione adonque della.a.alla.b. e si come della.c.alla.d.li lati di queste superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per la qual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) elle sono equale, che e il primo proposito. Il secondo e manifesto (per la prima parte della medesima) perche se elle sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle seranno mutekesia perilche la proportione della.a.alla.b.e' si come della.c.alla.d.che e il secondo proposito.

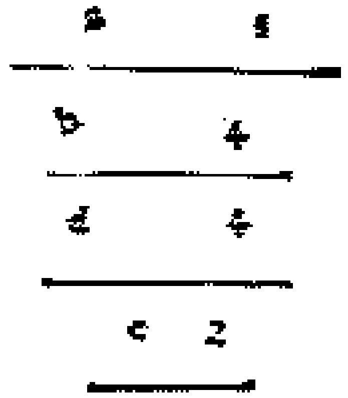
Theorema.xii. Proposicione.xvii.



16 Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo che sera contenu
17 to sotto la prima & terza, sera equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che sera contenuto sotto la prima & terza e equale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia la proportione della linea.a.alla linea.b.si come della linea.b.alla linea.c.dico che la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.e' equale al quadrato della.b.& se la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.e' equale al quadrato della.b.dico che la proportione della.a.alla.b.e si come della.b.alla.c.ma questo e euidente per la precedente posta una linea laquale sia equale alla.b.talmente che la.b.sia in ragione de seconda & de terza.

Il Tradottore.

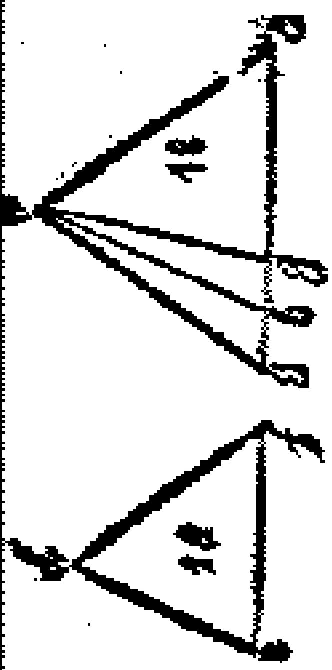


Verbi gratia, ponendo la.d.equale alla.b.(come in la seconda figuratione appare) hauerremo poi quattro linee proportionale, cioe.a.b.d.c.cioe, che la proportione della.a.alla.b.e' si come della.d.alla.c.onde (per la precedente) lo rettangolo che sera contenuto sotto della.a.& della.c.sera equale a quello che sera contenuto sotto della.b.& della.d.& perche il rettangolo contenuto sotto della.b.& della.d.e' equale e simile al quadrato della.b.(per esser la.d.equale alla.b.) seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della.a.& della.c.esser equale al quadrato della.b.che e il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

Theorema.xiii. propositione.xviii.

17 Se seranno dui triangoli simili, la proportione dell'uno all'altro e
19 come la proportione de quel suo lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

Siano li dui triangoli.a.b.c.& d.e.f.simili & (per la diffinitione) seranno equali angoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo.a.equale all'angolo.d.& l'angolo.b.all'angolo.e.& l'angolo.c.all'angolo.f.& sera la proportione del



lato.a.b.al.d.e.& del.a.c.al.d.f.si come del.b.c.al.e.f.dico che la proportion del triangolo.a.b.c.al triangolo.d.e.f. si come la proportione del.b.c.al.e.f.duplicata, perche essendo sono giunta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee.b.c.& e.f.vna terza in continua proportionalita laqual sia.c.g. protratta, ouer resecata la.c.b.(se la.c.g.sera maggior ouer minor di quella) & essendo protratta la linea.g.a.& sera (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo.a.g.c.equale al triangolo.d.e.f. per questo che la proportione della.a.c.alla.d.e. si come della.e.f.alla.c.g.& l'angolo.c.equale all'angolo.f.per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) le triangolo.a.b.c.al vno & l'altro de questi hauera vna proportione, & (per la prima di questo) la proportione del triangolo.a.b.c.al triangolo.a.g.c.e si come della.b.c.alla.g.c.& la proportione della.b.c.alla.g.c.e si come della.b.c.alla.e.f.duplicata (per la decima diffinitione del quinto) adonque la proportione del triangolo.a.b.c.al triangolo d.e.f.e si come la proportione della.b.c.alla.e.f.duplicata che e il proposito, ma se per caso la.c.g.sia equale alla.b.c.sera (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo.a.b.c.equale al triangolo.d.e.f.& la equal proportion e composta dalla equal duplicata, ouer treplicata, ouer quante volte si voglia. Questa medesima passione possemo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti ouer solamente la quartadecima del presente in loco della quintadecima, ma si no demostra quella, perche per la seguente el se demostra vniuersalmente de tutte le superficie simile, laqual cosa (per il correlario che vniuersalmente e proposto de tutte le superficie simile) non solamente e manifesto nelli triangoli, ma demostrata la seguente sera manifestante de tutte, ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa e non della sequente, perche dal modo della demostratione de questa e manifesta la sua verita e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

9 Et da questo anchora e manifesto che di ogni tre linee continue 17 proportionale quanta e la prima alla terza, tanta sera vna superficie constituida sopra la prima a vna superficie constituida sopra la la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

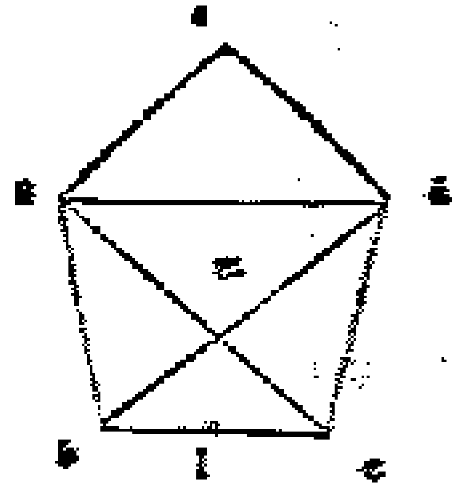
19 Anchora da questo e manifesto che de ogni tre linee continue pro 5 portionale, quanta e la prima alla terza, tanta sera la superficie rettangola costituita sopra la prima alla superficie rettangola costituita sopra la seconda quando sera a quella simile in lineatione & creatione.

Il Tradottore.

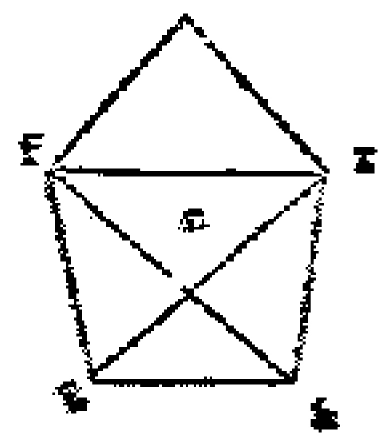
Il Tradottore.

EL primo delli sopraſcritti doi correlarii ꝯclude generalmente che p le coſe dette & dimoſtrate di ſopra egli e manifeſto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione e ſia della prima alla terza, quale ſera de vna ſuperficie conſtituida ſopra alla prima linea, a vna ſuperficie conſtituita ſopra alla ſeconda linea, dummente che le dette due ſuperficie ſiano ſimile in ſituatione & creatione. Il ſecondo, cioe quello della ſeconda tradottione, conclude il medeſimo ſolamente delle ſuperficie triangole ſimile, & circa cio io dico che egli e ben il vero che di ſopra egli e ſtato dimoſtrato delle tre linee. c. b. b. e. e. g. continue proportionale, che tale proportione e dalla prima. c. b. alla terza. e. g. qual e dallo triangolo. a. b. c. (conſtituito ſopra alla prima linea) allo triangolo. d. e. f. (conſtituido ſopra alla ſeconda) ma per queſto non ſe verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, il qual conclude generalmente de tutte le ſuperficie ſimili, & manco ſi verifica quello della ſeconda tradottione: ma e ben il vero che quello della ſeconda tradottione ſi poria dimoſtrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) dicendo nella argumentatione della decimaquinta propoſitione di queſto in luoco della decimaquinta. Pur tale che (ſecondo il mio giuditio), il ſuo proprio & condecente luoco dell'uno & dell'altro credo che ſia dapoi la dimoſtratione della ſequente propoſitione, perche in tal luoco (mediante le coſe demoſtrate in la precedente, & etiam nella ſequente propoſitione) veria ad eſſere verificato totalmente quello che conclude l'uno & l'altro delli predetti doi correlarii, ma perche in l'una e l'altra tradottione ſono poſti drieto a queſta propoſitione, & in tal luoco li hauemo laſſati, & perche il ſecondo correlario poſto in fine della ſequente propoſitione e ſimile in concluſione al ſopraſcritto della prima tradottione qui ſe crede re queſto eſſere uno eſpreſſo errore delli tradottori, & ſe coſi non foſſe lo ſopradetto primo correlario, cioe quello della prima tradottione ſeria ſtato ſuperfluamente poſto dallo Auttore, il che non e da credere.

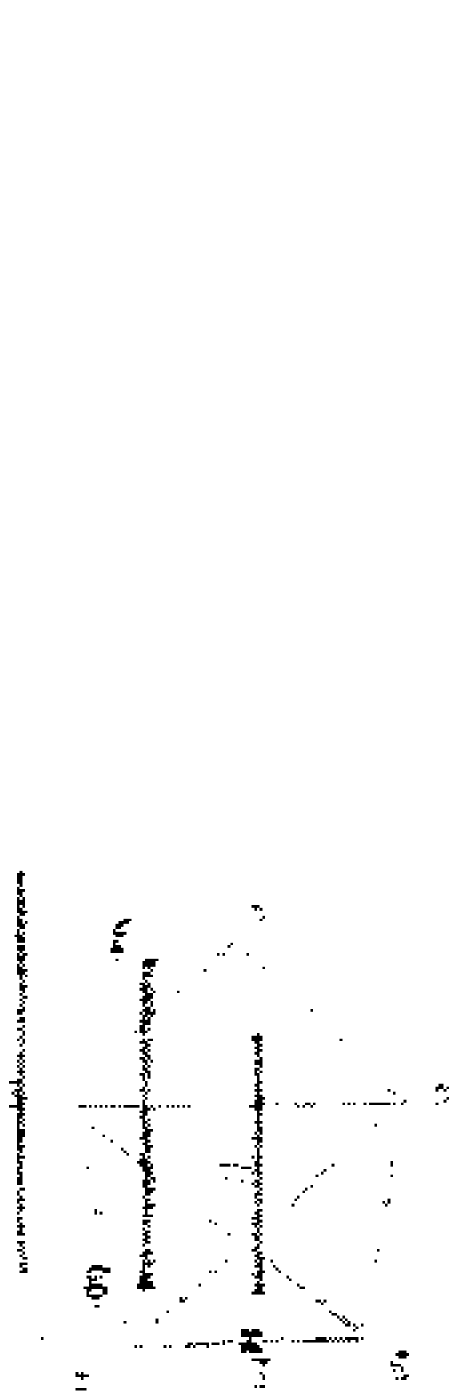
Theorema.xiiii. Propoſitione.xix.



18 ¶ Ogni due ſuperficie ſimili multiangule ſono diuiſibile in triangoli ſi
20 mili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra eſſi come, la proportione dupplicata de qualunque ſuo lato al ſuo relatiuo lato dell'altra.



SIano exempli gratia li doi penthagoni. a. c. d. f. h. k. ſimili. Dico che elli ſono diuiſibili in triangoli ſimili et in numero equali, & che la proportione de l'uno di queſti all'altro eſſi come la proportione dupplicata della. b. c. al. f. g. perche eſſendo tratte le due linee. a. c. & a. d. ſimilmente la. f. h. & f. k. & ſera (per lo precedente preſuppoſito, & per la ſeſta di queſto) lo triangolo. a. b. c. equiangolo al triangolo. f. g. h. & lo triangolo. a. e. d. al triangolo. f. l. k. ſimilmente ancho ra (per queſta commune ſcientia ſe da coſe equale ſe toglie coſe equale li rimanenti ſono equali) ſera lo triangolo. a. c. d. equiangolo al triangolo. f. h. k. perche li detti penthagoni ſono ſta poſti equiangoli & ſimilmente de lati proportionali ¶ Et perche li triangoli in li quali ſono diuiſi ſono fra loro equiangoli (come e ſta prouato) ſeranno etiam ſimili (per la quarta di queſto) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa. conciosia che essi sono equali in numero e manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la.b.d.laqual segharà la.a.e.in ponto.m.& la.g.K. laqual segharà la.f.h.in ponto.n.& serà lo triangolo b.c.d. equiangolo al triangolo. g.h.k. (per la sesta di questo), & per la presente preallegata) per laqual cosa e lo triangolo.a.b.m.al triangolo.f.g.n.& lo.e.m. d.al.f.n.k.adonque (per la quarta di questo) la proportione della.b.m.alla.g.n. e si come della.a.m.alla.f.n.& d ella.a.m.alla.f.n.si come della.m.d.alla.n.K.per laqual cosa (per la undecima del quinto) della.b.m.alla.g.n.e' si come della. m. d.alla.n.K.adonque permutatamente della.b.m.alla.m.d.e' si come della.g.n.al la.n.K.ma (per la prima di questo) del triangolo.a.b.m.al triangolo.a.m.d.& del b.c.m.al.c.m.d.e' si come della.b.m.alla.m.d.& (per la medesima) del.f.g.n.al.f. n.K.& del.g.n.h.al.h.n.K.si come della.g.n.alla.n.K.adonque (per la terzadecima del quinto) del triangolo.a.b.c.al triangolo.a.c.d. e' si come del triangolo.f. g.h.al triangolo.f.h.k.per laqual cosa permutatamente del.a.b.c.al.f.g.h.e' si come del.a.c.d.al.f.h.k.con la medesima ragione tu approuerai che & si come del a.e.d.al.f.K.l.adonque (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono e si come del.a.b.c.al.f.g.h. adonque (per la precedente) la proportione del penthagono.a.c.d.al penthagono.f.h.K. e' si come la proportione della.a.b.alla.f.g.duplicata, che e il proposito, dal qual anchora uolta e manifesto il correlario della precedente, altramente tu poi demostrare il secondo, perche essendo li triangoli in liquali li penthagoni sono diuisi fra loro simili serà (per la precedente) la proportione del.a.b.c.al.f.g.h.si come della.b.c.alla.g. h. duplicata, & del.a.c.d.al.f.h.K.si come della.c.d.alla.h.K.duplicata, & del.a. e.d.al.f.l.K.si come della.d.e.alla.K.l. duplicata, perche adonque tutte queste proportioni duplicate sono equale per questo che l'è posto le simplice esser equale serà (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono si come dello lato di l'uno al suo relatiuo lato dell'altro la proportione duplicata.



Correlario primo.

o E per questo uniuersalmente e manifesto, che le simile figure rettelinee, fra loro sono in doppia proportione della simile proportione di lati, perche se de essi medesimi.a.b.& .f.g.togliemo la proportionale.x. ella.a.b.alla.x.ha doppia proportione che la.a.b.alla.f.g.ugualmente.& il polygonio al polygonio, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportione, che della simile proportione del lato al lato, cioe della.a.b.alla.f.g.& questo anchora e manifesto in li triangoli.

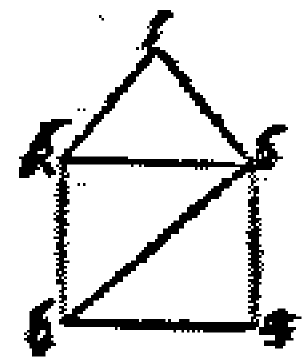
Correlario secondo.

o Per tanto anchora uniuersalmente e manifesto che se tre rette linee 20 seranno proportionale si come la prima alla terza, cosi serà la specie che e descritta dalla prima a quella laquale e similmente descritta simile dalla seconda.

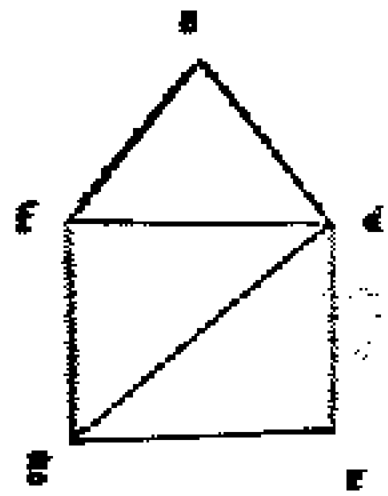
Il Tradottore.

QVesti soprascritti doi correlarii se trouano solamente in la seconda tradottione

tione, il primo di quali conclude il converso dello correlario della precedente el secondo de questo, secondo, perche questo secondo correlario in sostantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedente, secondo la tradottione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee prime proportionale tal proportion ha la prima alla terza qual ha una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra alla seconda quando la sera a quella simile in lineatione & creatione, & perche ei non specifica (rettangola) come fa quello della nona tradottione. se die intendere de ogni specie superficie simili, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, perilche a me par che questo secondo sia quel instesso della precedente secondo la tradottione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa satisfa per quello, o sia di la nova tradottione, o sia di quella del Campano.



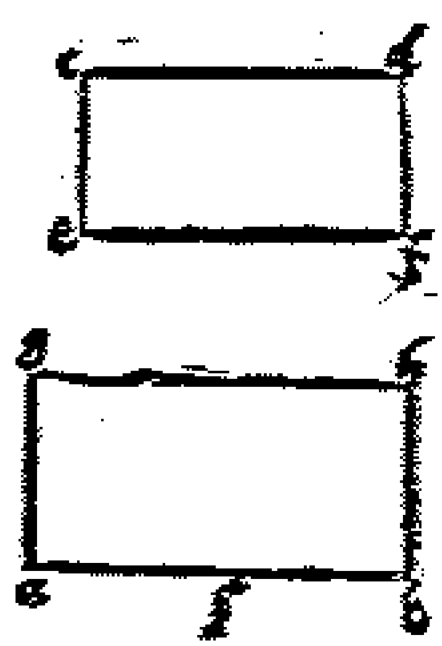
Problema.vi. Propositione.xx.



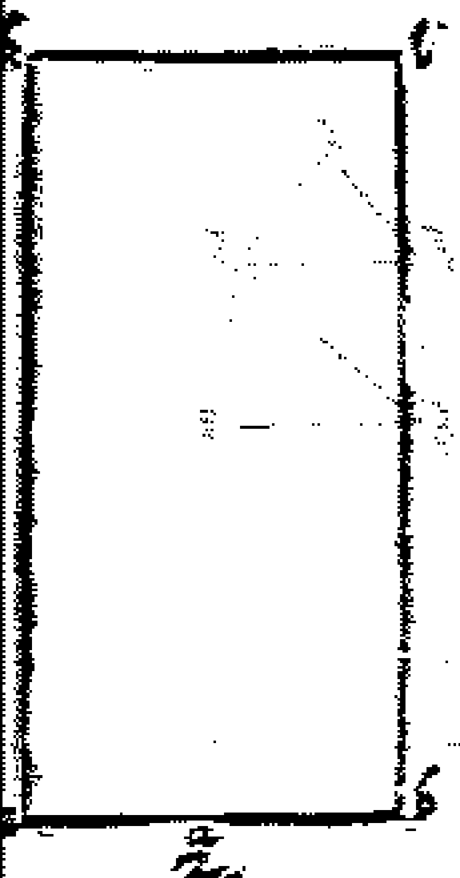
15 Sopra una data retta linea possiamo descriver uno rettilineo simile
19 e similmente posto a uno dato rettilineo.

Sia la data linea.a.b.sopra laquale voglio costituire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie, che sia penthagona, & sia.c.d.e.f.g. divido questo penthagono in triangoli, dutte le linee.d.f.&.d.g. & sopra il ponto.a.costituisco uno angolo equale all'angolo.e.(detta la linea.a.h.) & sopra il ponto.b.costituisco un altro angolo (ilquale sia.a.b.h.) equale all'angolo c.d.g. protratta la linea.b.h.fina a tanto che quella concorra con la.a.h.in ponto h.& sera (per la trigesima seconda del primo) l'angolo.a.h.b.equal all'angolo.c.g.d. e pero (per la quarta di questo) li lati di duoi triangoli.g.c.d.&.h.a.b.seranno proportionali, facendo anchora lo angolo.h.b.K.(detta la linea.b.K.) equale all'angolo.g.d.f.& l'angolo.K.b.l.(detta la linea.b.l.) equale all'angolo.f.d.e. & l'angolo.b.h.K.(detta la linea.h.K.) equale all'angolo.d.g.f.& l'angolo.b.K.l.(detta la linea.K.l.) equale all'angolo.d.f.e. & sera perfetto il penthagono che era da esser costituido sopra la linea.a.b.perche quello e equiangolo al dato penthagono per la equalita di angoli di triangoli in liquali l'uno et l'altro e diviso, & etiam e de lati proportionali per la proportionalita di lati de essi triangoli, laqual cosa dalla quarta di questo evidentemente appareno, perilche (per la diffinitione delle superficie simile) lo penthagono costituido sopra la linea.a.b.e simile al penthagono dato, che e il proposito.

Il Tradottore.



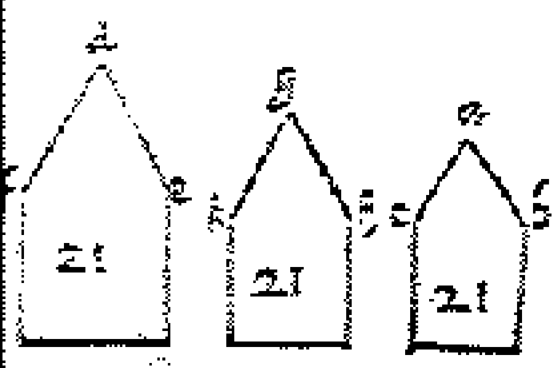
EL testo di questa soprascritta propositione lo havemo tradotto la maggiore parte secondo la seconda tradottione, perche quello della tradottion del Campano e diminuto assai, perche il prepone di voler costituire sopra una data linea una superficie simile a una data superficie, & doveria dire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie rettilinea altramente la superficie proposta poria esser cosi condittionata che sopra alla data linea se poteria descrivere due e piu superficie simile alla data superficie & fra loro seranno differente in quantita, come serebbe verbi gratia, sia la data superficie.c.d.e.f.& per piu facile intelligentia, sia rettangola, & la longhezza.c.d.di quella sia doppia alla larghezza.c.e.& siano date due linee equale, cioe.a.b.prima &.a.b.seconda, hor dico che sopra alla linea.a.b. se poria descrivere due si-



perficie simile alla data,c.d.e.f. & differente in quantita, perche se io ponero la data linea per longhezza la me dara minor figura che a ponerla per larghezza come apar in le due superficie.a.b.g.h.& a.b.K.l.che cadauna e fatta simile alla.c.e.d.f.cioe la longhezza de cadauna e doppia alla sua larghezza, & sono rettangole) & niente dimeno la.a.b.K.l.(per lo primo correlario della decima nona di questo) e quadrupla alla.a.b.g.h.& questo procede che la prima linea.a.b.e posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per caso la data superficie fusse de tre lati diversi sopra alla data linea se potera descriuere tre superficie simile alla data e diverse fra loro in quantita, cioe una ponendola data linea per il lato minor de detta figura l'altra ponendola per il lato mezzano, e l'altra ponendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quattro lati inequali sene poria descrivere quattro, & se de cinque cinque, & cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se vede adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere salvo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se hauera a designare bisogna che la sia non solamente simile alla data, ma etiam la sia similmente posta, cioe che la se riposi sul medesimo lato doue se riposa la data, onde la superficie.a.b.K.l.quantunque la sia simile alla data.c.d.e.f.tamen la non e similmente posta, perche la data.c.d.e.f. se riposa & tien per basa il maggior lato di quella, cioe.e.f.& la.a.b.K.l. se riposa & tien per basa il lato minore, cioe.a.b.ma la superficie.a.b.g.h.e veramente descritta sopra alla linea.a.b.con la conditione che se recerca in la soprascritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie.c.d.e.f. perche la se riposa & tien per basa il maggior lato, e questo e quello che volemo inferire.

Theorema.xv. Propositione.xxi.

20 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle e ne
21 cessario fra loro esser simili.



Sia l'una e l'altro di penthagoni.a.b.c.d.e.f.simili al penthagono.g.h.K. dico quelli esser fra loro simili, perche l'uno e l'altro de quegli e equiangolo al penthagono.g.h.K.(per la conversione della diffinitione delle superficie simili) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conversione della medesima diffinitione, la proportion del.a.b.al.g.h.e si come del.a.c.al.g.K.& del.g.h.al.d.e.si come del.g.K.al.d.f.adonque per la equa proportionalita del.a.b.al.d.e.e si come del.a.c.al.d.f.per lo medesimo modo tu approverai li altri lati di penthagoni.a.b.c.& d.e.f.(continenti li equali angoli) esser proportionali, adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che e il proposito.

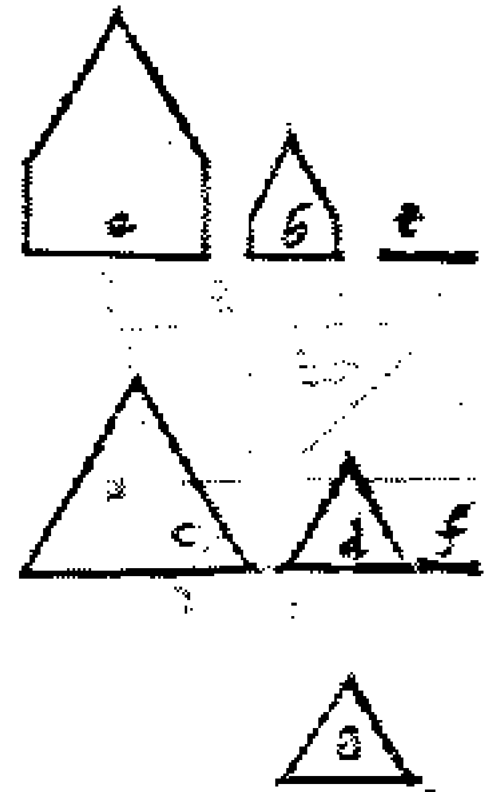
Theorema.xvi. Propositione.xxii.

21 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato
22 sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie costituite sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee e necessario esser proportionale.

Siano quattro linee proportionale.a.b.c.d.& sia la proportione della.a.alla.b. si come della.c.alla.d.dico che essendo costituide superficie simile sopra la.a.&

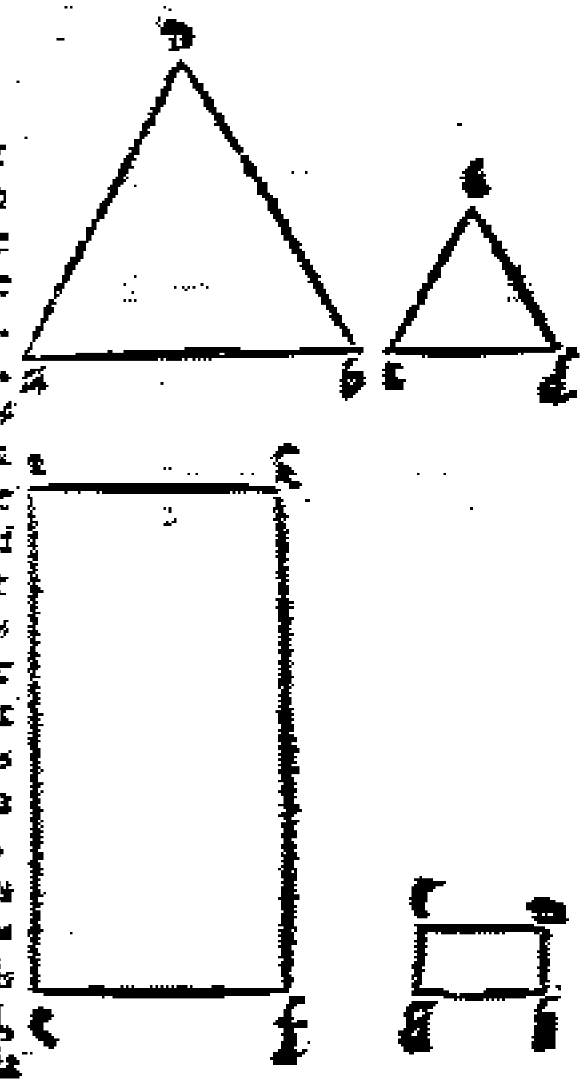
b.come

b.(come duoi penthagoni simili) & altre simile costituide sopra la.c.&.d.(come duoi triangoli simili) sera la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la proportione del penthagono al penthagono, si come del triangolo al triangolo dico che la proportione della.a.alla.b. sera si come della.c.alla.d. perche essendo sotto giunto alle linee.a.&.b.la.e.& alle linee.c.&.d.la.f.in continua proportionalita, si come ne insegna la decima di questo, & sera (per la vigesima seconda del quinto & per la equa proportionalita) della.a.alla.e.si come della.c.alla.f. perche adonque (per lo corelario secondo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni e si come della.a.alla.e.& di triangoli si come della.c.alla.f. sera adonque la proportione di penthagoni si come di triangoli, & questo e il primo proposito, il secondo cosi e manifesto, siano li duoi penthagoni simili & li duoi triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della.a.alla.b.e si come della.c.alla.d. perche sia fatto della.c.alla.g.si come della.a.alla.b.(& come questo si debbia fare e detto di sopra in la vndecima di questo) & sopra la.g.sia fatto (si come insegna la vigesima di questo) vna superficie simile a quella, che e costituita sopra la linea.c.& sera (per la precedente simile a quella, che e costituita sopra la linea.d.& sera anchora (per la prima parte de questa vigesima seconda) qual proportione del penthagono.a.al penthagono.b.quella medesima del triangolo.c.al triangolo.g.ma la medesima era etiam del triangolo.c.al triangolo.d.adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo.d.e equale al triangolo.g.& perche sono simili, sera la linea.g.equal alla linea.d.(per la prima parte della decima ottaua di questo) quando che sopra le linee.d.&.g.siano triangoli, ouer (per la seconda parte della della decimanona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalita non e produtta da alcuna proportione duplicata, ouer triplicata, ouer pigliata quante volte si voglia se non dalla equale, adonque della.c.alla.d.sera si come della.a.alla.b.che e il proposito.



Tradottore.

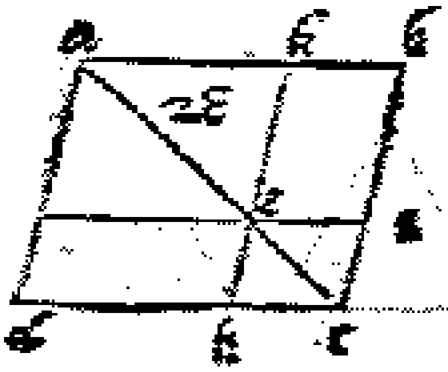
Quella particula, che in el soprascritto testo dice, & similmente descritte le manca solum in la seconda tradottione, senza laquale il testo di la tradottione del Campano pareria openione si come nella passata, perche essendo quattro linee proportionale, se potria descriuere sopra due, & due superficie rettilinee simili, lequali seran cosi conditionate, che (non essendo similmente descritte) non seranno proportionale, exempli gratia, siano le quattro linee.a.b.c.d.e.f.g.h.proportionale, & per maggior intelligentia sia la.a.b.dopla alla.c.d.e similmente la.e.f.alla.g.h.& sopra le due.a.b.&.c.d.siano descritti duoi triangoli equilateri, & sopra le due.e.f.&.g.h.sia descritti due superficie rettangole che la longezza de ciascun sia doppia alla larghezza & sia cosi primamente descritte che la linea.e.f.venga a esser larghezza de l'una (cioe di quella descritta sopra.e.f.) & la linea.g.h.venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le ditte due superficie.e.f.l.k.&.g.h.l.m. Hor si vede che le quattro linee.a.b.c.d.e.f.g.h.sono proportionale, & sopra le due.a.b.&.c.d.sono descritti li duoi triangoli.a.b.n.&.c.d.o.liquali per esser equilateri sono simili (per la quarta di questo) & sopra le altre.e.f.&.g.h.son descritte le due superficie.e.f.l.k.&.g.h.l.m.lequale sono etiam simili (per la diffinitione) & tutauia queste quattro superficie non sono proportionale, anzi el triangolo.a.b.n.e quadruplo al triangolo.c.d.o.(per la decima ottaua di questo) & la superficie.e.f.l.k.e sedecupla alla superficie.g.h.l.m.(per la decimanona di questo) & questa disproportionalita procede perche le due superficie.e.f.l.k.&.g.h.l.m.non sono similmente descritte, & questo e quello che volemo inferire. & di questo molto bisogna auertire in la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perche in tanti modi si possono variar quanto e il numero della diuersita di la



si come etiam fu detto sopra la precedente.

Theorema.xvii. Propositione.xxiii.

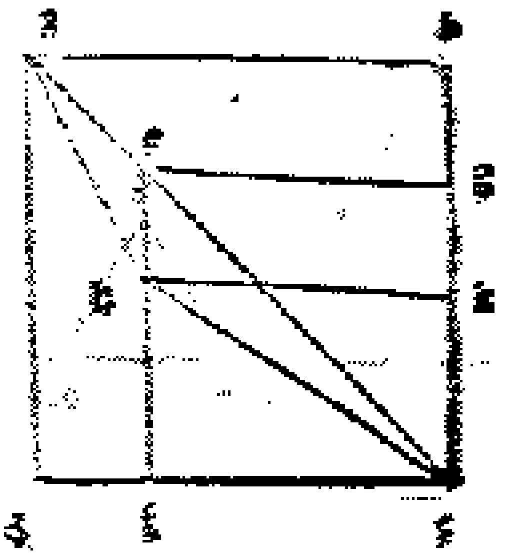
23 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diame
24 tro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogram-
mo anchor fra loro.



Come sia in lo parallelogrammo.b.d.del quale lo diametro e'.a.c.stando le superficie.g.h.&.f.k.de equidistanti lati intorno al diametro,dico quelle esser simile a tutto il parallelogrammo,& similmente fra loro,perche (per la seconda de questo) della.b.g.alla.g.a.& della.d.h.alla.h.c.e' si come della.a.e.alla.e.c.adonque coniunctamente della.b.a.alla.a.g.& della.d.c.alla.c.h.sera si come della.a.c.alla.a.e.per la equalcosa (per la undecima del quinto) della.b.a.alla.a.g.sera si come della.d.c.alla.c.h.& similmente sera si come della.a.b.alla.e.g.essendo che la.a.b.e' equal alla.d.c.& la.e.g.alla.h.c.p lo medemo modo sera della.a.d.alla.e.h.si come della.a.b.alla.e.g.& della.d.c.alla.h.c.perche adonque questi parallelogrammi sono equiangoli egli e manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo.g.h.esser simile al.b.d.anchora per simil modo se approua lo.f.k.esser simile al medesimo per questo che della.b.a.alla.a.K.& della.d.a.alla.a.f.e si come della.c.a.alla.a.e.(per la seconda de questo) e per la coniuncta proportionalita per la equalcosa (per la vigesima prima di questo) lo.f.k.e' anchora simile al.g.h.& cosi e manifesto il tutto.

Theorema.xviii. Propositione.xxiiii.

25 Se da uno parallelogrammo in el suo spatio sia distincto uno para-
26 llelogrammo partiale simile al tutto,et similmente posto hauente uno
angolo commune con quello,quel se riposa intorno al diametro del
medesimo.



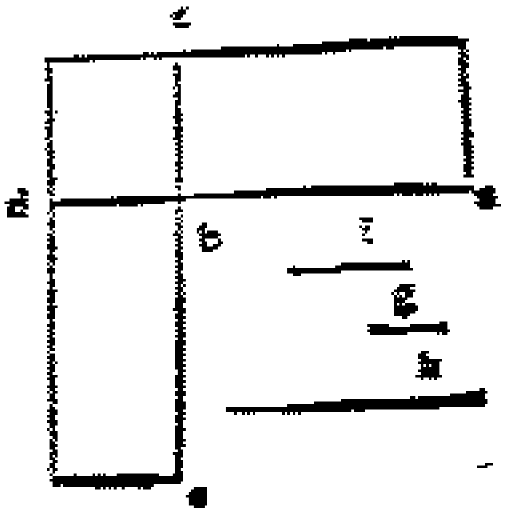
Come se in lo parallelogrammo.b.d.sia distincto lo parallelogrammo.e.f.g.che sia simile a quello,& similmente posto & participante con quello in l'angolo.c.dico che'l parallelogrammo.e.f.g.sia intorno al diametro del parallelogrammo.b.d.& questa e al contrario della precedente,& per dimostrare questo io produro la.a.e.c.la quale se la sera concessa esser lo diametro del parallelogrammo.b.d.e' manifesto il proposito,ma se possibile e per l'aduersario sia.a.h.c.lo diametro de questo & sia ducta la.h.K.equidistante alla.f.c.& (per la precedente) lo parallelogrammo.f.K.sera simile al parallelogrammo.b.d.adonque (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) la proportione della.b.c.alla.K.c.e' si come della.d.c.alla.f.c.ma (per la medesima conuersione della detta diffinitione) la proportione della.b.c.alla.g.c.e' si come della.d.c.alla.f.c.per questo che lo parallelogrammo.e.f.g.e' stato posto simile al parallelogrammo.b.d.adonque (per la undecima del quinto) la proportione della.b.c.alla.g.c.e' si come della.b.c.alla.k.c.(perche l'una e l'altra e si come della.d.c.alla.f.c.) per la equalcosa (per la seconda parte della nona del quinto) la.g.c.e equale alla.K.c.cioe la parte al tutto,che e impossibile,adonque la.a.e.c.sera lo diametro del parallelogrammo.b.d.che e il proposito.

Il Tradottore.

Di queste tre conditioni che bisogna hauer lo parallelogrammo partiale de
uendo

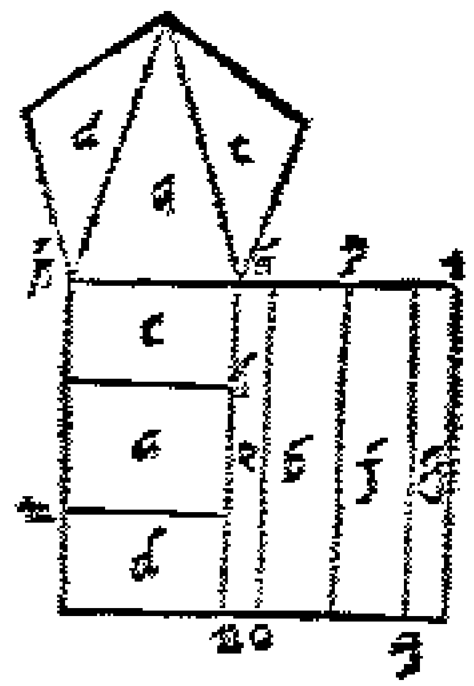
nendo essere intorno allo diametro del totale (laqual sono queste,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia vn di suoi angoli che sia commun a l'vno e l'altro) due sole sene troua nella tradottion del Campano & vna di quelle e alquanto ambigua, cioe quella che dice, & secondo l'esser suo di questo, perche io cō mentarne lo espone cosi, idest participante con questo in vn angolo, & io tengo che voglia dire che sia similmente posto, tamen pigliasi come si voglia mancandoui vna di quelle tre conditioni la propositione patiria oppositione perche mancando vna di quelle in lo parallelogrammo partiale non seria necessario che fosse intorno al diametro del totale.

Theorema.xix. Propositione.xxv.



24/25 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali vno angolo dell'vna all'vno angolo dell'altra e equale. la proportione dell'vna all'altra e quella ch'e produtta dalle due proportioni di lati continenti li duoi angoli equali.

Siano due superficie de equidistanti lati .a.c. & .c.d. & sia l'angolo .b. dell'vna equale all'angolo .b. dell'altra. dico che la proportione dell'vna all'altra e produtta ouer composta della proportione della .a.b. alla .b.d. & della .c.b. alla .b.e. perche disponendo io queste due superficie al modo si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'vna & l'altra lo parallelogrammo .c.d. & ponendo io che la proportione della linea .f. alla linea .g. sia si come della .a.b. alla .b.d. & della .g. alla .h. si come della .c.b. alla .b.e. (& come si debbia procedere in far questo e detto sopra la duodecima di questo) & sera (per la prima di questo & la vndecima del quinto) della .a.c. alla .c.d. si come della .f. alla .g. & della .c.d. alla .d.e. si come della .g. alla .h. per laqualcosa (per la vigesima seconda del quinto) sera in la equa proportionalita della .a.c. alla .d.e. si come de la .f. alla .h. & per che la proportione della .f. alla .h. e produtta, ouer composta della proportione della .f. alla .g. & della .g. alla .h. (per la quinta diffinitione di questo) seguita che la proportione della .a.c. alla .d.e. sia composta delle medesime. per laqualcosa e manifesto il proposito.



Problema.vii. Propositione.xxvi.

25/25 Puotemo designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea & a vnaltra proposta equale.

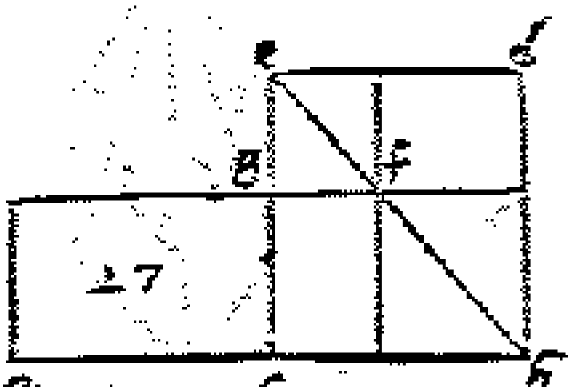
Siano proposte due superficie rettilinee .A. penthagona .B. exagona voglio far vna superficie simile alla .a. & equale alla .b. l'vna e l'altra delle proposte superficie risoluo in triangoli la .a. in li triangoli .c.a.d. & la .b. in li triangoli .e. b. f. g. & sopra la basa della superficie .a. laqual sia .h. K. constituisco (secondo la doctrina della quadragesima quarta del primo) vna superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo .c. (laqual sia .h.l.) & la .l.m. equale alla .a. & la .m.n. equale al .d. acioche tutta la superficie de equidistanti lati .h.n. (constituta sopra la basa .h.K.) sia equale al penthagono .A. & per lo medesimo modo sopra la linea .K.n. (laquale e il secondo lato de questa superficie) constituisco vnaltra superficie rettangola equale allo exagono .b. cioe faccio la superficie .K. o. equale al triangolo .e. & la .o.p. equale al .b. & la .p. q. equale al .f. & la .q. r. equale al .g. accioche tutta la superficie rettangola .n. r. sia equale allo exagono .B. & voglio (per la nona di questo) la linea .s.t. proportionale fra la linea .h. K. & la [illegible] nea .K.r. & sopra quella (secondo la doctrina della vigesima di questo) constituisco

fco la superficie.u.simile alla superficie.a.laquale dico esser quella che cerchamo, & equale alla superficie.b.perche essendo le tre linee.h.K.s.t.&.K.r. continue proportionale,& essendo sopra la prima & la seconda costituide le superficie simile,cioe la.a.&.u.sera(per lo correlario della decima nona di questo)della.a. alla.u.si come della.h.K.alla.k.r.per laqualcosa(per la prima di questo)sera si come della.h.n.alla.n.r.e pero(per la prima parte della settima del quinto) si come della.a.alla.n.r.e per questo(per la seconda parte della medesima)sera si come della.a.alla.b.adonque(per la seconda parte della nona del quinto) la.u.e' equale alla.b.che e il proposito,laqualcosa anchora potemo facilmente prouar per la permutata proportionalita,perche essendo della.a.alla.u.si come della.h.n.alla.n.r.sera permutatamente della.a.alla.h.n.si come dalla.u.alla.n.r. & perche la.a.e' equale alla.h.n.sera la.u.equale alla.n.r.per laqualcosa la.u. e' etiam equale alla.b.(per questa commune sententia)quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro equale, ma non e necessario che le superficie.h.l.l.m.m.n.de lati equidistanti(equali alli tre angoli.a.c.d.)ouer le superficie.k.o.o.p.p.q.&.q.r.(equali alli triangoli.e.b.f.g.)siano rettangole,ma che l'angolo estrinseco della superficie.l.m.sia equal all'angolo intrinseco della superficie.l.h.& lo estrinseco della.m.n.all'intrinseco della.m.l.similmente anchora che lo estrinseco della superficie.K.o.sia equal all'intrinseco della superficie.h.o.&l'estrinseco della.o.p.allo intrinseco della.k.o.e cosi delle altre,pche essendo cosi sera cadauna delle linee.k.n.&.h.m.a se opposita & similmente.h.r.&.n.q.a se opposita vna linea(p l'ultima parte della vigesimanona del primo)& p la quartadecima del medesimo,equalmente repetita quante volte sera de bisogno,per questa causa che tutte le superficie.h.l.l.m.&.m.n.& similmente le.K.o.o.p.p.q.&.q.r.sono de equidistanti lati,& l'angolo estrinseco de cadauna seguente e equal all'intrinseco de quella precedente, per laqualcosa le due superficie.h.n.&.n.r.sera de equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza,in le altre adonque se procede come auanti.

Theorema.xx. Propositione.xxvii.

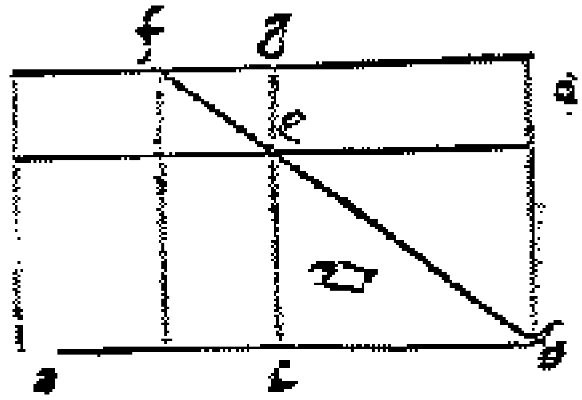
26 Lo parallelogrammo designato sopra la mita de una data linea, e'
27 maggior di qualunque parallelogrammo applicato alla data linea al qual manchi al compimento della linea uno simile, & che sia sopra il diametro del collocato sopra la mita.

SIa data la linea.a.b.sopra la mita dellaquale(cioe sopra la.c.b.)sia costituido lo parallelogrammo.c.d.el diametro del quale e'.b.e.& sia applicato alla linea.a.b.lo parallelogrammo.a.f.del quale uno lato seghi la.c.e.in ponto.g.cosi che al compimento de tutta la linea.a.b.manchi la superficie.f.b.laqual sia simile alla superficie.c.d.& che sia intorno al diametro di quello,hor dico che'l parallelogrammo.c.d.e' maggiore del parallelogrammo.a.f.perche (per la prima di questo)lo.a.g.e' equale allo.g.b.&(p la quadragesima terza del primo)lo.c.f.e equale allo.f.d.adonque(per questa commune scientia)se a cose equale se aggiungi cose equale & sera lo gnomone composito dalli tre parallelogrammi li quali sono.c.f.f.b.&.f.d.equale al parallelogrammo.a.f.per laqualcosa lo parallelogrammo.c.d.e maggiore del parallelogrammo.a.f.in lo parallelogrammo e.f.che il proposito,il medesimo etiam sera se la superficie.a.f.sia fatto piu alta della superficie.c.d.come tu poi vedere in la seconda figura, in la quale etiam (per la prima di questo)lo.a.g.e' equale allo.g.b.& perche vn adonque l'uno e l'altro di dui supplementi della superficie.f.b.lo parallelogrammo.c.d.eccedera lo parallelogrammo.a.f.in lo parallelogrammo.f.e.



Il Tradottore

Il Tradottore.



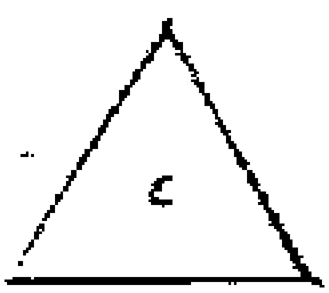
Quella particula che nel soprascritto testo dice vno simile, & simile sopra lo diametro del collocato sopra la mita della linea, non vol dire altro che vn simile e similmente posto al collocato sopra la mita della linea che cosi dice etiam in la seconda tradottione & e piu corretto dir perche in la seconda figura fatta di sopra lo parallelogrammo.f.b.non sta sopra lo diametro del parallelogrammo.d.c.collocato sopra la mita della linea, anci e al contrario che il parallelogrammo.d.c.sta sopra il diametro del parallelogrammo.f.b.

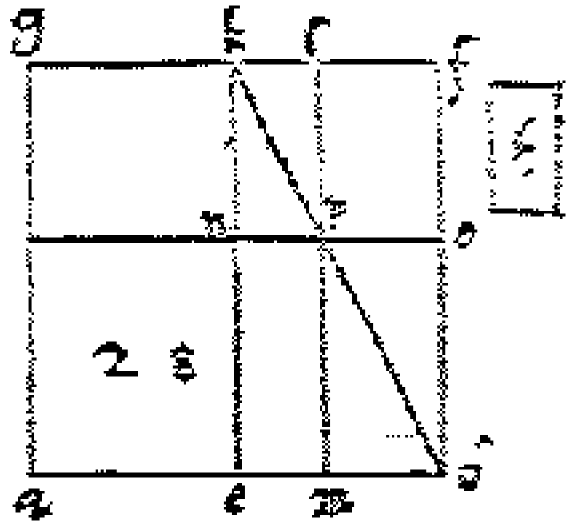
Problema.viii. Propositione.xxviii.

27 Proposta una superficie trilatera puotemo designare sopra qualunque

28 que assignata rettalinea uno parallelogrammo equale a quella al qual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un altro parallelogrammo proposto ma il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo,

Sia assignata la linea.a.b.& proposto lo triangolo.c.& proposto lo parallelogrammo.d.voglio sopra la linea.a.b.designare vn parallelogrammo equale al triangolo.c.costituito che manchi a compir la linea.a.b.vn parallelogrammo simile al.d.& sia cosi conditionato che lo triangolo.c.non sia maggiore del parallelogrammo simile al.d.collocato sopra la mita della linea altramente le lauoraria al impossibile (per la precedente) adonque diuido la linea.a.b.in due parti equali in ponto.e.(secondo la dottrina della decima del primo) sopra.e.b.(mita di quella) costituisco lo parallelogrammo.e.f.simile al.d.& compisco sopra tutta la linea.a.b.lo parallelogrammo.b.g.adonque perche lo triangolo.c.non e maggiore del parallelogrammo.e.f.sara equale a quello, ouero minore si come e stato posto, se'l sara a quello equale sara lo parallelogrammo.e.g.quello che si intende (per la trigesima sesta del primo aggiunta con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della vigesima prima di questo) ma se e minore sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta vna equale, & simile alla.d.(secondo la dottrina della vigesima quinta di questo) laquale sia.h.& sera.h.simile al.e.f.(per la vigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) sera equiangola a quello & de lati proportionali tirero adonque in lo parallelogrammo.e.f.lo diametro.b.g.& reseguaro li lati.K.f.& e.K.della superficie.e.f.alla misura di lati della superficie.h.tirare le linee.l.m.& n.o.equidistanti alli lati della superficie.e.f.segandose in ponto.p.tal che la superficie.K.p.sia equale e simile alla superficie.h.& sera (per la vigesima quarta de questo) il ponto.p.in lo diametro.K.b.tirare adonque la.o.n.fina alla.a.g.Dico lo parallelogrammo.a.p.esser quello che e sta proposto, perche a quel manca al compimento della linea.a.b.lo parallelogrammo.p.b.ilquale (per la vigesima terza & vigesima prima de questo) e simile al parallelogrammo.d.& anchora esso parallelogrammo.a.p.e equal al triangolo.c.perche (per la prima di questo) lo.a.n.e equale allo.n.b.adonque (per la quadragesima terza del primo & quella commune sententia, se a cose equale tu agiongi cose equale &c.) lo parallelogrammo.a.p.e equale al gnomone.n.b.l.& perche questo gnomone e equale al triangolo.c.(per questa causa che lo parallelogrammo.e.f.fu posto essere maggiore del triangolo.c.in lo parallelogrammo.h.ilqual e equale al parallelogrammo.K.p.) e manifesto il proposito.

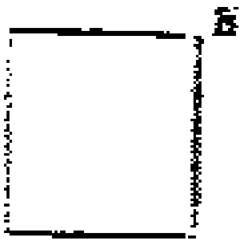


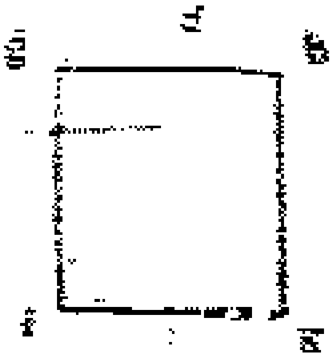


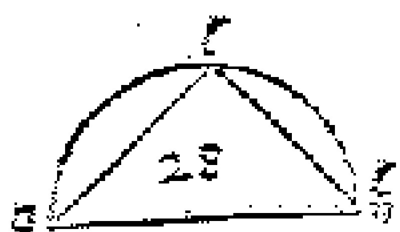
Il Tradottore.

QVella particula che in fine del sopraſcritto teſto, dice ſimile al propoſto & ſecondo l'eſſer ſuo, vol inferire che'l ſia ſimile al ppoſto & ſimilmẽte deſcritto, onde qualcoſa nella reſolutione di tai problemi biſogna molto aduertire altramente ſe porria tal volta concludere indiſcrettamente, perche tal hor vno tal problema ſe porra concludere in duoi diuerſi modi, & tal hor per vno modo ſera ſolubile, & per l'altro impoſsibile, come verbi gratia, ſel dato triangolo.c. fuſſe de ſuperficie piedi vinti cinq ſuperficiali & la data linea.a.b. fuſſe piedi dodeci lineali & lo propoſto paralellogrammo.d. fuſſe rettangolo & che la longhezza di quello fuſſe doppia alla larghezza & volendo concludere il ſopraſcritto problema dico che deſcriuendo ſopra la mita della data linea.a.b.(cioe ſopra.b.e.) vno paralellogrammo ſimile al.d. & ponendo la detta linea.b.e. per longhezza di quello, ſeria impoſsibile a ſoluere tal problema (per la precedente propoſitione) perche eſſendo la ſua longhezza la linea.b.e. la quale e piedi ſei (dal preſuppoſito) la ſua larghezza biſogneria eſſer piedi tre douendo eſſere ſimile al.d. onde la area ſua veria a eſſere dezdotto la qual ſeria minore di quella del triangolo.c. la quale e vinticinq(dal preſuppoſito) ma ponendo la detta linea.b.e. per larghezza del detto paralellogrammo ben ſi porra concludere tal problema, perche eſſendo la ſua larghezza piedi ſei la ſua longhezza biſogneria eſſer piedi dodeci (douendo eſſer ſimile al.d.) onde l'area ſua veria a eſſere piedi ſettanta doi ſuperficiali, la qual ſeria molto maggiore de l'area del dato triangolo.c. come ſi conuiene, & concludando tal problema per li modi dati di ſopra la ſuperficie.h. veria a eſſer.f.o. cioe longa piedi dieci & larga cinque, perilche.k.l. veria etiam lui a eſſer per piedi cinque & .k.n. piedi dieci & perche.c.n. e equale al.k.l. per la trigeſima quarta del primo) ſeguiria che.a.n. ſeria piedi vndeci & .o.p. veria a reſtar piedi duoi & l'area del paralellogrammo.a.p. veria a eſſer vintidui che ſeria equale all'area del triangolo.c. ſi come fu propoſto di fare, e pero ne la reſolutione di tai problemi (volendo concludere rettamente) biſogna che il paralellogrammo che ſe deſcriue ſopra la mita della linea data, non ſolum ſia ſimile al dato, ma biſogna che ſia etiam ſimilmente poſto, altramente la concluſion ſeria falſa maſsime quando il dato paralellogrammo fuſſe de duoi lati inequali, anchora biſogna aduertire ſe ben ho eſſemplificato il ſopraſcritto problema con numeri (la qual coſa ho fatto per far conoſcere con breuita la variatione che e da vna deſcrittione all'altra) niente dimeno volendo procedere rettamente biſogna ratiocinar & concludere ogni coſa geometrice, ſi come ſi moſtra in lo commento, alcun porria dire come ſapero io regalmente geometrice (nel concludere tal problema, & altri ſimili) che la ſuperficie.e.f. deſcritta ſopra la mita della linea a.b.(cioe ſopra la.b.e.) ſia maggior, ouero minore, ouero equale al triangolo.c. & ſe ſera maggiore (come ſe preſuppone) come ſapro io tor realmente la ſua differentia per formare la ſuperficie.h. ſimile alla ſuperficie paralellogramma.d. atento che l'author in hora non mi pare che me habbia propoſto ne moſtrato vna tal propoſitione, io riſpondo che tal coſa ſi ſapera deſcriuendo (per la vltima del ſecondo) vn quadrato equal al triangolo.c.(qual poniam che ſia il quadrato.a.b.c.d.) & ſimilmente vn altro che ſia equale al paralellogrammo.e.f.(qual ponimo che'l ſia il quadrato.g.h.i.k.) hor dico che ſel lato.g.h. ſera maggiore del lato.a.b.(per commune ſcientia) il quadrato.g.h.i.k. ſera maggiore del quadrato.a.b.c.d. & conſequentemente lo paralellogrammo.e.f. ſera maggiore del triangolo.c. & ſel detto lato.g.h. ſera minore ouero equale a quello lo detto paralellogrammo.e.f. ſera minore ouero equale al detto triangolo.c. hor eſſendo maggiore per trouare la loro differentia ſopra il detto lato.g.h. deſcriuero vno mezzo circhio qual ſia.g.l.h. & in quello (per la prima del quarto) coaptaro la linea.h.l. equale al lato.a.b. & tiraro la linea.l.g. hor dico che'l quadrato deſcritto da la.l.g.(per la penultima del primo) ſera equale alla differentia che ſera fra il paralellogrammo.e.f. & lo triangolo.c. onde deſcriuendo la ſuperficie.h.

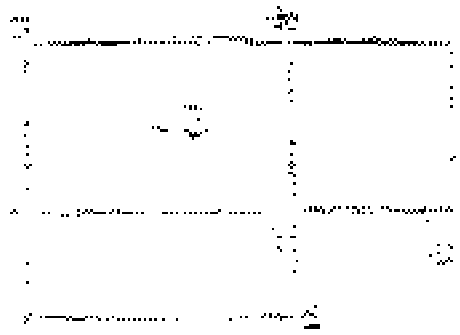
(per la







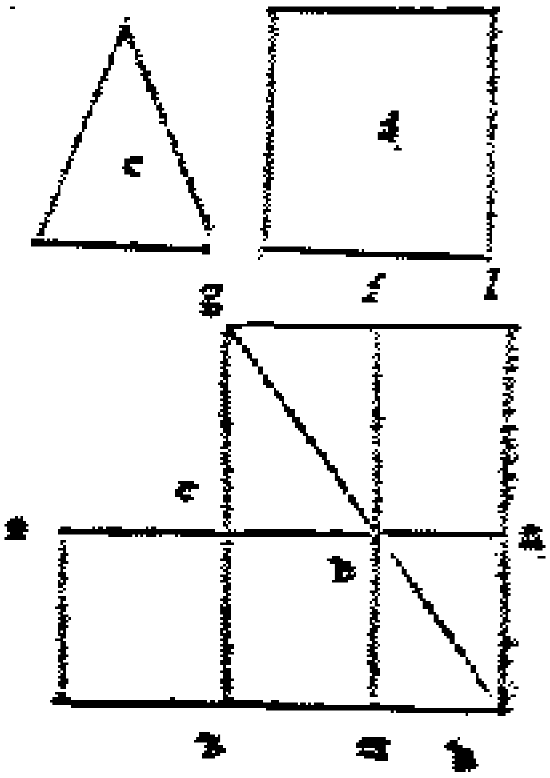
(per la vigesima sesta de questo) simile alla superficie. d. & equale al quadrato della. g. l. & hauera lo intento suo, anchora bisogna notare che doue che il testo della soprascritta propositione dice proposita vna superficie trilatera, nella seconda tradottione dice, vna figura rettilinea, che e propositione piu generale & se concludé per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.



Problema.ix. Propositione.xxix.

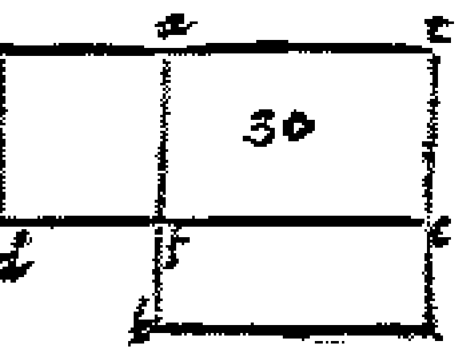
28 Sopra una data retta linea puotemo constituir uno parallelogram
29 mo equale a una data superficie trilatera el qual aggionta sopra al compimento della data linea una superficie de equidistanti lati simile a una data superficie de equidistanti lati.

Sia come prima la data linea. a. b. & dato lo trigolo. c. & dato lo paralellogramo. d. voglio sopra la linea. a. b. constituire vno paralellogrammo equale allo triangolo. c. el quale aggionga ouer che sopraboonda etiam la linea. a. b. vno paralellogrammo simile al. d. diuido la linea. a. b. in due parti equali in ponto. e. & sopra. e. b. mita di quella, faccio lo paralellogrammo. e. f. simile al. d. secondo che insegna la vigesima di questo, & secondo la dottrina della vigesima sesta di questo faccio lo paralellogrammo. k. l. (del quale lo diametro. e. g. h.) simile al. d. & equale alle due superficie. e. f. & c. & sera (per la vigesima prima di questo) al. f. simile al. e. f. sopraposta adonque la superficie. k. l. alla superficie. e. f. talmente che ambedue coemmunicano in lo angolo. g. sera (per la vigesima quarta di questo) la superficie. e. f. intorno al diametro della superficie. k. l. onde il ponto. b. e in lo diametro. g. h. Compisco adonque lo paralellogrammo. a. h. el quale dico esser quello che e sta proposto laqual cosa e manifesta protratta la linea. f. b. fina al. m. & la linea. e. b. fin al. n. perche (per la prima de questo & per la trigesima sesta del primo) a. e. e equale al. b. n. e pero (per la quadragesima terza del primo) e anchora equale al. n. f. giunto adonque all'uno e l'altro. e. h. sera (per commune scientia) a. h. equale al gnomone. e. h. f. ma questo gnomone e equale al triangolo. c. perche lo paralellogrammo. k. l. e sta posto equale alle due superficie. c. & e. f. adonque lo paralellogrammo. a. h. e equale al. c. & aggionge al compimento della linea. a. b. lo paralellogrammo. m. n. el quale (per la vigesima terza & vigesima prima di questo) e simile al paralellogrammo. d. per la qual cosa e manifesto esser pervenuto quello che volemo, puotemo anchora a vna data linea aggiongere vno paralellogrammo equale, non solamente a vna proposita superficie trilatera, ma a qualunque proposita figura rettilinea, (sia come si voglia) el quale manchi a compire la data linea vna superficie simile a vna proposita superficie de equidistanti lati (si come insegna la precedente, osseruata la conditione di quella, accio non sia lassato all'impossibile (per la auanti alla precedente) ouero che la aggionga al compimento della linea vna superficie de equidistanti lati simile a vna superficie proposita si come propone la presente propositione, perche la proposita superficie (al laqual debbe esser aggionto a vna data retta linea vn paral ellogrammo equale el qual aggionga ouer diminuisca al compimento della linea vn paralellogrammo simile a vn dato paralellogrammo) resoluemo in triangoli & per mezzo di quelli descriuemo vna superficie de equidistanti lati equale alla total superficie proposita, & se vorai saper il modo da far questo ricorri alla vigesima sesta di questo, da poi sopra il doppio della basa de quella costituemo uno triangolo de equale altezza il qual se diligentemente riguardarai la quadragesima prima del primo tal trouarai esser equale al paralellogrammo auanti designato per la qual cosa & alla superficie proposita adonque se tu aggiongerai alla data linea uno paralellogrammo equal a questo triangolo il qual aggionga al compimento della linea ouero diminuisca vn paralellogrammo simile al dato paralellogrammo secondo che insegna questa & la precedente, tu non dubitarai hauere perfettamente compito



quello che era il proposito.

Il Tradottore.

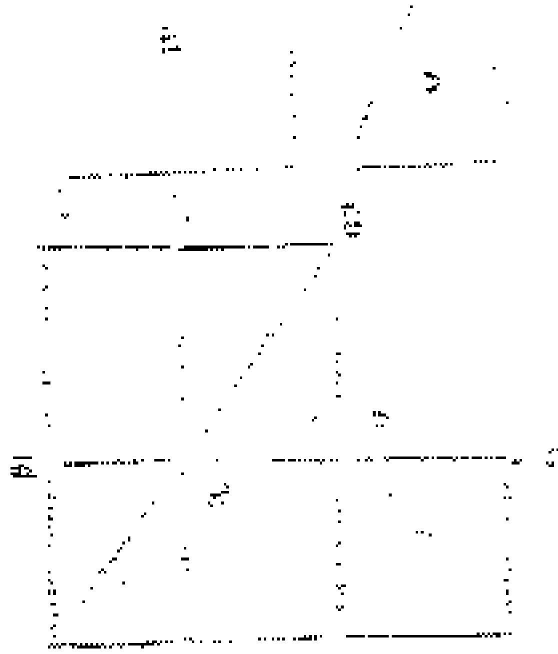


Per far lo parallelogrammo .k. l. che sia equale al triangolo .c. & al parallelogrammo .e. f. prima descriveró (per la ultima del secondo) uno quadrato equale al triangolo .c. & un altro equale al parallelogrammo .e. f. dapoi formaró uno triangolo orthogonio che li duoi lati che contien l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'un de detti de detti duoi quadri & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto descriveró uno quadrato il quale per la penultima del primo sera equale a quelli duoi quadri & consequentemente sera equale al triangolo .c. & alla superficie .e. f. dapoi (per la vigesima & vigesima sesta di questo) faró la superficie .k. l. simile al .d. & equale al detto quadrato & seguir come di sopra, anchora bisogna notare che dove dice il testo della sopra scritta propositione, dice equale a una superficie rettilinea, nella seconda tradottione dice equale a uno dato rettilineo, laqual propositione e piu generale della precedente, & se conclude per il modo che dice lo espositore della sopra scritta.

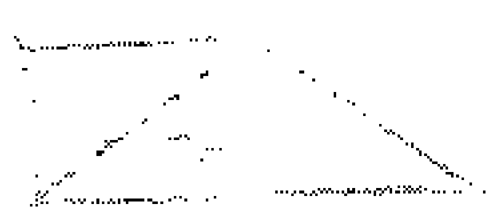
Problema .x. Propositione .xxx.

29 Potemo seghare qualunque proposita retta linea terminata secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi.

30



Sia proposta la linea .a. b. laqual voglio dividere secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi sopra quella descriveró il quadrato .b. c. & al lato .a. c. de quello aggiongo (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo .c. d. equale al quadrato .b. c. il quale aggionga, overo soprabundi al compimento della linea .a. c. lo parallelogrammo .a. d. il quale sia simile al .b. c. & sia lo lato del parallelogrammo .c. d. che equidista al lato .a. c. lo .d. e. & segui la linea .a. b. in ponto .f. dico la linea .a. b. essere divisa in ponto .f. come era proposito perche .a. d. e quadrato per questa casone che quello e simile al .b. c. onde lo lato .a. f. e equale al .f. d. & lo lato .f. e. e equale al .a. b. per questo che egli e equale al .a. c. (per la trigesima quarta del primo) & perche .c. d. e equale al .b. c. levando via all'uno e l'altro lo .c. f. sera lo .a. d. equale al .e. b. & l'angolo .f. de l'uno all'angolo .f. dell'altro adonque (per la quartadecima di questo) i lati sono mutui adonque del .e. f. al .f. d. sera si come del .a. f. al .f. b. & perche lo .e. f. e equale al .a. b. & lo .f. d. al .a. f. sera del .a. b. al .a. f. si come del .a. f. al .f. b. adonque per la diffinitione e divisa come se propone, el medesimo anchora puo esser demostrato (per la undecima del secondo) perche essendo divisa la .a. b. in ponto .f. (secondo che insegna la undecima del secondo) & sia la superficie .e. b. quella che e contenuta sotto a tutta la .a. b. & alla parte .f. b. de quella cioe che la .e. f. sia equale alla .b. a. & .a. d. sia il quadrato de .a. f. adonque (per la predetta undecima del secondo) la .e. b. e equale al .a. d. Quello che resta arguisse come prima (per la quartadecima di questo) overo in questo modo conciosia cosa che la .a. b. sia divisa in ponto .f. secondo che insegna la undecima del secondo, quello che vien fatto della .a. b. prima in la .f. b. terza e equale al quadrato della .a. f. seconda adonque (per la seconda parte della decimasettima de questo) la proportione della .a. b. prima alla .a. f. seconda e si come della .a. f. seconda alla .f. b. terza e pertanto la .a. b. (per la diffinitione) e divisa come se propone.

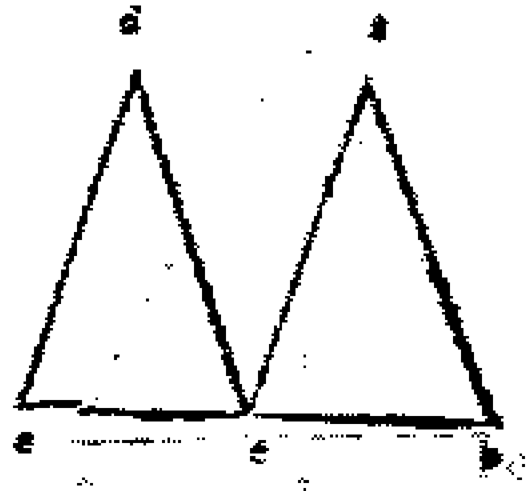


Theorema .xxi. Propositione .xxxi.

30

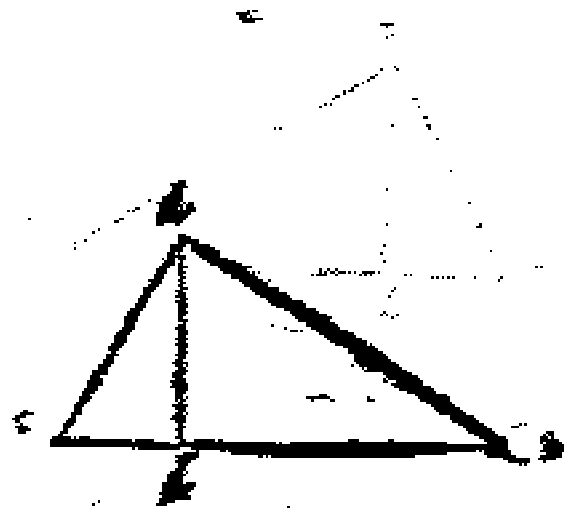
31 Se seranno duoi triangoli costituti sopra uno angolo di quali li duoi

lati che contengono quello angolo alli altri duoi lati de quelli sie no equidistanti, & seno quelli quattro lati, referti secondo la equi distantia, proportionali quelli duoi triangoli e necessario esser co stituite sop. a una retta linea.



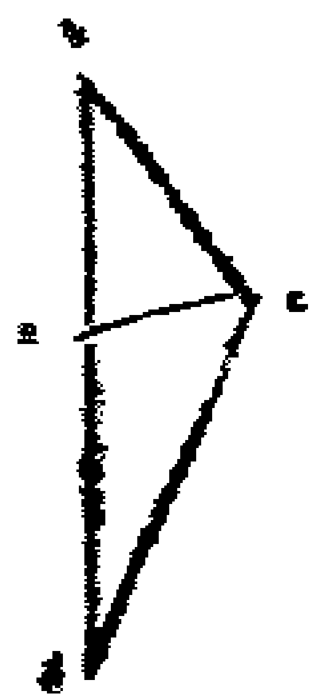
SI tuoli duoi triangoli.a.b.c.& d.c.e. costituidi sopra l'angolo.a.c.d. & sia a.c.equidistanti al.d.e.& d.c.al.a.b.& sia la proportione del.a.c.al.d.e.si co me del.a.b.al.d.c.dico che le due base de quelli (cioe.b.c.& c.e.) sono vna sol linea, perche lo angolo.a.e' equale all'angolo.d.(perche l'uno e l'altro de quel li e' equale all'angolo.a.c.d.) (per la prima parte della vigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito & per la sesta di questo) elli sum angoli sono equiangoli, & l'angolo.b.e' equale all'angolo.d.c.e.& l'angolo.a. c.b.all'angolo.e.onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al.c.sono equali a duoi retti perche elli se equalliano alli tre angoli de qual si voglia di duoi triangoli, adonque (per la quartadecima del primo) la b.c.e' vna sola linea, che e il proposito.

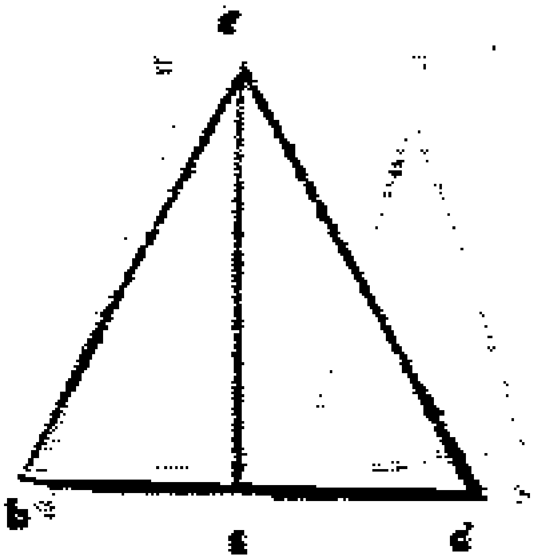
Theorema.xxii. Propositione.xxxii.



3 In ogni triangolo rettangolo, la supficie laterata descritta sopra 5 il lato che sottotende all'agol retto, e equale alle supficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quando seranno simili a quella, in lineatione & creatione.

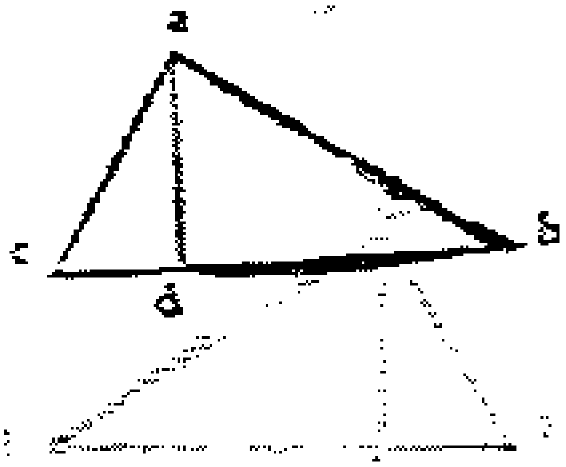
QVello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa e tanto piu vniuersale de quella, quanto che e la superficie laterata del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo.a.b.c.del quale l'angolo.a. sia retto, dico che la superficie costituta sopra lo lato.b.c.e' equale alle due superficie costitute sopra.a.b.& a.c.quando che tutte tre le superficie seranno si mile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarole perpendi cular.a.d.alla linea.b.c.& sera (per la seconda parte del corellario della trenta di questo) la proportione del lato.b.c.al.c.a.si come del.c.a.al.d.c.& del.c. b.al.b.a.si come del.b.a.al.d.b.adonque se sopra ciaduna delle tre linee.b.c. c.a.& a.b.sian fatte superficie simile in lineatione & sito sera (per lo secondo corelario della decima nona de questo) la proportione della superficie cos stituta sopra la.b.c.prima alla costituta sopra la.c.a.seconda, si come della.b. c.prima alla.d.c.terza, & similmente della medesima superficie costituta so pra la.b.c.pria alla costituta sopra la.a.b.seconda si cõe della.b.c.pria alla.d.b terza (per lo medesimo corelario) onde per la conuersa proportionalita del la superficie.a.c.alla superficie.c.b.sera si come della.c.d.alla.c.b.& similmen te della superficie.a.b.alla superficie.b.c.si come della.b.d.alla.b.c.& sia posta la superficie.a.c.prima, & la.c.b.seconda & la linea.c.d.terza & la.c.b.quarta & la superficie.a.b.quinta & la linea.d.b.sesta & sia arguito (per la vigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie costituta sopra la.b.c.al le due superficie costitute sopra della.a.c.& a.b.insieme e si come della linea. b.c.alle due linee.c.d.& d.b.insieme perche adonque la linea.b.c.e' equale al le due linee.c.d.& d.b.tolte insieme sera la superficie costituta sopra la.b.c.e' equale alle due superficie costitute sopra la.c.a.& a.b.tolte insieme che e il pro posito, anchora possemo facilmete demostrar la perte di qsta, per il modo del demostratione della vltima del primo, e sia exempli gratia, il triangolo.a.b.c. & sia la superficie costituta sopra.b.c.equale alle due superficie costitute sopra





le due linee.a.b.&.a.c.a se simile dico che l'angolo.a.e' retto,& per demostrare questo ponero lo angolo.c.a.d.retto & la linea.a.d.equale alla linea.a.b.& claudo la superficie triangolare,(dutta la linea.d.c.)& sera(per questa trigesima seconda)la superficie constituta sopra alla linea.c.d.equale alle due constitute sopra le due linee.a.c.&.a.d.simile a se.onde etiam alla constituta sopra la.b.c.simile a se,perche questa e sta posta equale alle due constitute sopra.a.b.&.a.c.simile a se,sera adonque la linea.b.c.equale alla.c.d.onde(per la ottaua del primo)l'angolo.a.e' retto che e il proposito.

A demostrar altramente la soprascritta propositione.xxxii.



2/31 Perche(per lo primo correlario della decimanona di questo)le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati,adonque la superficie laterata che e' descritta sopra.b.c.a' quella che e' descritta sopra.b.a.ha doppia proportione che la linea.b.c.alla linea.b.a.& lo quadrato fatto sopra alla linea.c.b.al quadrato fatto sopra alla linea.b.a ha similmente doppia proportione che la.c.b.alla.b.a.adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la.c.b.a quella che fatta sopra la.b.a.cosi e il quadrato fatto sopra la.c.b.al quadrato fatto sopra la.b.a.per laqualcosa & si come la superficie laterata descritta sopra la.b.c.a' quella che e fatta sopra la.c,a.cosi e il quadrato descritto sopra la b.c.al quadrato descritto sopra la.c.a.perlaqualcosa & si come la superficie laterata descritta sopra la.b.c.alle due descritte sopra.b.a.&.a.c.poste insieme,cosi sera il quadrato descritto sopra la.b.c.alli duoi quadrati descritti sopra la.b.a.&.a.c.ma il quadrato descritto sopra la.b.c.e' equale per la penultima del primo,a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee.b.a.&.a.c.adonque la superficie laterata descritta sopra la.b.c.e' equale a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.&.a.c.che e il proposito.

Il Tradottore.

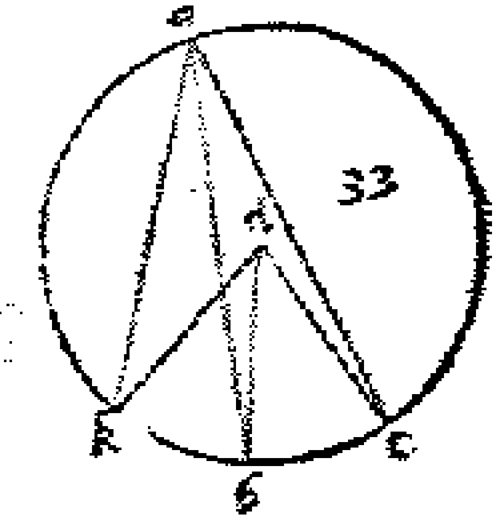
La soprascritta demostratione se verifica mediante la conuersa proportionalita & la vigesima quarta del quinto,ponendo la superficie laterata descritta sopra la.b.a.per il primo termine della proportione & quella che e descritta sopra.b.c.per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta.a.b.per il terzo & quello che e descritto sopra la.b.c.per il quarto,& la superficie laterata descritta sopra la.a.c.per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta.a.c.per il sesto & poi se conclude(per la detta vigesima quarta del quinto)che la proportione del primo & quinto(tolti insieme)al secondo sera si come del sesto e terzo(tolti insieme)al quarto.

Theorema.xxii. Propositione.xxxiii.

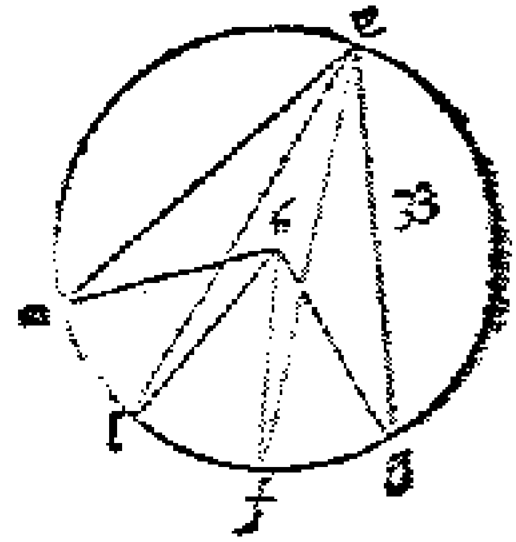
22/33 Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro,ouero sopra la

circumferentia

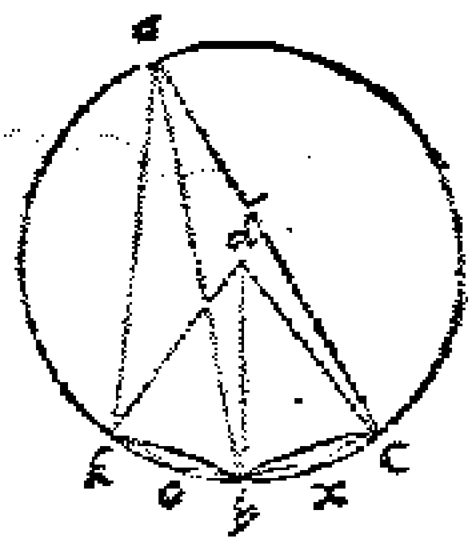
circonferentia, la proportione delli angoli sera si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.

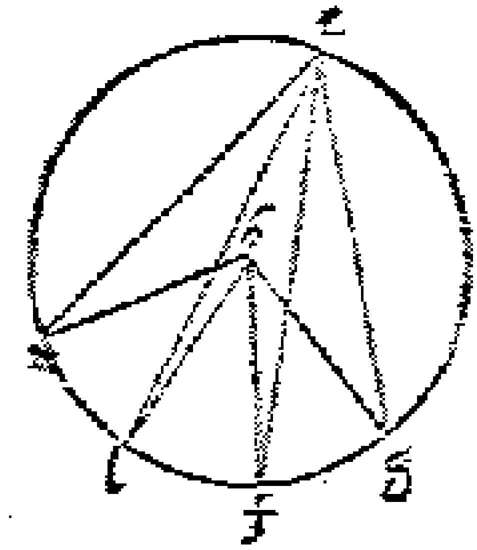


Siano li cerchii.a.b.c.(il centro del quale sia.d.) & e.f.g.(il centro del quale sia.h.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li doi angoli.b.d.c.& f.h.g.& sopra le circonferentie de quelli altri doi, liquali sieno.b.a.c.& f.e.g. dico che la proportione dell'angoli, si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie e si come l'arco.b.c.all'arco.f.g. & oltra di questo si come lo settor.d.b.c.al settor.h.f.g.& per dimostrar questo contineremo in quelli doi altri archi equali, ouero secondo vn medesimo numero, ouero secondo diuerso.& sia l'archo.k.b.equale al.b.c.& l'uno e l'altro di doi archi.l.m.& f.l.equale al.f.g.& produro le linee.k.d.k.a.m.h.l.h.m.e.& l.e.& (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono al.d.seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.h.serano fra loro equali. Quei medesimo anchora de quelli che sono al.a.& de quelli che sono al.e. Adonque si come l'arco.k.c.e multiplice dell'arco.b.c.cosi e l'angolo.k.d.c.dell'angolo.b.d.c.& l'angolo.k.a.c.dell'angolo.b.a.c.similmente si come l'arco.m.g.e multiplice dell'arco.f.g.cosi e l'angolo.m.h.g.dell'angolo.f.h.g & l'angolo.m.e.g.dell'angolo.f.e.g.& se l'arco.k.c.e equale all'arco.m.g.l'angolo.k.d.c.e equale all'angolo.m.h.g.& l'angolo.k.a.c.all'angolo.m.e.g.& se e maggior maggiore, & se e minor minore (per la vigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalita) la proportione dell'arco.b.c.all'arco.f.g.e si come dell'angolo.b.d.c.all'angolo.f.h.g. & si come l'angolo.b.a.c.all'angolo.f.e.g.che e il proposito. quel medesimo [illegible] in vno medesimo cerchio.



Dico anchora che si come l'arco.b.c.all'arco.f.g.cosi e lo settore.d.b.c.al settore.h.f.g.siano ligati insieme.b.c.& b.k.& pigliati sopra li archi.b.c.& b.k.li ponti.x.o.& sian ligati.b.x.c.x.o.b.o.& o.k.& perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee.b.d.& d.c.sono equali alle due.b.d.& d.k.& contenendoseno equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa.b.c.al la basa.b.k.e equale, & lo triangolo.d.b.c.al triangolo.d.b.k.e equale & perche l'archo.b.c.e equale all'arco.b.k.adonque & la restante circonferentia (la qual e in tutto il cerchio.a.b.c.e equale alla restante circonferentia laquale e in tutto lo medesimo cerchio.a.b.c.per laqual cosa & l'angolo.b.x.c.(per la vigesima settima del terzo) e equale all'angolo.b.o.k.adonque (per la vndecima diffinitione del terzo) la portione.b.x.c.e simile alla portione.b.o.k.& sono sopra le linee.b.c.& b.k.equale. & le portioni di cerchii simile, descritte sopra equale linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione.b.x.c.e equale alla portione.b.o.k.& lo triangolo.d.b.c.e equale al triangolo.d.b.k.adonque tutto lo settore.d.b.c.e equale a tutto lo settore.d.b.k.& per la medesima causa & li settori.h.g.f.h.f.l.& h.l.m.sono fra loro equali adonque si come che l'arco.c.k.e multiplice dell'arco.b.c.cosi e lo settore.d.k.c.del settore.d.b.c.& per questa causa si come che l'arco.m.g.e multiplice dell'archo.f.g.cosi e lo settore.h.g.m.del settore.h.g.f.ma se l'arco.k.c.e equale all'arco.m.g.& lo settore.d.c.k.e equale allo settore.h.m.g.& se e maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro [illegible] magnitudine (dico alli doi archi.b.c.& f.g.& alli doi settori.d.b.c.& h.f.g.sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco.b.c.& de esso settore.d.b.c.& questo e l'arco.k.c.& lo settore.d.k.c.& del arco.f.g.& del settore.h.g.f.& questo e l'arco.m.g.& lo settore.h.m.g.& e stato demostrato che se l'arco.k.c.eccede l'arco.m.g.anchora & lo settore.d.k.c.eccede esso settore.h.g.m.& se e





eguale, eguale, & se manca, manca, adonque (per la conversione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco.b.c. all'arco.f.g. cosi e lo settore.d.b.c. al settore.h.g.f.

Correlario.

o Ete manifesto, che si come lo settore al settore, cosi e l'angolo al
33 l'angolo.

Fine del sesto libro.

INCOMINCIA IL LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE MEGARENSE PHILOSOPHO

speculatiſſimo qual tratta de numeri & delle loro
proportioni & proportionalita secondo le
due tradottioni da Nicolo Tartalea Bri-
ſciano nuouamente reintegrato
& con ſomma diligentia
tradotto dal lati
no in vol
gare.

✽

Diffinitione prima.

La unita e ciaſcuna coſa dalla qual uien detto una.

Il Tradottore.

Qui l'auttore ne diffiniſſe la fontana, ouero matre & origine de numeri, & principio & fine de tutte le coſe, che e la unitade, & dice che la unitade e ciaſcuna coſa che ſe dice una, ouero uno (perche e maſchio e femina) laqual unitade ogni coſa ſequeza lei ſola e [illegible] de tutti li numeri (come detto di ſopra) lei ſola e cauſa della miſura, lei ſola e cauſa delli incrementi & delli decrementi, laqual in ogni locho e tutto, & in ogni locho e parte, perche tutte le coſe appariſceno in tutto la unitade, che non ſolamente una ſemplice & ſola coſa vol eſſer detta una, ma etiam quelle coſe che ſono molte vogliono eſſer dette una, ouero uno, exempli gratia diece coſe vogliono eſſer dette una decena, & coſi 100. uno centenaro, 1000, uno miaro, & coſi diſcorrendo in tutte le coſe numerabile ſe trouera che gionto a un certo termine le molte coſe picole ſe rilleguano in una unita granda, exempli gratia parlando naturalmente 12. denari fanno un ſoldo, 20. ſoldi fanno una lira, il medeſimo ſeguita nelli peſi & nelle miſure, ancora dico che non ſolamente le molte coſe vogliono eſſer dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una coſa vogliono eſſer dette una, ouer uno, ouero piu di uno, exempli gratia la mita di una coſa vol eſſer detta uno mezzo, ouero una mezza & ſimilmente un terzo d'una coſa vol eſſer detto uno terzo & li doi terzi vol eſſere detti doi terzi & coſi uno quarto, doi quarti, tre quarti, un quinto, doi quinti & c. per laqual coſa ſeguita che ogni coſa che e in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & niuna coſa puol eſſer meno di uno perche il meno di uno e niente, vero e che uno integro in quanto alla grandezza e maggiore della mita, ouero d'un terzo di quello perche ogni tutto e maggiore della ſua parte, ma inquanto al numero ſono equale perche niun di loro e piu di uno, alla ſimilitudine d'un boue e d'una pecora che in quanto al numero ſono equale perche ciaſcuno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza ſenza dubio il boue e maggiore della pecora & coſi un ducato e maggior d'uno ſoldo.

Diffinitione.ii.

2 El numero e' vna multitudine composta di vnitade.
1

Il Tradottore.

Qui l'autore ne da a conoscere qualmente il numero non e altro che vna coadunatione, ouer multitudine di vnitade insieme aggregate lequale vnitade sele seranno disgregate fanno moltitudine, & anche se le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le vnitade della quantita discreta e le vnitade della quantita continua subsistenti in materia non ge differentia alcuna, pero che quelle sono disgregate e quelle continue onde il genere continuo non e se non in el discreto, perche l'intelletto della quantita non e in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo e le necessario che la quantita continua non auenga in sustantia se non per le vnitade, certamente quando hauerai figurato la parte della quantita e le necessario che la sia vno, ouero piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come e detto) si e dalle vnitade onde e appertamente ne da intendere che la quantita cosi discreta come continua hanno vna sola radice, pero che sono composite d'una sola cosa.

Diffinitione.iii.

3 Lordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che e' lo aggiungimento della
0 vnita.

Il Tradottore.

Come questo. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. & cosi procedendo, e questo ordine e detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo secondo tal ordine cioe digando, vno, e doi, e tre, e quattro & cetera.

Diffinitione.iiii.

4 La differentia di numeri, se dice quel numero in elqual el maggiore abunda sopra il minore.
0

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se e manifesta perche communamente ciascuno sa quello che lei dice, perche ciascuno sapera dire che la differentia di. 8. a. 3. e cinque & cosi de. 12. a. 7. che la e. 5. & de. 20. a. 13. che la e. 7. & cosi ne gli altri.

Diffinitione.v.

5 Quel numero se dice esser multiplicato per vn altro, ilquale sie
6 assumato tante volte, quante vnita e' in lo multiplicante.

Il Tradottore

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il multiplicare non e altro in sostantia che il sommare avenga che in atto parano diversi & molti modi operativi del multiplicare se servano del sommare in le sue occorrentie verbi gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) .5. fia .26. lor metteranno quel vintisei cinque volte cioe l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li summaranno insieme secondo l'atto del sommare & cosi haveranno multiplicato il detto vintisei per cinque per haverlo summato, overo tolto tante volte quante sono le unita del multiplicante e questo e quello che se vol inferire, alcun ne porria imputare de audacia per haver io preterido in queste diffinitioni l'ordine della tradottione del Campano il qual mette in questo loco la diffinitione de numeri primi in si, li sequenti quella di composti & quella di contra se primi & quella de communicanti, le quale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine al par correto & non credo che Euclide cosi le assettasse la ragione e questa, come intendera uno alcune di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha noticia come se intenda un numero misurare un altro laqualcosa se diffinisse in la sequente settima diffinitione, ne etiam la detta settima diffinitione se prima il non ha noticia che cosa sia multiplicare uno numero per un altro laqualcosa se diffinisse in questa quinta, adonque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi e il costume di Euclide.

26
26
26
26
26
Somma 130 over prodotto

Diffinitione .vi.

10 Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.

Il Tradottore.

Abenche questa diffinitione si ponga disgionta, la si die intendere continuata con la precedente, successivamente, perche in questa si conclude che quello accrescimento che resulta dalla multiplicatione de quelli doi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione .vii.

11 Un numero se dice numerare uno altro, il quale multiplicado secondo alcun numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbi gratia diremo che .3. numera .24. perche multiplicato il detto .3. per .8. produce quel .24. & similmente se dira che .6. misura overo numera il medesimo .24. perche multiplicato il detto .6. per .4. produce esso .24. ma il no se dira che .5. misuri over numeri il detto .24. perche il detto .5. non si po multiplicar per alcun numero che faccia.24.ne similmente.7.ne.9.ne.10.ma si il.12.perche multiplicato per.2.fa per.24.& cosi si deue intendere in ogni altra qualita de numeri,& bisogna notare che tanto e a dire vn numero numera vno altro quanto che vn numero misura vnaltro,vero e che parlando de numeri e piu conueniente a dire numerare perche piu vocabulo de arimetrico ma parlando de quantita continue e piu conueniente a dire misurare per esser vocabolo piu geometrico.

Diffinitione.viii.

12 Il numero minore e parte dil maggiore, quando che il minore nu
74 mero il maggiore,& qllo che vien numerato se chiama multiplice al numerante ma quando che il minore non numera il maggiore,il minore e parti del maggiore.

Il Tradottore.

Questa diffinition e quasi simile alla prima del quinto ma quella del quinto e per la quantita continua & questa e per la discreta, lo essempio di questa e questo che.8.e parte de.24.perche il detto.8.numera il detto.24.& questo.24.e chiamato multiplice del detto.8.(sua parte)e cosi il.3.& similmente il.4.e il.6.e parte de.24.per la medesima ragione,& il detto.24.se chiama multiplice di ciascun di loro,ma ne.5.ne.7.ne.9.e parte del detto.24.ne etiam il.24.se chiama multiplice de alcun di loro, ma quado che il minore non numera il maggiore el detto minore non e piu parte del maggiore come e detto ma ben e parti come verbi gratia.4.non e parte de.6.(per la prima parte di questa diffinitione)ma ben e parti del detto.6.cioe e li doi terzi di quello & nota che questa vltima particula e solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione.ix.

13 Denominante e quel numero secondo il quale la parte uien tolta in lo suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia.8.e parte de.24.& lo denominante di questa parte e.3.il qual se.3.nasce dal numero delle volte che la detta parte(cioe.8.)intra nel suo tutto(cioe in.24.)lequale sono tre onde diremo che.8.e il terzo ouer la terza parte de.24.& cosi.4.sera lo denominante da parte che e.6.de.24.perche la detta parte(cioe.6.)intra.4.volte in el suo tutto(cioe in.24.)e pero diremo che il.6.e vn quarto,ouer la quarta parte de.24.& cosi si debbe intendere in ogni altro numero,anchora bisogna notare che quelli vocabuli che vsiamo in proferire le le parti se togliono dalli numeri denominanti,verbi gratia la mita,ouer mezzo vien detto da.2.vn terzo da.3.vn quarto da quattro vn quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffinitione.x.

14 Quelle parti sono dette simile,lequali sono denominate da uno
6 medesimo numero.

Il Tradottore.

Il Tradottore.

ESsempio,tal parte, ouero simil parte se dira esser.3.di.12 qual e.8.di.32. perche l'una e l'altra e denominata da vno medesimo numer che.4.cioe che cada una e il quarto del suo tutto similmente tal parte se dira essere.5.de.15. quale e.9.de.27.ouero.8.de.24.perche tutte sono denominate da uno medesimo nume ro che e.3.cioe che cadauna e il terzo del suo tutto.

Diffinitione.xi.

15 La prima semplice parte d'un numero e la unita.
o

Il Tradottore.

PErche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hanno piu parti come exempli gratia il .12. ilquale e misurato da quelli quat tro numeri.2.3.4.6.& similmente e misurato dalla vnita, adonque cadauno de loro insieme con la vnita veria a esser parte del detto.12. perilche el detto.12. ha veria.5.specie di parti delle quali la prima simplice parte di quello (& d'altri si mili) dice questa diffinitione che e la vnita laquale vnita veria a esser la duode cima parte di esso.12.e questo e quello che in questa diffinitione se vol inferire.

Diffinitione.xii.

16 Quando duoi numeri haueranno una parte commune, tante parti
o se dice esser il minore del maggiore, quante uolte la medesima parte se sera in lo minore, de tante quante la medesima parte sera in lo maggiore.

Il Tradottore.

EXempli gratia.18.&.24.hanno piu parti communi ma la piu granda (che cosi si debbe intendere) si e il.6.hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser.18.de.24 quante volte e il.6.nel detto.18.cioe quante volte il detto 6.intra,ouer numera il detto.18.(lequale sono.3.) de tante quante il detto.6.se ra ouero intrara nel.24.(lequale sono quattro) perilche se dira.18.esser li.3. quarti de.24.& da pratici se depinge in questo modo $\frac{3}{4}$.

Diffinitione.xiii.

17 La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se
o dice in quella parte, ouero parti che e el detto minore del maggio re,ma dal maggiore al minore se dice in quel numero secondo che il maggiore contien il minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tradottore.

QVini l'auttore ne diffinisse doue se piglia il nome delle proportioni de nu meri secondo li duoi modi che si pol far la comparatione, cioe comparan do un numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minor a un numero maggior se dice in quella parte ouer parti che il detto numero minore e del maggiore, exempli gratia la proportione di .6. a .12. se dice esser il mezzo ouer la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Seuerino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la uirgula duplo a quel di sopra & cosi la proportione di .4. a .12. secondo Euclide dirassi esser il terzo & secondo Boetio, subtripla, & cosi da .3. a .12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Boetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioe quelle che secondo Euclide se dira esser uno quinto ouer un sesto, ouer un settimo, ouer un ottauo, &c. secondo Boetio se dira sub quincupla, sub sextupla, sub septupla, sub octupla &c. similmente la proportione di .8. a .12. secondo Euclide se dira esser duoi terzi & secondo Boetio tal specie di proportione se dira sub sexquialtera, perche il numero sotto alla uirgula contien una uolta e mezza quel di sopra & cosi la proportione di .9. a .12. secondo Euclide se dira esser tre quarti & secondo Boetio se dira sub sexquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ &c. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesta & cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa d'uno numero maggiore a un minore dice l'auttor che tal proportioni se denomina quello numero secondo il qual il numero maggiore contien il minore, & parte ouer parti di quello, exempli gratia la proportione di .24. a .12. secondo Euclide se dira esser .2. cioe duoi tali come .12. perche il .24. contiene due uolte il .12. & secondo Boetio se dira proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio & altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqual cosa non vol dire altro che duoi integri comparati a uno & cosi la proportion di .24. a .8. secondo Euclide se dira esser .3. cioe che .24. e tre tali come .8. cioe che .24. contien .3. volte .8. ma secondo Boetio se dira tripla, & depingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle che secondo Euclide se denominarono da .4. .5. .6. &c. secondo Boetio se diran quadrupla, quincupla, sextupla & cosi discorrendo, similmente la proportione di .24. a .16. secondo Euclide se dira esser uno e mezzo perche il numero maggior contiene il minore una uolta e mezza tal proportione secondo Boetio se dira sexquialtera, & cosi la proportione de .24. a .18. secondo Euclide se dira esser un e un terzo & secondo Boetio se dira sexquitertia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da un e un quarto da un e un quinto da un e un sesto secondo Boetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesta & cosi discorrendo & similmente la proportione di .10. a .6. secondo Euclide se dira esser un e duoi terzi & quella da .14. a .8. se dira esser un e tre quarti ma secondo Boetio la prima se dira superbipartiens la seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre similmente anchora la proportione di .5. a .2. secondo Euclide se dira esser doi e un mezzo & quella di .10. a .3. esser tre e un terzo & quella di .14. a .3. esser quattro e duoi terzi & quella che e da .23. a .5. esser quattro e tre quinti la prima delle qual proportioni secondo Boetio se dira dupla sexquialtera la seconda tripla sexquitertia la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si va procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar essempio a ciascuna ancor dubito di non esser inteso per esser mi alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto accio che siano intesi tutti li modi & varietade delli vocaboli vsitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben si considera se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide, ideo, &c.

Diffinitione .xiiii.

Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo se dira si come del primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata.

Il Tradottore.

il Tradottore.

Questa diffinitione e simile alla .xi. & .xii. del quinto, ma quelle del quinto parlano in genere delle quantita commune, & questa parla in specialita di numeri, e pero lo essempio di quelle se po accommodar a questa ma con numeri essempi gratia siano quattro numeri continuamente proportionali & siano in la proportionalita tripla come cinquantaquattro. decidotto. sei. & doi. dice l'author che la proportione del primo (che e cinquanta quattro) al terzo che sei se dira dopplicata che e da .54. a .18. & quella che e dal detto .54. al quarto (cioe al .2.) dice che se dira treplicata alla medesima che e da .54. a .18. per il che si ne manifesta il dopplicare & treplicare delle proportioni, non esser simile al dupplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de una tripla non se intende esser sestupla, ma una nonupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende esser una nonupla anchor se intende una vigintiseptupla come di sopra appare, cioe che la proportione di .54. a .2. e vigintiseptupla & e detta il tripio di quella che e da cinquanta quattro a decidotto cioe d'una tripla il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalita continua, & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper dupplicare, & treplicare ogni specie proportione, ma anchora si cava il modo di saper sommare insieme due, overo tre proportioni equale, perche in vero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non e altro che un summare di quantita equale.

Diffinitione.xv.

19 Quando seranno continuate medesime, overo diverse proportioni, la proportione del primo al ultimo se dira composta di tutte quelle.

il Tradottore.

Havendone l'author nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio, overo il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) dalla qual diffinitione (come sopra di quella dissi) se apprende solamente il modo di saper dopplicare, overo treplicare ogni specie di proportione, overo di sapere sommare insieme solamente due overo tre proportioni equale, hor in questa sostantia ne diffinisse non solamente come si debba intendere, la multiplicata, overo il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne parte, & similmente come si debba intendere il componere, overo summare insieme piu proportioni equale, ma anchora di summare generalmente insieme ogni quantita di proportioni o siano equale, overo inequale perche dice che quando seranno continuate simili, over diverse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, essempi gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dira quadrupla a quella che sera dal primo al secondo, overo che la detta proportione del primo al ultimo se dira essere composta, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa vera a essere quattro tale quale e dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intendere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equali, ma diversi perche siano continuate l'una consequente, drieto all'altra & acio meglio m'intendi, siano cinque termini de numeri cioe .24. .16. .8. .2. .3. fra liquali sono quattro specie di proportioni quella che sta il primo &

lo secondo e sesquialtera (cioe fra .24. e .16.) & quella che e dal secondo al terzo (cioe da .16. a .8.) e dupla, & quella che e dal terzo al quarto (cioe da .8. a .2.) e quadrupla e quella che e dal quarto al quinto (cioe da .2. a .3.) e una sesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo cioe da .24. a .3. (che e una ottupla) se dira esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie, cioe che la ottupla se dira essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dira in piu termini & in altre specie di proportioni e pero che volesse saper che cosa resulta over faccia una duppia gionta con una tripla quelle siano poste in tre termini (come si voglia) da poi tor la proportione del primo al terzo (quella si trouera esser una sestupla) & tanto dirassi che faccia una dupla gionta con una tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantita di proportioni accidenti in numeri.

Diffinitione .xvi.

20 La denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dira la parte, ouero parti di esso minore, che sono nel maggiore, ma dal maggiore al minore se dira il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

IN questa l'auttor ne diffinisse quasi il conuerso della terzadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore e del maggiore, & qui ui dice il conuerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dira la parte ouer parti che esso minor e del maggiore, essempli gratia la denominatione della proportione che e da dodeci a vintiquattro e un mezzo e da sei a desdotto e un terzo e da desdotto a vintisette e doi terzi e da dodeci a sedeci e tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del vintiquattro a dodeci (cioe del maggiore al minore) e doi & da desdotto a sei tre & da vintisette a desdotto e uno e mezzo & da sedeci a .12. e uno e un terzo e da vinti tre a quattro e cinque e tre quarti & cosi discorrendo lequale denominationi si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioe che l'auenimento di tal partiti sempre sera la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione .xvii.

21 Le proportioni che hanno una medesima denominatione, se dicono simile, ouer una, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggiore si dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Tradottore.

EXempli gratia la proportione che e da desdotto a vintiquattro se dira esser simile, ouer quella istessa che e da sei a otto perche hanno una medesima denominatione che e tre quarti similmente quella che e da quaranta otto a dodeci se dira esser, una ouero simile, ouero quella istessa che e da vintiquattro a sei perche hanno medesima denominatione laquale e tre & dui termini la proportione che e da noue a dodeci se dira maggiore di quella che e da sedeci a vintiquattro per esser la denominatione da noue a dodeci (laquale e tre quarti) maggior maggiore di quella che e da.16.a.24.(laqual e doi terzi) & similmente la proportione de.27.a.4.se dira esser maggiore di quella che e da.22.a.5.perche la denominatione di quella che e da.27.a.4.(laquale e sei e tre quarti) e maggiore di quella che e da.22.a.5.(laquale e quattro e doi quinti) & e converso.

Diffinitione.xviii.

22/21 Ma li numeri che la proportione de quelli e una sono detti proportionali.

Il Tradottore.

Exempli gratia per esser la proportione di.9.a.3.simile a quella che e da.12.a.4.(per le ragioni dette nella precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo si deve intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione.xix.

23/0 Quelli numeri se dicono termini, overo radice de una proportione, alli quali e impossibile essere tolti minori in quella medesima proportione.

Il Tradottore.

Exempli gratia questi doi numeri.3.e.2.se diranno termini, overo radice della proportione sesquialtera per esser impossibile a potere trovare doi altri minori de quelli in la medesima proportione sesquialtera, vero e che de maggiori se ne potrian trovar infiniti in tal proportione come.6.a.4.9.a.6.& cosi discorrendo in infinito, & se dicono termine, overo radice di detta proportione sesquialtera per esser in quelli doi il principio di tal proportione & da quelli doi tutti li altri (di tal proportione) derivano, il medesimo si debbe intendere in le altre specie di proportioni.

Diffinitione.xx.

5/12 Numero primo, se dice quello, che della sola unita e misurato.

Il Tradottore.

Si come.2.3.5.7.11.13.17.19.23.29.& infiniti altri simili liquali sono misurati over numerati solamente dalla unitade e per questo caduno di loro e detto numero primo.

Diffinitione.xxi.

6/14 Numero composito se dice quello, che dall'altro numero e misurato.

Il Tradottore.

Si come.15.il quale per esser misurato dal.5.over dal.3.se dice numero compo sito perche il vien a esser composito da tre numeri quinari, overo da cinque numeri ternari, & cosi si deve intendere ogni altro numero che sia numerato, over misurato da qual si voglia altro da lui diverso, dico diverso perche ogni numero considerato da se medesimo, overo da uno equale a se medesimo cioe il sette misurato dal sette una volta & similmente il .13. da .13. & niente di meno ciascun di loro e numero primo e non composito.

Diffinitione .xxii.

7 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, ec-
13 cetto dalla sola unita, sono numerati.

Il Tradottore.

Exempli gratia considerato .25. secondo se e numero composito (per la precedente) & similmente .9. ma comparati questi duoi numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero sono communamente misurati eccetto che della unitade, cioe che 'l non si trova alcuno numero che li misuri ambidui, le ben il vero che 'l ternario numera il .9. ma quello non numera poi il .25. & similmente il quinario misura il .25. ma non misura poi il .9 onde questi duoi numeri cioe .25. e .9. & altri simili che non hanno alcun numero che gli sia commune misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Diffinitione .xxiii.

8 Numeri fra loro compositi, overo communicanti, se dicono que-
15 gli liquali altro numero che, la unita li misura, cioe che niun de quegli e a l'altro primo.

Il Tradottore.

Exempli gratia .27. e .15. perche il numero ternario (cioe il .3.) numera, overo misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor compositi, over communicanti, cioe che niun di loro e primo all'altro (per la precedente diffinitione) Il medesimo si deve intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente li primi principii di cadauna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia e tenuta a provare li suoi primi principii, perche bisognaria procedere in infinito ma quelli tai primi principii communamente si conoscono per intelletto over per i sensi perli che sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & insegna tutta la scientia, dico adonque che li primi principii di questa scientia, over disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quatro sono suoi proprii cioe che si convengono solamente alla arithmetica, & dieci sono communi cioe che si convengono a diverse altre scientie, & perche la intentione del l'auttore e di voler disputare questa scientia arithmetica, & quella fortificare con demonstrationi, onde per procedere rettamente, e schiffare oppositioni & liti primamente lui addimanda che gli sia concessi li detti suoi proprii principii, liquali (come detto) me detto) sono quattro come nel processo si vedra, & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scientie, se chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sententie come appar in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1° Adimandiamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quanti numeri mi pare equali, ouer moltiplici a qual numero si voglia.

Il Tradottore.

Exempli gratia se fusse vn numero dato poniamo .16. & che per qualche nostro negotio ne bisognasse tore, ouer assignare vno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso .16. ouer in qual si voglia altra moltiplicita, l'authore adimanda che gli sia concesso di poter si fare tal cosa perche chi negasse tal atto il non seria possibile a demonstrario con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non pol dubitare in cosa alcuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si puo negare.

Petitione .ii.

2° Anchora adimandiamo che ne sia concesso di poter pigliare un numero maggiore quanto ne pare, di qual si voglia numero.

Il Tradottore.

Exempli gratia sel fusse vno numero dato (ouer proposto) poniamo .24. & che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne tore vno altro maggiore di lui in vna ouero due, ouer piu vnita l'authore similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per essere al intelletto euidente non si de negare.

Petitione .iii.

3° Similmente adimandiamo che ne sia concesso di poter procedere in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali vno solo (dall'authore e detto naturale) & questo e quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioe quello che li termini si vanno eccedendo per vna vnita (come .1.2.3.4. &c.) delli altri alcuni se vanno eccedendo per .2. come .1.3.5.7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per .3. cioe .1.4.7. &c. alcuni per .4. come .1.5.9.13. alcuni per .5. alcuni per .6. alcuni per .7. & cosi discorrendo per ogni qualita di numero, alcuni altri si vano augumentando in qualche specie di moltiplicita come in dupla, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'author adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, ouer crescere, ouer allongare l'ordine de numeri in infinito, & abenche tal cosa se verifichi in tutti li ordini detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe intendere del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, per che dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqualcosa per esser euidente al'intelletto non si po negare.

Petitione.iiii.

4° Anchora se adimanda che sia concesso nissun numero poter essere diminuito in infinito.

Il Tradottore.

QVesta l'auctor dimanda che gli sia concesso che nissun numero (per grando che'l sia) potesse diminuire in infinito perche in vero che andando diminuendo cauandone solamente vna vnita finalmente se peruenera alla vnita, laqual cauandola anchora lei sera diuenuto, ouer annichilato quel tal numero talmente che piu non se potra seguire tal diminutione, & se tal atto e terminato diminuendo solamente per vnita molto piu presto tal atto se terminara diminuendo per qualche numero & pero tal petitione non e da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono.x.

Prima.

1° Ogni parte e minore del suo tutto.

Il Tradottore.

QVesta e simile alla vltima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantita, ma questa parla in specia lm... numero, cioe che tolta vna parte di qual si voglia numero, o sia grande ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa e concessa per commune sententia.

Seconda

2° Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a vno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

QVesta da se e euidente & e quasi simile alla sesta conceptione del primo cioe che tutti quelli numeri che seranno equalmente doppii, ouer treppii ouer quatrupli a vn medesimo numero (ponsio al quinario) (cioe al.5.) ouero a numeri equali (ponismo a piu quinarii, cioe ciascuno al suo senario) ogni mannifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3° Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero sera equalmente multiplice mente moltiplice, ouer che li moltiplici tolti equalmente a cadauno de quelli, seranno equali essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

Exempli gratia se fusse doi, ouer piu termini de numeri, & che il se demostra che vn medesimo numero (ponamo .24.) sia doppio a cadauno de detti doi ouer piu termini, egli e manifesto che li detti termini seranno fra loro equali, per che cadauno de loro veria a esser .12. il medesimo si deue intendere quando, che il detto .24. fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si voglia altra moltiplicita, a cadauno de loro, similmente quando che 'l fusse doi, ouero piu termini de numeri, & che li moltiplici tolti equalmente a cadauno di essi termini fussino equali (ponamo che cadauno fusse vintiquattro) la cosa manifesta che quelli tai numeri seranno fra loro equali,

Quarta.

4 La unita e parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Exempli gratia la vnita e parte de .2. & e denominata da esso .2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice mezza, ouer la mita, alcuni la chiamano una seconda, ouer secondo & descriuesi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che e sotto alla virgula (cioe il .2.) se dice denominatore per esser quello (come detto) che denomina la parte cioe quella vnita posta sopra la virgula, laquale se dice numeratore, similmente la detta vnita e parte di .3. & denominata da esso .3. & chiamase parte terza, ouer vn terzo, & descriuesi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per tal modo la vien a esser parte di ogni altro numero, & denominata de essi medesimi, & tutte se descriueno secondo l'ordine detto, cioe ponendo la detta vnita sopra la virgula, & quel tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ & cosi discorrendo

Quinta.

5 Quella parte e minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Exempli gratia vn quarto e minore d'un terzo per esser la denominatione de vn quarto (qual e quattro) maggiore della denominatione de vn terzo (qual e .3.) & per le medesime ragioni vn quinto e minor de vno quarto & vn sesto de vno quinto & e conuerso.

Sesta.

6 Qual si voglia numero tal e dalla unita, qual parte e la unita di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioe che ogni numero (in tal numero lui e multiplice della unita, in qual la unita e denominata parte di quel medesimo, exempli gratia. il .2. in comparatione della unita se dira doppio la qual multiplicita e denominata da .2. in el qual .2. medesimamente e denominata la parte che la detta unita e di detto .2. & da qui se manifesta che ogni numero e detto dalla unita cioe dal numero che denomina la multiplicita in che lui e in comparatione della unita, ilquale e esso medesimo numero, perche esso medesimo e quello che denomina la parte che e la unita di lui come e detto in la quarta diffinitione.

Settima.

7o Qualunque numero che sia duto in la unita produce se medemo anchora la unita duta in qual si voglia numero produce quel medemo

Il Tradottore.

Exempli gratia multiplicando .2. fia la unita (per communa sententia) fara esso .2. & cosi .3. fia .1. anchora esso .3. & cosi .4. fia .1. fara esso .4. & cosi discorrendo in ogni altro numero, anchora la unita multiplicata fia .2. fara pur il medemo .2. & cosi .1. fia .3. fara quel medesimo .3. & cosi fia .4. fara .4. & cosi discorrendo in ogni altro numero.

Ottava.

8o Qualunque numero che numeri duoi numeri numera anchora el composto de quegli

Il Tradottore.

IN questa ottava concettione el se suppone che cadauno numero che numeri duoi numeri che quel numeri anchora il composito, over la summa de ambidoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il .3. numera il .9. & anchora il .12. sensibilmente vedemo che il medesimo .3. numera il composito, over la summa di .9. & .12. qual e .21. il medesimo si mostra in molti altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello

Il Tradottore.

Exempli gratia se vno numero (poniamo .3.) numera alcun numero (poniamo .9.) & che quel numero numerato (cioe .9.) numeri vn altro numero (poniamo .36.) per commune opinione dice che il detto .3. numera anchora il detto terzo la qual cosa per la sesta diffinitione euidentemente appare. il medesimo se mostra seguire in molti altri simili.

Decima

Decima, & ultima.

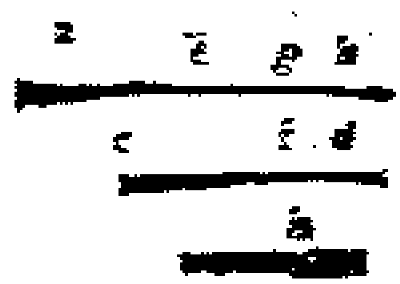
Qualunque numero, che numeri il tutto, anchora detratto numera il residuo.

Il Tradottore.

Exempli gratia, se uno numero (poniamo .7.) numera qualche numero (poniamo .35.) & cavato il detto numero (cioe .7.) del detto numero numerato (cioe da .35.) vol che per commune sententia il detto numero (cioe .7.) numeri anchora il rimanente, il qual rimanente, veria a esser .28. laqualcosa (per la sesta diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema prima Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & da poi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fina a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detratione fatta in tal modo sia che'l non si troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unita quelli duoi numeri e necessario esser contra se primi.



Siano li duoi numeri inequali .a.b. & .c.d. & sia il .c.d. minore & sia detratto il .c.d. del .a.b. quante volte si puo, & sia lo residuo .e.b. il quale residuo sera minore del .c.d. (altramente el se porria anchora detrahere) & sia detratto esso .e.b. del .c.d. quante volte si puo, & sia il residuo .f.d. & sia detratto lo .f.d. del .e.b. quante volte si puo, & sia lo residuo .g.b. il qual sia la unita, hor dico li detti duoi numeri .a.b. & .c.d. esser contra se primi, perche se possibil e (per l'adversario) che siano composti, alcun numero oltra la unita numerara communamente quegli (per la vigesima prima diffinitione) il qual poniamo che sia .h. hor perche .h. numera il .c.d. (per la penultima concettione) numerara anchora lo .a.e. & perche il medesimo .h. numera tutto lo .a.b. (per la ultima concettione) numerara anchora lo .e.b. adonque (per la penultima) numerara lo .c.f. per laqualcosa (per la ultima) numerara lo .f.d. adonque (per la penultima) numerara anchora lo .g.e. & (per la ultima) numerara lo .g.b. & perche lo .g.b. e la unita seguitaria il numero esser parte della unita, over a quella equale, laqualcosa e impossibile, adonque li duoi numeri .a.b. & .c.d. seranno contra se primi che e il proposito.

Ma se li duoi numeri .a.b. & .c.d. siano contra se primi il non si trovara stato, over riposo, in questa mutua detratione inanti che si pervenga alla unita & questo e il contrario di quello che l'autor propone, & se in questa mutua detratione (per l'adversario) sera stato, over riposo, inanti che si pervenga alla unita, sia che .g.b. sia numero il quale sia detratto dal .f.d. & niente sia il residuo adonque il .g.b. numera .f.d. adonque (per la penultima concettione) numera anchora .e.g. & per che anchora numera se medesimo, per la antepenultima concettione, numerara tutto lo .e.b. adonque per la penultima, numera lo .c.f. ma per avanti e sta dimostrato che numera lo .f.d. adunque (per la avanti la penultima) numera tutto lo .c.d. per laqualcosa (per la penultima) numerara lo .a.e. & perche fu demostrado prima che anchora numera lo .e.b. seguita (per la avanti alla penultima) che anchora numeri.a.b.adonque perche il numero.b.g.numera l'uno e l'altro di duoi numeri.a.b.&.c.d.li duoi numeri.a.b.&.c.d.sono composti, adonque non sono contra se primi, laqualcosa e contra il presupposito, adonque e per questa via proposti qualunque dui numeri inuestigamo se quelli sono contra se primi ouer no, perche fatta la mutua detratione de tali, se si perviene alla unita quelli sono contra se primi ma essendo stato, ouero riposto auanti che se peruenga alla unita quelli sono composti.

Problema prima Propositione.ii.

2/2 Proposti dui numeri fra loro composti, potemo trouare il maggiore numero che numera communamente quelli.

Siano li duoi numeri fra loro composti.a.b.&.c.d.&.sia.c.d.minore, adonque alcun numero (per la diffinitione) numera communamente quelli; quello voglio trouare il massimo numero che numera communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, ouero detraho il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioe il.c.d.dal.a.b.& sia il residuo.e.b.& similmente lo.e.b.del.c.d.per fina a tanto che posso & sia il residuo.f.d.& perche la diminutione di questo non pol esser fatta in infinito (per la vltima petitione) anchora in il proposito il non si pol peruenire alla vnita (per la precedente) perche allhora li duoi proposti numeri seriano contra se primi laqualcosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando hauero detratto lo.f.d.dal.e.b.per fina che potero che il residuo sia niente, hor dico il numero.f.d.esser il maggiore che numeri communamente li duoi proposti numeri.a.b.&.c.d.la causa che lui li numeri e manifesta (per la penultima & antepenultima concettione) repetita, mo l'una, mo l'altra quante volte bisogna, si come in la demostratione del conuerso della precedente (perche lo.f.d.numera lo.e.b.) perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tanto che se posse non vi fu fatto niente di residuo (adonque) (per la penultima concettione) numera &.c.f.adonque (per la ante penultima) &.c.d.per laqualcosa (per la penultima) numera &.a.e.adonque (per l'ante penultima) &.a.b.ma che alcun maggiore del.f.d.numeri a.b.&.c.d.cosi e manifesto, perche se questo potesse esser fatto (per l'aduersario) sia il numero.g.maggior del.f.d.ilqual numeri l'un e l'altro di duoi numeri.a.b.&.c.d.perche adonque.g.numera.c.d.numerara (per la penultima concettione) a.e.& perche numera.a.b.numerara (per la vltima) .e.b.adonque (per la penultima) numera.c.f.& perche etiam numera.c.d.numerara (per la vltima) f.d.cioe il maggiore numeraria il minore, laqualcosa e impossibile.

Correlario.

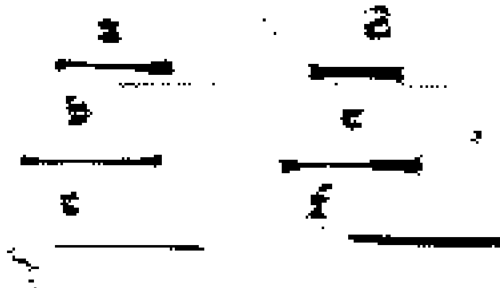
Da questo e' manifesto, che ogni numero che numeri duoi numeri numera anchora, il massimo numero, numerante ambiduoi quelli.

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si troua molte volte alcuni numeri fra loro composti che sono numerati da piu

numeri

numeri (uno maggior dell'altro) come exempli gratia se el .a.b. fusse .150. & lo .c.d. .90. questi dui tali sono numerati (cioe parti senza alcun sopravanzo) communamente da .2. da .3. da .5. da .6. & da molti altri, tamen investigando per lo modo dato di sopra si trovara che il primo residuo, cioe .e.b. sera .60. & lo secondo cioe .f.d. sera .30. il qual .30. sotratto dal .e.b. fin che si pol il residuo sera nulla, onde il detto .30. verra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti duoi numeri .a.b. & .c.d. Ma supponendo che il .g. numeri anchora lui communamente li detti duoi numeri .a.b. & .c.d. (cioe che lui sia l'uno delli altri detti di sopra, poniamo .5.) per le argumentationi fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto .g. a fortiori numera lo .f.d. cioe il massimo & questo e quello che nel corrolario si vol inferire.



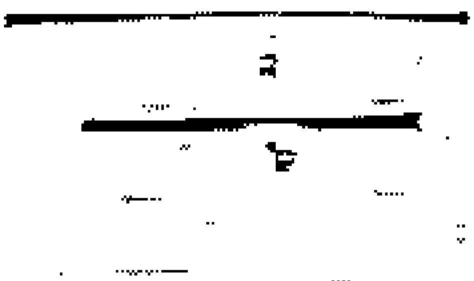
Problema .ii. Propositione .iii.

3/5 Proposti tre numeri fra lor composti puotemo ritrovare il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

Avanti che dimostramo questa terza conclusione havemo pensato di dimostrare uno antecedente di essa conclusione cioe qualmente, proposti tre numeri potemo certificarsi se essi siano fra lor composti, E per tanto siano li tre numeri .a.b.c. di quali voglio vedere se essi sono fra lor composti, over non (per la prima adonque investigo se li duoi primi) liquali sono .a. & .b. sono fra lor primi la qual cosa essendo cosi non seranno .a.b.c. fra loro composti (per la diffinitione) ma se .a. & .b. sono fra lor composti, sia (per la precedente) .d. il massimo numero numerante quelli il qual sel numera .c. seranno .a.b.c. (per la diffinitione) fra lor composti, ma se quello non lo numera, ma essi .c. & .d. siano contra se primi non seranno .a.b.c. fra lor composti, perche qualunque numero il quale numerara quelli, numerara anchora il .d. (per il corrolario della precedente) & cosi .d. & .c. seriano composti la qual cosa seria contra il presupposito, ma se .c. & .d. sono composti seranno etiam .a.b.c. fra lor composti, perche essendo per la precedente .e. il massimo numerante .c. & .d. il quale etiam (per la penultima concettione) numerara .a. & .b. per la qual cosa (per la diffinitione .a.b.c. sono fra loro composti anchora per simil modo il se supera de quanti si voglia piu di tre) se essi siano fra loro composti (E per tanto a me proposti numeri che siano fra loro composti) liquali etiam siano .a. b. c. voglio trovare il massimo numero il qual li numeri tutti piglio per la dottrina della precedente .d. massimo numerante .a. & .b. il qual sel numera .c. esso e quello che cercamo altramente per il corrolario della precedente seguiria il maggiore numerare il minore, Ma sel non numera .c. tamen seranno .c. & .d. fra lor composti per il presupposito, & corrolario della precedente, & per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli .e. dico .e. esser il massimo numerante .a.b.c. la causa perche il numera quelli e manifesta, per questo ultimo presupposito, il quale e esso, esser il massimo numerante .c. & .d. & per la penultima concettione ma la causa che niun maggiore di quello numeri quelli cosi e manifesta perche se questo fusse possibile, per l'adversario, sia .f. maggior de .e. il qual numeri .a.b.c. il qual conciosia che'l numera .a. & .b. numerara, per il corrolario della precedente .d. & perche anchora il numera .c. numerara, per il medesimo corrolario, .e. cioe il maggiore numeraria il minore la qual cosa e impossibile, adonque non sera alcun numero maggior de .e. numerante .a.b.c. che e il proposito, anchora per simil modo si pol investigare il massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra lor composti) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre e il medesimo in piu di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, puotemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo

5/5 Correlario, onde e manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro composti, numera il massimo numerante tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li duoi, & duoi di quelli.

Theorema.ii. Propositione.iiii.



4/4 **El minore de ogni duoi numeri inequali, ouer che egli e parte, ouero parti del maggiore.**

Sieno duoi numeri .a. & .b. minor .b. dico che .b. e parte, ouer parti del .a. perche ouero che .b. numera .a. ouero non, se il lo numera egli e parte di quello (per la diffinitione) se non numera quello adonque, ouer che sono fra lor primi ouero non, se non sono fra lor primi haueranno (per la diffinitione) una parte commune, laquale quante volte la sera in .b. tante parti sera detto essere il .b. del .a. (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi niente dimeno perche la unita e parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) e manifesto il medesimo per le unita.

Theorema.iii. Propositione.v.

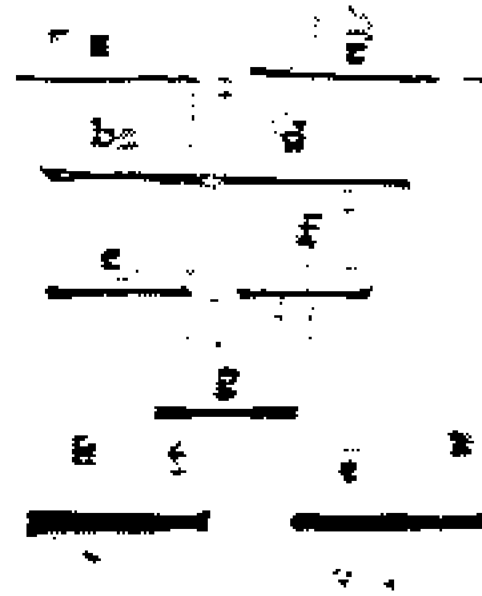
5/5 **Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quala e il terzo del quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme quala e il primo del secondo.**

Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non hauere de bisogno de alcuni delli precedenti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantita in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quattro numeri .a. b. c. d. & sia .b. tal parte de .a. quale e .d. del .c. dico che .b. & .d. tolti insieme sono tal parte de .a. & .c. tolti insieme quale e il .b. del .a. perche diuisi .a. & .c. secondo la quantita de .b. & .d. & argumentare si come in la prima del quinto, perche sera che tante son le parte del .a. quante quelle del .c. per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de .a. & dalla prima del .c. sia equale allo aggregato del .b. & .d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte del .a. & della seconda del .c. & perche questa aggregatione tante volte se puol fare quante volte, vien contenuto il .b. in .a. seguita che il numero equale allo aggregato del .b. & .d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de .a. & .c. quante volte .b. viene contenuto in .a. per laqualcosa e manifesto il proposito.

Theorema.iiii. Propositione.vi.

6/6 **Se seranno quattro numeri di quali, il primo sia tal parti del secondo quale e il terzo del quarto, il primo e il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale e il primo del secondo.**

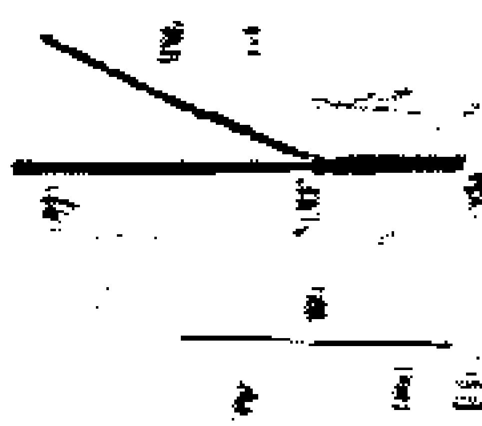
Quello che propose la precedente de una parte, questa propone di piu parti. E per tanto siano come prima li quattro numeri .a. b. c. d. & sia che .b. sia tai parti de .a. quante & quale e il .d. del .c. dico che .b. & .d. tolti insieme serano tante, & tale parti de .a. & .c. tolti insieme quante & quale e il .b. del .a. & dico tante & tale perche la pluralita delle parti vien diffinita da duoi numeri di quali l'uno vien detto numeratore, & l'altro denominatore come quando diremo tre quinti, il ternario numera, & il quinario denomina, perche adonque .b. e parte del .a. sia che siano le parti de quello numerate dal .h. & denominate dal .k. & similmente (per la positione) sera il .d. parti del .c. numerate dal .h. & denominate dal .K. e per tanto vna delle parti del .b. sia .e. & vna delle parti del .d. sia .f. (& per il presupposito) .e. sera parte del .b. denominata dal .h. & parte del .a. denominata dal .K. similmente anchora .f. sera parte del .d. secondo .h. & parte del .c. secondo .K. adonque il composito de .e. & .f. sia .g. & (per la premessa) .g. sera parte del .b. & .d. tolti insieme secondo .h. & anchora (per la medesima) sera parte de .a. & .c. tolti insieme secondo .K. per laqualcosa (per la duodecima diffinitione) .b. & .d. tolti insieme seranno parti de .a. & .c. tolti insieme numerate dal .h. & denominate dal .K. imperoche il .g. e parte communa de quelli, del minore secondo .h. & del maggiore secondo .K. & perche cosi e il .b. del .a. e manifesto il proposito.



Theorema .v. Propositione .vii.

7 Se seranno dui numeri de quali uno sia parte de l'altro et sia detratta
7 da tutti duoi la medesima parte tal parte, sera il remanente, al remanente, quala e il tutto del tutto

Quel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quinta del quinto delle quantita in genere, e pero sia che qual parte e tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) dico che tal parte sera .e. (residuo de .a.) del .f. (residuo del .b.) qual e tutto il numero .a. di tutto il numero .b. (& questa e quasi il conuerso della quinta) e per dimostrare questo sia (per la prima petitione) .e. tal parte de .g. qual e il .c. del .d. & (per la quinta tal parte sera .a. del composito de .g. & .d. qual e il .c. del .d. per laqualcosa & quale e .a. del .b. adonque (per la seconda concettione) il composito de .g. & .d. e equale al .b. leuado via dal vno, & dall'altro il .d. sera .g. equal al .f. per laqualcosa tal parte sera .e. del .f. qual e .a. del .b. perche tal era .e. del .g. che e il proposito.



Il Tradottore.

Questa settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma

Se vno numero sara tal parte d'un altro, qual sera una parte tolta dall'uno a vna parte tolta dall'altro, il residuo dal vno sera tal parte del residuo di l'altro, qual e il tutto del tutto, laqual differentia e come quella della quinta del quinto, Ma in questa la espositione non se accorda con il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda con il testo della seconda quivi di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione che qual parte e tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) & si conclude che il residuo .e. al residuo .f. sera tal parte, qual e tutto il numero .a. de tutto il numero .b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la par .c. in respetto del numero .a. & la parte .d. in respetto del numero .b. si intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.

Theorema.vi. Ppropositione.viii.

8 Se da doi numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte
8 quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, sera quelle me=
desime parti, che e il tutto del tutto.

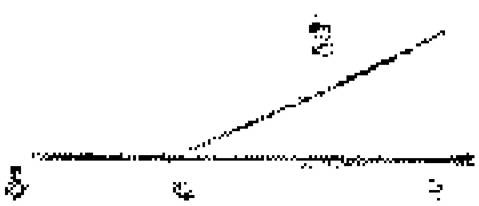
Questa e quasi il conuerso della sesta, come exempli gratia sel fusse che quan
te, & quale parti e tutto .a. di tutto il .b. tante & tale sia il .c. (detratto dal
.a.) del .d. (detratto dal .b.) dico che lo .e. (residuo del .a.) sera tante, & tale parti
del .f. (residuo del .b.) quale & quale e lo .a. del .b. & per dimostrare questo sia
.g. vna delle parti del .a. & .h. vna delle parti del .c. & (per il presupposito) sia
tal parte del .a. qual e .h. del .c. & tale del .b. quale e .h. del .d. adonque sia detrat
ta .h. del .g. & rimanga .K. & .k (per la precedente) sera tale parte del .e. quale e
.g. del .a. & tale del .f. (per la medesima) quale e .g. del .b. adonque perche .e. & .f.
hanno vna parte communa, laquale e .K. (per la duodecima diffinitione) .e. se
ra tante parti del .f. qual parte e .K. del .e. & tale quale e .K. del .f. & perche tante
& tale era .a. del .b. e manifesto il proposito.

Il Tradottore.

EL testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice
in questa forma.

Se vno numero sera tal parti d'vno altro, qual sia vna portione tolta dal vno
di vna portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente sera le medesi
me parti quale e il tutto del tutto. Et questo e molto concordante con la sopra
scritta argumentatione.

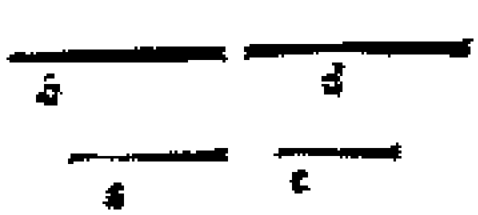
Il Tradottore.



ANchora bisogna notare (per intelligentia della soprascritta argumenta
tione che se lo numero .a. fusse li cinque sesti del .b. & similmente la parte .c.
della pre. d. numero .g. veria a esser vn quinto del .a. & vn sesto d. el .b. & similmete
h. veria a esser pur vn quinto del .c. & vn sesto del .d. onde (per la precedente)
K. veria a esser similmente vn quinto del .e. & vn sesto del .f. si come .g. del .a. &
del .b. onde il detto .e. (per la duodecima diffinitione) veria a esser tante parti
del .f. quante volte che .K. numera .e. (che sono cinque) de tale quante il detto .k.
numera .f. (che sono sei) cioe cinque sesti che e il proposito.

Theorema.vii. Propositione.ix.

9 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon
9 do, quale e il terzo del quarto, permutatim etiam sera tal parte, o
uero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti e il secondo del
quarto



SIa .a. primo tal parte del .b. secondo quale e il .c. terzo del .d. quarto, & siano
.a. & .b. minori del .c. & .d. perche essendo altramente seria il contrario di quello
che se ppone, dico che qual pte, ouer pte .a. del .c. tal ouer tale e il .b. del .d. pche
essendo diuiso il secondo la quātita de .a. & .el secōdo .c. (& p lo presente suppositto) tante parti seranno quelle del .b. quāte quelle del .d. & perche ciascaduna del
le parti

le parti del b. e equale al a. & ciascaduna del d. al c. & a. e parte ouero parti del. c. (per lo presente presupposito, & per la quarta) sera ciascaduna delle parti del b. della sua comparata delle parti del d. (come la prima della prima, la seconda della seconda, & cosi de mane le altre) tal parte, ouer parti, quala ouer quale e' a. del c. adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante volte bisognara) sera tal parte ouer parti, b. del d. quala ouer quale e' a. del c. che e il proposito.

Theorema. viii. Propositione. x.

10 Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tai parti del secondo, quale e il terzo del quarto, sera permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale e il secondo del quarto.

Siano li quattro numeri come prima, di quali similmente sian minori a. & b. & sia a. tai parti del b. quale c. del d. dico che qual parte, ouer parti, e' a. del c. tala, ouer tale e il b. del d. perche siando diuise le minore in quelle parte che sono a. & c. & (per lo presente presupposito) seranno tante le parti del a. quante quelle del c. & perche ciascaduna delle parti del a. e' tal parte del b. qual ciascaduna delle parti del c. e' del d. perche questo lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti e b. del d. tal, ouer tale sia ciascaduna delle parti del a. della sua comparata delle parti del c. adonq; (p la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante volte bisognara) sera b. tai parte, ouer parti del d. quala, ouer quale e' a. del c. che e' il proposito.

Theorema. ix. Propositione. xi.

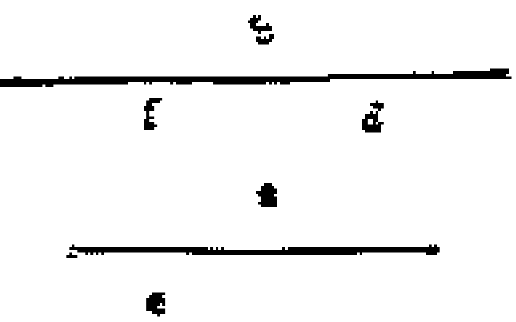
11 Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secōdo sera tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale e il quarto del terzo, ma se il secondo sera tal parte, ouer parti del primo quala, ouero quale e il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.

Sia la proportione dal a. al b. si come dal c. al d. & sia maggiori a. & c. dico che qual parte, ouer parti e' b. del a. tala ouer tale e' il d. del c. & e conuerso perche (p la quarta parte della diffinitione delle proportione simili) sera che quante volte il b. e' in a. tante volte sia il d. in el c. & se alcuna parte, ouer parti del b. sopraboundaranno a. tal parte, ouer parti del d. sopraboundarano in el c. e' per tanto se il b. sera contenuto in a. senza superfluita de parte, tante volte senza superfluita sera contenuto il d. in c. (per la diffinitione delle parte simili) qual parte sera il b. del a. tal sera il d. del c. ma se il b. sia preso in a. (quante volte si voglia) con la superfluita de parte & tante volte se pi(n)era, il d. in el c. con la superfluita de simel parte, diuiso a. secondo. b. acioche sopraauanci e. & c. secondo. d. acioche sopraaci f. sera tal parte e. del b. qual e' f. del d. ma perche tante volte se contera il b. in la differentia del a. al e. quante volte il d. in la differentia del c. al f. sera (per commune scientia) tante volte e. in a. quante volte e' f. in c. conciosia cosa adonque che a. & b. habbiano. e. parte commune & similmente. c. & d. habbiano. f. e per tanto. e. e' in. b. tante volte quante e lo. f. in. d. & similmente e. e' in. a. tante volte quante f. in. c. sera (per la duodecima diffinitione) il b.

tante & tale parti del.a.quante & quale sera il.d.del.c.ma si el.b. sia contenuto (quante volte si voglia) in.a.con superfluita de quante si voglia parti, anchora tante volte se contenera il.d.in el.c.con superfluita de tante & simile parti divisa, secondo.b.accioche sopravanzi.e.similmente.c.secondo.d.accioche sopravanzi.f.sera.e.tante & tale parti del.b.quante & quale sera.f.del.d.& cosi tolta vna de quelle argumentando come prima, & cosi e manifesto il primo proposito, il secondo se dimostra in questo modo, sia.b.tal parte, ouer parti del.a.quale, ouer quale e il.d.del.c.dico che la proportione del.a.al.b.sera si come del.c.al.d.per che se e tal parte e manifesto il proposito, ma se egli e tale parti divisi quegli secondo quelle parti se manifestara tante volte essere il.b.in.a. quante volte e il.d. in.c.& tal parte, ouer parti del.b.sopravanzare in.a.quale, ouer quale del.d.sopravanzano in el.c.& cosi (per la diffinitione) la proportione del.a.al.b.e si come del.c.al.d.& cosi e manifesto il tutto.

Theorema.x. Propositione.xii.

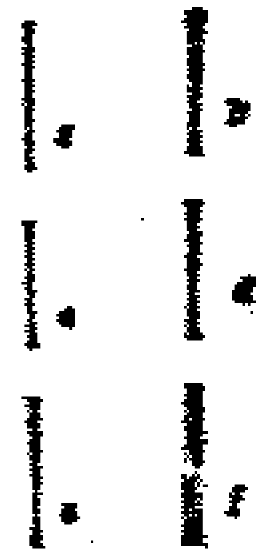
12/12 Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la proportione, la proportione del rimanente allo rimanente sera si come dal tutto al tutto.



QVello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantita in genere quel medesimo propone qua de numeri, essempli gratia sia la proportione de tutto.a.a tutto.b.si come del.c.(detratto dal.a.) al.d.(detratto dal.b.) dico che dal.e.(residuo del.a.) al.f.(residuo del.d.) sera si come dal. a. al b.perche se.a.sia minor de.b.sera (per lo precedente presupposito) & per la conversione della diffinitione) tal parte, ouer parti.c.del.d.quale, ouer quale e.a.del b.(per la settima adonque, ouero ottava) sera.e.tal parte, ouer parti del.f. quale ouer quale e.a.del.b.adonque (per la diffinitione) sera una medesima proportione che e il proposito, ma se.a.sia maggiore del.b.sera (per la prima parte della precedente) qual parte, ouero parti.b.del.a.tale, ouero tale sera il.d.del.c.per laqualcosa (per la settima, ouer ottava) tale, ouer tale sera.f.del.e.& cosi (per la seconda parte della precedente) del.e.al.f.sera si come dal.a.al.b.per laqualcosa e manifesto il proposito, ma la settima & ottava danno luoco a questa duodecima perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quelle, ma alcuni voleno provare la seconda parte de questa per la decimanona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, concio sia che lui propone questa particolarmente & quella vniversalmente demostrata quella ivi i quinto, vanamente haveria proposta questa qui in el settimo, e pero non debeno dimostrare questa vna altra volta per la decimanona del quinto. ne anchora possono adattare il modo della demostratione di quella alla demostratione di questa concio sia che quella se demostra in le quantita continue in genere (per la proportionalita permutata, laquale de sotto se dimostra in numeri, ma io penso & ragionevolmente si vede esser costretto Euclide vsare le argumentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro ilquale, e manifesto non potersi transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantita in genere, lui le ha volsute repetere vnaltra volta & si far dimostrare, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare quelli per altri principii proprii cioe de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu processo nel quinto, perche li principii del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantita incommunicante, & li principii di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli per che quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema.xi. Propositione.xiii.

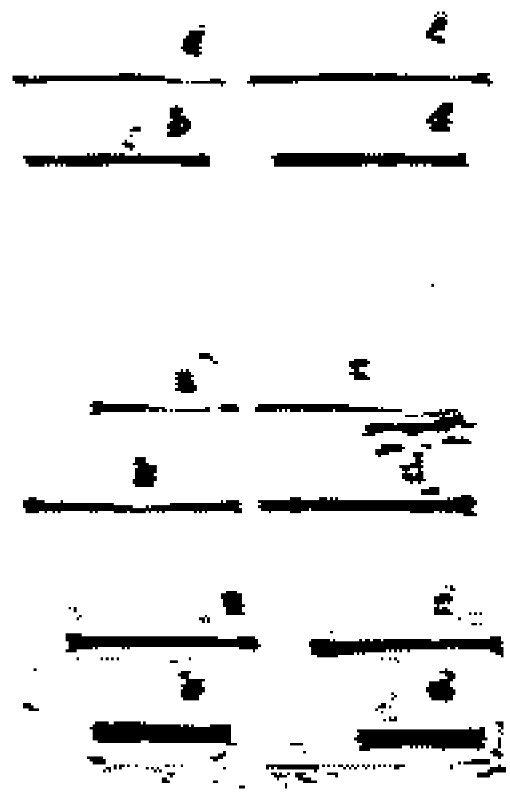
13/12 Se seranno quanti numeri si voglia proportionali si come sera uno antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.



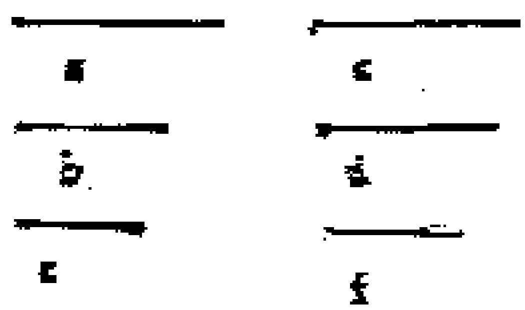
Quello che propone Euclide per la terzadecima del quinto delle quantita in genere per questa propone de numeri, come exempli gratia siano a.b.c.d.&.e.f. proportionali dico che la proportione che e dal.a.al.b.e quella medesima che e delli.a.c.e.tolti insieme alli.b.d.f.tolti insieme perche se.a.c.e. siano minori delli.b.d.f.(per la conversione della diffinitione) qual parte, over parti sera.a.del.b.tal, over tale sera.c.del.d.&.e.del.f.adonque (per la quinta over per la sesta repetita quante volte bisognara) qual parte, over parti sera.a. del.b.tal, over tale seranno li.a.c.e.tolti insieme delli.b.d.f.tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinitione) la proportione sera una medesima ma se li.a.c.e. siano maggiori delli.b.d.f.(per la prima parte della vndecima) qual parte, over parti sera.b.del.a.tal, over tale sera il.d.del.c.&.f.del.e.adonque (per la quinta, over sesta repetite quante volte bisognara) qual parte over parti sera il.b. del.a.tal over tale seran li.b.d.f.tolti insieme delli.a.c.e.tolti insieme, e cosi per la seconda parte della vndecima, la proportione del.a.al.b. sera si come delli.a. c.e.tolti insieme alli.b.d.f.tolti insieme che e il proposito.

Theorema.xii. Propositione.xiiii.

14/15 Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatiuamente seranno proportionali.

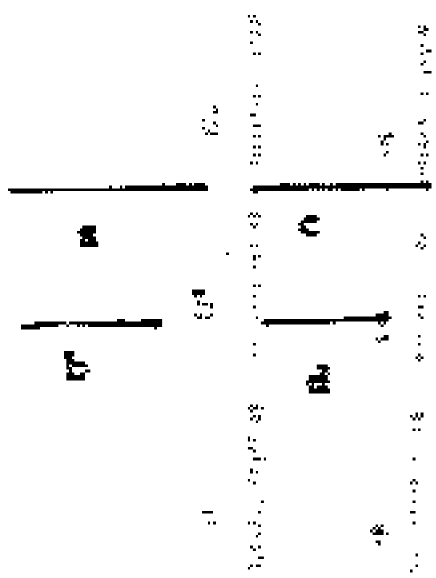


El modo di arguire il qual se dice proportionalita permutata, laqual ha dimostrato Euclide per la sestadecima del quinto in le quantita in genere in questo luoco propone da esser dimostrato in numeri, come se sia la proportione del.a.al.b.si come del.c.al.d.permutatiuamente sera del.a.al.c.si come del.b.al d.perche lo.a.sera maggiore, over minore del.b.similmente anchora & maggiore, over minor del.c.sia adonque primamente minore dell'uno & dell'altro sera adonque (per lo primo presupposito & per la conversione della diffinitione) lo.a.tal parte, over parti del.b.quala, over quale sera lo.c.del.d.adonque per la nona over decima lo.a.permutatamente sera tal parte over parti del.c.quala, over quale sera il.b.del.d.per laqual cosa (per la diffinitione) la proportion sera vna medesima, sia adonque.a.maggiore dell'uno & dell'altro (& per la prima parte della vndecima) sera che tal parte, over parti che e il.b.del.a.tal, over tale sera il.d.del.c.(per la nona over decima) tal parte, over parti sera il.b.del.d.quala, over quale sera il.c.del.a.adonque (per la seconda parte della vndecima) sera del.a. al.c.si come del.b.al.d.certo sia.a.maggiore del.b.& minore del.c.& sera (per la prima parte della vndecima) tal parte, over parti il.b.del.a.quala over quale sera il.d.del c.per laqual cosa (per la nona over decima) quala over quale e la.a.del.c.tala over tal



sera lo .b. del .d. (per la diffinitione) adonque la proportione e vna, vltimamente anchora sia .a. minor del .b. & maggior del .c. & sera che tal parte ouero parti sia il .c. del .d. qual, ouero quale e .a. del .b. (per la nona) adonque (ouero decima) sera tal parte, ouer parti el .d. del .b. qual ouero quale il .c. del .a. per laqual cosa per la seconda parte della vndecima del .b. al .d. sera si come del .a. al .c. e cosi e manifesto il proposito & a questa ordeno la nona & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.

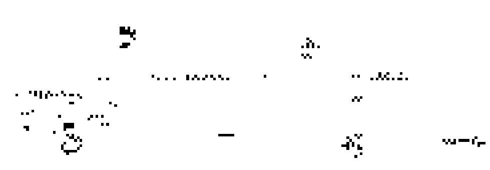
Theorema .xiii. Propositione .xv.

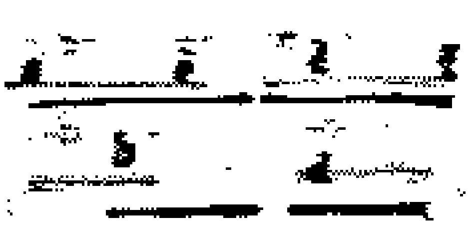


15 Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de
14 quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportione de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalita seranno proportionali.

Qvel modo di arguire el qual se dice equa proportionalita che dimostra Euclide per la vigesima seconda del quinto delle quantita in genere, se propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalita direttamente ma la equa proportionalita laqual demostrarete per la vigesimaterza del quinto della proportionalita delle quantita indiretamente proportionali el non propone de dimostrarla in numeri. ma quella demostraremo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ne e necessario che dimostramo in numeri quello che fu demostrato (per la vndecima del quinto delle quantita in genere cioe se quante si voglia proportione (in numeri) seranno equale a vna medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo e manifesto per la diffinitione che se del .a. al .c. & dal .e. al .f. sia si come del .b. al .d. sera lo numero .a. del .c. & lo numero .e. del .f. tal parte, ouer parti, qual, ouero quale e il .b. del .d. ouer tante volte lo .a. contegnera il .c. & el .e. lo .f. quante volte il .b. contegnera il .d. & tal parte, ouer parti del .c. soprauanzaranno in .a. & dello .f. in .e. qual ouer quale del .d. in el .b. perche adonque qual parte ouero parti e lo .a. del .c. tal ouero tale e lo .e. del .f. ouero quante volte lo .a. contien el .c. tante volte lo .e. contien lo .f. & qual parte ouer parti del .c. soprauanzano in .a. tal ouer tale del .f. soprauanzano in .e. sera (per la diffinitione) del .a. al .c. si come del .e. al .f.

Siano adunque (come se propone) li numeri .a. b. c. & li altri tanti altri .e. d. f. & sia del .a. al .b. si come del .e. al .d. & del .b. al .c. si come del .d. al .f. dico che in la equa proportionalita sera del .a. al .c. si come del .e. al .f. perche (per la precedente) sera del .a. al .e. si come del .b. al .d. ma & del .b. al .d. si come del .c. al .f. per laqual cosa del .a. al .e. sera si come del .c. al .f. adonque (per la medesima) del .a. al .c. sera si come del .e. al .f. el medesimo sera togliendone de piu & cosi e manifesto il proposito, ma perche Euclide nō ppone da dimostrare in numeri le altre quatro specie della proportionalita lequale sono la conuersa, la congiontada, disgionta, & la euersa, pensiamo esser conueniente demostrare quelle cose che l'auttore ha lassate come cose facile da demostrare, adonque primamente demostraremo la conuersa, exempli gratia dicendo del .a. al .b. si come dal .c. al .d. dico che el contrario del .b. al .a. sera si come dal .d. al .c. perche se .a. sera minor del .b. anchora .c. sera minor del .d. & tal parte, ouer parti sera .a. del .b. qual ouer quale sera .c. del .d. per laqual cosa (per la seconda parte della vndecima) sera del .b. al .a. si come del .d. al .c. ma se .a. sera maggiore del .b. anchora il .c. sera maggiore del .d. (per la prima parte della vndecima) tal parte, ouer parti sera il .b. del .a. qual, ouero quale sera .d. del .c. adonque (per la diffinitione) sera del .b. al .a. si come del .d. al .c.





Voglio

Voglio dimostrare la disgiunta proportionalita.

EXempli gratia sia del a.b. al b. si come del c.d. al d. dico che dal a. al b. sera si come del c. al d. perche permutatamente dal a.b. al c.d. sera si come dal b. al d. & (per la duodecima) si come dal a. al c. perche adonque dal a. al c. e si come dal b. al d. sera permutatamente dal a. al b. si come dal c. al d.

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalita.

COme se sia dal a. al b. si come dal c. al d. dico che dal a.b. al b. sera si come del c.d. al d. perche permutatamente sera dal a. al c. si come dal b. al d. per laqualcosa (per la terzadecima) dal a.b. al c.d. sera si come dal b. al d. permutatamente adonque sera dal a.b. al b. si come dal c.d. al d.

Resta a stabilire la euersa proportionalita in numeri.

COme se sia del a.b. al b. si come dal c.d. al d. dico che dal a.b. al a. sera si come dal c.d. al c. perche permutatamente sera dal a.b. al c.d. si come dal b. al d. per laqualcosa (per la duodecima) sera si come dal a. al c. permutatamente adonque sera dal a.b. al a. si come del c.d. al c. e per tanto e manifesto il tutto.

Anchora da queste egli e lieue cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantita in genere cioe che se la proportion del primo termine al secondo sera si come del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo sera si come dal sesto al quarto, sera la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

EXempli gratia essendo dal a. al b. si come dal c. al d. e similmente dal e. al b. si come dal f. al d. dico che dal a. & e. tolti insieme al b. sera si come dal c. & f. tolti insieme al d. perche per la conuersa proportionalita sera dal b. al e. si come dal d. al f. per laqualcosa per la equa proportionalita dal a. al e. sera si come del c. al f. adonque congiuntamente dal a. & e. al e. sera si come dal c. & f. al f. adonque per la equa proportionalita dal a. & e. al b. sera si come dal c. & f. al d. che e il proposito, & per lo medesimo modo se approuera il conuerso. Se sia dal b. al a. si come dal d. al c. & similmente dal b. al e. si come dal d. al f. dico che dal b. al a. & al e. sera si come dal d. al c. & al f. perche sera (per la conuersa proportionalita) dal a. al b. si come dal c. al d. per laqualcosa (per la equa proportionalita) dal a. al e. sera si come dal c. al f. & congiuntamente dal a. & e. al e. si come dal c. & f. al f. adonque al contrario dal e. al a. & e. sera si come dal f. al c. & f. adonque (per la equa proportionalita) sera dal b. al a. & e. si come dal d. al c. & f. che era il proposito. Da questo anchora e manifesto che se sera la proportione de quanti si voglia numeri al primo si come de altretanti al secondo. Sera del aggregato de tutti li antecedenti al primo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secondo. Similmente al contrario se sera la proportione del primo a quanti si voglia numeri si come del secondo a altretanti altri sera del primo aggregato de tutti li consequenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato de tutti li consequenti a esso medemo.

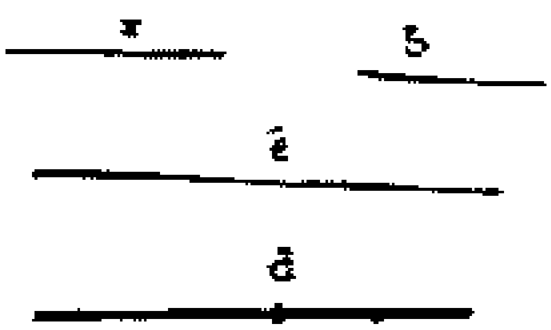
Theorema.xiiii. Propositione.xvi.

16/15 Se la unita numerara alcun numero tante uolte quante qualunque terzo numerara alcun quarto, sera anchora permutatamente che quante uolte la unita numerara il terzo tante uolte il secondo numerara il quarto.

COme se sia la unita al .a. si come il .b. al .c. sera permutatamente la unita al .b. si come la .a. al .c. & questa nō e superflua dalla demostrata proportione permutata, perche non puo esser concluso da quella quello che qui se propone. Perche quella fu demostrata in quattro numeri proportionali. Ma la unita non e numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito. sia diuiso .a. per le unita & .c. secondo la quantita de .b. seranno (per lo presente presupposito) tanti parti in .a. quante in .c. & perche ciascuna delle parti de .a. e la unita & ciascuna delle parti de .c. e equale al .b. sera che quante uolte la unita sia in .b. tante uolte ciascuna delle parti de .a. sia in la sua comparata delle parti del .c. adonque (per il modo della demostratione quinta) seguita tante uolte esser .a. in .c. quante uolte e la unita in el .b. che e il proposito.

Theorema .xv. Propositione .xvii.

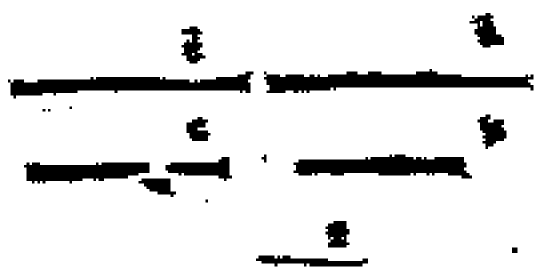
17/16 Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro quelli che da quelli uien produtti seranno equali.



SI come se dal .a. in .b. peruenga .c. & dal .b. in .a. peruenga .d. dico che .c. & .d. seran equali. Perche conciosia che .b. multiplicato per .a. produca .c. (per la conuersione della diffinitione) sera il .b. tante uolte in .c. quante che la unita e in .a. adonque (per la precedente) sera lo .a. in .c. quante uolte e la unita in el .b. & perche tante uolte e la .a. etiam in el .d. (perche del .b. in .a. e fatto il .d.) seguita che tante uolte sia lo .a. in el .c. quante uolte e in el .d. (per la conuersione) adonque .c. & .d. sono equali, possemo anchora questa conclusione proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro dall'uno e l'altro dutto peruien vn medesimo numero come se dal .a. in .b. peruenga .c. il medesimo peruenira del .b. in .a. perche in vero del .a. in .b. vien fatto .c. sera come prima (per la conuersione della diffinitione) il .b. in .c. quante uolte la unita e in .a. & permutatamente (per la precedente) sera .a. in .c. quante uolte la unita e in .b. perche adonque .a. tante uolte vien contegnuto in .c. quante unita e in .b. seguita per la diffinitione che dal .b. in .a. vien fatto .c.

Theorema .xvi. Propositione .xviii.

18 Se uno numero sera dutto, ouero multiplicato in duoi altri la pro-
17 portione delli duoi produtti, cioe dall'un all'altro, sera si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.



EXempli gratia sia multiplicado il numero .a. in l'uno e l'altro de duoi numeri .b. & .c. & di tal multiplicationi peruenga .d. & .e. dico che la proportione del .d. al .e. sera si come quella che e dal .b. al .c. perche il seguita (per la conuersione della diffinitione del multiplicare) che il .b. sia tante uolte in el .d. & similmente il .c. in el .c. quante e la unita nel .a. per la qual cosa la proportione del .d. al .b. e si come del .e. al .c. (perche contengono quelli equalmente, cioe quante uolte che l'.a. contien la unita) adonque permutatamente dal .d. al .e. sera si come dal .b. al .c. che e il proposito.

Theorema

Theorema.xvii. Propositione.xix

19 Se duoi numeri se multiplicarãno in uno altro numero, la proportione de quelli duoi produtti sera si come quella delli duoi multiplicanti.

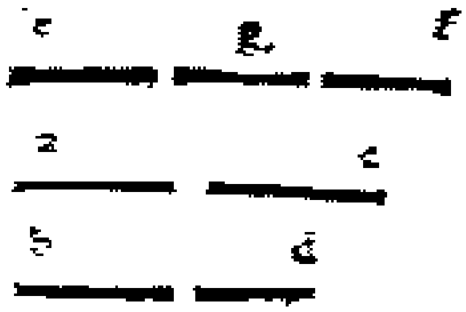
Questo (per la question della antecedente della precedente) se include la medema passione che e in la presente come se l'uno e l'altro di doi numeri b. & c. multiplichino lo numero a. & pervenghi d. & e. dico che dal d. al e. sera si come dal b. al c. perche (per la antecedente della precedente) sera che dal a. in b. & c. vien fatti d. & e. per laqualcosa (per la precedente) dal d. al e. sera si come dal b. al c. che e il proposito. Et nota che quello che se propone per questa & per la precedente de duoi numeri tu poi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si voglian numeri sera la proportione di produtti & di multiplicati una medesima, similmente anchora se quanti si voglian numeri multiplicano uno numero la proportione di produtti, & di multiplicanti sera una. laqualcosa per questa & per la precedente repetir quante volte bisognara facilmente tu approvarai. ma in questo luoco (come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione) volemo dimostrare la equa proportionalita in quanti si voglia numeri de duoi ordeni della proportionalita indirettamente laqual demostra Euclide per la vigesima terza del quinto in le quantita in genere dicemo adonque perche.

Se quanti si voglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in la medesima proportione seranno proportionali.

Exempli gratia essendo dal a. al b. si come dal d. al f. & dal b. al c. si come dal e. al d. dico che dal a. al c. sera si come dal e. al f. & per dimostrare questo sia dutto e. in d. & f. & pervenga g. & h. & sera (per la precedente) dal g. al h. si come dal d. al f. (per laqualcosa) e si come dal a. al b. anchora sia dutto f. in d. & pervenga K. & (per questa decima nona propositione) sera dal g. al K. si come dal e. al f. & perche dal f. in d. e fatto K. sera il medesimo al contrario (per la decima settima propositione) dal d. in f. perche adonque dal e. & d. in f. sono fatti h. & K. sera (per questa decimanona propositione) dal h. al K. si come dal e. al d. per laqualcosa e si come dal b. al c. Et perche egli e stato dimostrato che dal g. al h. e si come dal a. al b. (per la quintadecima propositione) sera dal a. al c. si come dal g. al K. Et cosi era anchora dal e. al f. adonque dal a. al c. e si come dal e. al f. che e il proposito. Il medesimo tu approuerai se in l'uno e l'altro ordine seranno piu di tre numeri, procedendo come in la vigesima terza del quinto in provando di piu di tre quantita.

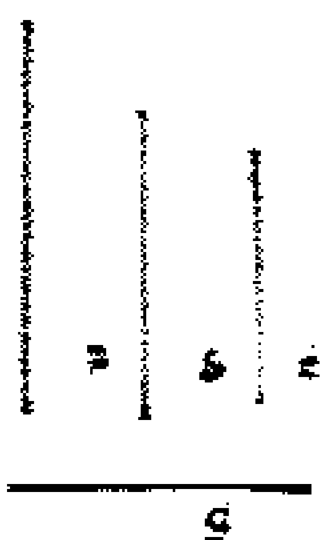
Theorema.xviii. propositione.xx.

20
19 Se seranno quattro numeri proportionali quello che vien produtto dal primo in l'ultimo, sera equale a quello che vien produtto dal dutto del secondo in el terzo, Ma se quello che e produtto dal primo in el ultimo e equale a quello, che e produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.



Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quattro linee proportionale, in questo luoco propone de quattro numeri proportionali verbigratia, sia la proportione del .a. al .b. si come del .c. al .d. & sia il prodotto del .a. in el .d. e. & del .b. in el .c. f. dico che .e. & .f. sono equali, & e converso, & per dimostrar questo sia dutto .a. in .b. & sia fatto .g. & sera (per la decima ottava propositione) del .g. al .e. si come del .b. al .d. & perche (per la decima settima propositione) dal .b. in .a. e fatto .g. & dal medesimo .b. in .c. e fatto .f. sera (per la decimaottava propositione) dal .g. al .f. si come dal .a. al .c. ma per la quartadecima e dal .a. al .c. si come del .b. al .d. adonque dal .g. al .f. sera si come dal .g. al .e. Adonque .f. & .e. sono equali che e il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a doi sia una proportione che essi sono equali, over se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione, perche se da .g. al .e. & al .f. e una proportione esso sera tal parte, over parti del .e. quale, over quale il medesimo e del .f. & per tanto (per la concettione) e manifesto .e. & .f. esser equali, over che tante volte .g. contienera .e. quante volte contienera .f. & superanno in quello tal parte, over parti del .e. quale, overo quale in el medesimo superanno del .f. & per tanto anchora (per la concettione) e manifesto quelli esser equali. Ma se essi seranno equali e manifesto (per la concettione) che, over .g. sera tal parte, over parti del .e. quale, overo quale sera del .f. & al presente (per la diffinitione) sera de esso .g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, overo equalmente contienera l'uno e l'altro con superfluita de simile & tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diffinitione) sera de quello all'un e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi e manifesto, sia .e. (produtto del .a. in .d.) equale al .f. (produtto del .b. in .c.) Dico che la proportione del .a. al .b. e si come del .c. al .d. & questo e al contrario della prima parte, perche sia come prima .g. il quale e fatto dal .a. in .b. & perche .e. & .f. sono equali sera dal .g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decimaottava propositione) el .g. al .f. e si come del .a. al .c. & al .e. si come del .b. al .d. sera del .a. al .c. si come del .b. al .d. per la qual cosa permutatamente del .a. al .b. sera si come del .c. al .d. che e il proposito.

Theorema .xix. Propositione .xxi.



Se tre numeri seranno proportionali il produtto delli estremi sera equale al produtto del medio in se medesimo, & se il produtto delli estremi sera equale al produtto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.

Siano li tre numeri proportionali .a. b. c. si come dal .a. al .b. cosi sia dal .b. al .c. Dico che il produtto del .a. in .c. e equale al produtto del .b. in se medesimo & per dimostrare questo sia posto .d. equale al .b. adonque si come del .a. al .b. cosi e dal .d. al .c. adonque quello che vien fatto dal .a. in .c. e equale a quello che vien fatto dal .b. in .d. (per la precedente) ma quello che vien fatto del .b. in .d. e equale al dutto del .b. in se (per esser il .b. equale a esso .d.) adonque quello che vien fatto del .a. in .c. e equale a quello che vien fatto del .b. in se. Ma supponendo che 'l dutto del .a. in .c. sia equale al dutto del .b. in se medesimo. Dico si come e dal .a. al .b. cosi e del .b. al .c. perche quello che vien fatto del .a. in .c. e equale a quello che vien fatto del .b. in se & quello che vien fatto del .b. in se e equale al dutto del .b. in .d. adonque (per la vigesima del .7.) si come e dal .a. al .b. cosi e dal .d. al .c. & il .b. e equale al .d. adonque si come dal .a. al .b. cosi e dal .b. al .c. la qual cosa era da demostrare.

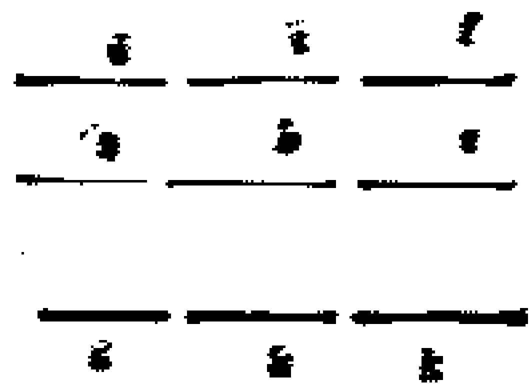
Theorema

Theorema.xx. Proposizione.xxii.

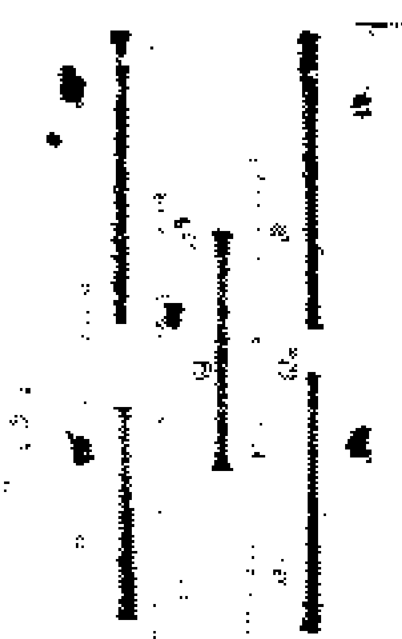
21 Li numeri secondo qual si voglia proportione minimi, numerano
22 quai si voglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano.a.&.b.li minimi numeri in la sua proportione, & sia dal.c.al.d.si come dal.a.al.b.dico che'l.a.numera il.c.& il.b.il.d.equalmente. Perche essendo del.a.al.b.si come dal.c.al.d.sera permutatamente dal.a.al.c.si come dal.b.al.d. Adonque tal parte, over parti sera.a.de.c.quala overo quale e il.b.del.d.Adonque se sera parte e manifesto il proposito. Ma se sera parti sia.e.una delle parti de.a.&.f.una delle parti de.b.& perche tal parte e.e.de.c.per il presupposito, quala e.f.del.d.sera (per la diffinitione) la proportione del.e.al.c.si come del.f.al.d.per laqualcosa permutatamente del.e.al.f.sera si come del.c.al.d.per laqual cosa etiam sera si come del.a.al.b.adonque.a.&.b.non sono li minimi della sua proportione laqualcosa e il contrario de quello che stato posto, finalmente anchora.

Quanti si voglia numeri, over in una medesima proportione overo in diverse minimi numeraranno tutti in la medesima proportione cadaduno il suo correlativo equalmente.



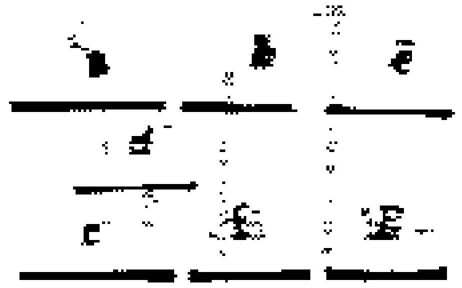
Come se fusse.a.b.c.minimi in una medesima proportione, over in diverse, & siano in la medesima, overo medesime.d.e.f.cosi che sia dal.d.al.e.come dal.a.al.b.& dal.e.al.f.come del.b.al.c.Dico che.a.numera.d.&.b.numera.e.&.c.numera.f.equalmente, perche dal.a.al.b.e come del.d.al.e.permutatamente sera del.a.al.d.come del.b.al.e.& perche del.b.al.c.e come del.e.al.f.sera anchora permutatamente del.b.al.e.come del.c.al.f.per laqualcosa dal.b.al.e.& dal.c.al.f.sera si come dal.a.al.d.& perche.a.b.c.sono minori de.d.e.f.sera il.b.del.e.&.c.del.f.tal parte, overo parti quala, overo quale e.a.del.d.Adonque se son parte e manifesto il proposito. Ma se son parti sia.g.una delle parti de.a.&.h.una delle parti de.b.&.K.una di quelle de.c.& per lo predetto presupposito, tal parte sera.h.dal.e.&.K.del.f.quala.g.del.d.per laqual cosa (per la diffinitione del.h.al.e.& del.K.al.f.) sera si come del.g.al.d.permutatamente, adonque sera del.g.al.h.come del.d.al.e.& del.h.al.K.come del.e.al.f.per laqualcosa del.g.al.h.come del.a.al.b.& del.h.al.K.come del.b.al.c.perche adonque.g.h.K.sono minori de.a.b.c.& in la medesima proportione seguita il contrario di quello che stato supposto.



Theorema.xxi. Proposizione.xxiii.

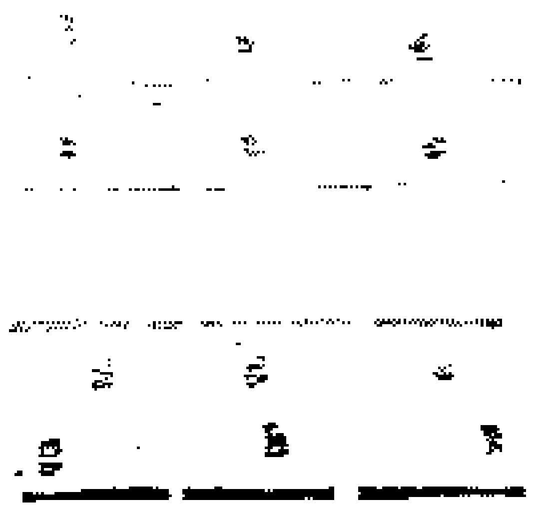
23 Se seranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi
24 seranno fra loro primi.

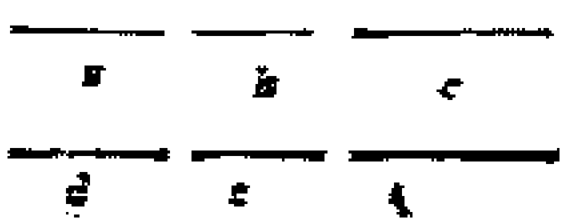
Siano li duoi numeri.a.&.b.secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduersario) ponniamo che.c.numeri quelli secondo.d.&.e.& sera (per la decima ottava proposition) del.d.al.e.si come del.a.al.b.& perche.d.&.e.sono minori de.a.& b.seguita.a.&.b.non esser li minimi in la sua proportione, che e il contrario della positione similmente anchora.



Se quanti si voglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, over sian diverse serano li minimi nium numero li numerara tutti.

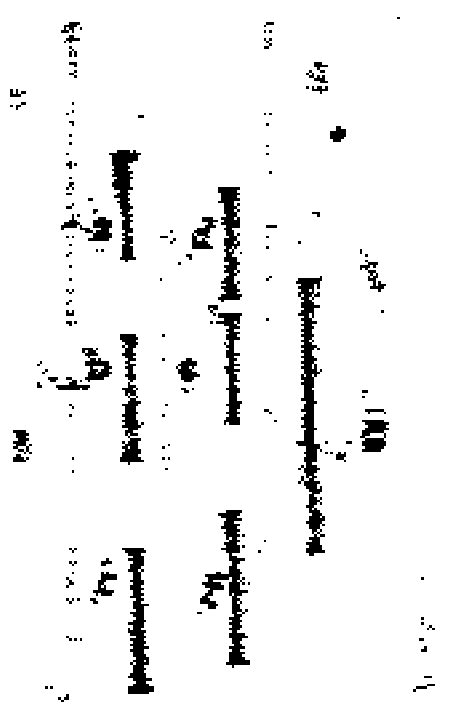
Come se siano.a.b.c.li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che nium numero li numerara tutti. Ma se possibel sia (per l'adversario) poniamo che.d.numeri tutti quelli & numeri.a.secondo.e.&.b.secondo.f.&.c.secondo.g.&(per la decima ottava) sera del.e.al.f.si come del.a.al.b.&.del.f.al.g.si come del.b.al.c.Perche adonque.e.f.g.sono minori de.a.b.c.& serando la proportione de quelli non erano.a.b.c.come sono stati posti che e inconveniente. Ma abenche nium numero numeri.a.b.c.(essendo li minimi) come di sopra se e demostrato niente il puo esser che un numero numeri duoi de quelli quai si voglia. Perche qualunque numero ditto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo al l'un e l'altro perveniranno tre numeri di quali ciascuni duoi serano composti tamen nium li numerara tutti. Et per dimostrare questo siano.a.b.c.li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia ditto.a.in.b.&.c.& pervenga.d.&.e.& similmente.b.in.c.& pervenga.f.Dico che ciascuni duoi de.d.e.f.esser fra loro composti, tamen nium numero li numerara tutti, perche le manifesto ciascuni dui esser composti. Perche.a.numera.d.&.e.&.b.numera.d.&.f.&.c.numera.e.&.f.ma che nium li numeri tutti tre, se manifestara demostrato prima che.a.e il massimo numerante.d.&.e.& anchora.b.il massimo numerante.d.&.f.&.c.il massimo numerante.e.&.f.Et questo cosi se manifesta, perche se.a.non e il massimo numerante.d.&.e.Sia adonque.g.& numeri.d.secondo.h.&.e.secondo.k.& (per la seconda parte della vigesima) sera del.a.al.g.si come del.h.al.b.& similmente (per la medesima del.a.al.g.si come del.k.al.c.) Perche adonque.a.e minore del.g.sera.h.minore del.b.&.k.minor del.c.& perche del.h.al.k.e si come del.b.al.c.perche l'uno e l'altro e si come del.d.al.e.(per la decima ottava) tolta due volte. Et.h.&.k.sono minori del.b.&.c.seguira (per quella che seguita da poi la seguente, cioe per la vigesima quinta & per il presupposito) che.h.&.k.siano anchora loro li minimi, & perche tal cosa e impossibile, cioe ritrovarse numeri minori di minimi, e per tanto seguita il numero.a.esser il massimo che numeri li detti duoi numeri.d.&.e.& per lo medesimo modo se provara che.b.sia il massimo numerante.d.&.f.&.c.il massimo numerante.e.&.f.Adonque se alcuno numero numera.d.e.f.(per il correlario della seconda tolto tre volte) ello numerara.a.b.c.Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.





Quanti si voglian numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

Come se siano.a.b.c.quai si voglian numeri, liquali alcuno numero li numera tutti. Dico che elli sono li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egli e possibile (per l'adversario) siano li minimi.d.e.f.liquali per la vigesima prima numerarano.a.b.c.ciascun il suo relativo equalmente. Sia adonque che secondo.g.& sera (per la decima settima) che esso numera.g.numerera.a.b.c.secondo.d.e.f.per laqual cosa accade il contrario della positione.



Theorema

Theorema.xxii. Propositione.xxiiii.

21 Se seranno tre numeri da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi, & che sia perturbata la proportionalita de quelli, essi in la equa proportionalita seranno proportionali.

Siano li tre numeri .a.b.c. & altri tre .d.e.f. che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la proportionalita di quegli, cioe che si come .c. al .b. cosi sia .e. al .f. & si co[m]e .b. al .a. cosi sia .d. al .e. dico che in la equa proportionalita sono proportionali, cioe si come .a. al .c. cosi .e. .d. al .f. perche dal .a. al .b. e si come dal .e. al .f. Adonque quello che vien fatto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) e equale a quello che vien fatto dal .b. in .e. un'altra volta perche si come .c. dal .b. al .c. cosi e dal .d. al .e. Adonq[ue] quello che vien produtto dal .d. in .c. e equale a quello che vien produtto dal .b. in .e. & e stato demostrato che quello che vien produtto dal .a. in .f. e equale a quello che vien p[ro]dutto dal .b. in .e. Adonq[ue] quello che vien p[ro]dutto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) e equale a quello che vien produtto dal .c. in .d. Adonque per la vigesima di questo) si come .a. al .c. cosi .e. .d. al .f. che bisogna demostrare.

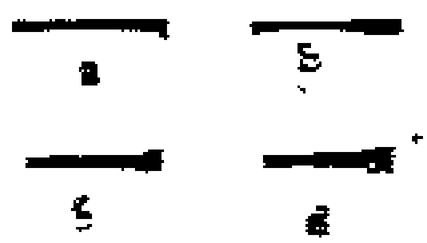
Theorema.xxiii. Propositione.xxv.

23 Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo
24 la sua proportione.
25

Questa e conuersa della auanti la precedente come se siano .a. & .b. contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono [illegible] numeri (per l'aduersario) in quella medesima proportione sia se e possibile .c. & .d. Adonque e manifesto (per la vigesima prima) che .c. numera .a. & .d. .b. equalmente, sia adonque come secondo .e. sera (per la decima seconda) che .e. numera .a. & .b. numera .a. secondo .c. & .b. secondo .d. non sono adonque .a. & .b. contra se primi che e contra il presupposito.

Theorema.xxiiii. Propositione.xxvi.

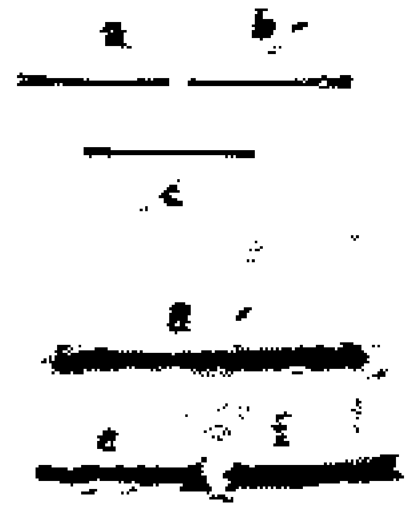
Se seranno dui numeri co[n]tra se primi, se alcun numero numerara
24 un de q[ue]lli, il se ap[p]ara necessariamente quel esser primo all'altro
25



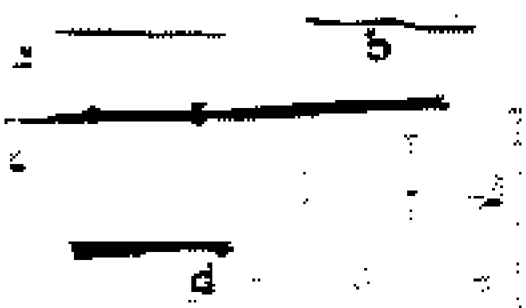
Siano .a. & .b. contra se primi & .c. numeri .a. dico che .c. e primo al .b. & se egli e possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che .d. numeri quelli el quale (per la penultima concettione) numerara etiam .a. non sono adonque .a. & .b. contra se primi perche .d. li numera ambiduoi.

Theorema.xxv. Propositione.xxvii.

25 Se seranno dui numeri, a qualunq[ue] altro primo q[ue]llo numero che
26 uien p[ro]dotto dal ducto dell'un in l'altro al medesimo sara primo.



Sia l'uno e l'altro di duoi numeri .a. & .b. primo al .c. & lo produtto dal .a. in .b. sia .d. dico che .d. e primo al .c. & se egli e possibile esser altramente poniamo che .e. li numeri ambiduoi & che numeri .d. secondo .f. hora (per la seconda parte della vigesima) del .a. al .e. sera si come del .f. al .b. & perche .a. & .c. sono primi & .e. numera .c. esso sera (p[er] la vigesima sexta) primo al .a. p[er] laqual cosa (p[er] la vigesima quinta) .a. & .e. sono secondo la sua p[ro]portion minimi. Seguita adonque (per la vigesima seconda) che .e. numeri .b. & perche e stato posto che esso numeri .c. sarano .b. & .c. co[n]tra se primi laqual cosa e co[n]tra il presupposito.



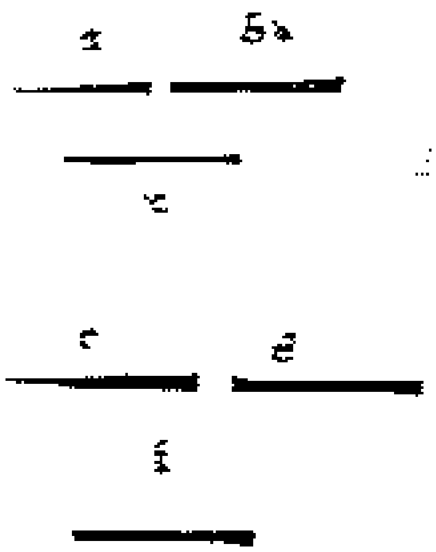
Theorema.xxvi. Propositione.xxviii.

26 Se seranno duoi numeri contra se primi, quello che se produce
27 da uno de loro in se medesimo e primo all'altro.

Siano.a.&.b.contra se primi & dal.a.in se medesimo sia fatto.c.dico che.c.e primo al.b.perche essendo.d.equal al.a.sara ancor.d.primo al.b.& dal a.in.d.sie fatto.c.(per la precedente)adonca e manifesto el.c.esser primo al b.come havemo proposto.

Theorema.xxvii. propositione.xxviiii.

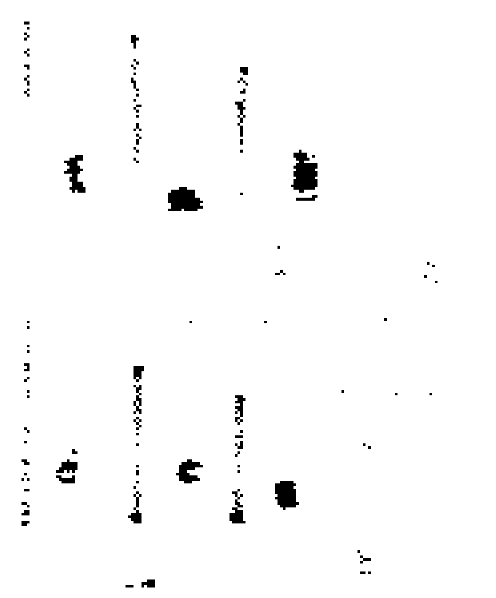
27 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi sera pri-
28 mo all'uno e l'altro,quello che sera produtto dalli duoi priori sera primo a quello che sera produtto dalli duoi posteriori.



Essendo.a.&.b.priori &.c.d.posteriori & essendo l'uno e l'altro di questi.a.&.b.primo all'uno e l'altro di duoi.c.&.d.& lo produtto del.a.in.b.sia.e.& dal.c.in.d.sia.f.dico che.e.e primo al.f. Et questo la vigesima settima [illegible] volte evidentemente conclude,perche essendo.e.fatto dal.a.in.b.di quali l'uno e l'altro e primo al.c.& al.d.sera(per essa vigesima settima).e.primo al.c.& anchora(per essa)primo al.d.Anchora perche essendo fatto.f.dal.c.in.d.di quali l'uno e l'altro e primo al.e.sera un'altra volta(per essa vigesima settima).f.primo al.e.che e il proposito.

Theorema.xxviii. propositione.xxx.

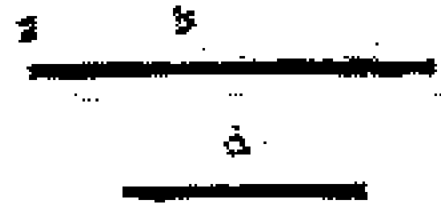
28 Se seranno duoi propositi numeri contra se primi,& sia dutto l'u-
29 no e l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti da quelli contra se primi & similmente se l'uno e l'altro di produtti sia dutto in el suo principio,seranno anchora li produtti contra se primi.



Siano.a.&.b.contra se primi,& sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & pervengano dal.a.el.c.& dal.b.el.d.& similmente sia dutto.a.in.c.& pervenga.e.&.b.in.d.& pervenga.f.Dico.c.&.d.esser contra se primi & similmente.e.&.f.contra se primi,perche.c.(per la vigesima ottava propositione)e primo al.b.per la medesima adonque sera.d.primo al.a.& al.c.& cosi e manifesto el primo proposito ilqual e.c.&.d.esser contra se primi.L'altro se dimostra cosi perche l'uno e l'altro di duoi numeri.a.&.c.e primo all'uno e l'altro di questi b.&.d.adonque(per la vigesima nona)sera.e.primo al.f.che e l'altro proposito.Ma non solamente sera.e.primo al.f.ma etiam(per la vigesima settima)al b.& al.d.& similmente (per la medesima)so.f.al.a.& al.c.& cosi se infinite volte sera dutto l'uno el'altro di produtti in lo suo principio,tutti produtti seran contra se primi,& non solamente questo ma qual si voglia dutto dal.a.qual si voglia dutto dal.b.

Theorema

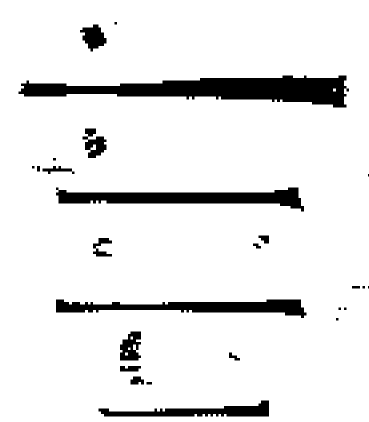
Theorema xxix. propositione xxxi.



31 Se seranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambi32 duoi, all'uno e l'altro de quelli sera primo. Et se lo aggregato de ambiduoi all'uno e l'altro sera primo, li duoi numeri anchora fra loro seranno primi.

Siano .a. & .b. contra se primi. Dico che il composito de .a. b. all'uno e l'altro de quegli sera primo & e converso, perche se .d. numera tutto .a. b. & l'uno de quegli numerara (per la commune scientia) etiam lo rimanente per la qual cosa se non seranno contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque e manifesto il primo proposito. El secondo cosi se dimostra, sia .a. b. primo all'uno et l'altro di suoi componenti, liquali sono .a. & .b. Dico che .a. & .b. sono contra se primi, per che posto che .d. numerasse l'uno e l'altro di duoi numeri .a. & .b. seguiria (per commune scientia) che etiam numerasse .a. b. composito da quelli per la qual cosa .a. b. non sera primo all'uno ne all'altro di duoi numeri .a. & .b. ma era posto che'l fusse all'uno & l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato da ambiduoi sera primo all'uno sera anchora primo all'altro, & pero & li aggregati fra loro, perche essendo il composito de .a. & .b. primo al .a. dico che sera etiam primo al .b. essendo altramente per l'adversario poniamo che .d. numeri quegli el qual .d. (per concettione) numerara etiam .a. conciosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo e inconveniente sera il composito de .a. & .b. primo al .b.

Theorema xxx. propositione xxxii.



32 Ogni numero composito e numerato da alcuno numero primo
33

Sia .a. qual si voglia numero composito, dico che alcun numero primo numera quello perche e composito sera numerato da alcun numero, il qual poniamo sia .b. il qual .b. se sera primo sera il vero quello che e stato detto, ma se sera composito. Sia .c. quel numero el qual numera quello el qual etiam (per commune scientia) numerara .a. adonque se esso sera primo e manifesto quello che e stato detto. Ma se sera composito necessariamente altro numero numerara quello il qual (poniamo) sia .d. el qual etiam (per commune scientia) numerara .a. del qual se dovera cercare come prima. Perche adonque quante volte occorrera il composito e necessario pigliare uno numero minore el qual numeri lo occorrente composito seguita che finalmente se devenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioe il numero decresia in infinito.

Theorema xxxi. propositione xxxiii.

33 Ogni numero over che egli e primo over che egli e numerato da un
34 numero primo.

Sia .a. qual si voglia numero, dico che gli e primo o numerato da un primo, perche s'el non e primo sera composito el qual [illegible] alcun numero primo. A [illegible] [illegible] gli e primo over che gli e numerato da un primo come si propone.

Theorema.xxxii. Propositione.xxxiiii.

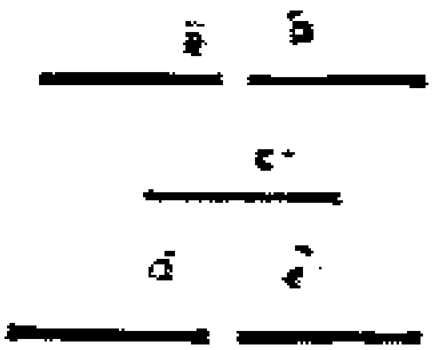
32/31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera e primo.

Sia.a.numero primo non numerante.b.dico che.a.&.b. sono contra se primi perche se.c.numera quegli non e il vero che.a.sia primo.

Theorema.xxxiii. Propositione.xxxv.

33 Se un numero prodotto da dui, sera numerato dalcun numero pri-
32 mo, le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia.c.prodotto dal.a.in.b.& sia.d.numero primo ilqual sia posto numerar.c. dico che.d.numera.a.over.b. Perche numerando.c.secondo.e.adonque si non numera.a.sera primo a esso (per la precedente) e pero seranno secondo la sua proportion minimi (per la vigesima terza) & perche del.a.al.d.e si come del.e.al.b (per la secoda parte della vigesima) seguitara adonque (per la vigesima seconda propositione) che.d.numeri.b.che e il proposito.

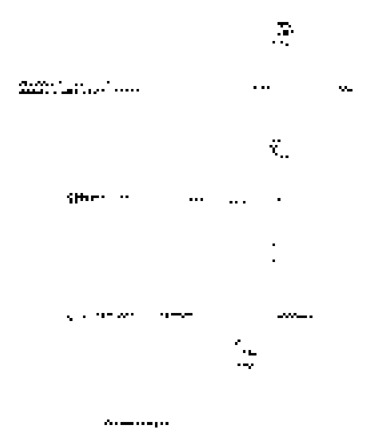


Correlario.

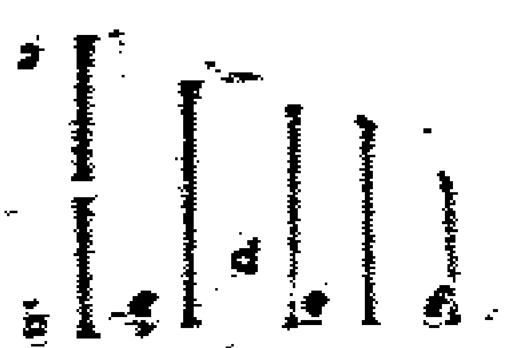
Onde e manifesto che se alcun numero, numera el produtto de duoi numeri, over che a quel medesimo sia comensurabile, sera anchora comensurabile a uno de quelli.

Il Tradottore.

LO sopradetto correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il prodotto de duoi numeri, overo che a quello sia communicante, overo commensurabile, che quel sera anchora commensurabile a uno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non e molto chiara (massime la seconda parte) anci sia de bisogno de un poco de demostratione Sia adonque.c.prodotto del.a.in.b.& sia.d.commensurabile con il detto.c.dico che il medesimo.d.sera commensurabile con.a.over.b.perche essendo.e.la commune misura de.d.&.c.il detto.e.sera numero primo, over che lui sera (per la vigesima seconda) numerato da numero primo. Se egli e primo numerando.c. (come e sta posto) numerara etiam (per questa vigesima quinta propositione) a.overo.b.& perche numera etiam.d.(dal presupposito) adonque il detto.e. (per la vigesima terza diffinitione) sera communicante con.a.overo con.b. Ma sel detto.e.non sera numero primo sera (come e detto) numerato da numero primo qual pongo sia.f.ilqual.f.numerando.e.(per la nona conceptione) numerara etiam il.d.&.c.onde numerando.c.(per questa vigesima quinta propositione) numerara etiam.a.overo.b.seguita adonque (per la vigesima terza diffinitione).d.esser communicante con.a.over con.b.&.f.sera la lor commune misura che e il proposito.



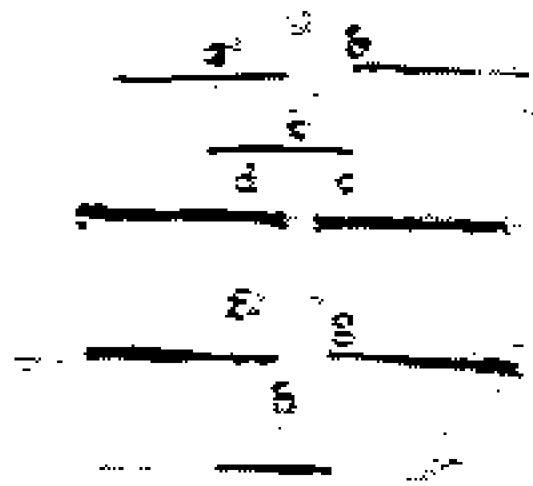
Problema.iii. Propositione.xxxvi.



34 Proponemo ritrovare li minimi numeri secondo la proportione de
35 quai numeri dati si voglia.

SIano.a.&.b.li numeri proposti, secondo la proportione di quali volemo ritrovare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercamo (per la vigesima quinta propositione) Ma se seranno composti sendo tolto (come insegna la seconda propositione) il massimo numerante communamente quelli, ilqual sia.c. Et numerando quelli secondo.d.&.e.

& essi.d.&.e.seranno in la medesima proportione (per la decima ottava pro portione) liquali dico essere quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'adversario) ponimo se possibile e che siano.f.&.g.liquali (per la vigesima seconda propositione) numeraranno.a.&.b.equalmente. Sia adonque che secondo.h.& sera (per la seconda parte della vigesima propositione) del.c. al.h.si come del.f.al.d.over si come del.g.al.e.Per laqual cosa.c. e minore del h.Et per tanto conciosia che.h.numera.a.&.b. Adonque.c.non fu il massimo numerante quelli.Ma cosi era posto che adonque & similmente anchora.

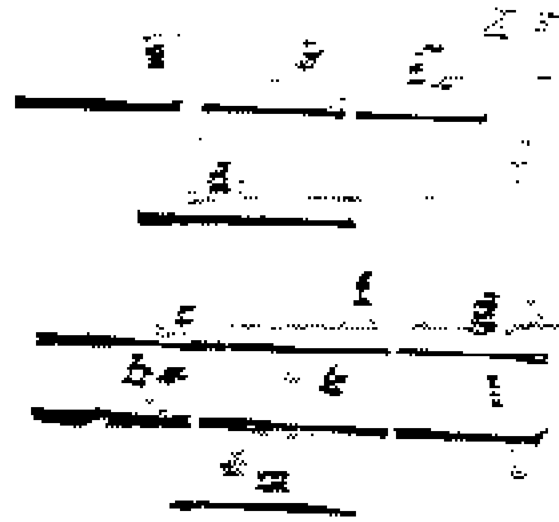


Correlacio.

Onde eglie manifesto il massimo numero numerante communa mente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Potemo ritrovare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assignati.

Come se fusseno.a.b.c.secondo le proportioni di quali volemo retrovare li minimi o siano in una medesima proportione,over in diverse.Se nissuno numero numera tutti quelli,essi sono quelli che cercamo (p la vigesima quita perche questo in quel luoco e stato demostrato) Ma se uno li numera tutti pigliando (come insegna la terza) il massimo numerante communamente quei gia liquali sia.d.&.numeri quelli secondo.e.f.g.liquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottava) Dico quelli esser che domandiamo; & se possibile e esser altramente (per l'adversario) siano.h.K.l.liquali (per la vigesima seconda) numeraranno.a.b.c.equalmente.Sia che secondo.m.& (per la seconda parte della vigesima) sera del.d.al.m.come del.h.al.e.over del.K.al.f. over del.l.al.g.adonque.d.e minor che.m.per laqual cosa conciosia che.m.numera.a.b.c.non fu.d.il massimo numerante communamente quelli per la qual cosa seguita lo impossibile, perche il.d.fu posto esser il massimo numerante.a.b.c.



Correlario.

34 Onde anchora e manifesto il massimo numero numerante communamente quai si voglia numeri,numerar quegli secondo li minimi numeri della proportion de quegli

Theorema.xxxiiii. Propositione.xxxvii.

Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della
35 sua proportione il maggior nel minore & lo minor nel maggior producano il minimo da questi numerato.

Siano duoi numeri.a.&.b.& li minimi in la proportione de quelli.c.&.d. & sera per la prima parte della vigesima) che dal.a.in.d.& dal.b.in.c.vien produtto un medesimo numero,qual sia.e.il qual dico esser il minimo numerato dal.a.&.b.Altramente se possibil fusse p l'adversario quel sia.f.ilquale sia numerato dal.a.&.b.secondo.g.&.h.& (p la seconda parte della vigesima) sera

del.h. al.g. si come del.a. al.b. & si come del. c. al. d. & (per la decimaterza propositione) sera del.e. al.h. si come del.e. al.f. adonque conciosia che (per la vigesima seconda propositione) e. ne meri.h. perche e. numeraria.f. cioe il maggiore numeraria il minore, adonque per questo e impossibile e manifesto esser il vero quello ch'e stato detto.

Correlario.

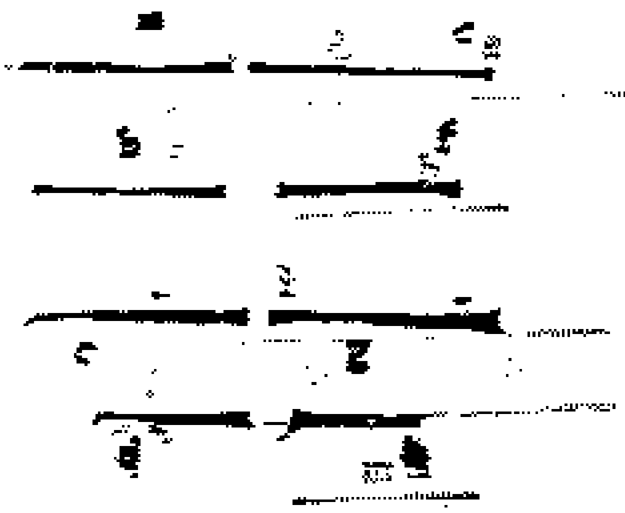
35 Onde egli e manifesto che il minimo numero numerato dalli
o numeri numera qual si voglia altro da quelli numerato.

Il Tradottore.

Questo correlario per le cose dette e manifesto, cioe che'l numero.e. minimo numerato da.a. & .b. numeraria.f. & per le medesime ragioni seguira che lui numeri qual si voglia altro numerato da.a.&.b.

Problema.iiii. Propositione.xxxviii.

36 De quanti propositi numeri si voglia, puotemo ritrouare il mini
36·37·38 mo numero numerato da quegli.

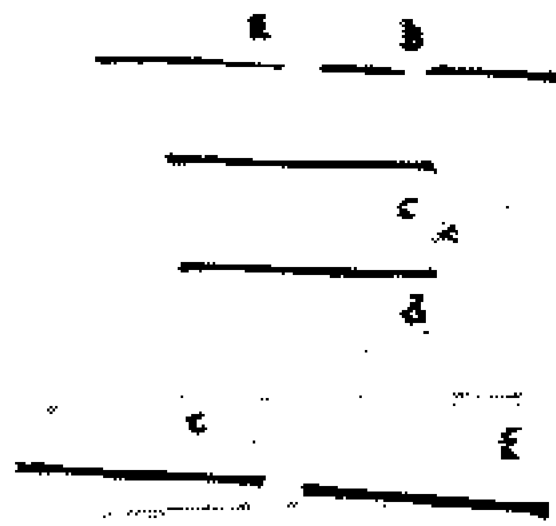


Siano li propositi numeri.a.b.c.d. voglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da.a. & b. ma se per caso.a. numera.b. il non sera altro che.b. Ma se'l non numera quello ne al contrario (cioe che.b. non numera.a.) se essi sono contra se primi, quello che perujen dell'uno in l'altro sera il minimo) per la vigesima quinta & per la precedente) Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportione de quelli (come assegna la vigesima sesta proposi tione) & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenga.e. il qual le sera il minimo numerato da quegli (per la precedente) Anchora per sti mel modo sia trouato il minimo numerato dal.e.&.c. il qual sia.f.&.f. sera il minimo numerato dal.a.b.c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal.f.&.d.& sia.g.&.g. sera il sminimo numerato dalli propositi numeri per che (per la conuersione) e manifesto che tutti numerano esso.g. Ma se'l non e il minimo (per l'aduersario) poniamo se possibile e che sia.h. perche adonque.a.&.b. numerano quello (per il correlario della precedente) esso.h. sera numerato etiam dal.e. Anchora (per il medesimo correlario) sera numerato etiam dal.f. & similmente dal.g. Adonque il maggiore numeraria il minore che e impossibile.

Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre conditioni delle quale la prima e equiualente alla premessa, la seconda e concessa delli sopradetti duoi correlarii la terza propone de tre numeri & questa propone de quanti si voglian nueri adonque la prima e sta.

Dam

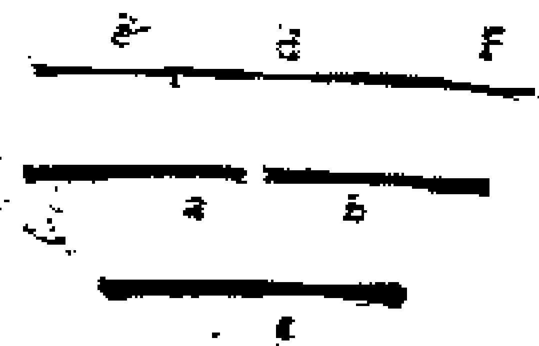
Dati duoi numeri possemo trouare il minimo numerato da quelli.



SIano li dati numeri a. & b. di quali se'l minore numera il maggiore, il maggiore e quello che cercamo, altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurara ne l'uno ne l'altro. Se essi sono contra se primi. Quello che perviene dal a. in b. (qual sia c.) sera il minimo numerato da quelli perche se fosse possibile (per l'adversario) che misurasseno uno minore de quello sia. d. & che numerassino quello secondo e. & f. (per la seconda parte della vigesima propositione) sera dal a. al b. si come dal f. al e. & perche a. & b. sono li minimi della sua proportione (per la vigesima quinta propositione). a. numerara f. (per la vigesima seconda propositione) & perche (per la decima ottava propositione) dal c. al d. e si come dal a. al f. (perche dal b. in a. & in f. vien fatti c. & d.) seguita c. numerare il d. Ma il d. era minore del c. per laqualcosa seguita lo impossibile. Ma se a. & b. fusse communicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.

La seconda delle tre conclusioni e composta da ambidui di sopra scritti correlarii.

Se piu numeri numerara uno numero. le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.



COme sel sia. d. qual si voglia numero. il quale sia numerato da. a. & b. & sia. c. il minimo numerato da quelli. Dico che il detto. c. numerara il. d. perche essendo. d. maggiore. del c. (se'l c. non numera esso. d. tamen numerara alcuna parte de quello, & sia. e. il piu. che numera e sia. f. il residuo & f. sera minore de. c. perche adonque. a. & b. numerarano. c. numerarano (per commune scientia) etiam. e. ma numerarano. d. adonque (per l'altra commune scientia) numerarano. f. Seguita adonque lo inconveniente, cioe che. c. non sia il minimo numerato da. a. & b. El medesimo te converra (& per lo medesimo modo) de qual si voglia numerato da quanti piu numeri si voglia, cioe che'l minimo numerato da quelli essi numerara il medesimo.

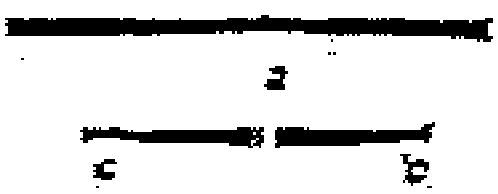
La ultima delle tre conclusioni e questa.

Proposti tre numeri voglio trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

SIano li proposti tre numeri a. b. c. & il minimo numero che numerano a. & b. sia d. il qual sia tolto come insegna la prima de le .3. conclusioni. Se adonque c. numera d. tu saperai d. esser quello che cercamo, perche se a. b. c. numerano un minore de quello qual sia e. il quale per la precedente conclusione seria numerato dal. d. che e impossibile. Ma se. d. non e numerato dal. c. sia tolto. e. minimo numerato da quelli. Ma che e sia numerato da. a. b. c. e manifesto perche. c. numera esso & similmente. d. adonque & a. b. li quali numerano. d. per laqualcosa. e. sera numerato dal. a. b. c.

&.c.sera il minimo numerato da.a.b.c.ma se fusse possibile esser altramente per l'adversario poniamo che sia.f.il quale per la precedente conclusione se sia numerato dal.d.&.c.numera.f.(peche.a.b.c.numerarano quello)perlaqual cosa.c.d.numerarano quello, perlaqualcosa (per la precedente .e.numerara quello & e maggiore di quello adonque il maggiore numeraria il minore laqualcosa non puo essere, quel medesimo, & per lo medesimo modo tu trouerai de quanti proposti numeri si vogliano.

Theorema.xxxv. Proposicione.xxxix.



37 Se alcun numero numerara un altro numero, sera in el numera
39 to, parte denominata dal numerante.

EL senso de questa e che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza, & lo numerato dal quinario habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se.b.numerara.a.sera in.a.parte denominata dal.b.Hor ponia mo che'l numeri quello quante volte e la vnita in.c.& (per la sestadecima proposicione)sera anchora che.c.numerara.a. quante volte e la vnita in.b. per laqualcosa tal parte e il.c.del.a.quala e la vnita del. b. & perche la vnita e parte de ogni numero denominata da esso numero (per commune scientia sera.c.parte del.a.denominata dal.b.che e il proposito.

Theorema.xxxvi. Proposicione.xl.

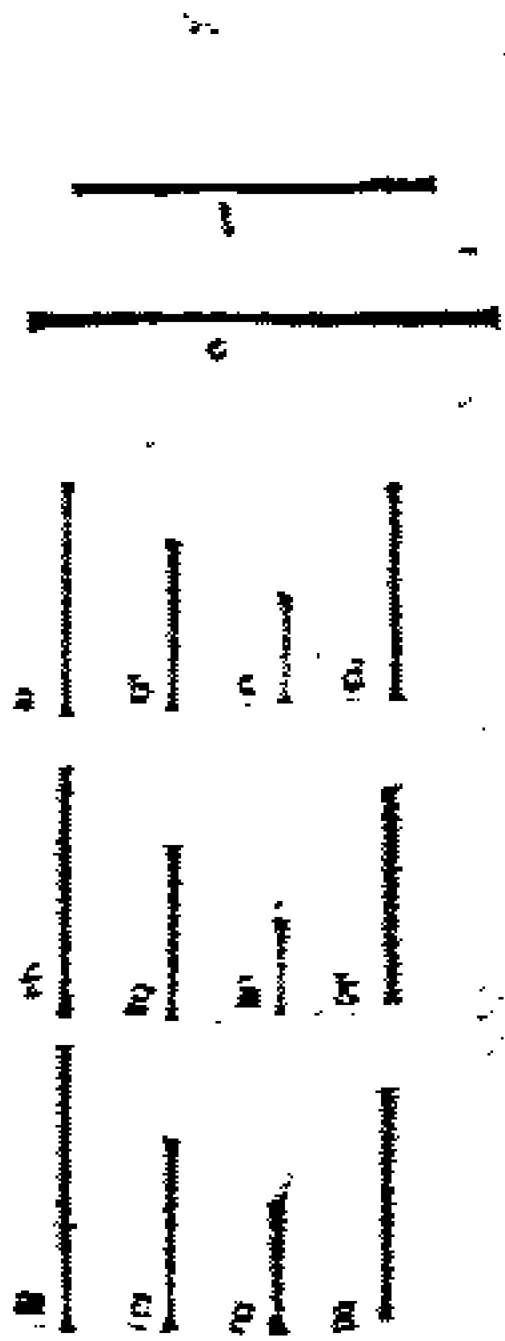
38 Se alcun numero hauera qual si uoglia parte, il numero detto da
40 quella parte, numerara quello.

QVesta e conuersa della precedente, la intentione della quala e che ogni numero che habbia parte terza sia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, & cosi de tutti li altri, come se.b. sia parte de.a. denominata dal.c. seguita che. c. numera .a. perche .b. e parte de.a.denominata dal .c. & la vnita e parte del.c.denominata da esso c. (per la concettione) seguita che quante volte la vnita numeri.c. tante volte.b. numeri. a. adonque (per la sestadecima proposicione) quante volte la vnita e in. b. tante volte. c. numera. a. perlaqualcosa e manifesto il proposito. A demostrare il medesimo altramente essendo. b. parte de. a. se tale e la vnita del. c. sera (per questa commune scientia la vnita essere parte de ogni numero da esso denominata) .c. denominante .b. in. a. & perche.b.e in.a.tante volte quante e la vnita in.c. euidentemente seguita il proposito.

Problema.v. Proposicione.xli.

39 Puoteremo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu
41 proposte denominationi

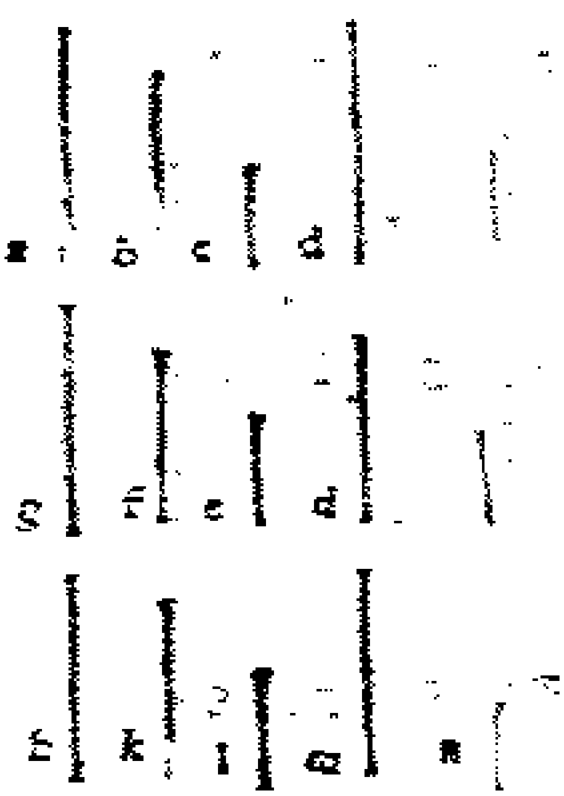
Siano a.b.c.d. li numeri denominanti le parti proposte, & sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso o.e. esser quello che cercamo. & per dimostrare cio sia f.g.h.k. quelli numeri secondo liquali essi numerano il detto e. (& per la sestadecima & questa commune scientia, la vnita e parte de ogni numero da esso denominata) sera vice versa che f.g.h.k. numerano e. secondo a.b.c.d. perlaqualcosa sono parti di quello dette da quelli adonque .e. e quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora egli e il minimo, perche essendo possibile che sia vno altro poniamo che sia .l. e sian le parti de .l. dette da quelli m.n.p.q. & seranno (per la sestadecima & la predetta commune scientia) a.b.c.d. viceuersa parti de .l. dette da m.n.p.q. perlaqualcosa .e. non era il minimo che numerano a.b.c.d. che e inconueniente. Hor che hai hauuto il primo se tu vorai per quello hauere il secondo ouer quanto grande, se piace, per il secondo torai il doppio del minimo & se vorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche conciosia che ogni multiplice de .e. e numerato da a.b.c.d. (per questa commune scientia ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) e necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de .e. habbia parti denominate da a.b.c.d. adonque se il doppio de .e. non sera il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, sera vnaltro ilqual si come seguita esser maggior de .e. cosi seguita esser minore del doppio, & perche a.b.c.d. numerano quello (per la quadragesima) seguita (per il corelario della trigesima ottaua) che .e. numeri il medesimo laqualcosa e impossibile, perche conciosia che'l numeri se medesimo numerando (per questa commune scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia menore di lui il maggiore numeraria il minore laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de .e. esser il secondo numero che habbia le parti delle proposte denominatione. Similmente anchora tu arguirai il treppio de .e. esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguiria .e. numerare alcun fra il doppio & il treppio di esso .e. laqualcosa come prima e manifesto esser impossibile, ma prouato il treppio esser il terzo alla similitudine de quello tu approuera il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.



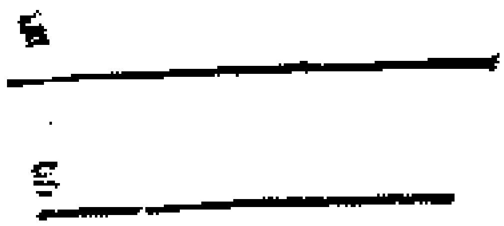
Correllario.

39 Dalle qualcose e manifesto che il minimo numero numerato da quanti si voglian numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.

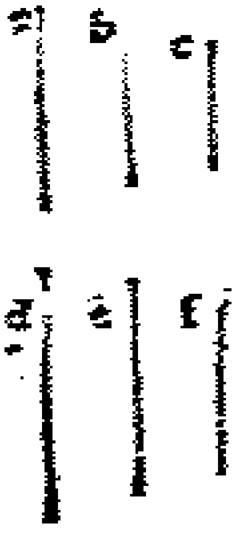
Potemo ritrouare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte denominationi vnite communamente come seria a dire trouar minimo numero che habbia parte terza la qual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero settima ouero qualunque altra che accadera essere denominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte in el denominante della seconda, & lo prodotto da questi nel denominatore della terza & anchora quello prodotto in el denominante della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla vltima per fin alla prima, & quello che peruenera sera quello che se recerca che in el proposito sera .60. ouer, ottanta quattro, ma questo cosi esser tu l'hauerai dentro stratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti a.b.c.d. volemo trouare il minimo numero ilquale habbia vna parte denominata dal.a. in tal modo che quella parte habbia vna parte denominata dal.b. & quella vnaltra denominata dal.c. & quella vnaltra detta dal.d. adonque sia detto.d. in.c. & peruenga.e. & e.in.b. & peruenga.f. anchora.f. sia detto in.a. & peruenga.g. ilquale dico esser quello che cercamo, perche concio sia che esso.g. peruenga dal.a. in.f. etiam (per la decima settima) sera.f. parte de.g. detta dal.a. ora perche.f. puiene dal.b. in.e. (per la medesima) e. sera parte de.f. detta dal.b. & per la medesima ragione il.d. sera parte del.e. detta dal.c. & perche la vnita e parte del.d. detta da esso.d. e manifesto.g. hauer le parti come se propone, adonque se lui sera il minimo (per l'aduersario ponimo che sia.h. & sia.K. la parte di quello detta dal.a. & .l. la parte del.K. detta dal.b. & .m. la parte del.l. detta dal.c. anchor.n. la parte del.m. detta dal.d. & (per la decima ottaua & decimaquarta) sera del.g. al.f. come del.h. al.K. & dal.f. al.e. come dal.K. al.l. & dal.e. al.d. come del.l. al.m. & dal.d. alla vnita come dal.m. al.n. adonque (per la quintadecima) sera in la proportione de equalita il.g. alla vnita come.h. al.n. adonque permutatamente sera.g. al.h. come la vnita al.n. per laqual cosa essendo.h. minore del.g. sera.n. minor della vnita, seguita adonque lo impossibile la parte del numero esser minora della vnita, adonque.g. sera il minimo hauente le parti come se propone, qual trouato che sera, se hauerai voienta hauere il secondo, ouero in qual altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come e stato detto per auanti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco e proposta secondo questo modo.



Proposte quante se voglian parti, puotemo trouare il minimo numero continente quelle.



COme se le proposte parti siano.a.b.c. & siano li numeri denominanti quelle d.e.f. & sia tolto il minimo che sia numerato da.d.e.f. ilqual sia.g. questo dico esser quello che cercamo, perche in quello seranno le proposte parti (per la trigesima nona) ilqual sel non sera il minimo continente quelle, sia adonque.h. ilqual.h. sera numerato da.d.e.f. (per la trigesima ottaua) adonque.g. non sera il minimo numerato da quelli laqual cosa e inconueniente perche quel era posto essere il minimo, Ma io intendo le parti.a.b.c. esser poste indeterminatamente & non sotto de quantita certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numeranno.d.e.f. fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo retrouar piu parti, lequale il numero numerato dali denominatori de quelle non le contenera, Exempli gratia li tre numeri liquali sono.120.90.&72. sono parti de vn medesimo numero il primo e la terza & lo secondo e la quarta & lo terzo e la quinta tamen il minimo che numeranno li denominatori de quelle parti ilqual e.60. non contien quelle parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantita certa della prima conseguentia de questa demonstratione, perche non seguita come vien arguido (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto e la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, laqual cosa il medesimo e quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si vede quello che se intende esser proposto, Ma bisogna auertire che poi che ogni parte habbia in lei quantita & si pol metter quante & qual si voglia parti secondo la quantita, & retrouare qual sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto quai denominationi & il minimo che cotiene quelle e manifesto essere il minimo numerato da quelle & quelli numeri secondo liquali numeranno sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se pol ponere quante & qual si voglia denominationi



& retrouare

se cercare in qual minimo se trouano queste denominationi, & secondo qual quantita. El minimo che contien queste similmente e manifesto esser el minimo numerato da queste, & li numeri secondo quali numerano sono quelli liquali determinano le quantita. Ma in l'uno e l'altro luoco se ricerca el minimo per questo, perche infiniti sono li numeri che contengono queste parti, et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si pol anchora poner quante parti si voglia, & altre denominationi, ouer quante si vogliano denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte con qual ne parte. Ma le certe con le certe. Perche ponendo io tre, quattro, cinque, parti, & li denominatori de quelle .6.7.8. & cercando io qual numero contien queste parti sotto queste denominationi. Io sero simile allo inquisitore cercante vanamente lo impossibile. Adonque el si conuien poner le parti certe con le denominationi certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo e vno solo. Perche, ouero che sera proposta vna parte & vna denominatione, ouero piu & piu ne se potra pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello sera il proposito. Perche solo e vno numero del qual el ternario e la parte quinta, & non piu. Anchora solo e quello del quale il ternario e la ottaua, & lo senario la quarta e non piu. E per tanto colui che propone le parti & le denominationi de quelle, in el tutto non e da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominationi, ma qual vno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercare qual minimo contien quelle, & da quali sono denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercare le parti che sono dette da quelle denominationi, & in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser piu conueniente cercar le parti per le denominatione, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersita delle denominationi non delle parti compagna la diuersita delle proportioni.

Il Tradottore.

A Me pare che la espositioni di questa vltima parte, non si accordi con la propositione, perche la propositione dice, che proposte quante parti si voglia che possemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle la qual propositione in sostantia non vol dire altro che dato che sia piu numeri, possemo ritrouare, il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, el qual vera a esser il minimo numerato da quelli liquale trouandolo per il modo che insegna la trigesima ottaua, hauerremo concluso il proposito. Ma lo espositore vol che date che siano le dette parte che 'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle denominationi vol ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che e quello medesimo che propone la .41. cioe lui suppone note le denominationi & incogniti le quantita delle parti, si come propone la detta .41. & questa vol al contrario, cioe vole che siano note solamente le quantita delle parte, & per la notitia di quelle vol che trouiamo il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen queste interpositioni io tengo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiam le interpositione di quello, siano d'un solo commentatore ma de piu commentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, immo che io tengo che le bone sostantie delli commenti sieno di Euclide proprio perche il costume de boni & famosi Mathematici e dato che hanno la propositione immediate sottogiongono la sua ispositione & questo se verifica in Archimede Siracusano. Appollonio pergeo Iordano & molti altri, perche se essi non facessino, seria giudicato maggiore intelligentia nelli commentatori che interponessi questi, che nelli propri authori, perche eglie piu facile cosa a proponere vna cosa vera, che a dimostrare la verita di quella, exempli gratia, eglie piu facil cosa a proponere (etiam a credere) che li duoi angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta propositione del primo) che a dimostrare la verita di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioe il suco della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella simplice propositione.

Fine del libro settimo.

INCOMINCIA LO OTTAVO LIBRO DE EUCLIDE DE NUMERI SIMILI ET DELLE DENOMINA-

tioni de quelli, alla similitudine della quantita continua, & delle proportioni de essi insieme. Da Nicolo Tartalea Brisciano reassettato & integrato secondo le due tradottioni, & per commune utilita dal latino in volgare tradotto & con somma diligentia dechiarito.

Diffinitione prima.

1/17 Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.

Il Tradottore.

Exempli gratia, 3 & 4 sono detti lati del 12 cioe del prodotto della multiplicatione de 3 fia 4 & similmente, 2 & 6 se diranno lati del detto 12 & cosi 3 & 5 se diranno lati del 15 per le dette ragioni.

Diffinitione II.

2/17 Lo numero che e contenuto da duoi lati e detto numero superficiale.

Il Tradottore.

Exempli gratia, 12 sera detto numero superficiale per esser contenuto da duoi lati liquali sono 3 e 4 overo 2 e 6 & similmente il 15. & li suoi lati sono 3 e 5 ma 5 ne 7 ne 9 ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati over da dui numeri ideo &c. Ma questi tali se ingannano perche invero, ogni numero primo e numero superficiale, & l'un di suoi e la unita & l'altro e il medemo numero primo.

Diffinitione III.

3/18 Ma quel numero che e contenuto sotto de tre lati, di quali viene a procrearse dalla continua multiplicatione de quelli e detto numero solido.

Il Tradottore.

Qui vuol l'auttore ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che vien contenuto sotto de tre lati, over de tre numeri, & che se procrea dalla continua multiplicatione de quegli exempli gratia siano deposti tre numeri cioe 2, 3 & 5, hor multiplicando il primo fia el secondo & quella multiplicatione, over quel produtto multiplicato consequentemente fia il terzo (cioe 2 fia 3 fa 6 & 6 fia 5 fa 30) questo ultimo produtto (cioe 30) se chiamara numero solido, & li lati di tal numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme (cioe, 2.3.&.5.) Ma bisogna advertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi exempli gratia el 30 considerando che sia produtto delli soprascritti tre numeri cioe .2.3.&.5. sera solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, overo produtto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero produtto da .2. e da .15. sera superficiale per esser compreso sotto da doi lati, overo produtto da doi numeri, il medesimo seguiria che'l comprendesse esser produtto da .3. & da 10. over da .5. da .6. e pero bisogna advertire.

Diffinitione .iiii.

4 El numero quadrato e numero superficiale contenuto da lati equali.
19

Il Tradottore.

I numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da doi lati o siano equali, overo inequali, ma quando li detti doi lati sono equali tai numeri superficiali per specificarli dalli altri se chiamano numeri quadrati come e .4. il quale e produtto, over contenuto da doi numeri equali cioe da .2. fia .2. & similmente .9. e numero quadrato per esser pur contenuto da doi lati equali che sono .3.&.3. multiplicati l'un fia l'altro & similmente .16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. & 144. sono tutti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato e etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non e quadrato.

Diffinitione .v.

5 El numero cubo, e numero solido contenuto da lati equali.
20

Il Tradottore.

Per la terza diffinitione el numero solido e quello che e contenuto sotto de .3. numeri over lati o siano tutti .3. equali over .2. equale & l'altro inequale over de tutti .3. inequali, ma quando li detti tre lati over numeri sono tutti equali per specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come e .8. il quale e contenuto sotto de tre lati equali liquali sono .2. e .2. e .2. li quali multiplicati uno fia l'altro & quel produtto fia l'altro fara .8. e cosi .27. sera numero cubo per esser contenuto similmente sotto de .3. lati equali liquali sono .3. e .3. e .3. multiplicati come detto fanno .27. & similmente .64. 125. 216. 343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna avertire che ogni numero cubo e anchora numero solido ma ogni numero solido non e numero cubo.

Diffinitione .vi.

6 Li numeri superficiali, overo solidi di quali li lati sono proportio-
21 nali sono detti simile.

Il Tradottore.

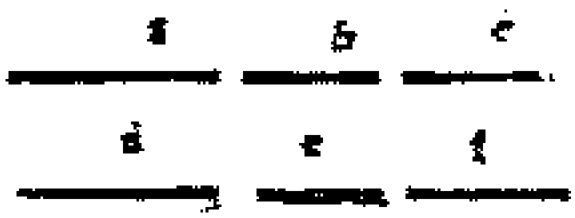
Exempli gratia .72. & .18. ambiduoi ponno esser superficiali etiam solidi secondo che varia consideration overo vista la convenientia loro ma pigliandoli per superficiali li doi lati di l'uno, & li doi lati dell'altro ponno esser considerati in varii modi secondo la varieta de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro po

no produr

no prodet cadaun de loro. ma pigliando per li duoi lati del.32.4.e.8.& per li duoi lati del.18. pigliando.3.&.6. per esser li detti dui lati del.32.(cioe).4.e.8. proportionali alli duoi lati del.18.(cioe).3.&.6.(cioe) che tal proportione e da.4.a.8. come da.3.a.6. li detti duoi numeri superficiali (cioe.32.&.18.) seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri.216.&.1728. pigliandoli per solidi, & pigliandoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9.& per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18.& perche li tre lati di l'uno (cioe.4.6.e.9.) sono proportionali alli tre lati di l'altro (cioe.8.12.&.18. perche tal proportione e da.4.a.6. qual e da.8.a.12 & da.6.a.9. qual e da.12.a.18.) li detti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna advertire che'l non e necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proportionali come sono li sopra posti ma ponno essere continui & discontinui. exempli gratia siano li duoi numeri.24.&.192. liquali pigliandoli per solidi e pigliando per li tre lati del.24.2.e.3.e.4.& per li tre lati del.192.4.e.6.e.8.& perche li detti tre lati dell'uno (cioe.2.3.e.4.) sono proportionali alli.3.lati dell'altro (cioe.4.6.e.8. cioe che tal proportione e da.2.a.3. quale e da.4.a.6.& tale e da.3.a.4. quale e da.6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simili, abenche li.3.lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema primo Propositione prima.

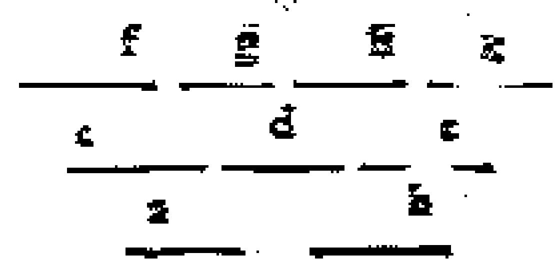
1/1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportionalita, seranno contra se primi, tutti quelli e necessario secondo la sua proportione esser li minimi.



Siano.a.b.c. continui proportionali & li duoi estremi (liquali sono.a.c.) siano contra se primi, dico che in la medesima proportione non se ne trovara tanti similmente minori, ma se questo potesse accadere per l'adversario siano.d.e.f.& (per la quintadecima propositione del settimo) sera del.a.al.c. si come del.d. al f.& perche.a.&.c. sono li minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la vigesima seconda) che.a. numerasse.d.&.c. numerasse.f. cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema primo. Propositione.ii.

2/2 Possemo trovare quanti numeri si voglia de continua proportionalita, secondo una data proportione minimi.



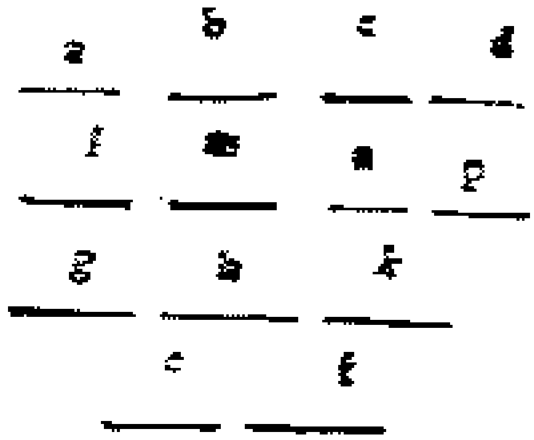
Siano.a.&.b. li minimi de la data proportione, & sia detto.a. in se medesimo & faccia.c.& detto in.b. faccia.d. anchora detto il.b. in se & pervenga.e. & c.d.e. seranno continui proportionali in la proportione del.a.al.b. (per la decima ottava & decima nona del settimo (& perche.a.&.b. sono contra se primi (per la vigesima del medesimo) seranno.c.d.e. li minimi secondo la data proportione (per la precedente) anchora sia detto.a. in tutti quelli & pervengano.f.g.h.&.b. in.e. pervenga.k. seranno etiam.f.g.h.k. continui proportionali in la proportione del.a.al.b. (per la decima ottava & decima nona del settimo) anchora minimi (per la vigesima del medesimo (& per la precedente) & per questa via e ragione se ne trovara.5.over.6.over quanti si voglia.

Correlario.

2/2 Onde sera manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalita minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

Il Tradottore.

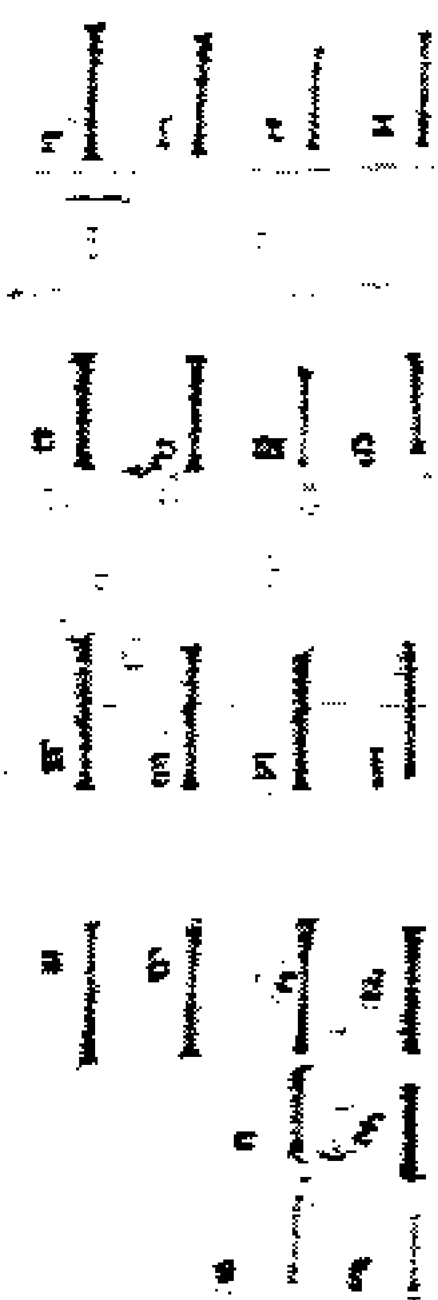
Lo sopraſcritto correlario prende che per il proceſſo delle coſe fatte & dimoſtrate diſopra ſera manifeſto, che ſe ſerãno tre numeri de continua proportionalita ſecondo quella minimi li duoi eſtremi ſerãno quadrati & ſe ſeranno quattro le eſtremi ſerãno cubi, perche el ſi vede nel proceſſo di ſopra qualmente li duoi eſtremi.c.&.e.eſſer pervenuti dal ducto de.a.& del.b.in ſe medeſimi pero vegono a eſſer quadrati, ſimilmente ſi vede li duoi eſtremi.f.&.K.eſſer produtti l'uno dal ducto de.a.nel ſuo quadrato.c.& l'altro del.b. nel ſuo quadrato.e. perilche vengono a eſſer ambiduoi cubi & li lati del.f.viene a eſſere.a.over tre numeri equali al.a.& ſimilmente li lati del.K.vengono a eſſere.b.overo tre numeri equali al.b.&c.



Theorema.ii. Propoſitione.iii.

3
3 Se quanti ſi voglian numeri continuamente proportionali ſeranno ſecondo la ſua proportione minimi, el ſe approva li duoi eſtremi de quelli neceſſariamente eſſer contra ſe primi.

Queſta terza e al contrario della prima, perche ſiando.a.b.c.d.continuamente proportionali, & li minimi ſecondo la ſua proportione, Dico che li duoi eſtremi.a.&.d.ſeranno fra loro primi, perche li duoi minimi ſecondo la proportione del.a.al.b.ſiano.e.&.f.& (per la vigeſima terza del ſettimo) ſerano contra ſe primi. Adonque per queſti duoi (ſecondo la dottrina della precedente) ſian trovati ſimilmente tanti continuamente proportionali & minimi quanti ſi ſono li numeri propoſiti, primamente tre liquali ſiano.g.h.K.dapoi quattro liquali ſiano.l.m.n.p.& a queſto modo continuamente per lo aggiongimento de uno per una a tanto che ne ſiano tanti tanti quanti ſono li numeri propoſiti come in queſto luoco ſono.l.m.n.p.ſequita adonque.l.m.n.p.eſſer equali a.a.b.c.d.per queſta cauſa che in la medeſima proportione ſono & li altri ſono li minimi & perche.l.&.p.ſono contra ſe primi (per la vigeſima del ſettimo) ſeranno anchora.a.&.d.(a quelli equali) contra ſe primi che e il propoſito.



Problema.ii. propoſitione.iiii.

4
4 Puoteremo trovare la ſimilitudine de piu proportioni aſſignate in li minimi numeri ſecondo quelle proportioni continuatamente proportionale.

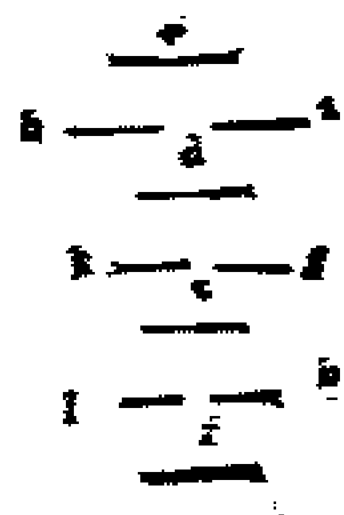
Siano prima trovate le aſſignate proportioni in li minimi termini come inſegna la trigeſima ſeſta del ſettimo & ſiano la prima fra.a.&.b.la ſeconda fra c.&.d.la terza fra.e.&.f.& coſi anchora de piu ſe ſeranno piu, hor voglio continuar queſte proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque.g.minimo numerato dal.b.&.c.& quante volte.b.numera eſſo.g.tante volte faccio che a.numera.h.& anchora che'l.d.numeri tãte volte il.K.quante volte.c.numera g.& ſe per caſo.e.numera.k.faccio che.f.tante volte numeri.l.& coſi li quattro numer.h.g.K.l.ſeranno quelli che cercavamo. Perche e manifeſto (per la decima ottava del ſettimo) che'l ſia del.h.al.g.ſi come del.a.al.b.& del.g.al.K.ſi come del.c.al.d.& del.K.al.l.ſi come del.e.al.f. Anchora e manifeſto quelli eſſer li minimi, perche ſe poſſibile foſſe eſſer altri minimi come.n.o.m.q.biſognaria (per la 22. del ſettimo tolta doe volte) che l'uno e l'altro di duoi.b.&.c.numeraſſe p per laqualcoſa &.g.numeraria il medeſimo (per lo correlario della trigeſima terza del ſettimo) che e inconveniente. Sono adonque.h.g.K.l.li minimi ma ſe per ſorte.e.non numera.K.ſia tolto.m.il minimo numerato da quelli (cioe da.e. &.K.) el qual

& K) seguita.m. quante volte e numerato dal.K. tante volte.h.numeri.n.& g. tante volte numeri il.p.& seranno (per la decima ottaua del settimo).n.p.m. in la proportione de.h.g.K. per la qual cosa del.n.al.p.sera come del.a.al.b.& del.p.al.m.come del.c.al.d.& quante volte e numera.m. facio che tante volte.f.numeri.q.& sera (per la medesima) del.m.al.q.si come del.e.al.f.adonque e manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono.n.p.m.q.liquali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano se eglie possibile altri liquali siano.r.s.t.x.adonque perche (per la vigesima seconda del settimo tolta due volte) l'uno e l'altro di dui numeri.b.&.c.numera.s. (per il corrolario della trigesima quinta del settimo) seguiria che.g.numeraria il medesimo per la qual cosa etiam.K.numeraria.s.ma perche (per la vigesima seconda del settimo.e.numera il medesimo.x.non sera.m.lo minimo numerato dal.K.& dal.e.per questa ragione se potria continuare a quelle vna altra quarta & quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema.iii. propositione.v.

5 La proportione de tutti li numeri composti, dell'uno all'altro, e com-
5 posta delle proportioni di suoi lati.

Quello che propone la vigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti lati questa propone di numeri composti, siano li dui numeri composti.a.b.li lati de.a.siano.c.&.d.li lati del.b.siano.e.&.f.dico adonque che la proportione del.a.al.b.e composta de quella che e dal.c.al.e.& de quella che e del.d.al.f. Et per dimostrar questo sia che dal.d.in.e.sia fatto.g.perche adonque del.d.in.c.vien fatto.a.& del.d.in.e.vien fatto.g.(per la conuersione della diffinitione di lati) sera (per la decima ottaua del settimo) del.a.al.g.si come del.c.al.e.& (per la decima nona del medesimo) sera del.g.al.b.si come del.d.al.f.per la qual cosa (per la diffinitione) la proportione del.a.al.b.e composta de quella che e del.c.al.e.& de quella che e del.d.al.f.che e il proposito. ne e necessario che continuemo le proportioni di lati (cioe quella che e del.c.al.e.& quella che e del.d.al.f.) in li minimi numeri trouati secondo la dottrina della precedente come insegnano alcuni perche questo e proposito non necessario,& quelli argui sono posto che questi minimi siano.h.K.l.in questo modo che sia del.h.al.K.si come del.c.al.e.& del.K.al.l.si come del.d.al.f.& la proportione del.h.al.l.esser composta dalle proportioni delli propositi lati & tolto.g.esser fatto del.d.in.e.argumentano dal.a.al.g.esser come del.h.al.K.(perche eglie come del.c.al.e.) & del.g.al.b.come del.K.al.l.(perche eglie come del.d.al.f.) e per tanto secondo la equa proportionalita,& del.a.al.b.sera come del.h.al.l.concludeno adonque la proportione del.a.al.b.esser composta de quelle che e compone.h.&.l.che e vero ma non necessariamente tolto.



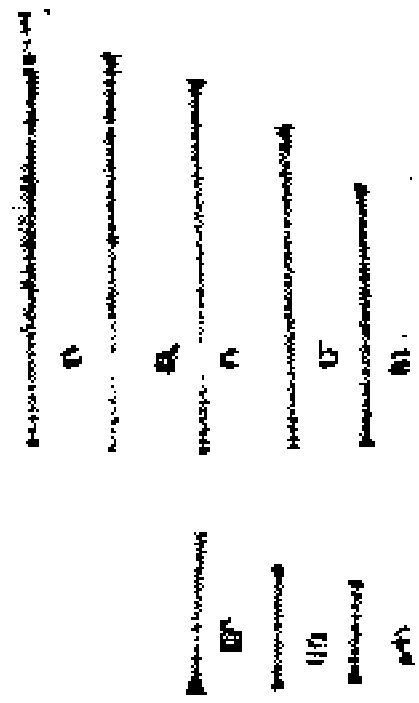
Il Tradottore.

EL testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportione composta dalli lati.

LA qual propositione e piu generale,e piu conueniente, & piu certa che quella della prima tradottione perche li numeri primi come disti sopra la seconda diffinitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni espositori di Euclide habbiano contrario openione come sopra il decimo se potra vedere.

Ma bisogna notare che la supposizione per noi addutta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioe sopra la seconda diffinitione di questo (per errore di stampa) par che mi contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ma 13, ne 17, ne 19, ne alcun altro numero primo se ponno dire realmente numeri superficiali. Et la qual scrittura, vol fare, overo dire in questo modo. Ma alcuni si cono che ne 13, ne 17, ne 19, ne alcuno altro numero primo se ponno dire realmente numeri superficiali.



Theorema.iiii. Propositione.vi.

6 **Sel primo, de quanti si voglian numeri continuamente proportionali non numera il secondo niuno delli altri numerara l'ultimo.** 6

Siano .a.b.c.d.e. continuamente proportionali, dico che se .a. non numera .b. ne anche alcun altri numerara .e. perche egli e manifesto che se .a. numerasse esso .b. che tutti li altri numeraranno .e. & simpliciter qual si voglia precedente numerara qual si voglia consequente, ma se .a. non numera esso .b. e manifesto che .d. non numerara .e. ne simpliciter alcun de loro numerara il prossimo sequente, perche sono sta posti continuamente proportionali, ma che nullo di loro come seria a dire .a. numeri esso .e. se demostra in questo modo (...) secondo la dottrina della seconda di questo) tanti altri minimi continuamente proportionali minimi in la medesima proportione, quanti sono essi .a.b. tutti li altri sequenti, li quali siano .f.g.h.k. (per la terza di questo) .f. & .k. saranno contra se primi. Et perche (per la equa proportionalita) sel .a. al .e. come del .f. al .h. conciosia che .f. non numera .h. nel .a. numerara .e. ne per il medesimo modo alcun delli altri numerara esso .e. per laqualcosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Tradottore.

EL testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioe.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurara niun altro.

LA qual propositione pur se dimostra si come la precedente, exempli gratia volendo dimostrare che .a. non misuri alcun altro (poniamo .c.) pigliaremo similmente tanti termini come .a. b. c. continuamente proportionali minimi in quella proportione quali siano per .f. g. h. & se procedera come di sopra fu fatto, cioe che se .f. non misura .h. ne anchora .a. misura .c.

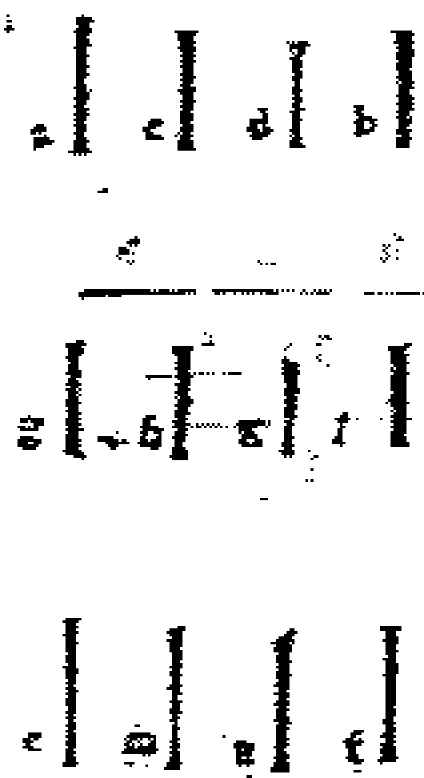
Theorema.v. propositione.vii.

7 **Sel primo di numeri continuamente proportionali, numera l'ultimo quel medesimo numerara il secondo.** 7

Siano quelli posti per avanti continuamente proportionali dico se .a. numera .e. esso .a. numerara il .b. altramente (per la precedente) non numerara .e. che e il contrario & impossibile. Et non solamente numerara .b. ma etiam il numerara tutti & similmente ciascun de loro numerara qual si voglia delli sequenti.

Theorema.vi. Propositione.viii.

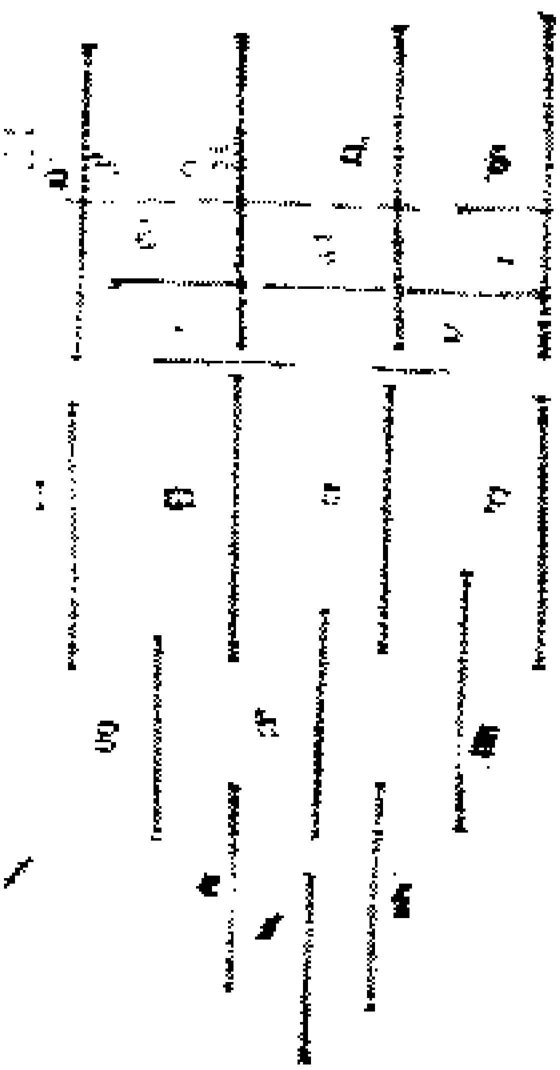
8 Se fra duoi numeri, cascaranno quanti si voglian numeri in conti-
8 nua proportionalita similmente tanti e necessario cascar fra ogni
duoi referti in la medesima proportione.



Siano a.&.b. fra liquali cadeno c.&.d. in continua proportione liquali sian in proportione come e.al.f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra e. & f. in quella medesima proportione quanti cadeno fra a.&.b. perche essendo g.h.&.l. similmente tanti minimi quanti sono a.&.b.&. quelli liquali cadeno fra quelli toti si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) g.&.l. seranno contra se prsimi, & (per la equa proportionalita) sera del g.al.l. si come del a.al.b. & pero e si come del e.al.f. & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che g. numeri e. & l. f. equalmente tante volte adonque h. numeri m.&.k.n. & posti m.&.n. fra e. & f. (per la decima ottava del settimo) e manifesto e.m.n.f. esser continuamente proportionali si come sono g.h.k.l. & pero si come a.b.c.d. per laqual cosa e manifesto quello che e stato detto. Da questa propositione e manifesto niuna superparticulare poter esser divisa in due parti equale perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de vna sola vnita distanti cascar vn numero medio, laqual cosa non puo esser, e per tanto il tono in la musica ilqual consiste in vna sesquiottaua proportione in duoi veri semitoni non puo esser diviso, ma necessariamente vien diviso in semiton minore & in semiton maggiore.

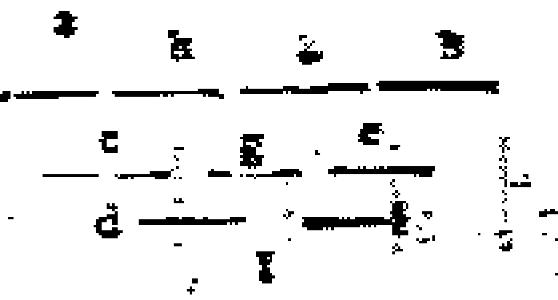
Theorema.vii. Propositione.ix.

9 Se fra duoi numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si vo-
9 glian in continua proportionalita, similmente tanti e necessario ca-
dere fra l'uno e l'altro de quelli & la vnita, in continua pro-
portionalita.



Siano a.&.b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione c.&.d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra a.& la vnita, & anchora tanti similmente fra b.& la vnita, perche essendo li minimi in quella proportione a.&.c.d.b. come insegna la vigesima sesta propositione del settimo [illegible] de li quali essendo toti tre continuamente proportionali & minimi in la proportione de quelli come insegna la seconda di questo, liquali siano g.h.k.& dipoi quatro liquali sono l.m.n.p. & questo sia fatto tante volte per fin a tanto che li toti contegnano similmente tanti quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono l.m.n.p. e manifesto adonque essendo a.c.d.b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo) & essendo l.m.n.p. tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile esser alcuno minore del minimo che li numeri l.m.n.p. seranno equali alli numeri a.c.d.b. cadauno al suo relativo adonque l. e equale al a.&.p. al b.& e manifesto dalla seconda de questo che [illegible] in se medesimo vien fatto il.k. & del medesimo in k vien fatto p. (per la diffinitione) adonque de quella diffinitione che cosa e esser multiplicato) sera lo.f.in.k.anchora il.k.in.p. quante volte e la vnita in f. adonque la vnita.k.p. sono continuamente proportionali, & similmente [illegible] & la vnita.g.l. toti adonque [illegible] del l.&.p.(a quelli equali) seranno fra a.& la vnita.g.&.e.& fra b.& la vnita.k.&.f. continuamente proportionali tanti similmente quanti sono fra a.&.b. che e il proposito.

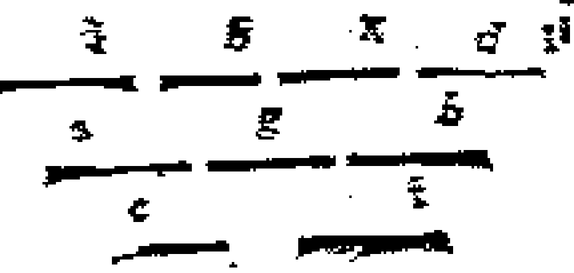
Theorema.viii. Propositione.x.



10 **Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unita cascharanno quanti si vo-gliā numeri in continua proportionalita, tanti similmente e necessa-rio esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalita.**

Siano li duoi numeri .a. & .b. & siano .c. & .d. fra .a. & la unita. anchora .e. & .f. fra .b. & la unita, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra .a. & .b. continuamente proportionali. Questa e conversa della precedente certo che al soggetto della precedente fu posto .a. & .b. esser contra se primi, che qui vien posto in questo luoco per laqual causa lo soggetto di questa e piu vniuersale del soggetto di quella, perche adonque quante volte la vnita e in .d. tante volte e il .d. nel .c. & tante volte il .c. in .a. e manifesto che dal .d. in se vien fatto il .c. & del medesimo .d. in .c. vien fatto .a. Similmente anchora dal .f. in se, & in .e. sono fatti .e. & .b. essendo adonque dutto .d. in .f. lo prodotto sia .g. & similmente el medesimo .d. essendo dutto in .g. & .e. & essendo li prodotti .h. & .k. e manifesto adonque (dalla decima ottaua del settimo) che del .c. al .g. e cõe del .d. al .f. & (dalla decima nona) che del .g. al .e. e come del .d. al .f. perlaqualcosa .c. g. e. sono continuamente proportionali in la proportione del .d. al .f. anchora vnaltra volta per la decima ottaua) sono del .a. al .h. si come del .c. al .g. & del .h. al .k. si come del .g. al .e. & (per la decima nona) del .K. al .b. si come del .d. al .f. adonque .a. h. K. b. sono continuamente proportionali, perlaqualcosa e manifesto il proposito.

Theorema.ix. propositione.xi.



11 12 **Se seranno duoi numeri ambiduoi quadrati la proportione dell'u-no all'altro, de quelli sera come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportio-ne dell'uno all'altro, sera come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.**

Siano li duoi numeri quadrati .a. & .b. & li duoi cubi .c. & .d. li lati si de quadrati come di cubi siano .e. (del .a. & del .c.) & .f. (del .b. & del .d.) dico che la proportione del .a. al .b. sera si come del .e. al .f. duplicata, & del .c. al .d. si come la medesima treplicata, perche e manifesto che dal .e. in se medesimo vien fatto .a. & da esso .e. in .a. vien fatto .c. cosi anchora dal .f. in se vien fatto .b. & da esso .f. in .b. vien fatto .d. adonque sia dutto .e. in .f. & peruenga .g. & sia dutto in .g. & .b. & peruegano .h. & .k. & (per la decima ottaua del settimo) sera del .a. al .g. si come del .e. al .f. (& per la decima nona) del .g. al .b. sera si come del .e. al .f. adonque (della diffinitione) dal .a. al .b. sera si come del .e. al .f. duplicata che e il primo proposito. El secondo per lo medesimo modo e manifesto, (perche per la decima ottaua vnaltra volta) del .c. al .h. si come del .a. al .g. & del .h. al .K. si come del .g. al .b. & (per la decima nona) del .K. al .d. si come del .e. al .f. perlaqualcosa .c. h. K. d. sono etiam continuamente proportionali in la proportione del .e. al .f. adonque (per la diffinitione) sera del .c. al .d. si come del .e. al .f. treplicata che e il secondo proposito.

Il Tradottore.

Questa soprascritta propositione in la seconda tradottione e diuisa in due propositioni

propositioni & in quelle se propone due particule di piu della presente perche la prima dice in questa forma videlicet.

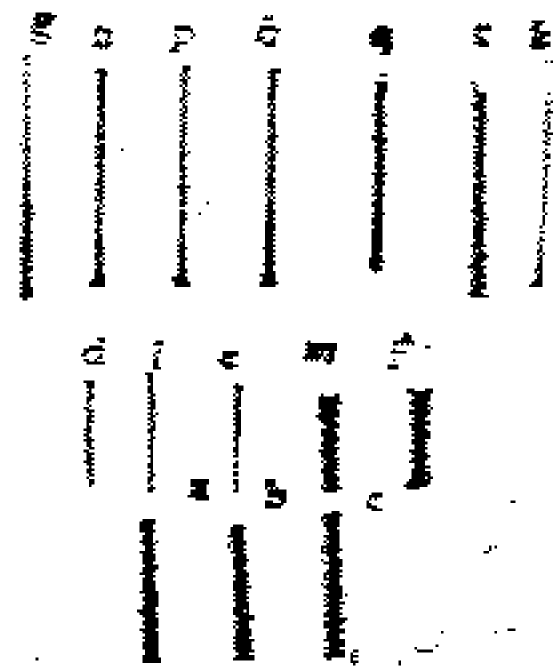
Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati e numero, & lo quadrato al quadrato ha doppia proportione che il lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

LI duoi medii proportionali de duoi numeri cubi sono numeri, & il cubo al cubo ha trepia proportione, come ha il lato al lato lequal particole se vedeno cosi esser per le demostrationi fatte di sopra cioe che il medio proportionale fra li duoi quadrati.a.&.b.(cioe il.g.)e numero per esser produtto del.c.in.d. & similmente li duoi medii proportionali fra li duoi numeri cubici.c.&.d.(cioe h.&.k.)sono etiam numeri per esser produtti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri.g.&.b.che e il proposito.

Theorema.x. propositione.xii.

12 13 **Se ciascun di numeri de continua proportionalita sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran produtti e necessario esser sotto continua proportionalita, & se li suoi principii sian anchora multiplicati in essi produtti anchora li li produtti da quelli e necessario esser de continua proportionalita, & il medesimo adueneria in tutte le estremita procutte per questo modo.**



SIano.a.b.c.continuamente proportionali di quali ciascun sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal.a.il.d.& dal.b.lo.e.& dal.c.lo.f.dico che d.e.f.sono continuamente proportionali,& se anchora sia multiplicato.a.in.d. & peruenga.g.anchora.b.in.e.& peruenga.h.&.c.in.f.& peruenga.k.dico anchora che.g.h.k.seranno continuamente proportionali, perche essendo.l.il produtto del.a.in.b.& m.il produtto del.c.in quel medesimo & (per la decimanona & decima nona del settimo) seranno.d.l.e.m.f.continuamente proportionali in la proportione de.a.b.c. Adonque per la equa proportionalita arguisse del.d.al.f. esser si come del.e.al.f.che e il primo proposito, lo rimanente vien demostrato cosi sia multiplicado.a.in.l.&.e.& peruengano.n.&.p. Anchora sia multiplicato c.in.e.&.m.& peruengano.q.&.r.&(per la medesima)seranno.g.n.p.h.q.r.K. anchora continuamente proportionali in la proportione di primi adonque per la equa proportionalita conclude.g.al.h.esser si come.h.al.K.che e lo rimanente la medesima ragione sera quante volte che li primi siano multiplicati in li produtti

Theorema.xi. propositione.xiii.

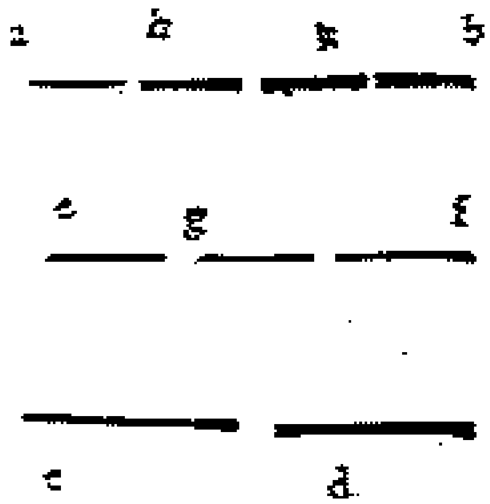
13 14 **Se alcun numero quadrato, numerara vnaltro numero quadrato, el se approua anchora el suo lato numerar il lato di quello, & sel suo lato numerara il lato de quello, il quadrato numera il quadrato.**

SIano li duoi numeri quadrati.a.&.b.& li lati de quelli.c.&.d. Dico che se.a. numera.b.il.c.numerara il.d.& e contra, perche e manifesto che dal ducto del.c.in se medesimo vien fatto.a.& del.d.in se medesimo vien fatto.b. essendo adonque fatto.e.dalla multiplicatione del.c.in.d.per la decima ottaua & decima nona propositione del settimo libro, seranno.a.e.b.continuamente proportionali in la proportione del.c.al.d. Se adonque.a.numera.b.quello medesimo (per la settima propositione de questo) numerara.e.per laqual cosa.&.c.

numerara il.d.che è il proposito primo,la parte conversa cosi e manifesta.se.c.numera.d.lo.a.numera ra.e.per questo che la proportione del.a.al.e.è si come del.c.al.d.& sel numera.c.esso numerara.b.per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema.xii. Propositione.xiiii.

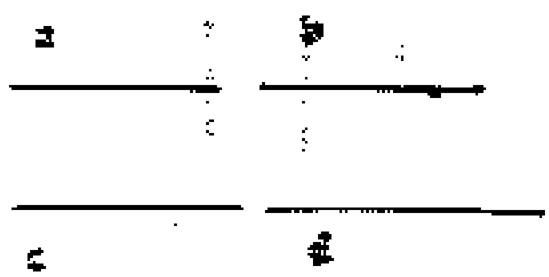
14 Se un numero cubo numerara un altro numero cubo. Anchora
15 il suo lato numerara il lato dell'altro, & sel suo lato numerara il lato dell'altro,il cubo numerara il cubo.



Siano duoi numeri cubi.a.& b.& li lati di quelli.c.&.d.Dico che se.a.numera.b.anchora il.c.numerara il.d.& e converso(per dimostrar questo sia multiplicato.c.in se & sia fatto. e. anchora il.d.in se & sia fatto. f. adonque e manifesto che dal.c.in.e.vien fatto.a.& dal.d.in.f.vien fatto. b. adonque il. g. vien fatto dal.c.in.d.&(per la decima ottava & decima nona del settimo).e.g.f.seranno continuamente proportionali in la proportione del.c.al.d.Ma.a.h.&. k. procedeno dal.c.in.g.&.f.Adonque(per le medesime propositioni).a.h. K. seranno anchora continuamente proportionali in la medesima proportione.Adonque se.a.numera.b.el medesimo(per la settima di questo)numerara.h.per laqual cosa.c.numerara il.d.perche dal.c.al.d.e si come del.a.al.h. adonque e manifesta la prima parte.La parte conversa e manifesta si come la conversa della prima.perche se.c.numera.d.anchora.a.numera.h.la qual sel lui numera e necessario che'l numeri b.

Theorema.xiii. propositione.xv.

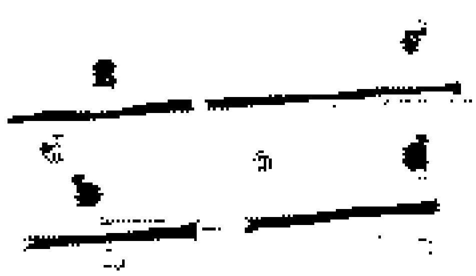
15 Se un numero quadrato non numerara alcun altro numero qua-
16 drato,ne il suo lato numerara il lato de quello. Et sel lato suo non numerara il lato de quello,el se convence de necessita quel quadrato non numerara quel altro quadrato.



Siano li duoi numeri quadrati.a.&.b.li lati di quali siano.c.&.d.& sia.a.non numera.b.dico che anchora.c.non numerara.d.& e converso se.c.non numera.d.ne.a.numerara.b.Hor sia primamente che.a.non numeri.b.se adonque.c.(per l'aduersario)numera il.d.(per la seconda parte della terzadecima di questo)&.a.numerara.b.laqual cosa e contraria alla positione, & cosi e manifesto il primo proposito.Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che.c.non numeri.d.adonque se possibile e per l'aduersario che.a.numeri.b.(per la prima parte della terzadecima)e necessario che.c.numeri.d.adonque egli e necessario che lui numeri quello & gia fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa e impossibile.

Theorema.xiiii. Propositione.xvi.

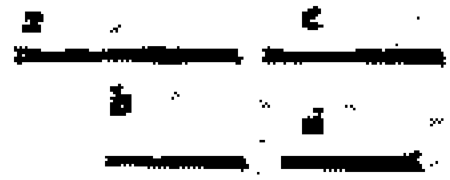
0 Se un numero cubo non misura un altro numero cubo, ne il lato de
17 quello misurara el lato de quello altro,& sel lato non misura il lato ne etiam il cubo misurara il cubo.



Sia che'l numero cubo.a.non misuri il numero cubo.b.& il lato di esso.a.sia.c.& del.b. sia.d. dico che. c.non misura esso . d . perche se. c. misura esso.d. etiam. a.misura . b. (per la quartadecima propositione dello ottavo libro) ma , a , non misura , b. per il presupposito , adonque ne.c.misura esso.d.

Ma supposto

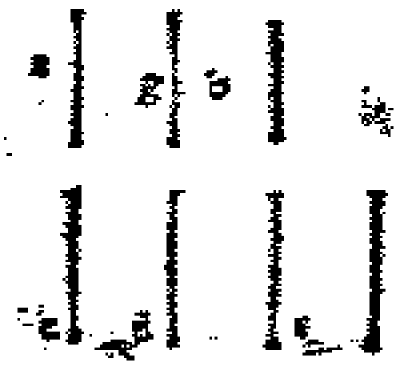
Ma supposto che'l.c.non misura.d.dico che.a.non misura.b.perche se.a.misu-rasse.b.&.c.misuraria.d.(per la decima quarta de questo,ma il.c.)dal presuppo-sito)non misura.d.adonque ne etiam.a.misurara esso.b.laqualcosa bisognava dimostrare.



Theorema.xv. Propositione.xvii.

16 Se duoi numeri superficiali seranno simili e necessario esser fra quel
15 li un terzo numero secondo la proportionalita continua, & la pro-
portione de un numero all'altro a lui simile sera come la proportio
ne duplicata de uno di suoi lati al lato dell'altro a lui riguardante.

Siano li duoi numeri.a.&.b.superficiali & simili.Dico che fra essi cade un nu-mero in continua proportione,& per dimostrar questo siano li lati del.a.c.&.d & li lati del.b.siano.e.&.f.& (per la conversione della diffinitione di numeri si-mili)sera del.c.al.e.si come del.d.al.f.& e manifesto che dal.c.in.d.vien fatto.a. & dal.e in.f.vien fatto.b.adonque e sia fatto.g.dal.e.in.d.& (per la decima nona del settimo sera del.a.al.g.si come del.c.al.e.&(per la decima ottava)del mede-simo del.g.al.b.sera si come del.d.al.f.per laqualcosa,del.a.al.g.sera si come del. g.al.b.adonque.g.e medio fra.a.&.b.in continua proportionalita che e il pro posito.Ma il correlario e manifesto essendo del.a.al.b.(per la diffinitione) si co-me del.a.al.g.duplicata laquale e a quella medesima che e del.c.al.e.



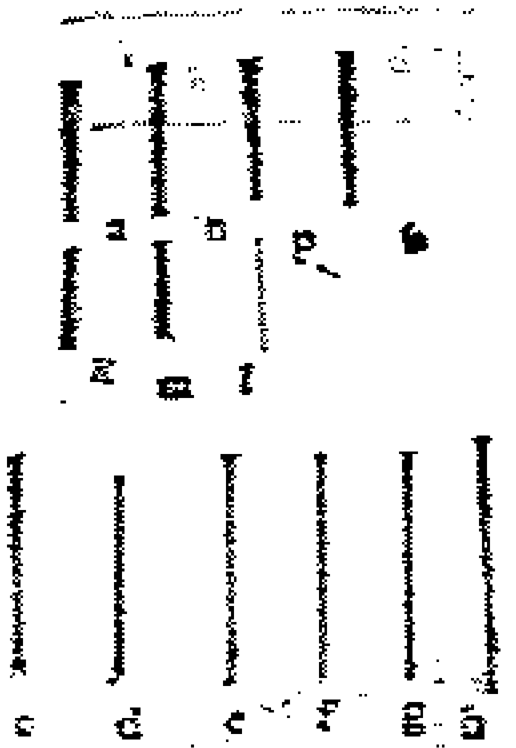
Theorema.xvi. Propositione.xviii.

17 Se un terzo numero cascHara fra duoi numeri secondo la continua
20 proportionalita quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

Questa e conversa della precedente cioe che se fra.a.&.b.sia.c.costituito loco in continua proportionalita,Dico che.a.&.b.seranno ambiduoi numeri superficiali & simili perche se seranno tolti.d.&.e.minimi in quella proportione in laquale sono congiunti.a.c.b.quelli (per la vigesima seconda del settimo) numeraranno.a.&.c.equalmente & sia che li numeraranno secondo.f.& (per la medesima) c.&.b.equalmente & sia che li numeraranno secondo.g.seranno adon que (per la diffinitione) a.&.b.superficiali, & seranno anchora (per la diffi nitione) d.&.f.lati del numero.a.anchora.e.&.g.lati del numero.b.ma che essi siano simili tu l'haverai in questo modo.Perche essendo.c.produtto dal.d.in.g. & similmente essendo il medesimo.c.il produtto del.e.in.f.(per la seconda parte della vigesima del settimo)sera del.d.al.e.si come del.f.al.g.(per la diffinitione) adonque.a.&.b.sono simili che e il proposito.Et questo ultimo proposito siqual e.a.&.b.esser simili noi poi havere (per la decima nona & decima ottava del set timo) & per questo presupposito che.a.c.b.sono continuamente proportionali in la proportione del.d.al.e.de minimi numeranti.a.&.c.secondo.f.&.c.&.b. secondo.g.

Theorema.xvii. Propositione.xix.

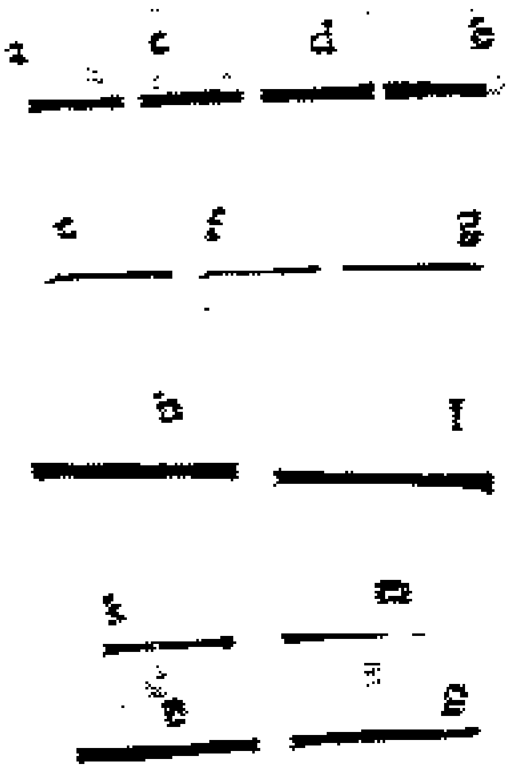
18 Se seranno duoi numeri solidi simili,e necessario fra quelli esser dui
19 numeri secondo la continua proportionalita, & la proportione de l'uno solido all'altro a lui simile, sera come la proportione treplica ta de qual si voglia suo lato al lato dell'altro a lui riguardante pro portionalmente.



Siano li duoi numeri .a. & .b. solidi simili. Dico che fra essi cadono duoi numeri in continua proportione, & per dimostrar questo siano li lati del numero .a. li numeri .c. d. e. & li lati del .b. siano .f. g. h. & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) sera del .c. al .f. & del .d. al .g. si come del .e. al .h. sia adonque .k. il prodotto del .c. in .d. & .l. lo prodotto del .f. in .g. l. & (per la diffinitione) seranno .k. & .l. superficiali & simili per laqualcosa (per la decima settima di questo) fra quelli cade vn numero medio proportionale secondo la proportione del .c. al .f. qual sia .m. Ma e manifesto che dal .e. in .k. vie fatto .a. & dal .h. in .l. vien fatto .b. Se adonque dal .e. in .m. & .l. sono fatti .n. & .p. serano (per la .18. del settimo) del .a. al .n. si come del .k. al .m. & del .n. al .p. si come del .m. al .l. per laqualcosa .a. n. p. sono continuamente proportionali in la proportione del .c. al .f. & perche (per la decima nona del medesimo) del .p. al .b. e si come del .e. al .h. & pero si come del .c. al .f. seguita che li quattro numeri .a. n. p. b. sian continuamente proportionali secondo la proportione del .c. al .f. Adonque fra .a. & .b. sono li duoi numeri .n. & .p. medii in continua proportionalita de suoi lati interposti, che e il proposito & lo correlario e manifesto conciosia che la proportione del .a. al .b. sia (per la diffinitione) si come del .a. al .n. treplicata laqual e simile esser quella a quella che e del .c. al .f.

Speculatione .xviii. Propositione .xx.

19 Se seranno duoi numeri & che fra quelli caschino, ouero interiaceno
21 duoi numeri secondo la continua proportionalita, quelli dui numeri sono solidi & simili.



Questa e il conuerso della precedente, come se fra .a. & .b. siano li duoi numeri .c. & .d. medii in continua proportionalita, seranno li detti duoi numeri, cioe .a. & .b. solidi & simili. Et per dimostrar questo sian tolti li tre minimi in la medesima proportione, continuamente proportionali liquali sian .e. f. g. & (per la decima ottaua) seranno .e. & .g. superficiali & simili. Siano adonque .h. & .k. li lati del .e. & .l. & .m. li lati de .g. & (per lo correlario della decima settima di questo) sera del .e. al .f. si come del .h. al .l. ouer si come del .k. al .m. & e manifesto (dalla terza) che .e. & .g. sono contra se primi, e pero (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equa proportionalita) dal .a. al .d. & .c. al .b. e si come dal .e. al .g. seguita (per la vigesima seconda del settimo) che essi numerano .a. & .d. equalmente, laqual numeratione sia secondo .n. & anchora .c. & .b. equalmente laqual sia secondo .p. perche adonque dal .h. in .k. vien fatto .e. & dal .e. in .n. vien fatto .a. seguita (per la diffinitione) che .a. sia solido & li lati di quello sono .h. k. n. Similmente perche dal .l. in .m. vien fatto .g. & dal .g. in .p. vien fatto .b. seguita anchora che .b. sia solido & li lati di quello sono .l. m. p. Ma che essi sian simili cosi se manifestara conciosia che dal .g. in .n. vien fatto .d. & dal medesimo in .p. vien fatto .b. e per la decima ottaua del settimo) sera del .n. al .p. si come del .d. al .b. & perche cosi erano del .h. al .l. & del .k. al .m. (per la diffinitione) e manifesto .a. & .b. esser simili che e il proposito.

Theorema .xix. Propositione .xxi.

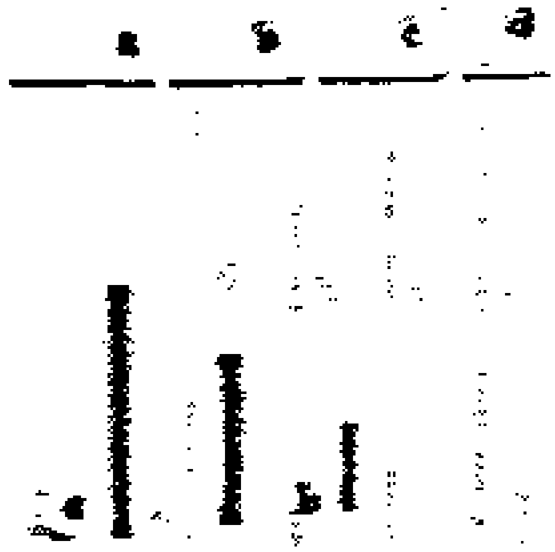
20 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo sera qua
22 drato. Anchora il terzo e necessario esser quadrato.

Siano li tre numeri continuamente proportionali .a. b. c. & sia .a. quadrato. Dico che .c. e etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua per conuerso) .a. & .c. superficiali & simili essendo adonque .a. quadrato (per il precedente proposito) .c. sera etiam quadrato che e il proposito.

Theorema

Theorema.xx. Propositione.xxii.

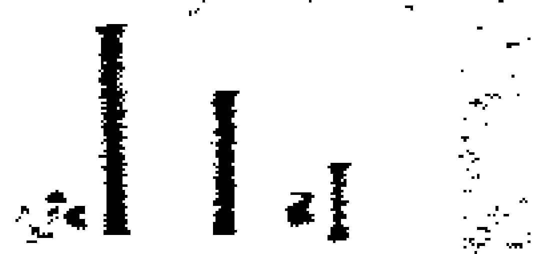
21
23 Sel primo de quattro numeri continuamente proportionali, sera cubo, il quarto e necessario esser cubo.



Siano li quattro numeri continuamente proportionali.a.b.c.d.& sia.a.cubo Dico che.d.e anchora cubo perche e manifesto (per la vigesima) che.a.&.d. sono solidi simili, & perche.a.e cubo (per il presupposito).d.sera anchora cubo.

Theorema.xxi. Propositione.xxiii.

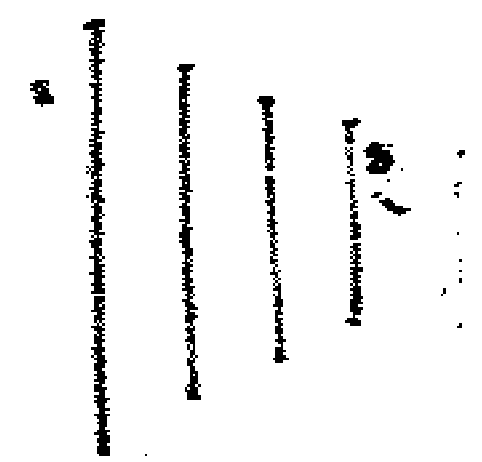
22 Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si come d'uno nume-
24 ro quadrato, a uno numero quadrato, uno sera quadrato, anchora l'altro e necessario esser quadrato.



Siano li duoi numeri.a.&.b.in la proportione de duoi quadrati liquali siano.c.&.d.& sia.a.over.b.quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo.c.&.d.quadrati seguita quelli esser superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade vn medio in continua proportione, per la qualcosa (per la ottaua) & fra.a.&.b.adonque (per la vigesima prima propositione) e manifesto il proposito

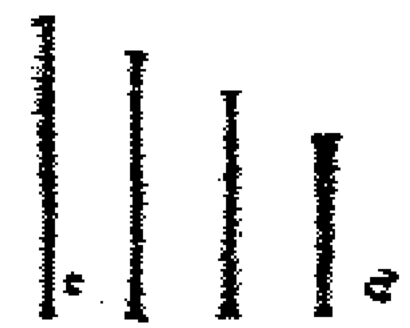
Theorema.xxii. Propositione.xxiiii.

23 Se de dui numeri di quali la proportione dell'uno a l'altro sia si co-
25 me de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro e necessario esser cubo.



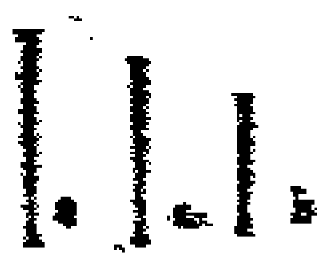
Siano li duoi numeri.a.&.b in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano.c.&.d.& sia.a.over.b.cubo Dico lo rimanente esser cubo. Perche e necessario che.c.&.d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadeno duoi mezzi in continua proportione, tanti similmente (per la ottaua) cadeno fra.a.&.b. adonque per la vigesima seconda) e manifesto il proposito.

Theorema.xxiii. Propositione.xxv.



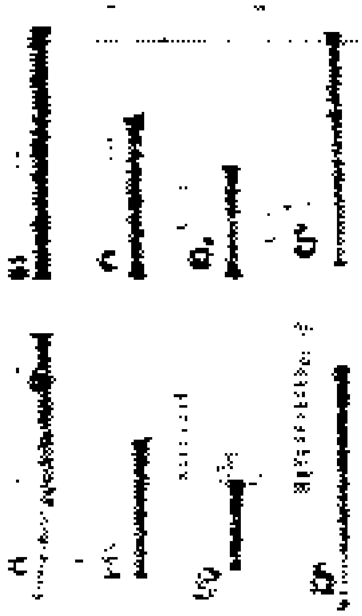
24 La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, e si
26 come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato

Siano.a.&.b.superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro e si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decima ottaua) sera vn numero medio in continua proportione qual sia.c. tolti adonque li tre minimi in la proportione de quelli liquali siano.d.e.f.(per lo correlario del la seconda).d.&.f.seranno quadrati & perche (per la equa proportionalita) del.a.al.b. e si come del.d.al.f. E manifesto esser vero quello che e proposto.



Theorema.xxiiii. Propositione.xxvi.

25 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si
27 come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano .a. & .b. solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro, è si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositione) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportionalità li quali siano .c. & .d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli .e.f.g.h. di quali .e. & .h. seranno cubi (per lo correlario della seconda di questo) perche adonque (per la equa proportionalità) del .a. al .b. è si come del .e. al .h. il proposito è chiaro.

Fine del ottavo libro.

INCOMINCIA

EL NONO LIBRO DE EVCLIDE MEGARENSE PHILOSOPHO, DA NICOLO TARTALEA BRISCIANO RESSETTATO & INTEGRATO SECONDO LE DUE TRADOTTIONI, & PER COMMUNA VTILITA DAL LATINO IN VULGARE TRADOTTO, & DELVCIDATO.

Diffinitione prima.

2/6 El numero paro e quello che po esser diuiso in due parti equale,

Il Tradottore.

Si come sono.2.4.6.8.10.12.& altri simili che se ponno diuidere in due parti equale senza rompere la vnita. Questa & le sei sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione.ii.

2/7 El numero disparo e quello che non po esser diuiso in due parti equali, & sopranaza il paro in la vnita.

Il Tradottore.

La vltima parte de questa diffinitione ne aduertisse qualmente la vnita non vien connumerata fra il numeri dispari quantunque la non possa esser diuisa in due parte equale a tanto che lei non ha quella vltima conditione di sopra auanzare alcuno numero paro in vna vnita, per la qualcosa el numero ternario vien a esser il primo, & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione.iii.

2/8 El numero parimente paro e, e quello che tutti li numeri pari che lo numerano lo numerano per uolte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el.32.e numerato da quattro numeri pari cioe da.2 da.4.da.8.da.16.& non da altri & perche cadauno de detti numeri lo numerano per volte pare cioe el.2.lo numera.16.volte el qual.16.e per paro& lo.4.lo numera.8.volte.& lo.8.lo numera.4.volte & lo.16.due volte perliche il detto.32.e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numerano lo numerano per volte pare il medesimo se trouera esser.64.e.128.etiam.16.8.&.4.ideo &c.

Diffinitione.iiii.

4/9 Lo numero parimente disparo e quello che tutti li numeri pari che lo numeraranno lo numeraranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

SI come sono.6.10.14.18.22.26.30.& altri simili che tutti li numeri pari che li numeraranno li numeraranno per volte dispare. Verbi gratia il.30. e numerato da tre numeri pari, cioe da.2.da.6.& da.10.dal.2. e numerato.15. volte & dal.6.e numerato.5.volte & da.10.3.volte, liquali numeri de volte per esser tutti dispare el detto.30.sera detto numero parimente disparo & questa specie di numeri nascono dal duplato de ogni numero disparo.

Diffinitione.v.

6/10 El numero parimente,& disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeraranno, alcuni lo numeraranno per uolte pare,& alcuni per uolte dispare.

Il Tradottore.

SI come sono.24.28.36.40.& altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per volte pare & da alcuni per volte dispare, exempli gratia.40. e numerato da.2.da.4.da.10.da.20.per volte pare e poi e misurato da.8.per volte dispare, cioe per.5.volte per il che se dira che.40.e numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro,& del numero parimente disparo.

Diffinitione.vi.

6/11 Lo numero disparmente disparo e quello che tutti li dispari che lo numeraranno, lo numeraranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

SI come e.15.21.27.33.35.39.45.& altri simili che tutti li numeri dispari che li numeraranno li numeraranno per volte dispare, exempli gratia.45.e numerato da quattro numeri dispari (cioe da.3.da.5.da.9.& da.15.)per volte dispare (cioe da.3.e numerato.15.volte & da.5.noue volte,& da.9.5 volte,& da.15.tre volte) per il che sera detto numero disparmente disparo per la presente diffinitione.

Diffinitione.vii.

7/23 Numero perfetto se adimanda quello che e equale a tutte le sue parti delle quale e numerato.

Il Tradottore.

SI come sono.6.28.496.& altri simili che sono equali a tutte le sue parti che le numeranno

le numeranno

le numerano,essempio le parti del.6.sono tre cioe la mita che e.3.la terza che che e.2.la sesta che e.1.lequal parte summate insieme fanno apponto.6.pero il.6.e numero perfetto per questa diffinitione il medesimo seguita in el.28.&.496.se con diligentia troverai tutte le sue parti che li numerano & queste tai numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri,pero che da vno in fino a cento non se ne troua altri che duoi cioe.6.&.28.& da.100.ascendendo gradatim per fin a.10000.se troua solamente.496.& da.1000.per fin a.10000.se troua solamente.8128.

Diffinitione.viii.

8 Numero habondante e detto quello che e minore de tutte le sue parte.

Il Tradottore.

SI come sono.12.24.36.48.& altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sopravanzono il detto numero come appare in el.12.el quale ha la mita (che e.6.)ha la terza(che e.4.)ha la quarta(che e.3.)ha la sesta(che e.2.) etiam ha la duodecima(che e.1.)lequal parte gionti insieme sono apponto.16.laqual summa per esser maggior del detto.12.tal numero sara detto habondante il medesimo se dira delli altri simili.

Diffinitione.ix.

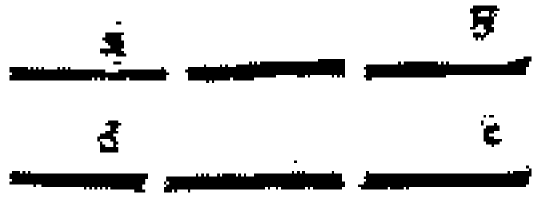
2 Et numero dimenuto e detto quello che e maggiore de tutte le sue parti.

Il Tradottore.

SI come sono.8.10.14.16.& altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sono minore del detto numero,cioe al contrario del numero habondante come appare in.8.el quale ha la mita (che e.4.) ha la quarta (che e.2.) & ha la ottaua(che e.1.)lequal parti gionti insieme fanno apponto.7.la quale summa de parti e minore del detto.8.il medesimo si deve intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

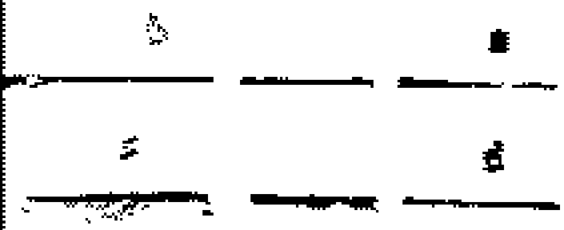
1 Se seranno duoi numeri superficiali simili,quello che uien produtto dal dutto dell'uno in l'altro e necessario esser numero quadrato.



SIano.a.& b.superficiali simili della moltiplicatione di quali peruenga.c.dico.c.esser numero quadrato,& per dimostrar questo sia dutto.a.in se & per uenga.d.(& per la decima ottaua del settimo)sera del.d.al.c.si come del.a.al.b.& perche fra.a.&.b.cade un mezzo secondo la continua proportionalita(per la decima settima del ottauo)seguita(per la ottaua del medesimo)che anchora vno ne cada fra il.d.&.c.adonque conciosia che.d.sia quadrato(per la vigesima prima del medesimo)sera.c.anchora quadrato,che e il proposito.

Theorema.ii. propositione.ii.

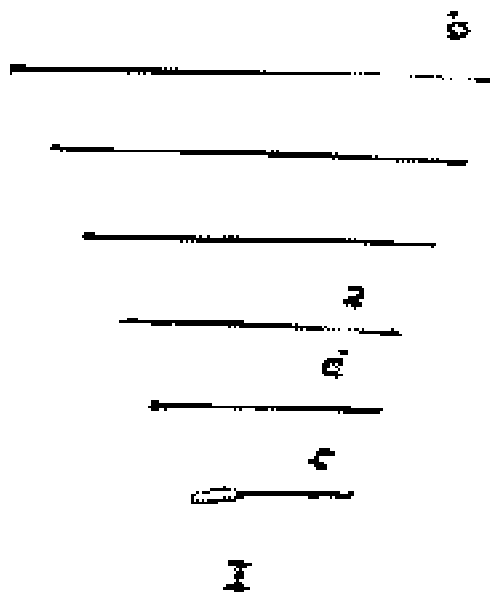
2 Qualunque duoi numeri,che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si produca numero quadrato,sono superficiali simili.



Questa e conuersa della prima, cioe che se dal .a. in .b. sia fatto .c. & che .c. sia quadrato seranno .a. & .b. superficiali simili. Hor sia .d. il dutto dal .a. in se & (per la decima ottaua propositione del settimo libro) sera del .d. al .c. si come del .a. al .b. (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che .d. & .c. sieno superficiali simili (imperoche sono ambidui quadrati) sera fra quelli vno numero medio secondo la continua proportione adonque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne sera anchora vno fra .a. & .b. adonque (per la decima ottaua propositione del medesimo) .a. & .b. sono superficiali simili, che e il proposito.

Correlario.

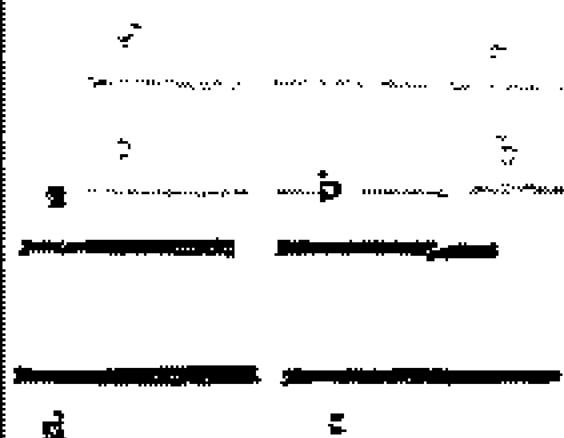
2 Adonque per queste dimostrationi fatte e manifesto che se un nu-
6 mero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quegli sera produtto e necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia produtto numero quadrato, quello tale numero e necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia produtto numero quadrato, quel tal numero e necessario esser non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli sera produtto e necessario esser non quadrato.



La prima parte de questo correlario e manifesta (per la premessa, perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda e manifesta da questa conciosia che solo il quadrato e simile al quadrato. La terza parte e manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del conseguente. Et la quarta e manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del conseguente.

Theorema .iii. propositione .iii.

2 Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che sera pro-
5 dutto da quello sera cubo.

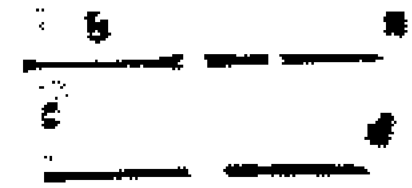


Sia .a. numero cubo dal qual dutto in se sia fatto .b. dicho .b. esser cubo perche essendo .c. il lato cubico de .a. & dal .c. in se, sia fatto .d. e manifesto adonque che dal .c. in .d. vien fatto .a. sono adonque la vnita, .c. .d. .a. continuamente proportionali, laqualcosa (per la decima ottaua propositione del settimo libro & per li presenti presupposti) e manifesto. Et perche dal .a. al .b. e si come dalla unita al .a. imperoche quante volte e la vnita in .a. tante volte sera .a. in .b. seranno fra .a. & .b. dui numeri medii secondo la proportionalita continua (per la ottaua propositione dello ottauo libro) conciosia adonque che .a. sia cubo (dallo presupposito) sera anchora (per la vigesima prima del medesimo) .b. cubo che bisognaua dimostrare.

Theorema .iiii. Propositione .iiii.

4 Se un cubo sia dutto in un altro cubo, quello che da tal multiplica-
4 tione sera produtto sera cubo.

Sia'o.a.&.b.cubi, & dal.a.in.b.sia fatto.c.dico.c.esser cubo,& per dimostrare tal cosa.sia dutto.a.in se medesimo e sia fatto.d.(per la precedente)el detto d.sera cubo, & (perche per la decima otta propositione del settimo) del.a.al.b, e si come del.d.al.c.(per la vigesima quarta del ottavo)e manifesto.c. esser cubo che e il proposito.

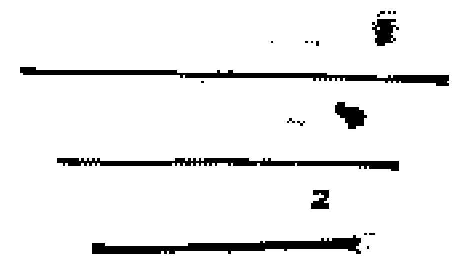


Theorema.v. Propositione.v.

5 Se uno numero cubo sera dutto in un altro numero, & che lo pro
5 dutto sia cubo, lo numero nelqual e stato dutto e necessario esser cubo.

Exempli gratia sia.a.numero cubo.& quel dutto nel numero.d. producia.c. el qual.c.sia numero cubo.dico.b.esser cubo Et per dimostrare questo sia fatto.d.dal dutto del.a.in se elqual(per la avante della precedente)sera cubo,perche adonque(per la decima ottava propositione del settimo). a.al'b.e si come d.al.c.&.a.e cubo &.d.&.c.sono cubi (per la vigesima quarta del ottavo libro) b. sera cubo che e il proposito.

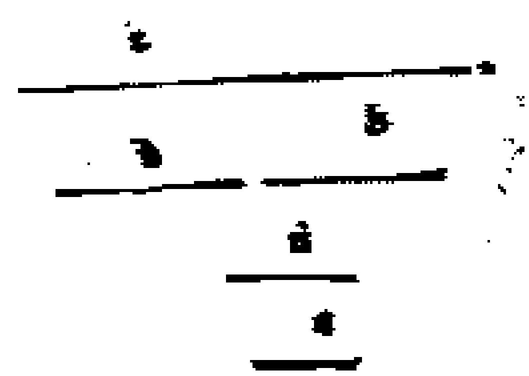
Correlario.



6 Onde e manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno nume
6 ro non cubo vien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che vien produtto da quelli sera non cubo, quel numero nelquale sera stato dutto e necessario esser non cubo.

La prima parte del correlario e manifesta per questa quinta dalla destruttione del conseguente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del conseguente

Theorema.vi. Propositione.vi.



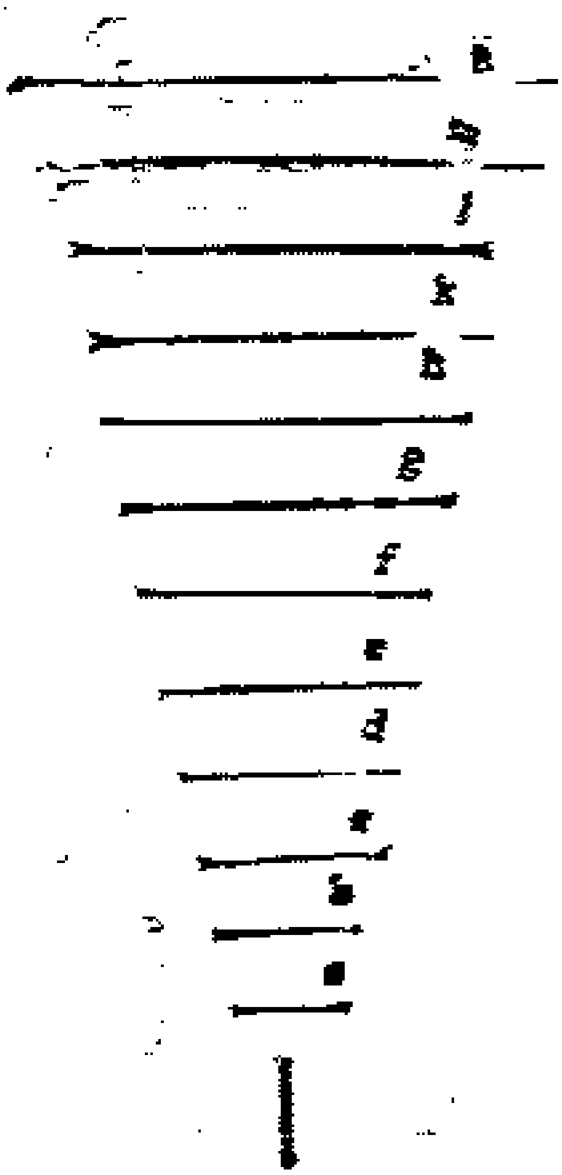
6 Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia produtto nume
6 ro cubo el se approva quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal.a.in se medesimo sia fatto.b.& sia.b.cubo.hor dico necessariamente.a.esser cubo.& per dimostrar questo sia fatto.c.dal.a.in.b. & (per la diffinitione).c.sera cubo,& perche e manifesto (dalla decima ottava propositione del settimo) che sia del.a.al.b.si come del. b. al.c.& concio sia che.b.& c.sian cubi,seguita(per la vigesima quarta propositione del ottavo libro). a.esser cubo che e il proposito.

Teorema.vii. Propositione.vii.

7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si voglia,quello
7 che da tal multiplicatione sera prodotto sera solido.

Sia.a.numero composito,el qual sia dutto in.b.& pervenga.c dico. c. esser numero solido perche concio sia che.a. sia numero composito vien numerato da a i cun numero elqual sia.d.& numeri quello secondo.e.perche adonque dal e.in.d.vien fatto.a.& dal.a.in.b.vien fatto.c.(per la diffinitione di solidi)serano solido & li lati di quello serranno.c.d.b.che e il proposito.



Theorema.viii. Propositione.viii.

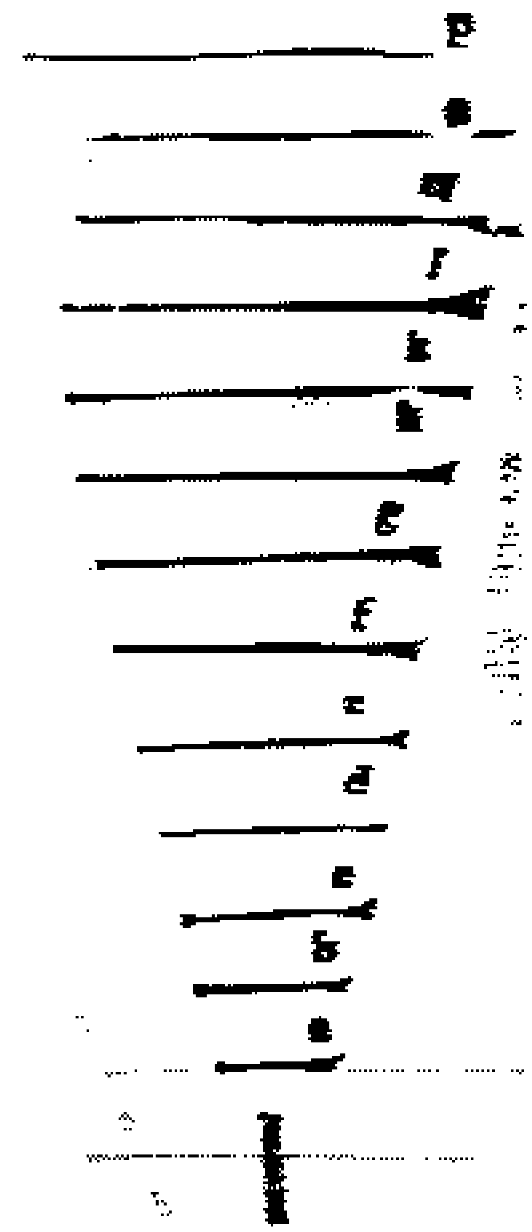
Se seranno piu numeri dalla unita continuamente proportionali el terzo dalla unita sera quadrato, & da li in drio sempre intermesso uno, & il quarto dalla unita sera cubo & da li in drio sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unita e quadrato cubico & da li indrio sempre intermessi cinque seguitara continuamente quadrato cubico.

Siano dalla vnita.a.b.c.d.e.f.g.h.K.l.m.n. continuamente proportionali dico.b.esser quadrato & el.d.(interlassando el.c.) & cosi li altri sempre interlassando vno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo, el quinto, el settimo. Anchora dico.c.essere cubo & similmente.f.(cioe interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ogniuno semplicemente e cubo, el luoco del quale sopravanza dalla vnita per il ternario, ouero qual si voglia moltiplice de esso ternario, sopra la vnita come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzodecimo, & il sestodecimo, perche in questi contengono tutti quelli che interlassano li duoi. Et anchora dico.f.dalla vnita settimo, esser quadrato cubico. Perche & similmente vi e intermessi, ouero interlassati cinque numeri. El medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luoco del quale sopravanza dalla vnita per el numero senario (ouero per qual si voglia moltiplice di esso senario) come sono el settimo, el terzodecimo, el decimonono, & el vigesimo quinto, esser quadrato cubico, ergo quadrato perche el luoco de quello e dispare, & cubo perche sopra el moltiplice del ternario avanza la vnita. certamente tutti li moltiplici del senario e necessario esser anchora moltiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (del presupposito).a.e in.b.quante volte e la vnita in.a. adonque.b.(per la diffinitione) e quadrato, perche adonque.b.c.d.sono continuamente proportionali essendo.b.quadrato e manifesto (per la decima ottaua propositione, ouer vigesima prima del ottauo libro).d.esser quadrato & per la medesima ragione.f.perche.d.e.f.sono continuamente proportionali & il.d. e quadrato el medesimo in tutti li altri dell'uno intermesso, adonque il primo proposito e manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo.b.in.c.quante volte e.a.in.b.(dal presupposito) seguita (per la diffinitione) che dal.a.nel suo quadrato.b.sia fatto.c.adonque (per la diffinitione di numeri cubi).c.e cubo, & perche.c.d.e.f.sono continuamente proportionali, & similmente.f.g.h.K.& .c. e cubo e necessario (per la vigesima & vigesima seconda propositione del ottauo libro) che.f.anchora sia cubo, e pero etiam.K.& el medesimo in tutti li altri da duoi interlassati, per laqual cosa e manifesto el secondo proposito. Et perche li del settimo termine.f.& in el terzodecimo.n. & li altri interlassando li cinque medii & simplicemente in tutti quelli di quali el luoco sopra qual si voglia moltiplice del senario aggionge la vnita le computationi sono terminate de quadrati & de cubi. de quadrati per la intermissione di vno termine de cubi per la intermissione de duoi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubici (per la seconda) per la qual cosa le dette computationi sono terminate di quadrato cubico Adonque tutto quello che e detto e manifesto.

Theorema.ix. Propositione.ix.

Se dalla unita seran disposti quanti numeri si voglian di continua proportionalita

proportionalita, se quello che seguita la unita sara quadrato, tutti li altri anchora saranno quadrati. & se quello che seguita la unita sara cubo, tutti li altri anchora saranno cubi.



SIano quelli medesimi per avanti posti dalla unita continuamente proportionali, & sia .a. quadrato, dico tutti li altri esser quadrati, over se el medesimo sara cubo similmente, dico tutti li altri esser cubi, perche eglie manifesto .b. essere quadrato (per la precedente) perche adonque del .a. al .b. e si come del .b. al .c. (per la vigesimaprima dell'ottavo) seguita .c. esser quadrato, el medesimo anchora (per la decimanona & vigesimaprima del medesimo) tu puoi a seguire, delli seguenti il medesimo, & per il medesimo modo, gia qualcosa e manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che .b. sia fatto del .a. in se medesimo, se .a. sara cubo esso anchora (per la terza sara cubo) & (per la premessa) e manifesto .c. esser cubo, adonque (per la vigesimaquarta del ottavo) tu approvarai .d. & tutti li altri seguenti essere cubi, perche e del .a. al .b. si come del .c. al .d. el medesimo anchora tu poi arguire (per la vigesima over vigesimaseconda del medesimo) perche .a. b. c. d. & .b. c. d. e. & tutti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema .x. Propositione .x.

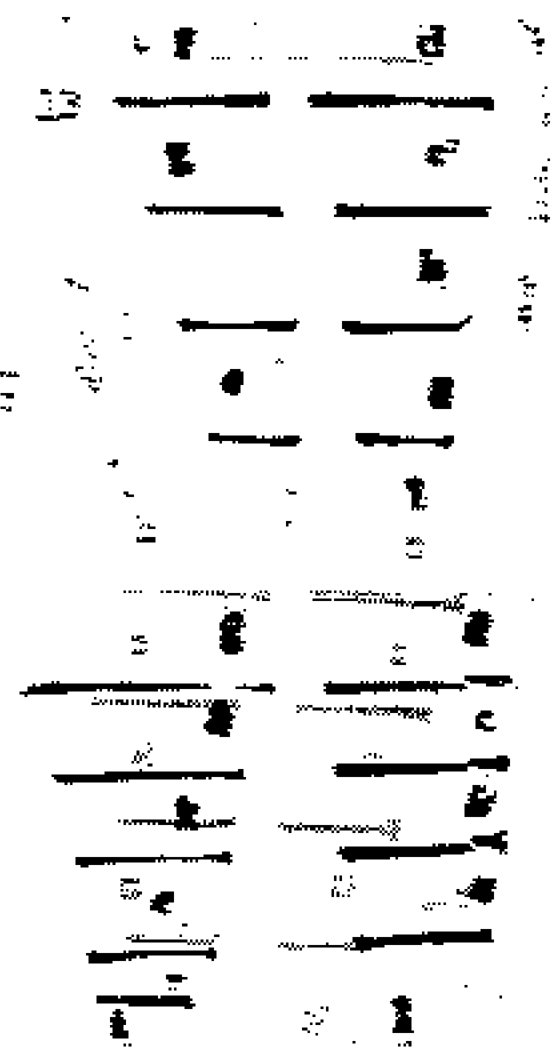
10 Se dalla unita saranno disposti quanti si vogliano numeri de continua proportionalita, se quello che seguita la unita non sara quadrato, alcuno delli altri non sara quadrato, eccetto el terzo dalla unita, & da quelli che da li in drio da uno intermesso si trovano quadrati. & se el secondo dalla unita non sara cubo niuno delli altri sara cubo, eccetto el quarto dalla unita, & da li in drio quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.

QVesta (dal opposito subietto della precedente) introduse la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottava e manifesto tutti li lochi dispari esser quadrati & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, over qual si voglia multiplice di quello avanza la unita esser cubi, siano adonque quelli medesimi per avanti posti continuamente proportionali, & non sia .a. quadrato, ne etiam cubo, hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato overo cubico se non quelli che propone la ottava, perche qual si voglia altro sia posto quadrato. seguita (per la vigesimaterza del ottavo) .a. esser quadrato, & qual si voglia altro sia posto cubo seguita (per la vigesimaquarta del medesimo) .a. esser cubo, di quali luno e laltro e contra al presupposito, adonque e manifesto el proposito.

Theorema .xi. Propositione .xi.

11 Se alcuno numero primo numerara lultimo de quanti numeri si voglia dalla unita disposti di continua proportionalita, e necessario anchora numerare quello che seguita la unita.

12



SIano dalla unita per fin al .d. continuamente proportionali, & sia .e. numero primo, el qual sia posto numerare .d. dico che el medesimo .e. numerara .a. perche se non lo numera sara .a. esso primo (per la vigesima quarta del settimo libro) & perche dal .a. in se vien fatto .b. seguita (per la vigesima ottava del medesimo libro) che esso anchora sia primo al .b. & (per la vigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al .c. & al .d. impero che da .a. in .b. vien fatto .c. & dal medesimo in .c. vien fatto .d. adonque quel non numera .d. essendo primo a esso.d. per laqualcosa accade el contrario del presupposito. A demostrare el medesimo altramente, essendo.e. primo, sel non numera.a. sera primo a esso (per la vigesima quarta del settimo) adonque (per la vigesima quinta del medesimo) seranno minimi in la sua proportione. ma perche.e. (dal presupposito) numera d. sia che lo numeri secondo.f. veramente e manifesto che dal.a.in.f. vien fatto d. (per la seconda parte della vigesima del settimo) sera del.a. al.e. si come del.f. al.c. per laqualcosa (per la vigesima seconda del medesimo).e. numerara.c. sia che'l lo numeri secondo.g. & perche dal.a.in.b. vien fatto.c. seguita anchora (per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo.e. numeri el.b. hor sia adonque che lo numeri secondo.h. & perche vnaltra volta dal.a.in.g. vien fatto.b. vnaltra volta e necessario (per le medesime propositioni) che el detto.e. numeri esso.a. & gia e stato supposto che'l non lo numeri adonque seguita lo impossibile,

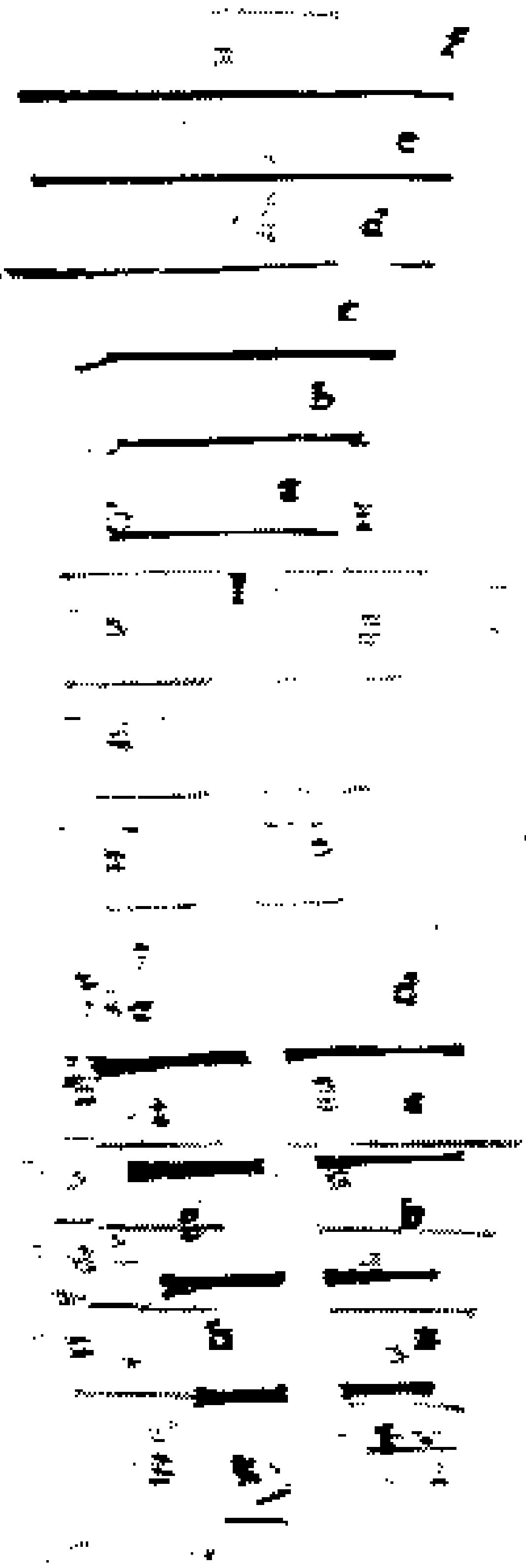
Theorema.xii. Propositione.xii.

12 In li numeri della unita continuamente proportionali el minore
11 numerara el maggiore secondo alcuno numero disposito in quella proportionalita.

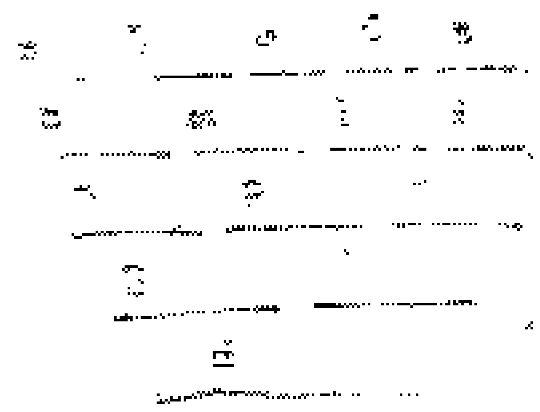
Siano termini dalla vnita per fin al.f. continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare.f. se non secondo alcun delli altri, perche egli e manifesto che.e. numera esso.f. secondo.a. perche da.e.al.f. e si come dalla vnita al.a. & d. numera el medesimo.f. secondo.b. perche (per la equa proportionalita) el.d.al.f. e si come la vnita al.b. del.c. anchora e manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo le medesimo. per medesimamente anchora.a. numera esso.f. secondo.e. imperoche si come la vnita al.a. cosi e.a.al.f. &.b. lo numera secondo.d. perche si come la vnita al.d. cosi e.b.al.f. vero e adonque quello che e sta proposto. Certamente ciascaduno termine che se preponi numerare l'ultimo de quanti termini sera sotto l'el vno el se convene (per la equa proportionalita, & per la diffinitione) numerare quello per el numero de quel termine che per altri tanti termini sera sopra alla vnita.

Theorema.xiii. propositione.xiii.

13 Se quello numero che seguita la unita, de quanti numeri si voglia
15 dalla unita continuamente proportionali sera numero primo, niuno numero numerara el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalita.

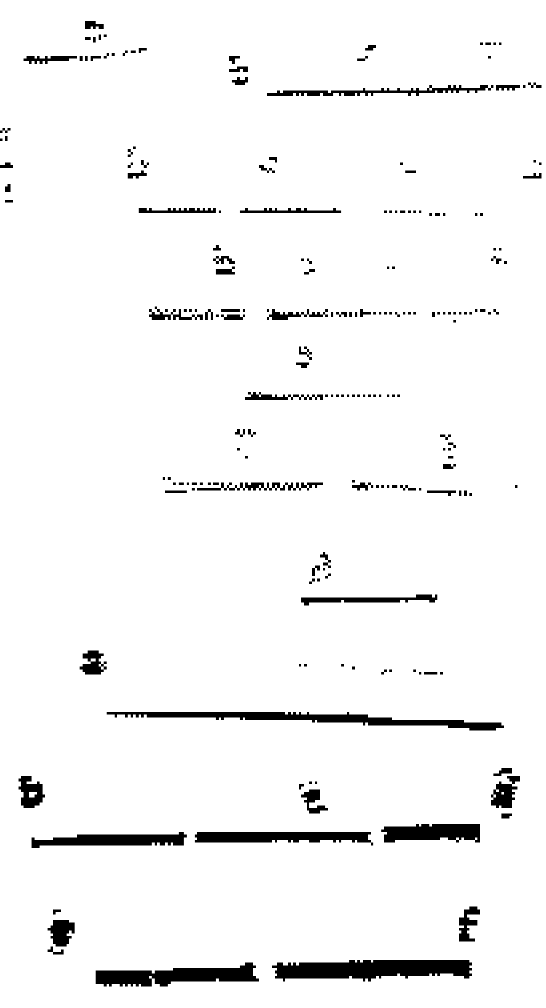


Siano come per auanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla vnita per fin al.d. & sia.a. numero primo. dico che niuno numero numerara l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli saluo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, ouero quello che sia sta posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'aduersario) ponamo che sia.e. diuerso da quelli che numeri el.d. el qual.e. se sera primo (per la vndecima mostrata) adonque.a. non e primo che contra il presupposito. Ma se esso sera composito e necessario (per la trigesima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello el qual non pol esser niuno altro saluo.a. perche se egli e altro che.a. (per pa[illegible]) come seria a dire. f. & conciosia che'l sia necessario quello numerar d. se seguira el medesimo numerar. a. (per la undecima) e cosi anchora. a. non seria primo adonque. a. e primo numerante. e. ma perche. e. numera. d. sia che'l lo numeri secondo. g. & (per la seconda parte della vigesima del settimo libro) sera. a. al. e. si come. g. al. c. (perche. d. vien fatto dal. a. in. c.) per laqualcosa. a. numerando. e. & g. numerara. c. & sia che'l lo numeri secondo. h. & seguira che. a. numeri. g. per quelle ragioni per lequale seguitava che numerava. e. altramente se. g. e primo numerando. c. seguira (per la undecima) esso numerar. a. & seglie composto (per la medesima) seguira el numero primo numerante. g. numerare etiam. a. che e inconueniente. adonque. a. numera quello seguira adonque (per la seconda parte della vigesima del settimo) che. h. numeri anchora. b. imperoche e manifesto. c. esser produtto si dal. a. in. h. come del. g. in. b. adonque esso. h. numeri esso. b. secondo. k. Et e manifesto (come per avanti del. g.) che. a. numeri. h. per che se non lo numera non sera. a. primo. Adonque (per la seconda parte della vigesima prima del settimo) seguita che. k. numeri. a. perche. b. e fatto si dal. a. in se medesimo come del. h. in. k. & e manifesto. k. non esser. a. perche niuno di numeri. g. h. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche se. g. fusse alcun de quelli, conciosia che esso numeri. d. secondo. c. seria (per la precedente) anchora. c. alcuno de quelli & quel non era del presupposito, adonque ne etiam. d. g. ne sera, similmente conciosia che. h. numeri. c. secondo. g. non sera. h. alcun di. a. b. c. perche el seria (per la precedente) anchora. g. & e stato dimostrato qualmente el non e. adonque per la medesima ragione ne. h. ne. k. conciosia che esso numeri. b. secondo. h. se quel fusse. a. se conuenerria (per la precedente) anchora. h. esser. a. & gia non era ne. K. adonque sera. a. & numera quello adonque. a. non e primo laqualcosa e impossibile. ¶ A demostrare el medesimo altramente se. e. diverso da. a. b. c. d. numerara. d. sia che'l lo numeri secondo. f. & perche. a. numero primo numera. d. produtto dal. e. in. f. seguira per la trigesima quinta del settimo, che quel numeri. e. over f. numeri adonque. e. perche adonque si del. a. in. c. come del. e. in. f. vien fatto. d. per la seconda parte della vigesima del settimo, sera del. a. al. e. si come del. f. al. c. adonque. f. numera. c. sia che'l lo numeri secondo. g. & per la trigesima quinta del settimo sera anchora che. a. numeri. f. over. g. & sia che numeri. f. & seguira per la seconda parte della vigesima del medesimo che. g. numeri. b. & sia che lo numeri secondo. h. come per avanti adonque. a. numerara. g. over. h. & sia che numeri. g. adonque. h. per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerara. b. adonque se. h. non e equale al. a. non sera primo, che e contra il presupposito. Ma se la sera equale al. a. ciascaduno di numeri. g. f. e. seran alcuno di. a. b. c. d. per la precedente, tolta quante volte bisogna. Adonque. e. non e diverso da quelli laqualcosa e anchora contra al presupposito, per tanto e manifesto esser el vero quello che fu proposito.



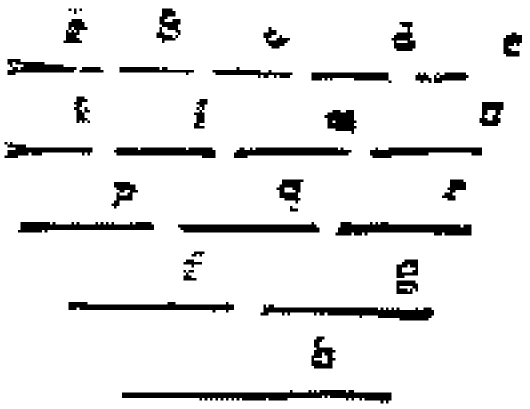
Theorema .xiiii. Proposicione .xiiii.

Se sera proposto el minimo numero, numerato da piu numeri primi assignati, niun altro numero primo, numerara quello eccetto che quelli assignati.



Sia. a. el minimo numero numerato dalli numeri primi, che sono. b. c. d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerara. a. & se possibel fusse per l'auersario che uno altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia. e. equale. e. numeri quello secondo. f. adonque perche cadauno di numeri. b. c. d. numera. a. produtto de. e. in. f. & cadauno de quelli e primo, seguira (per la trigesimaquinta propositione del settimo libro) che ciascaduno de quelli nu meri .e. overo .f. ma perche nissimo numera .e. conciosia che egli e primo, adonque ciascaduno di quelli numera .f. conciosia adonque che .f. sia minore de .a. (per che lui numera quello secondo .e.) .a. non sara el minimo numerato da quelli, la qualcosa e inconveniente.

Theorema .xv. Propositione .xv.

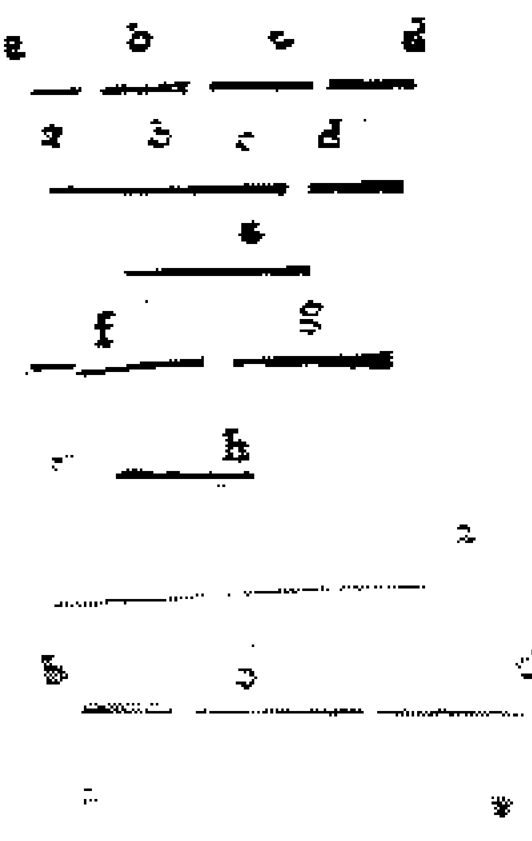


15 Se quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, seranno
o li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero che nume-
ri alcuno de quelli, sara commensurabile a laltro di termini di quel
la proportione.

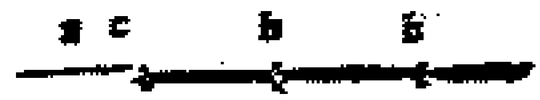
SE siano .a.b.c.d.e. continuamente proportionali, & li minimi secondo la proportione de .f. al .g. liquali siano per tu la sua proportione minimi, & essendo posto .h. numerare .c. dico che .h. e commensurabile al .f. overo al .g. perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano .k.l.n.m. egli e ma nifesto (per la seconda propositione dello ottavo libro) che dallo .f. in .m. viene fatto .c. altramente accaderia esser vno minore del minimo, laqual cosa esser non puo. adonque (per il corelario della trigesimaquinta propositione del settimo libro) .h. sara commensurabile allo .f. overo allo .m. ma se la sara commensurabile allo .f. e manifesto el proposito, ma se sara commensurabile allo .m. siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano .p.q.r. & (per la seconda propositione dello ottavo libro) sara che .m. sia fatto de .f. in .r. accio che non siamo constretti a conceder esser alcuno minore del minimo, per laqualcosa (per il predetto corelario) .h. e commensurabile allo .f. overo allo .r. ma perche non era commensurabile allo .f. perche essendo cosi si manifestaria il proposito: adonque e commensurabile allo .r. elquale per esser fatto (per la seconda propositione dello ottavo libro) dal .g. in se seguita (per il detto corelario) che .h. sia commensurabile al .g. che e il proposito.

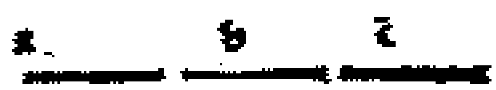
Theorema .xvi. Propositione .xvi.

16 Se seranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali, &
15 minimi in la sua proportione, qual si voglia di quelli, se approva ne
cessariamente essere primo al composito delli rimanenti.



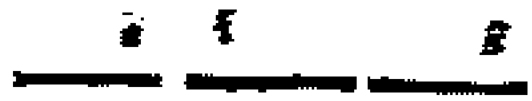
SIano .a.b.c.d. continuamente proportionali, & minimi, dico che el composito de .a.b.c. essere primo al .d. perche sel non sara primo (per lo adversario) al cuno numero numerara el detto composito de .a.b.c. & .d. elqual sia .e. per la precedente propositione) adonque .e. sara communicante a uno de duoi termini di quella proportione, liquali siano .f. & .g. adonque sara alcuno numero numerante .e. & luno delli detti duoi termini .f.g. elquale sia .h. perche adonque .h. numera .e. numerara .d. & el composito de .a.b.c. & perche numera .f. overo .g. numero & laltro de quali numera luno & laltro di duoi termini di mezzo, & simplicemente tutti se saranno piu de duoi (per la seconda dellottavo) seguita che esso numeri .b. & .c. adonque numera anchora .a. perche numera tutto .a.b.c. adonque .a. & .d. non sono contra se primi, laqualcosa non e conveniente (per la terza dellottavo) simil mente anchora si manifestara el composito de .a.b.d. esser primo al .c. perche in se no per auanti) el si numera ambiduoi, seguita (per la precedente) che alcun numero, elqual sia anchora .h. numeri .e. & lun di duoi .f.g. adonque .h. numera .c. & tutto .a.b.d. & .a.b. (conciosia che luna e laltra radice numera tutti li termini di mezzo adonque numera et il composito de .a. & .d. & perche necessariamente numera lun di duoi .a. overo .d. conciosia che per la precedente lui numera o lun o laltro di duoi termini .f. over g.) numerara il rimanente, Adonque, a. & d. non sono contra se primi & cosi se ra il medesimo inconueniente come per auanti. Ma alcuni demostrano il mede simo de tre quantita continuamente proporcionale, & minime senza ausilio del la precedente, perche approuano el composito de qualunque dvoi esser primo al rimanente. siano adonque li tre numeri continuamente proporcionali, & mi nimi. a. b. c. li termini di quali siano. d. & e. Dico al presente che el composito del a. & b. esser primo al. c. & el composito de. b. & c. esser primo al. a. e anchora il cō posito dei. a. & c. esser primo al. b. perche egli e manifesto (per la seconda propo sitione del ottauo) che dal. d. in se vien fatto. a. & dal dutto del medesimo in. e. vien fatto. b. & dal. e. in se vien fatto. c. & (per la vigesima terza del settimo) e manifesto che. d. & e. sono contra se primi adonque (per la prima parte della vigesima prima del medesimo) tutto. d. e. sera primo al l'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno, e l'altro di dvoi numeri. d. & d. e. e primo al. e. & (per la vigesima seconda del medesimo) quello che vien produtto dal. d. in. d. e. (& quel lo e il composito de. a. & b.) sera primo al. c. seguita adonque (per la vigesima ottaua del medesimo) che anchora il composito de. a. & b. sia primo al. c. perche c. vien fatto dal. e. in se. ¶ Anchora con simil demostratione tu approuerai il com posito de. b. & c. esser primo al. a. Ma che il composito del. a. & c. sia primo al. b. se demostra in questo modo, conciosia che l'uno, e l'altro di dvoi numeri. d. & e. sia primi a tutto. d. e. (per la vigesima settima del. 7.) sera che q̄llo che viene produtto del. d. in. e. (cioe il. b.) esser primo al. d. e. adonque (per la vigesima ottaua del medesimo) quello che peruien dal. d. e. in se (equale (per la quarta del secondo) a tutto quanto el composito del. a. & c. & del doppio del. b.) sera primo al. b. Seguita adonque el composito de. a. & c. esser primo al. b. perche egli e, ne cessario che sel composito de dvoi termini e primo a uno di quelli dalli quali e composto, sia primo al restante, etiam li componenti fra loro & questo e stato di mostrato sopra la vigesima prima del settimo. Ma bisogna hauer tal consideratione de questa demostratione el composito del. a & b. esser produtto dal. d. in el composito del. d. & e. supposito che dal. d. in se sia fatto. a. & dal medesimo in. e. sia fatto. b. & anchora che dal. d. e. in se sia produtto il composito del. a. & c. & del doppio del. b. supposito quello che per auanti, etiam che dal. e. in se sia fatto. c. Adonque per rispetto de questo proponemo da demostrare se faro settime.

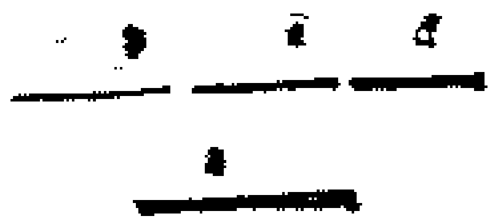




1 Quello che vien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si uoglia e tanto, quanto quello che vien fatto del medesimo, nel composito di quelli.

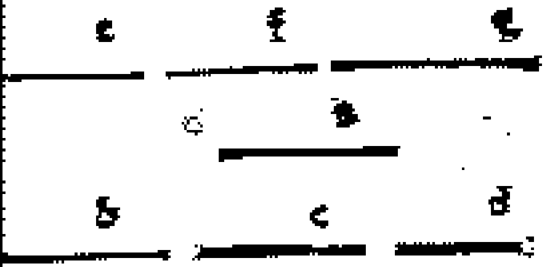
Il medesimo propone la prima del secondo de linee. hor sia che dal. a. in. b. & in. c. & in. d. peruenga. e. & f. & g. Dico che dal. a. nel composito de. b. & c. & d. peruien il composito de. e. & f. & g. perche el seguita (per la conuersione de quello numero, che si multiplicado) che tal parte sia. b. de. e. & tal. c. del. f. e tal. d. del. g. quale e la unita del. a. (per la quinta del settimo) adonque tal parte sera il composito de. b. & c. & d. del composito del. e. & f. & g. quale e la unita del. a. adonque (per la diffinitione) dal. a. nel composito de. b. & c. & d. vien fatto il composito de. e. & f. & g. che e il proposito.





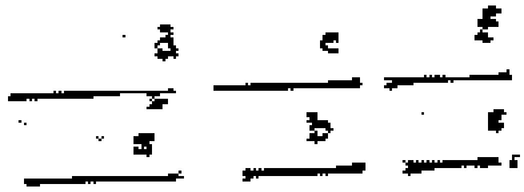
2 Quello che vien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglian in uno numero, e equale a quello, che viene fatto dal composito de quelli, nel medesimo.

Questo e il conuerso modo de quello che e stato demostrato.

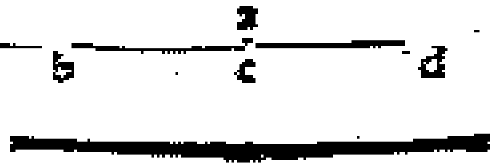


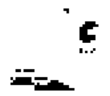
Come se dal.b.&.c.&.d. in.a. fian fatti.e.&.f.&.g. el composito anchora vien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa (per quello che e dimostrato dalla decima settima propositione del settimo libro) vien concluso facilmente el proposito.

3 Quel produtto che vien fatto dal dutto de quanti numeri si voglia in quanti altri si voglia, e equale a quello che vien fatto dal composito de questi inel composito de quelli.



Come se.a.b.c. multiplichino.d. e.f. cioe cadauno de loro in cadauno de quelli & siano aggionti li produtti insieme dico lo aggregato delli produtti esser equale al produtto del composito de.a.&.b.&.c. inel composito de.d.&.e.&.f. perche (per la precedente) il produtto che vien fatto dal composito de.a.b.c. in.d. e quanto quello che vien fatto a vno per vno in esso.d. & cosi in.e.& in.f. & del composito de questi.a.b.c. in cadauno de quelli.d.e.f. (per avanti la precedente) e quanto che del composito inel composito. Adonque e manifesto il proposito.





4 Diviso che sia un numero in quanti parti si voglia, tanto sera quel produtto che vien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che vien fatto de quello in tutte le sue parti.

IL medesimo propone la.2. del secondo de linee come se.a. fusse diviso in.b.&.c.&.d. dico che tanto vien fatto del.a. in se quanto in tutti quelli.b.c.d. perche posto.e. equale al.a. e manifesto (per la prima di queste incidente) tanto esser fatto del.e. in.a. quanto in tutte le parti de.a. Ma (per la conversione) del.e. in.a. vien fatto quanto del.a. in se & del.e. in le parti de.a. quanto del.a. inel medesimo.e. adonque e manifesto esser il vero quello che fu detto.

5 D'ogni numero diviso in duoi, quel produtto che vien fatto del tutto, in l'uno di dividenti, e tanto quanto quello che vien fatto del medesimo dividente in se, & in l altro.

IL medesimo propone de linee la terza del secondo in linee, exempli gratia, Sia.a. diviso in.b.&.c. dico produrse tanto del.a. in.c. quanto che del.c. in se & in.b. perche quello che vien fatto del.a. in.c. e quanto quello che vien fatto del.c. in.a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto.d. equal al.c. sera tanto del.a. in.c. quanto del.d. in.a. Ma (per la prima di queste) tanto e del.d. in.a. quanto che in.b.&.c. perche adonque.d. in.a.& in.b.& in.c. e quanto.c. in.a.& in.b.& in se per la equalita del.c.& de.d. e manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diviso lo produtto che vien fatto del dutto del tutto in se e quanto quello che vien fatto del dutto dell'uno e l'altro di dividenti in se, & dell'uno de quelli, due volte in l'altro.

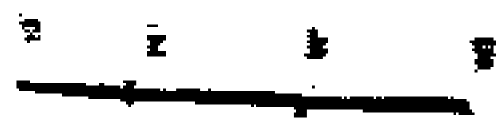
IL medemo in linee propone la quarta del secondo, come se.a. sia diviso in.b.&.c. dico tanto esser fatto del.a. in se quanto del.b. in se & del.c. in se & del.b. due volte in.c. perche (per la quarta de queste) quello che vien fatto del.a. in se e quanto quello che vien fatto de quel medesimo in.b.& in.c. ma quello che fatto di quello in.b. (per la precedente) e quanto quello del.b. in se & in.c. & del.a. in.c. (per la medesima) e quanto del.c. in se & in.b. & perche del.c. in.b. e tanto quanto del.b. in.c. (per la decima settima del settimo) e chiaro esser el vero quello che se propone.

D'ogni

7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo prodotto che uien fatto della maggiore delle inequale in la minore, con lo quadrato dello intermedio e equale al quadrato della mitade del tutto.

Questo medesimo de liner propone la quinta del secondo, come se a.b. sia diuiso in duoi numeri equali liquali siano a.c. & c.b. & anchora in dui inequali diquali il maggiore sia a.d. & minore d.b. Dico che quel prodotto che vien fatto de tutto a.d. in d.b. con il quadrato de c.d. e equale al quadrato de c.b. Perche (per la precedente) il quadrato de c.b. e equale al quadrato de c.d. & al quadrato de d.b. & a quello che vien fatto del b.d. in c.d. due volte. Ma il dutto del b.d. in se medesimo, & in c.d. (per la prima propositione de queste) fa tanto quanto il dutto di questo medesimo in c.b. & peroquanto che in a.c. adonque del b.d. in se & in c.d. due volte fa tanto quanto del medesimo b.d. in a.d. (per la medesima) adonque il quadrato de c.b. supera quello che vien fatto del b.d. in a.d. nel quadrato de c.d. per il che e manifesto il proposito.

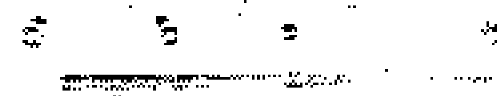
8 Quando sera un numero diuiso in due parti equali, & che a quello sera aggionto uno altro numero, lo prodotto che uien fatto dello dutto de tutto il composito, in lo numero aggionto, con il quadrato della mitade, e equale al quadrato della mita, & dello aggionto insieme.



Questo medesimo de liner propone la sexta del secondo hor sia il numero a.b. diuiso in duoi numeri equali liquali siano a.c. & c.b. & sia aggionto a quello il numero b.d. dico quello prodotto che vien fatto de tutto a.d. in d.b. con il quadrato de c.b. esser equale al quadrato de c.d. perche (per la sexta propositione de queste) il quadrato di c.d. e equale al quadrato de d.b. & al quadrato de b.c. & a quello che vien fatto de b.d. due volte in b.c. ma (per la prima de queste) del b.d. in se & in b.c. due volte e quanto del b.d. in d.a. (perche a.c. & c.b. sono equali) adonque il quadrato de c.d. supera quel prodotto che vien fatto del b.d. in d.a. nel quadrato de c.b. che e il proposito.

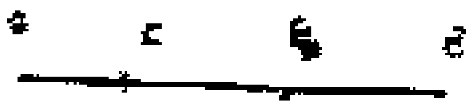
9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel prodotto che uien fatto del tutto in se insieme con quello che uien fatto dell'uno di diuidenti in se e equale a quello che uien fatto del tutto in el medesimo due uolte insieme con quello che uien fatto dall'altro diuidente in se.

IL medesimo propone la settima del secondo de liner perche se sia il numero a. diuiso in b. & d. dico lo quadrato de a. con lo quadrato del d. esser tanto quanto quello che vien fatto dal a. in d. due volte con lo quadrato del b. perche egli e manifesto (per la sexta propositione de queste) che'l quadrato de a. e tanto quanto il quadrato de d. & il quadrato de b. & quello che vien fatto del d. due volte in b. Adonque il quadrato de a. co'l quadrato del d. e tanto quanto quel che vien fatto del d. due volte in se & due volte in b. co'l quadrato de b. Ma quello che vien fatto del d. due volte in se & due volte in b. e quanto quello del d. due volte in a.

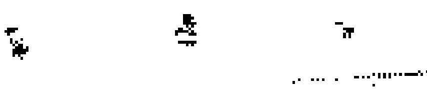


(per la prima de queste) adonque quello che vien fatto del. d. due volte in. a. con il quadrato de. b. e quanto il quadrato de. a. con il quadrato de. d. per laqual cosa e manifesto il proposito.

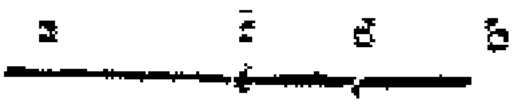
x. Quando uno numero sera diviso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di dividenti, el quadrato de tutto il composito e equale al quadruplo de quello che vien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.



Questo medesimo propone la ottava del secondo de linee hor sia il numero. a. b. diviso in. a. c. & c. b. al qual sia aggiunto. b. d. el qual sia posto equale al. c. b. dico il quadrato de. a. d. esser tanto quanto e quello che vien fatto dal. a. b. in. b. d. quattro volte gionto con il quadrato de. a. c. impero che (per la sesta propositione de questo) il quadrato de. a. d. e equale al quadrato de. a. b. & al quadrato de. b. d. & a quello che vien fatto del. a. b. in. b. d. due volte, & perche il quadrato de. b. d. e equale al quadrato de. b. c. sera il quadrato de. a. d. equale al quadrato de. a. b. & al quadrato de. c. b. & a quello che vien fatto dal. a. b. in. b. d. due volte, ma (per la precedente) il quadrato de. a. b. con il quadrato de. c. b. e tanto quanto il quadrato de. a. c. con quello che vien fatto dal. a. b. due volte in. b. c. adonque il quadrato de. a. d. e tanto quanto quello che vien fatto dal. a. b. in. b. d. due volte & dal. a. b. in. b. c. due volte con il quadrato de. a. c. & perche del. a. b. in. b. c. e tanto quanto in. b. d. e manifesto esser il vero quello che fu proposto.



xi. Quando un numero sera diviso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mita, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme.



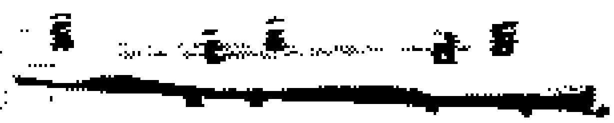
Questo medesimo propone la nona del secondo de linee. hor sia il numero. a. b. diviso in duoi numeri equali (liquali siano. a. c. & c. b.) & in duoi inequali, liquali siano. a. d. & d. b. dico che li quadrati di duoi numeri. a. d. & d. b. tolti insieme, sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri. a. c. & c. d. tolti insieme, perche (per la sesta di questo) il quadrato de. a. d. e quanto li quadrati de. a. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che vien fatto de. a. c. in. c. d. ma perche. a. c. e equale al. c. b. sera il quadrato de. a. d. quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che vien fatto dal. b. c. in. c. d. Adonque li quadrati de. a. d. con il quadrato de. b. d. sono quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che fatto dal. b. c. in. c. d. & il quadrato de. b. d. Ma il doppio di quello che vien fatto dal. b. c. in. c. d. con il quadrato de. b. d. e equale al quadrato de. b. c. & al quadrato de. c. d. (per la nona de questo) adonque li quadrati delli duoi numeri. a. d. & d. b. sono quanto li quadrati delli duoi numeri. b. c. & c. d. duplicati, & perche. b. c. & c. a. sono equali e manifesto il proposito.

xii. Quando un numero sera diviso in due parti equali & che a quello ne sia aggiunto uno altro, El quadrato de tutto il composito con il quadrato dello aggionto, sono doppii al quadrato della mita de quello, con il quadrato del composito, della mita, & dello aggionto.

El medesimo

EL modemo propone la decima del secõdo de linee. Hor sia il numero.a.b.diviso in le due parti equale.a.c.&.c.b.& sia aggiunto a quello il numero.b.d. Dico il quadrato de.a.d.con il quadrato de.b.d.esser doppio al quadrato de.a.c.insieme con il quadrato de.c.d. perche essendo il numero. c.d. diviso in due parti & a quel e aggiunto.a.c.equal a uno de diuidenti, per la decima de questo)sera il quadrato de.a.d.quanto quello che vien fatto del.c.d.in.c.a. quatro volte & poi aggionte con il quadrato de.b.d.& perche.a.c.e equale al.c.b. il quadrato de.a.d.sera quãto qllo che vien fatto del.d.c.i.c.b.quatro volte giõto con il quadrato del.b.d,adonque il quadrato de.a.d.con il quadrato de.d.b. sera quanto quello che vien fatto del.d.c.in.c.b.quatro volte insieme con il doppio del quadrato de.b.d.& quello(per la nona proposition de questo)e doppio al quadrato de.c.d.insieme con il quadrato de.c.b.adonq; pchesia che il quadrato de.c.b.sia equale al quadrato de.a.c.e manifesto il proposito.

17 Egli e impossibile a diuidere alcun numero talmẽte che qllo che vien contenuto sotto dil tutto,& una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.



Quello che propone la vndecima del secondo de far in linee, l'auctor de mostra questo esser impossibile i numeri, hor sia.a.b.qualsi voglia numero dico esser impossibile quello esser diuiso cosi come se propone, perche essendo cosi sera diuiso secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi,come e manifesto per la diffinitione,& per la vigesima proposition del sesto.Et se questo po esser(per l'aduersario)sia diuiso in.c.& sia del.a.c.al.c.b.si come del.b.c. al.c.a.adonque.a.c.sera minore del.c.b.sia adonque detratto da quello uno equale a lui,e quale sia.c.d.adonque perche la proportione de [illegible] [illegible] qual.a.b.e si come del.b.c.(detratto dal.a.b.)al.c.d.(detratto dal.b.c.) la medesima sera del.a.c.(residuo del.a.b.)al.b.d.(residuo del.b.c.)per laqual cosa del.b.c al.c.d.sera si come del.c.d.al.d.b.adonque.c.d.sera maggior del.b.d. Adonque detratto.d.e.de.c.d.(cioe che.d.e.sia equale al.d.b.) sera etiam la proportione de.b.c.al.c.d.si come del.c.d.al.d.e.per laqual cosa cosi sera de.d.b.(residuo de.c.b.)al.c.e.(residuo del.c.d.)adonque si procedera per.c.e.dal.e.d.e per tanto el non si trouara il fine di questa detrattione laqual cosa e impossibile, [illegible] [illegible] nanno al nostro proposito.

Theorema.xvii Propositione.xvii

17 Se serãno duoi numeri contra se primi quanto che e il primo de ise de quelli al secondo,e impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

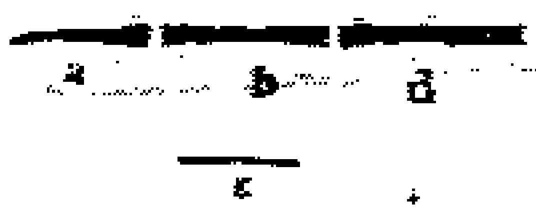
Siano.a.&.b.contra se primi.Dico esser impossibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalita. Perche se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia.c.perche adonque.a.al.b.e si come del.b.al.c.&.a.&.b.sono minimi in la sua proportione(per la vigesima quinta propositione del settimo)seguita (per la vigesima seconda propositione del medesimo) che.a.numera.b.equale cãquelli anchora che i numeri se medesimo.a. &.b.non serãno contra se primi laqual cosa e il contrario di quello che e stato supposto.

Theorema xviii. Propositione xviii.

18 Se li duoi estremi de quanti si voglian numeri continuamente pro-
17 portionali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto e il primo al secondo.

Siano.a.b.c.continuamente proportionali, & siano.a.&.c.contra se primi, dico che non si po esser aggiunto, a quelli un altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) sia.d. serà adonque del.a.al.b.e si come del.c.al.d.permutatamente del.a.al.c.sera si come del.b.al.d.Ma.a.&.c.sono in la sua proportione minimi (per la vigesima quinta del settimo) adonque per la vigesima seconda del medesimo.a.numera.b.per la qualcosa etiam numera.c. perche di numeri continuamente proportionali, sel primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & simplicemente qual si voglia precedente numera qual si voglia sequente, ma perche etiam numera se medesimo, non seranno.a.&.c.contra se primi laqualcosa e inconueniente.

Theorema xix. Propositione xix.



19 Proposti duoi numeri puotemo considerare se possibile a quelli sa
18 trouarsi un terzo continuamente proportionale.

Siano.a.&.b.li duoi numeri proposti, voglio cercar se a quelli pol esser aggionto un terzo sotto continua proportionalita. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile (per la decima settima) Ma se sono composti sia ducto.b.in se medesimo & peruenga.c.il quale se, a lo numera serani un terzo continuamente proportionale. Ma sel non lo numera non gli sera un terzo continuamente proportionale, perche numeraranno quello secondo.d.sera quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e che tamen (per l'aduersario) sia del.a.al.b. si come del.b.al.d. Adonque perche dal.b.in se vien fatto.c.seguita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal.a.in.d.sia fatto il medesimo.c.adonque.a.numera.c. secondo.d.& era posto che'l no lo numeraua p laqualcosa seguita lo impossibile

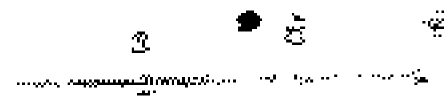
Theorema xx. Propositione xx.

20 Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare
19 se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proportionale.

Siano.a.b.c.continuamente proportionali voglio cercare se un altro pol esser aggiunto, a quelli sotto continua proportionalita.adonque se.a.&.c.sono contra se primi, e impossibile (per la decima ottaua propositione) se sono composti, sia.d.quello che puiene dal.b.in.c.il quale.d.se.a.lo numera sera possibile esserui aggionto un quarto, ma sel non lo numera non sera possibile, perche numeraranno quello secondo.e.il qual.e.sera quello il qual cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e niente di manco (per l'aduersario) che dal.a.al.b.sia si come dal.c.al.e. Adonque perche dal.b.in.c.vien fatto.d.seguita (per la prima parte della vigesima del settimo) che dal.a.in.e.sia fatto il medesimo.d.adonque.a.numera.d.secondo.e.& era posto che'l non lo numeraua.il medesimo tu poi inuestigare in quanti proposti numeri si voglia continuamente proportionali, perche se li duoi estremi

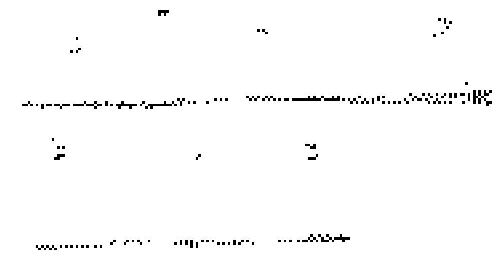
sian

fusse contra se primi la intentione ha fine (per la decima ottava) ma se fusse compositi sel primo numera el prodotto del detto del secondo nel ultimo quel numero secondo el qual lui lo numera e quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) ma sel primo non numera il detto prodotto niun sera che possa esser posto perche posto qual si voglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numeraria el prodotto el qual era posto che'l non lo numeraria che e inconveniente.

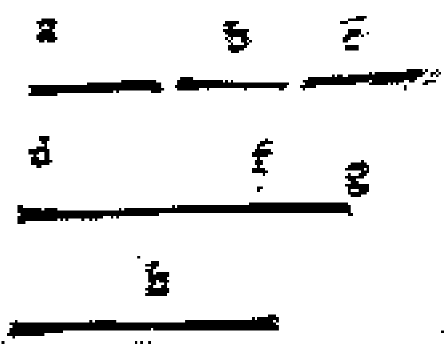


Theorema.xxi. Propositione.xxi.

21 Dati quanti numeri primi si voglia, e necessario esser alcuno nume
20 ro primo da quelli diverso.



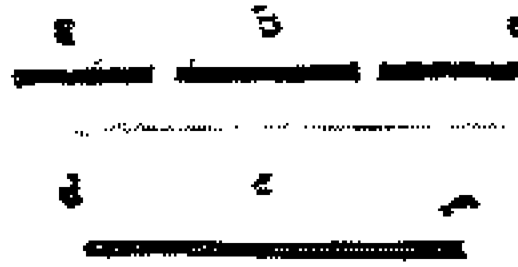
Niente altro se intende de demostrare salvo che li numeri primi sono infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diverso da quelli, perche se sia, d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi al qual aggionta la unita sia fatto, d, g, el qual, d, g, o che egli e numero primo, over composito, se egli e primo e manifesto el proposito, se egli e composito alcun numero primo numera quello el qual sia, h, el qual, h, non e possibile esser alcun di primi propositi, perche se quello fusse alcun de quelli conciosia che qual si voglia de essi numera, d, f, esso anchora numeraria el medesimo, & perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, el quale e la unita la qual cosa e impossibile, & medesimo seguita posto, d, f, qual numero si voglia che sia numerato da, a, b, c, per la qual cosa e manifesto il proposito.



Theorema.xxii. Propositione.xxii.

22 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, ancho
21 ra tutto lo aggregato da quelli sera paro.

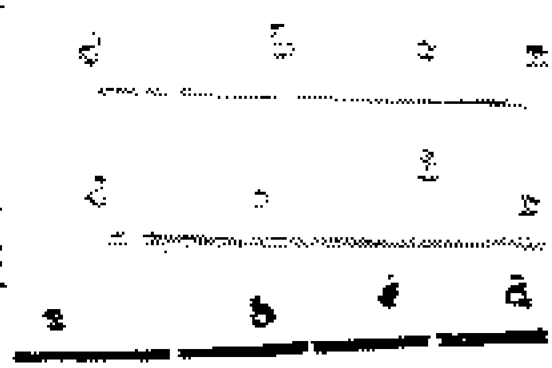
Sia cadauno di tre numeri, a, b, c, paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conversione della diffinitione) ciascaduno da quelli ha la mita, siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, cosi sera del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la terzadecima del settimo) si come del, a, al, d, cosi sera tutto el composito de, a, b, c, a tutto el composito de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mita de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che e il proposito.



Theorema.xxiii. Propositione.xxiii.

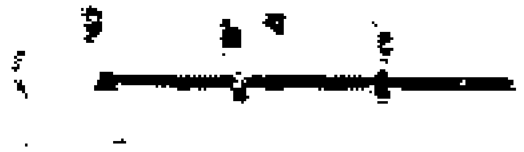
23 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme
22 anchora tutto lo aggregato da quelli sera paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, disparo, dico el composito de quelli esser numero paro, perche levando via a cadauno la unita e manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade levade via componeno numero paro (conciosia che siano de numero pare) e manifesto il proposito per la precedente.



Theorema.xxiiii. Propositione.xxiiii.

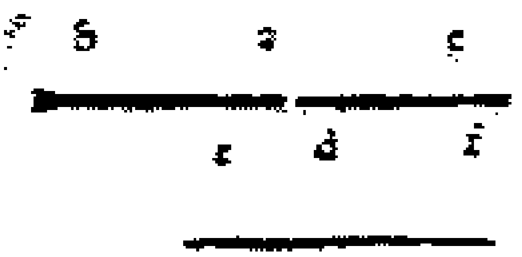
24 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de moltitudine di
23 spara, Anchora tutto lo aggregato da quelli e necessario essere disparo.



Siacadauno di numeri.a.b.c.disparo. dico tutto il composito da quelli esser disparo,perche el composito de. a. & b. (per la precedente) sera paro. & perche.c.leuata via la vnita e paro(per la auanti della precedente)tutto.a.b.c.leuata via la vnita sera paro,adonque(per la diffinitione)e manifesto el tutto esser disparo.

Theorema.xxv. propositione.xxv.

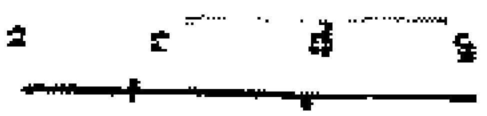
25/24 Se da un numero paro,sia detratto uno numero paro, lo rimanente sera paro.



Sia.a.numero paro,dal quale sia detratto.b,el qual anchora sia paro, & lo residuo sia.c.dico.c.necessariamente esser paro,perche essendo.d. la mita de.a.& anchora.e.la mita de.b.& detratto.e.de.d.sia el rimanente.f.(per la duodecima del settimo)sera de.c.al.f.si co ne de.a.al.d.per la qual cosa,f.e la mita de.c.adonque.c.e paro che e il proposito.

Theorema.xxvi. propositione.xxvi.

25/26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rimanente sera paro.



Sia.a.b.numero disparo dal qual sia detratto.b.c.el qual anchora sia disparo, dico lo rimanente(el qual e.a.c.)esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di detti numeri.a.b.&.b.c.la vnita laqual sia.d.b.& l'uno e l'altro di detti residui(liquali sono.a.d.&.d.c.)sera paro adonque(per la precedente)e manifesto.a.c.esser paro,che e el proposito.

Theorema.xxvii. propositione.xxvii.

27 Se da un numero disparo sera sottratto un numero paro,quello che rimanera sera disparo.

27 Sia.a.b.disparo,dalqual sia detratto.a.c el qual sia paro,dico el residuo.c.b.esser disparo,& per dimostrar questo sia detratta la vnita.b.d.perche.a.d.restara paro,& perche.a.c.e paro(per la vigesima quinta).c.d.sera paro adonque essendo.d.b.la vnita sera.c.b.disparo che e il proposito.

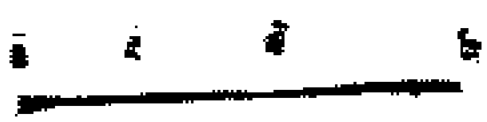
Theorema.xxviii. propositione.xxviii.

28/30 Se da un numero paro tu cauarai un numero disparo quello che rimanera sera disparo.

Sia.a.b.numero paro, dalqual sia tolto.a.c.el qual sia numero disparo dico lo residuo.c.b.esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta la vnita a de.a.c.(la qual sia.e.d)&.a.d.sera paro adonque(per la vigesima quinta)anchora.d.b.sera paro,adonque perche.d.c.e la vnita seguita.c.b.esser disparo che e il proposito.

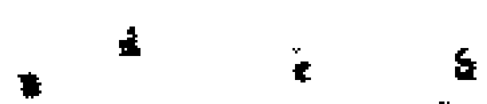
Theorema.xxix. propositione.xxix.

29/25 Sel sera multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel che se produra da quelli sera paro.



¶ Per la vigesima terza e manifesto quello che se dice in questa propositione.

Theorema.xxx. propositione.xxx.



30/29 Se sera multiplicato un numero disparo in un numero disparo quello che produra sera disparo.

¶ Anchora questa(per la vigesima quarta)e manifesta.

Theorema

Theorema.xxxi. Propositione.xxxi.

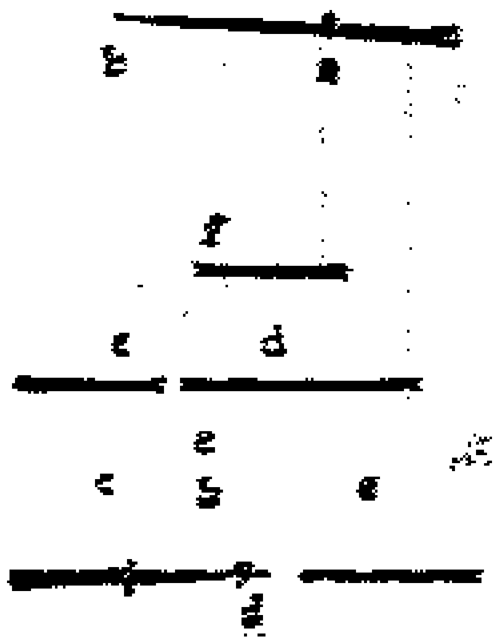
31/0 Se un numero disparo, numerara un numero paro, numerara quello per numero paro.

Perche sel numerasse quello per numero disparo dal ducto del numero disparo in lo numero disparo se produria paro laqualcosa e inconveniente per la precedente.

Theorema.xxxii. propositione.xxxii.

32/0 Se un numero disparo numerara un numero disparo lui numera quello disparmente.

Perche sel lo numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqualcosa e inconveniente per la 29.



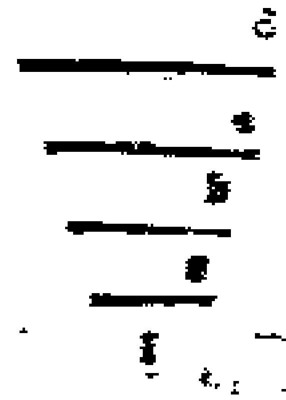
Theorema.xxxiii. propositione.xxxiii.

33/30 Se un numero disparo misurera un numero paro le necessario quel misurare anchora la mitade del medesimo.

Sia .a. numero paro, la mita del quale sia .b. & sia .c. un numero disparo, elqual numeri .a. dico che .c. numerara .b. Hor poniamo che lui numeri .a. secondo .d. & (per la trigesima prima) .d. sera numero paro adonque sia .e. la mita di quello & sia ducto .c. in .e. & pervenga .f. & (per la decima ottava del settimo) del .c. al .f. sera si come del .d. al .e. & perche anchora del .a. al .b. e si come del .d. al .e. seguita esser .b. & .f. equali adonque concosia che .c. numeri .f. el medesimo numerara .b. che e il proposito.

Theorema.xxxiiii. propositione.xxxiiii.

34/31 Se un numero disparo, sera primo ad alcun numero, el medesimo disparo sera primo al doppio del medesimo numero.

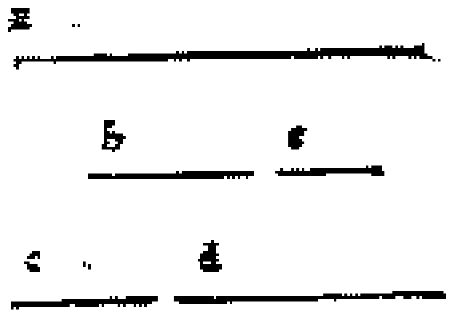


Sia .a. numero disparo primo al .b. el doppio del quale sia .c. dico che .a. e primo al .c. ma essendo altramente (per l'adversario) poniamo che .d. numeri quelli & concosia che .a. sia disparo seguita .d. esser disparo (perche ciascuno numero elqual numera un numero disparo e disparo) per la precedente adonque .d. numerara el .b. adonque .a. & .b. non sono contra se primi laqualcosa e contra el presupposito.

Theorema.xxxv. propositione.xxxv.

Solamente li numeri dal binario doppi sono parimente pari.

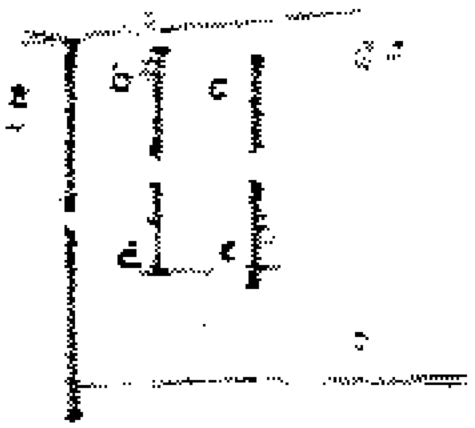
35/32 Siano li numeri .a. b. c. d. dalla unita continuamente proportionali & sia .a. el numero binario, dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro poder esser parimente paro excetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione. che questi siano parimente pari, egli e manifesto (per la diffinitione) concosia che (per la duodecima) qualunque precedente numera qualunque sequente per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcun de loro (per la terzadecima) imperoche .a. elqual e el binario che seguita la unita e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche supponiamo alcuno (per l'adversario) sia diviso in due mita, & la mita di quello in due altre mita, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, over la unita impedisca la divisione laqualcosa e necessario venire (per la ultima petitione) ma se un numero prohibira questa divisione esso sera disparo elqual concosia che lui numeraria el numero posto parimente paro. adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che e inconveniente, ma se sera la unita che prohibisca la divisione (per la .13. over .15.) non sera altro fora delli continuamente doppii dalla unita.



Theorema.xxxvi. Propositione.xxxvi.

36 Lo numero, del quale la mitade e disparo e parimente disparo.
33

Sia .a. vn numero la mitade del quale (la qual sia .b.) sia disparo. dico .a. essere numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia .c. el numero binario adonque e manifesto che dal .c. in .b. vien fatto .a. Hor sia .d. qual si voglia numero paro numerante .a. li qual numeri quello secondo .e. & (per la seconda parte della vigesima del settimo) sera del .c. al .b. si come del .d. al .e. adonque .c. numera .b. perche etiam .c. numera .d. (perche el binario numera tutti numeri pari) sera adonque .e. numero disparo perche etiam .b. era numero disparo. adonque per la diffinitione .a. e parimente disparo, che e il proposito.



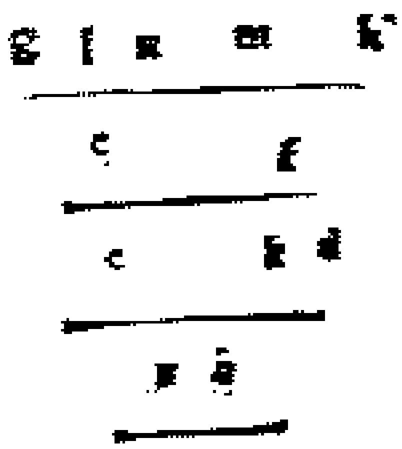
Theorema.xxxvii. Propositione.xxxvii.

37 Ogni numero non di doppi dal binario, che la mita di quello sia pa
34 ro e parimente, & disparimente paro.

Sia el numero .a. non doppio da duoi, del quale la mita (laqual sia .b.) sia pari, dico esso esser parimente & disparimente paro. Hor per dimostrar questo, sia .c. el binario del quale e manifesto che esso numera .a. secondo .b. & perche .a. non e doppio da duoi, e necessario se la mita di quello (laqual e .b.) venga diuisa in altre due mita, & la mita della mita in altre due che finalmente occorrera numero impediente la diuisione, el qual sera disparo (per questo che 'l non recusa la diuisione) & sia questo [illegible] la diuisione .d. certamente e necessario la detta diuisione restare in un numero perche se la peruenisse per fina alla vnita seria .a. di numeri doppi dal binario, el qual (per el presupposito) non e ma del .d. e manifesto che esso numera .a. (per questa seconda, ogni numero numerante vnaltro numera ogni numero numerato da quello) numeri adonque quello secondo .e. & .e. sera paro. Altramente conciosia che .d. sia numero disparo seguiria (per la trigesima) .a. esser disparo adonque perche .b. (numero paro) numera .a. secondo .c. el quale anchora e paro (perche e el binario) & .e. numero paro numera el medesimo secondo .d. el qual e disparo e manifesto (per la diffinitione) el numero .a. esser parimente & disparimente paro che e el proposito.

Theorema.xxxviii. propositione.xxxviii.

38 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente propor
35 tionali sia cauado fora el primo, quanto e el rimanente del secondo al primo el se approua necessariamente essere tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



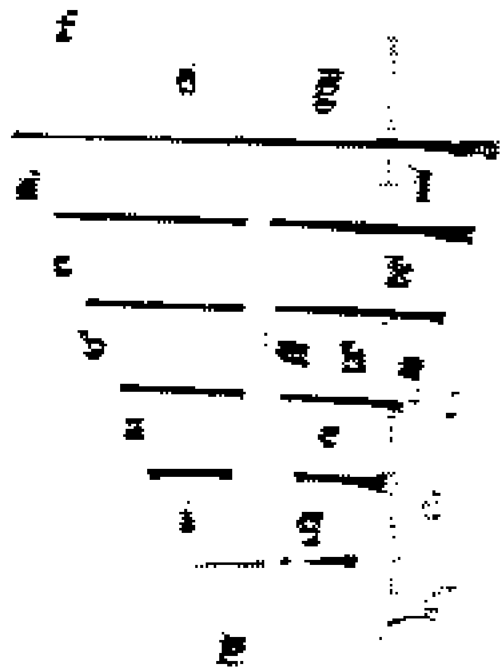
Siano continuamente proportionali .a. b. c. d. e. f. g. h. & sia tolto del. c. d. una parte equale al .a. b. laqual sia .c. k. & similmente da .g. h. laqual sia .g. l. al presente dico che la proportione del .k. d. al .a. b. e si come del .l. h. al composito de .e. f. c. d. & .a. b. & per dimostrar questo sia tolto dal .g. h. vna parte equale al .c. d. (laqual sia .g. m.) & similmente vna equale al .e. d. (laqual sia .g. n.) onde .l. n. sera equale al .k. d. & e manifesto (per la duodecima del settimo conciosia cosa che sia del .g. h. al .g. m. si come del .g. m. al .g. n.) che el residuo .h. m. al residuo m. n. sera si come .g. h. al .g. m. e pero & si come .e. f. al .c. d. anchora per simel modo .m. n. al .l. n. sera si come .c. d. al .a. b. adonque permutatamente del .h. m. al .e. f. & del .m. n. al .c. d. sera si come del .n. l. al .a. b. adonque congiuntamente (per la terzadecima del settimo) del .l. h. (composito del .h. m. m. n. & del .l. n.) al com-

posito

posito de.e.f.o.d.&.a.b.sera si come del.h.n.al.a.b.e pero & si come del.x.d.al.a.b.che e il proposito.

Theorema.xxxix. propositione.xxxix.

39 Quando seranno alettati numeri dalla unita continuamente dop
36 pii,liquali congiunti facciano numero primo,multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.

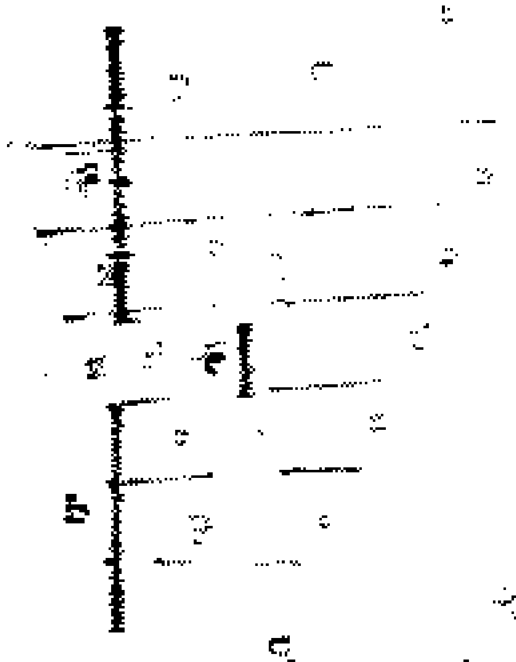


Siano.a.b.c.d.dalla unita continuamente doppii.& sia.e.lo aggregato de quegli & della unita elquale sia posto esser numero primo in el quale.e.sia multiplicato.d.& per um ga.f.g.dico.f.g.esser numero perfetto siam adonque tolti.h.K.l.continuamente doppii al.e.talmente che tanti termini siano.e.h.K.l.quanti sono li tolti continuamente doppii dalla unita.&(per la equa proportionalita) sera de.l.al.e.si come del.d.al.a.per laqualcosa(per la prima parte della vigesima del settimo)del.a.in.l.perviene.f.g.perche el.f.g.perviene del.d.in.e.& perche.a.e el binario.f.g.vien a esser doppio al.l.Adonque.e.h.K.l.&.f.g.sono continuamente proportionali,sia adonque levado via dal.h.un numero equale al.e.elqual sia.m.h.& lo residuo.h.n.(elquale anchora sera equale al.e.) & similmente dal.f.g.sia levado via un numero per equale al medemo.e.elqual sia.f.n.&(per la precedente).n.g.sera quanto e lo aggregato del.e.& del.h.& del.K.& del.l.& conciosia che.f.n.sia equale al.e.e quanto lo aggregato del.a.&.b.&.c.&.d.& della unita.Et similmente tutto.f.g.e quanto lo aggregato de tutti questi cioe a.b.c.d.& della unita,& de questi.e.h.K.l.delli quali tutti e manifesto che numerano el detto.f.g.& che.e.lo numera secondo.h.& b.secondo.K.laqualcosa vien concessa(per la prima parte della vigesima del settimo adiutante per la equa proportionalita se in alcun luoco sera bisogno)perche come del.d.al.c.cosi e del.h.al.e.& come del.d.al.b.cosi e del.K.al.e.(per la equa proportionalita) per laqualcosa,& dal.c.in.h.& dal.b.in.K.e necessario pervenir.f.g.elqual per el passato fu produtto dal.d.in.e.adonque provando che niun altro (fuor de questi) numera.f.g.(per la diffinitione)sera numero perfetto. Ma che niuno altro numeri quello se manifesta in questo modo,perche se questo e possibile (per l'adversario)sia.p.elqual numeri quello secondo.q.&(per la trigesima quinta propositione del settimo)sera che.e.numeri l'uno de lor duoi,& sia posto che.l.numeri.p.& perche(per la seconda parte della vigesima propositione del settimo) del.q.al.d.e si come del.e.al.p.seguita che.q.numeri.d.per laqualcosa conciosia che.a.(elqual seguita la unita)sia primo(perche e el binario)per la terzadecima di questo,el.q.sera over.a.over.b.over.c.& essendo el.q.uno de quelli.El.p.sera over.l.over.K.over.h.perche se.q.sera.a.e manifesto che.p.sera.l.& se l sera.b.el.p.sera.K.& se l sera.c.anchora.p.sera.h.Adonque el.p.non e diverso da quelli come era stato posto,rimane adonque che.f.g.sia numero perfetto come fu proposto da demostrare.

Fine del libro nono.

INCOMINCIA EL DECIMO LIBRO DI EVCLIDE MEGARENSE FRA LI ALTRI DIFFICILE

da Nicolo Tartalea Brisciano rassettato secondo le due tradottioni, & del latino in volgar tradotto, & in ogni passo oscuro dilucidato.

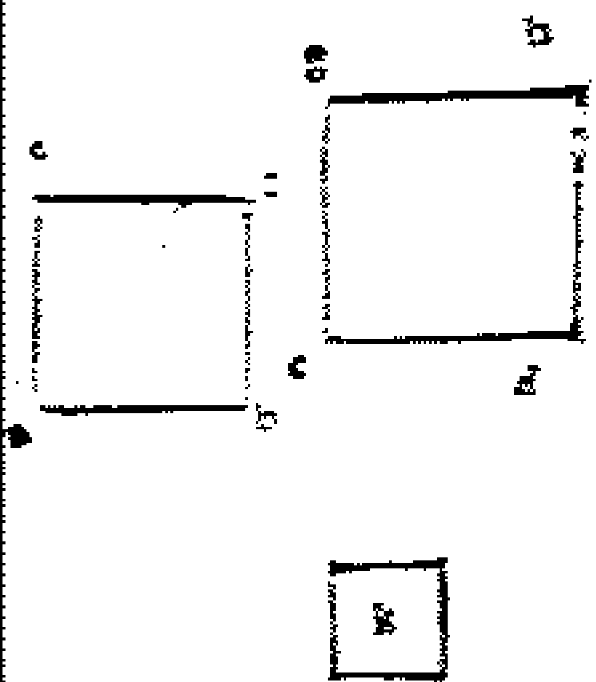


Diffinitione prima.

1 Quelle quantita seranno dette communicante, ouero commensu-
1.2 rabile, alle quale sera una quantita numerante communamente quelle. Et quelle alle quale non sera una quantita numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Tradottore.

Exempli gratia sel fusse le due linee a. & b. & che el si trouasse qualche altra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse cadauna di quelle (poniamo c.) le dette due linee seranno dette communicante, ouero commensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, ouero misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, ouero incommensurabile, El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.



Diffinitione .ii.

2 Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una
3 superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Exempli gratia sel fusse le due linee rette a.b. & c.d. & le superficie quadrate di quelle a.b.e.f. & c.d.g.h. & che el si trouasse qualche superficie (poniamo la superficie .k.) che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione .iii.

2 Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non
4 gli sera alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal commento della precedente, cioe che quando non sera alcuna superficie communa che numeri

ouero

ouero misuri le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se diranno incommensurabile in potentia. Lequal cose essendo come e sta esposta egli e manifesto che a ogni proposta linea retta (cioe a quella con laquale pigliamo le misure de canne, palmi, & diti, ouero pedi) sono infinite moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione.iiii.

4 Ma ogni proposta retta linea con laquale raciocinamo, sera detta
4 rationale.

Il Tradottore.

IN questa diffinitione l'auttore ne aduertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensurationi (cioe pertica, ouero passo, ouero piede, ouero brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere) sera detta rationale, per esser una quantita a noi cognita, e famigliare.

Diffinitio.v.

5 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.
4

Il Tradottore.

QVantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella seguentemente, perche in questa consequentemente diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea (cioe a quella misura con laquale mesuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, ouero altra misura formata a nostro piacere) sono dette rationale, exempli gratia poniamo che la nostra proposta linea (con laquale mesuraremo, ouero intendemo di mesurare le nostre cose occurrente) sia quella misura materiale che se chiama passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in onze dodeci, hor dico che non solamente el detto passo sera linea rationale (per la precedente diffinitione) ma anchora tutte le linee misurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee veniranno a esser commensurabile con la nostra proposta rationale, cioe con el nostro passo. Et acioche meglio me intendi poniamo che sia una linea, ouero longhezza longa passi, piedi quattro onze sette e mezza, dico la detta linea, ouero longhezza esser quantita rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura sera la mezza onza cioe che una linea longha mezza onza misurara la proposta longhezza precisamente 5 3 volte & misurara anchora el nostro passo precisamente 120 volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra sera rationale che e il proposito.

¶ Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza
4 & in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

LA qual diffinitione e assai piu larga & generale di laltra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra misura di passa, over pertica, overo altra sorte di misura) siano chiamate rationale, per il che seguita che quelle quantita che communamente da prattici sono ditte radice sorde, & irrationale (come seria la radice quadrata di diece overo di dodeci & di ogni altro numero non quadrato) l'authore vole che essendo tai quantita linee siano dette rationale (per essere el suo quadrato rationale) & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomii, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potra facilmente comprendere, vero e che se tai quantita serano superficie serano poi dette irrationale e mediale come nella terzadecima propositione di questo si potra vedere.

Diffinitione.vi.

6 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono
4 dette irrationale, overo sorde.

Il Tradottore.

ANchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione, perche in questa lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medesima nostra proposta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, overo sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno & l'altro modo, cioe in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationale.

LA quale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (per della seconda tradottione) viene a conformarsi con il commento di quella, cioe che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non se debbe chiamare ne intendere irrationale (come sopra la precedente fu detto) anci lui vole che la se intenda rationale per esser il suo quadrato rationale, e pero bisogna notare che il volgo di prattici fin al presente (seguendo la tradottione del Campano) le radici de tutti li numeri non quadrati si essendo linee come essendo superficie li chiamano irrationale & sorde, niente di meno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda tradottione altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nelle cose che seguitan in questo decimo libro &c.

Diffinitione.vii.

7
0 Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presupposito ratiocinamo e detta rationale.

Il Tradottore.

PEr maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantita di alcuna superficie investigamo in che

proportione

proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passi quadri, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere, siche si troua multiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, via le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo produtto di tal multiplicatione sera la quantita de quante superficiente quadrate (di la misura gia operata) sera la detta superficie, & per superficieta quadrata si debbe intendere vno quadrato d'una misura per fazza, cioe di quella che gia hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'authore diffinisse che ogni superficie quadrata con la quale per el presupposito ragioniamo (o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura granda, ouero picciola) e detta rationale per esser vna superficie a noi cognita e famigliare

Diffinitione .viii.

Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) sono dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie sera d'un passo non solamente vnaltra superficie de piu passa integri superficiali (come seria de passa .45.) sera detta rationale, ma anchora de passa, pie e once, e mezze once sera pur detta rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno passo & la lor communa misura sempre sera la minima parte del passo che si trouara esser denominata in detta superficie, & accio meglio me intendi poniamo che vna misurata superficie sia passa vinticinque e vno terzo superficiali dico la detta superficie esser commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor communa misura sera vn terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei piedi cinque once sette e tre quarte de onza superficiale la lor communa misura sera similmente vn quarto de onza superficiale, e pero l'una e l'altra sera rationale el medesimo si trouara in ogni altra specie di rotto & nota che vn passo superficiale e piedi .25. superficiali & vn piede superficiale e once .144. superficiale & con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiente de vna delle sue parti andara a formare il tutto perche molti si credeno che si come vn passo lineale e cinque piedi lineali che similmente vn passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anzi e il quadrato de cinque cioe vinticinque come detto di sopra & similmente perche vn piede lineale e diuiso in once .12. credeno che similmente once .12. superficiale facciano vn piede superficiale, perilche non poco errano nelle sue resolutioni per che come di sopra e detto vn piede superficiale e once .144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni addutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo) sera manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della canna, & del cauezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacer, per che quello che e detto del passo, e pie, con la medesima euidentia se procedera nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, perche ogni famosa citta forma & diuide, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parere ideo aduerte.

Diffinitione.ix.

2 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Hauendo l'auttore nella precedente diffinitio quale siano le superficie dette rationale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso cioe che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione.x.

10/5 Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale) seranno communicante seranno dette irrationale.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono, ouero seranno communicante ad alcuna superficie irrationale, seranno generalmente dette irrationale.

Diffinitione.xi.

10/4 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irrationali.

Il Tradottore.

Cioe che li lati potenti in quelle tai superficie irrationale, quadratamente sono detti irrationali, Il lato potente in vna superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de vna superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa ridutta in quadro che e il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

Qualunque quantita tante volte puo essere moltiplicata che la

12/8 ecceda qualunque proposta quantita del medesimo genere.

Il Tradottore.

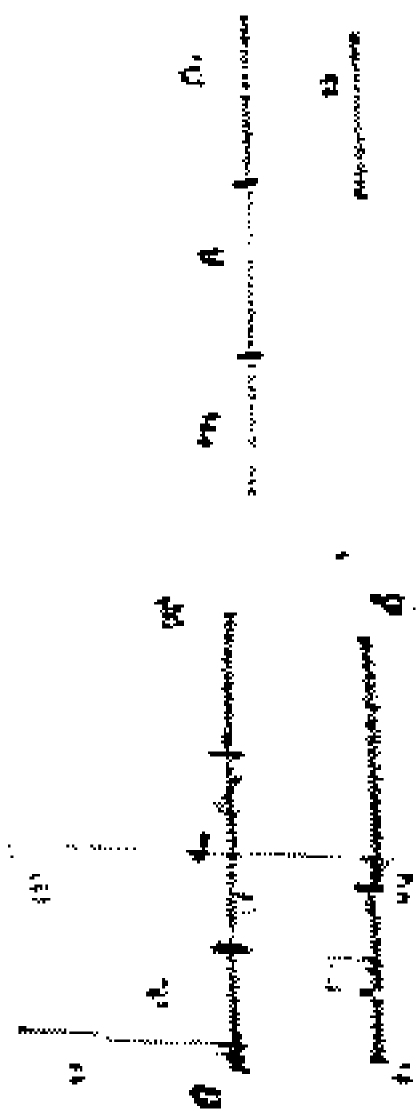
Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima tradottione & e commentata fra le diffinitioni ma perche secondo il mio giudicio e piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione, suppositione, ouero petitione la chiamamo, nella quale se suppone

che data

che date due quantita inequale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantita maggiore.

Theorema .1. Propositione .1.

1 Se da due proposte quantita inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia levado ma piu della mita, & da li indrio seguitando per el medesimo modo, finalmente e necessario che rimanga una quantita minore, della proposta minore.



Siano le due quantita inequale .a. & b.c. & sia b.c. la maggiore. Dico che tante volte puol esser detratto piu della mita della b.c. (overo del residuo di quello) che sera necessario che rimanga vna quantita minore de .a. Et per dimostrare questo sia multiplicato .a. tante volte che per tal numero che quel eceda .b.c. & sia il multiplice di quella .d.e.f. maggiore de .b.c. adonque sia detratto dal .b.c. piu della mita laqual sia .b.g. & anchora del residuo (cioe .g.c.) sia detratto piu della mita laqual sia .g.h. & questo anchora sia fatto tante volte per fina a tanto che .b.c. sia divisa in tante parte quante volte .a. e contenuto in .d.e.f. hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e .h.c.) e minore de .a. Et per chiarire questo sia multiplicato .h.c. per tanto quanto che .a. e contenuto in .d.e.f. & sia el multiplice di quella .k.l.m. perche adonque cadauna delle particulare quantita de .k.l.m. e equale al .h.c. seguita che .k.l. sia minore de .b.g. & .l. minore de .g.h. ma perche .m. e equale al .h.c. (per la concettione) .k.l.m. sera minore de .b.c. per laqual cosa sera etiam minore de .d.e.f. conciosia adonque che .d.e.f. sia a .a. si come .k.l.m. al .h.c. & essendo .d.e.f. maggiore de .k.l.m. seguita (per la decima quarta propositione del quinto libro) che .a. sia maggiore de .h.c. che e il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mita, & anchora del rimanente la mita & cosi procedere tante volte per fina a tanto che la maggiore sia divisa in tante parti quante volte e contenuta la minore in qualunque suo multiplice eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone langolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche posto qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo via piu della mita, & finalmente del residuo levaremo piu della mita &c. si vede esser necessario poterli fare questo tante volte che rimanga vno angolo rettilineo minore dell'angolo della contingentia, della qual cosa la sestadecima propositione del terzo libro conclude lo opposito, ma questi angoli non sono vniuoce perche el curvo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere, ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte langolo della contingentia che quello ecceda qual si voglia angolo rettilineo, laqual cosa e necessaria, come si manifesta per la demostratione havuta di sopra, adonque a questo eglie anchora chiaro (accioche el consequente sia seguido dal antecedente) qualunque angolo rettilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

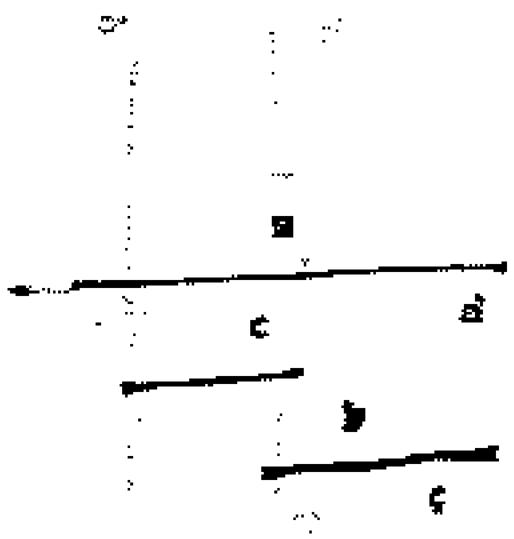
Il Tradottore.

A Voler dimostrare per vno altro modo piu breue che el residuo .h.c. sia minore della quantita .a. (stante che el multiplice .d.e.f. sia maggiore di la quantita .b.c.) detratto della .b.c. piu della mita (qual e .b.g.) & del [illegible] che della mita (quala sia la semplice .d.) lo residuo .e.f. (per cōmuna sententia) sera magiore del residuo .g.c. anchora tolendo del detto residuo .g.c. piu della mita (quala sia .g.h.) & del residuo .e.f. tolendo solamente la mita (quala sia .e.) lo residuo .f. (per communa sententia) sera maggiore del residuo .h.c. & perche .f. e equale alla .a. seguita che el residuo .h.c. sia minore della quantita .a. che e il proposito & questa demostratione cauamo della seconda maniera.

Theorema .ii. propositione .ii.

2/2 Se seranno due quantita inequale, & dalla maggiore sia detratto una quantita equale alla minore, per fin a tanto che sopra auanzi una quantita minore de essa minore, & da poi dalla minore sia detratto una quantita equale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello rimanente, anchor de nouo dal rimanente primo sia detratto una quantita equale al rimanente secondo per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia trouato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per auanti, quelle due quantita e necessario esser incommensurabile.

Vna simile a questa propose la prima del settimo in numeri.



Sianole due quantita inequale .a. & .b. & sia .a. la maggiore dalle quale essendo fatta la reciproca detrattione per fin a tanto che ir po la, & che la sia fatta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantia che impedisca la detrattione (cioe che numeri, ouer misuri lo rimanente restato per auanti) dico quelle due quantita esser incommensurabile & se possibile e esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la commune misura di quelle sia .c. & sia detratto la quantita .b. dalla .a. quante volte se pol. & sia el residuo .d. el qual residuo sia detratto dal .b. quante volte se pol & sia e residuo .e. & sia fatta tante volte questa detratione per fina a tanto che dall'una, o l'altra delle doe quantita .a. & .b. rimanga vna quantita minora de .c. & questo e necessario esser possibile per la precedente & sia in questo locco .e. minore de .c. conciosia adonque che .c. misuri .b. (dette) & anchora .a. (p la concessione) misurara el residuo .d. e pero contratto dala .) & anchora .a. (p la concessione) misurara el residuo .d. e pero contrario dala .) & anchora conciosia che'l misuri .d. (detratto dal .b.) & anchora esso .b. misurara el residuo .e. Ma e era minore de .c. adonque la quantita maggiore misura la minore laqual cosa e impossibile.

Problema primo. propositione .iii.

2/3 Proposte sue quantita inequale, communicante, poteremo trouare la massima quantita numerante communamente quelle.

LA demostratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro tu non la porai ignorare, perche el processo dell'una, & dell'altra e vno medesimo.

Correlario.

3/3 Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantita, la quale

quale misuri due quantita, quella anchora misurara la massima quantita misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo sopraiscritto correlario conclude che dal processo & demostratione fatta della propositione sopraiscritta (procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo libro) esser manifesto che ciascaduna quantita la qual misuri due proposte quantita, quella medesima misurare anchora la massima quantita, che misura communamente quelle.

Problema .ii. Propositione .iiii.

4 Proposte tre quantita communicante puotemo trouare la massima
4 quantita numerante communamente quelle.

Cosi questa e manifesta dalla terza del settimo si come la precedente della seconda del detto settimo.

Correlario.

o E pero da questo e manifesto che se una quantita misurara tre quantita,
4 misurara anchora la massima commune misurara de quelle & similmente de piu quantita date se trouara la massima quantita numerante quelle & da poi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantita misura tre quantita quella misurare anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantita a trouar la lor massima misura che similmente operando si puol trouare la detta massima misura de piu quantita proposte, & dapoi succedere similmente el correlario.

Theorema .iii. propositione .v.

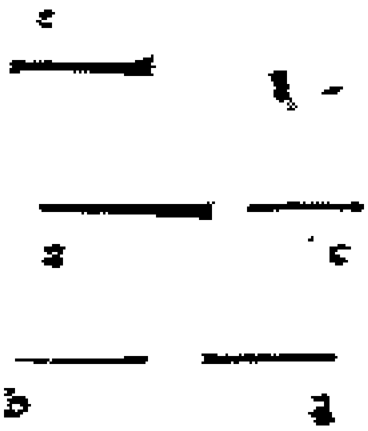
5 La proportione de ogni due quantita communicante e si come de
5 numero a numero.

Siano le due quantita communicante .a. & .b. dico che la proportione de quelle e si come de alcun numero a un altro numero, & per dimostrar questo sia .c. la massima quantita misurante communamente .a. & .b. (trouata come insegna la terza propositione de questo) la qual misuri .a. secondo el numero .d. & .b. secondo el numero .e. & sera del .a. al .c. come del .d. alla unita, imperoche si come .a. e multiplice del .c. cosi .d. e multiplice della unita, & .c. al .b. e si come la unita al .e. perche si come .c. e sotto multiplice al .b. cosi la unita e sotto multiplice al .e. Adonque per la equa proportionalita del .a. al .b. e come del .d. al .e. che e il proposito.

Theorema.iiii. Propositione.vi.

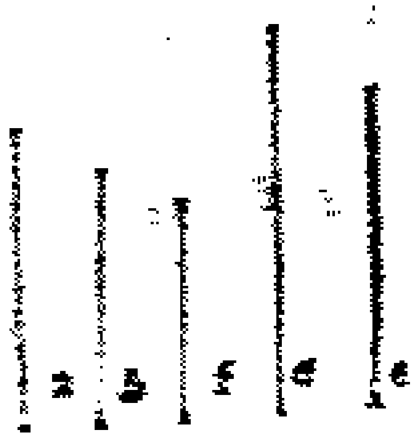
6/6 **Se seranno due quantita delle quale la proportione dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantita e necessario essere communicante.**

Questa e il converso della precedente, exempli gratia essendo.a.al.b. si come el numero.c.al numero.d.dico le due quantita.a.&.b. esser communicante. Perche essendo tolto.e. misurante tante volte.b. quante volte che la vnita e nel.d.& tante volte misurante.f. quante volte che la vnita e in.c. concio sia adonque che'l.f.sia.f.al.e.come el.c.alla vnita &.e.al.b.come la vnita al.d. per la equa proportionalita sera.f.al.b.come.c.al.d.per laqual cosi etiam come del.a.al.b.adonque (per la prima parte della nona del quinto).f.e equale al.a. concio sia adonque che.e.misuri.f.(per la concettione) misurara.a.adonque.a.&.b.sono communicanti perche misurara etiam.b.che e il proposito. A dimostrare la medesima per vn altro verso siano le due quantita.a.&.b.che infra loro habbiano la proportione come ha el numero.c.al numero.d.dico che quelle due quantita sono commensurabile & per dimostrar questo sia diuisa la quantita.a.in tante parte quante vnita e nel.c.& sia tolta la quantita.e.equale a vna di quelle parti, & sia.f.la vnita adonque si come e la vnita al numero.c.cosi e la quantita.e.alla quantita.a.& come e el numero.c.al numero.d.cosi e la quantita.a.alla quantita.b.adonque (per la equa proportionalita cioe per la vigesima seconda propositione del quinto libro) si come e la vnita al numero.d.cosi e la quantita.e.alla quantita.b.& la vnita misura el numero.d.adonque & la quantita.e. misura la quantita.b.& misura anchora la quantita.a.(perche la vnita misura anchora lo numero.c.) adonque la quantita.e.misura l'vna e l'altra delle due quantita.a.&.b.E per tanto le dette due quantita.a.&.b.sono commensurabile & la quantita.e.e la commune misura di quelle.



Correlario.

c/6 Per queste cose dimostrate eglie manifesto che sel sera doi numeri (poniamo.d.)&.e.& una data retta linea (poniamo la.a.) che si come e il numero al numero eglie possibile cosi essere la detta retta linea a.a. vnaltra retta linea quala poniamo che quella sia.f.& se sera tolta, ouer trouata la media proportionale fra.a.&.f.(quala poniamo che sia la.b.) sera si come la.a.alla.f.cosi el quadrato della medema a.al quadrato della.b.cioe si come e la.a.alla.f.cosi e la figura rettangola descritta dalla prima linea alla figura simile & similmente descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottaua propositione del sesto libro) ma si come la.a.alla.f.cosi e el numero.d.al numero.e. Adonque el niente fatto si come e el numero.d.al numero.e.cosi e el quadrato della linea retta.a.al quadrato della linea retta.b.



Theorema.v. Propositione.vii.

c/7 **Le quantita incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.**

Siano

Siano le due quantita.a.&.b.incommensurabile,dico che la proportione del la.a.alla.b.non e si come da numero a numero,perche se la.a.alla.b.havesse proportione come da numer a numero seguiria per la setta che la detta.a.fosse commensurabile con la detta.b.& gia non e (dal presupposito) adonque la.a. alla.b.non ha proportione come da numero a numero, e per tanto le quantita incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero laqualcosa bisognava dimostrare.

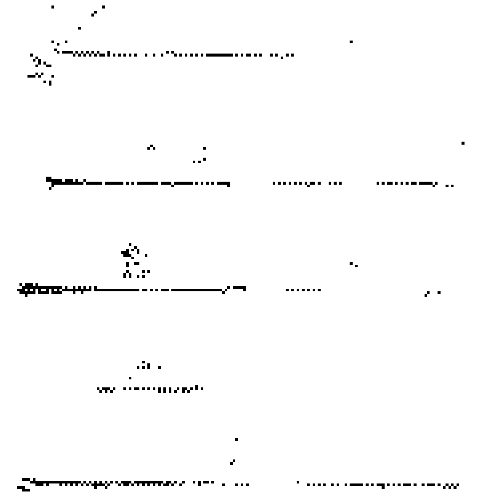
Theorema.vi. Propositione.viii.

8/8 Se due quantita non haueranno fra loro proportione,come da numero a numero quelle tai quantita seranno incommensurabile.

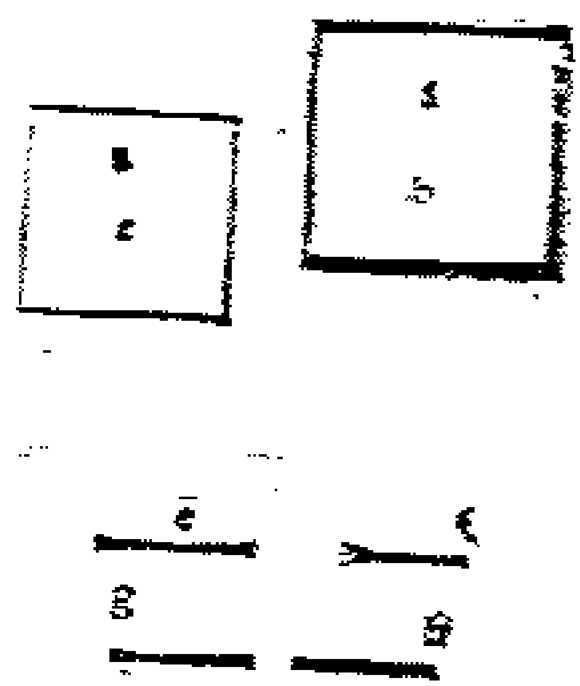
Siano le due quantita.a.&.b.lequale non habbiano proportione insieme come da numero a numero.dico che dette quantita sono incommensurabile, perche se le fussino commensurabile(per lo adversario)la quantita.a.alla quantita.b.haveria proportione come numero a numero(per la quinta di questo) & gia dal presupposito non ha tal proportione,adonque le dette quantita.a.&.b.sono incommensurabile,laqualcosa era da demostrare.

Theorema.vii. Propositione.ix.

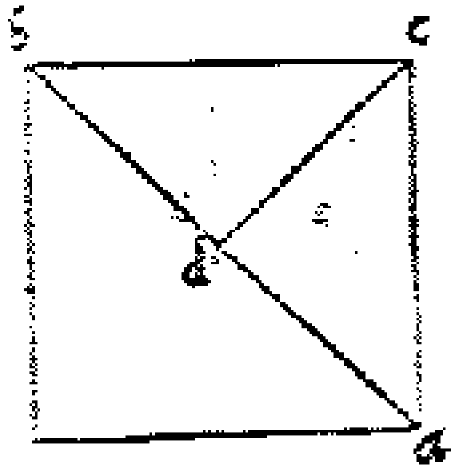
7/9 D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati communicano in longhezza,la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato.Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata sera si come la proportione d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno incommensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haueranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportione di una superficie quadrata a una superficie quadrata non sera come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in longhezza.



Siano le due linee quadrate.a.&.b.li quadrati delle quale siano.c.&.d.dico che se le linee.a.&.b.communicano in longhezza,la proportion della superficie.c.alla superficie.d.sera si come di numero quadrato a numero quadrato, & e converso & se li duoi lati.a.&.b.seranno incommensurabili in longhezza la proportione della superficie.c.alla superficie.d.non sera si come di numero quadrato a numero quadrato & e converso. El primo argomento se manifesta in questo modo.Se le due linee.a.&.b.communicano in longhezza quelle (per la quinta) seranno in la proportione di duoi numeri,liquali siano.e.&.f.li quadrati delli quali siano.g.&.h.adonque perche la proportione della superficie.c.alla superficie.d.e si come quella della linea.a.alla linea.b.duplicata(per la decima ottava del sesto)seguita anchora che la proportione della superficie.c.alla superficie.d.sia si come quella del numero.e.al numero.f.duplicata & anchora (per la vndecima propositione del ottavo libro)la proportione del.g.al.h.e si come quella del.e.al.f.duplicata, e per tanto la proportione del.c.al.d.e si come del numero quadrato.g.al numero quadrato.h.che e il primo proposito. El secondo se manifesta in questo modo,essendo la superficie.c.alla superficie.d.si come el numero quadrato.g.al numero quadrato.h.dico che le due linee.a.&.b.seranno commensurabil



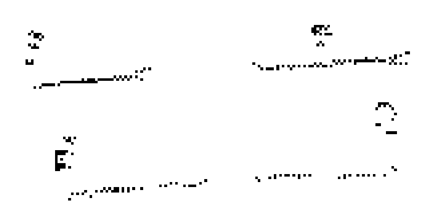
in longhezza perche conciosia che la proportione del.c.al.d.sia si come quella che e dal.a.al.b.duplicata (per la decima ottava del sesto) & dal.g.al.h.(per la vndecima del ottauo) sia si come quella del.e.al.f.duplicata, per laqualcosa an chora la sempia del.a.al.b.sera si come la sempia del.e.al.f.(per la sesta) adonq le due linee.a.&.b.sono commenicante che e il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la destruttione del consequente. Similmente el quar to e manifesto dal primo pur dalla destruttione del consequente, & nota che dal la quarta parte di questa e manifesto el diametro di ciaschun quadrato esser in commensurabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in lon ghezza. Altramente conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali no sono quadrati Et Aristotile primo priorum duce a questo inconueniente, che sel diametro sia posto esser commensurabile alla costa, che'l numero disparo sera equale al paro, laqualcosa cosi e manifesta, perche essendo el diametro.a.b. commensurabile al lato.a.c.(per la quinta) etiam.a.b.al.a.c.sera si come alcun numero a vn altro. Sian adonque questi numeri.e.&.f.liquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro sera disparo perche essendo l'uno e l'altro paro non seriano li minimi in la sua proportione anchora sia li quadrati di quelli.g.&. h.adonque se.e.e disparo anchora (per la trigesima del nono).g.sera disparo, sia adonque.k.doppio al.h.&(per la diffinitione).k.sera paro perche adonque.a. b.al.a.c.e come.e.al.f.(per la decima ottava del sesto & per la vndecima del ot tauo) el quadrato de.a.b.al quadrato de.a.c.sera come del.g.al.h. adonque.g. e doppio al.h.perche cosi e il quadrato de.a.b.al quadrato de.a.c.(per la penul tima del primo) & perche etiam.k.e doppio al.h.seguita (per la nona del quin to) che.g.numero disparo sia equale al.k.numero paro Ma se.e.sia posto paro &.f.disparo la proportione de.f.alla mita de.e.laqual sia.l.sera si come del.a.c.al la mita de.a.b.laquale sia.a.d.e per la proportione del quadrato de.a.c.al qua drato de.a.d.sera si come la proportione del numero.h.elquale e disparo per la trigesima del nono al quadrato del numero.l.elqual sia.m.e il qual.k.sia posto esser el doppio, el qual.k.(per la diffinitione) sera paro, & perche el quadrato de a.c.e doppio al quadrato de.a.d.(per la penultima del primo) lo numero.h.sera doppio al numero.m.& conciosia che el numero.k.sia anchora lui doppio al medesimo numero.m.(per la nona del quinto) lo numero.h.numero disparo sia equale al numero.K.numero paro che e il proposito.



Il Tradottore.

Questa vltima parte che se dimostra, cioe che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'vl tima di questo decimo come al suo loco si potra vedere.

Correlario.



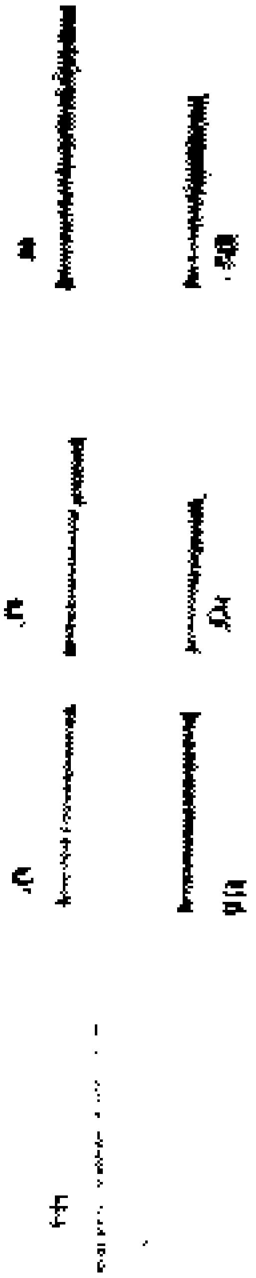
Et da queste cose dimostrate eglie manifesto che le linee commen surabile in longhezza necessariamente sono commensurabile an chora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quel le quantita che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per laqualcosa

le linee

le linee rette cõmensurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato e' stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia, cõciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adõque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma simplicemente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioe essi rette linee (dalle quale sono descritti) sono commensurabile in potentia ma nõ in longhezza, perlaqual cosa le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non e necessario esser commensurabile in longhezza, salvo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato e per tanto dico che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non e necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia pono hauere & non hauere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, e per questo quelle che sono commensurabile in potentia pono esser & non esser commensurabile in longhezza, perlaqualcosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non e necessario esser in incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza pono etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommẽsurabile in longhezza, perche se seranno commensurabile in longhezza (per l'aduersario) seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che je una cosa absorda, adonque quelle linee che sono incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

e/9 Et in le cose Arithmetice (per la uigesima quinta del ottauo) e stato dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra loro haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da questo cosse e manifesto che li numeri superficiali dissimili cioe quelli che non hãno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueranno tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, laqualcosa non se suppone, adonque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

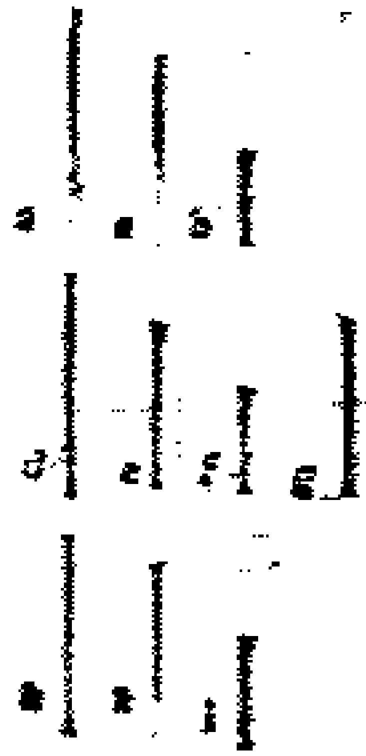


Puotemo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche eglie comensurabile la linea.a.alla linea.b.per la quinta di questo, hanno la pportione come da numero a numero, habbiano adonq; quella si come el numero.c.al numero.d.& multiplicando.c.in se medemo poniamo che faccia.e.& multiplicado el detto.c.contra.d.poniamo che faccia.f.& multiplicado.d.in se medesimo poniamo che faccia.g.adonque perche el.c.multiplicado in se ha fatto.e.et multiplicado fra el.d.ha fatto.f.adonque si come e dal.c.al.d.qual e si come dal.a.al.b.cosi e dal.e.al.f.ma si come dal.a.al.b.cosi e quello che uien fatto dal.a.in se medesimo a quello che uien fatto del.a nel.b.eglie adonque si come el quadrato del.a.al rettangolo del.a.in.b.cosi e lo.e.al.f.Anchora perche multiplicado el.d.in se medesimo uien fatto el.g.& multiplicado el.c.fra el.d.uien fatto.f.adonq (per la undecima del quinto) si come e il.c.al.d.cioe si come lo.a.al b.cosi e lo.f.al g.ma si come e lo.a.al.b.cosi e quello rettangolo che uien fatto, ouero contenuto sotto del.a.& b.al quadrato del.b.adonque si come e quello che uien fatto del.a.in b.a quello che uien fatto del.b.in se medesimo, cosi e lo.f.al.g.ma si come e el quadrato del a.al rettangolo del.a.in.b.cosi era lo.e.al.f.adonque (per la equa proportionalita, cioe per la uigesima seconda del quinto) si come e il quadrato del.a.al quadrato del.b.cosi e lo.e.al.g.& l'uno e l'altro cioe.e.&.g.e numero quadrato cioe lo.e.e el quadrato de.c.& lo.g.e lo quadrato del.d.adonque el quadrato de.a.al quadrato del b.hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato laqualcosa bisognaua dimostrare.

Hor poniamo che il quadrato del.a.al quadrato del.b.habbia quella proportione che ha el numero quadrato.e.al numero quadrato g.Dico che la linea.a.e commensurabile alla linea.b.& per dimostrare questo sia.c.el lato del.e.& d.el lato del.g.& multiplicado.c.contra.d.faccian.f.adonque li tre numeri.e.f.g.sono continui proportionali in quella proportione che e el.c.al.d.(per la decima ottaua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del.a.in.b e medio proportionale fra el quadrato del.a.& el quadrato del.b.& fra li duoi numeri quadrati.e.&.g.el suo medio proportionale e.f.adonque si come e il quadrato del.a.al rettangolo del.a.in.b.cosi e il numero.e.al numero.f.& cosi e il rettangolo del detto a.in.b.al quadrato de.b.cosi e lo numero.f.al numero.g.ma si come e il quadrato de.a.al rettangolo del.a.in.b.cosi e la linea.a.alla linea.b.adonq a.&.b.sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero.e.al numero.f.laqual e si come del.c.al.d.cioe si come del.c al.d.cosi e del.e.al.f.perche multiplicado.c.in se medesimo quel fece.e.& quel medemo multiplicado nel.d.quel fece.f.adonque si come e il me e ḃ.c. al.d.cosi e la.c.al.i.

Theorema.viii. Propositione.x.

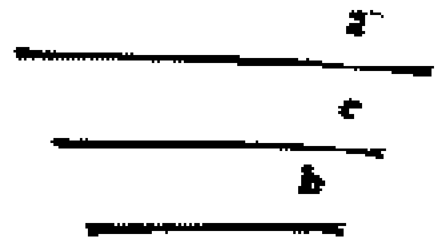
8 Se seranno due quantita communicante a una quantita, anchora
12 quelle quantita e necessario esser fra loro commensurabile.



Siano l'una e l'altra delle due quantita.a.&.b. communicante alla quantita.c. Dico.a.&.b.esser commensurabile perche la.a.alla.c.(per la quinta) e co me numero a numero, similmente anchora (per la medesima) la.c.alla.b.e si come numero a numero, adonque sia il numero.d.al numero.e.si come la.a.al la.c.& lo numero.f.al numero.g.si come e la.c.alla.b.& le proportioni che sono del.d.al.e.& del.f.al.g.sian continuate in tre termini, liquali siano.h.k.l.come in segna la quarta propositione del ottavo) & (per la equa proportionalita) la.a.al la.b.sara si come lo numero.h.al numero.l.adonque (per la sesta di questo) a.&.b.sono communicante che e il proposito.

Lemma.

9 Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra
15 incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudi
ne seranno incommensurabile.



Siano le due magnitudine.a.b.& l'altra.c.& sia la.a.commensurabile alla.c. & la.b.sia incommensurabile alla medesima.c.Dico che.a.&.b.sono incom mensurabile perche se la.a.fusse commensurabile alla.b.per lo converso della pre cedente seguiria che.b.fusse commensurabile con.c.laqual cosa non se suppone.

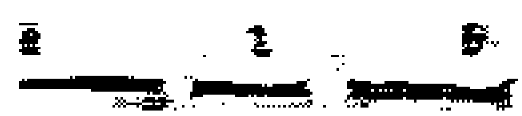
Theorema.ix. Propositione.xi.

10 Se seranno due quantita fra loro communicante, a qualunque quan
13 tita, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli commu
nicara, & a qualunque una di quelle non communichi, ne etiam l'al
tra gli communicara.

Siano le due quantita.a.&.b.communicante, & sia posta qual si voglia quan tita(ponemo.c.)con laquale communichi.a. Dico che la.b.communicara con la medesima, laqual cosa(per la decima di questo)e manifesto conciosia che l'una e l'altra communica con la quantita.a.ma se un altra volta sia posto che.a. &.b.siano communicante come prima, & sia pur posto una quantita(ponemo c.)con laquale non communichi.a.Dico che.b.non communicara con la me desima.c.perche se.c.communicasse con.b.conciosia che.a.communica ancho ra con el medesimo.b.(dal presupposito)seriano(per la detta decima).a.&.c. communicante, & era posto che non erano communicante per laqual cosa e manifesto quello che havemo detto.

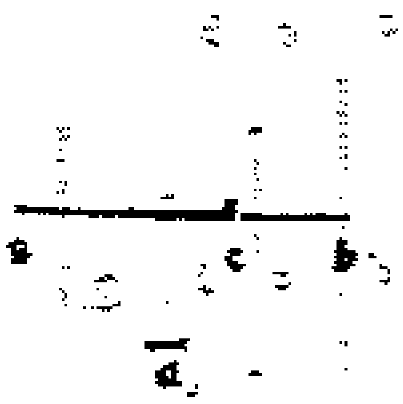
Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione se expone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritrova solamente in la seconda tradottione &c.



Theorema.x. Propositione.xii.

Se seranno due quantita communicante anchora tutto el compo-
55 sito de ambedue al una e l'altra de quelle sera communicante, & se
tutto el composito sera a l'una e l'altra de quelle commensurabile,
ambedue seranno commensurabile.



Siano le due quantita .a. & .b. commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle (el qual sia .c.) esser commensurabile all'una e l'altra di quelle (& e converso) similmente dico che se tutto el composito da quelle communicara a una di quelle che quel medesimo communicara anchora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel converso dice che se .a. & .b. siano supposti incommensurabili dico che il suo composito (cioe .c.) sera incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composito .c. sera incommunicante all'una di quelle anchora sera communicante all'altra, & quelle anchora seranno incommunicante fra loro. Siano adunque primamente .a. & .b. communicante & sia la commune misura de quelle .d. laquale conciosia che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la conceptione simile alla antepenultima del settimo) numerara etiam .c. per laqualcosa (per la diffinitione) .c. communicara all'una e l'altra di quelle (cioe al .a. & .b.) & al contrario anchora se .c. communichi l'una e l'altra de quelle, sia la commune misura de tutte .d. & donque e manifesto per la diffinitione .a. & .b. esser communicanti. Ma essendo posto che .c. communichi con l'una di quelle (qual sia .a.) dico che communicara anchora con .b. etiam .a. & .b. communicano insieme, & per dimostrar questo sia .d. la quantita che misura communemente .c. & .a. perche adonque .d. misura il tutto etiam el detratto (per la conceptione) quella misurara el residuo cioe .b. adonque per la diffinitione anchora .c. communica con .b. & .a. communica anchora con .b. che e il proposito, ma se .a. & .b. siano supposti incommunicanti el composito .c. sera incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se communicasse con l'una e l'altra di quelle, ouero con una di quelle, & quelle (per le cose dimostrate di sopra) communicarano fra loro insieme, laqual cosa seria contra il presupposito, similmente per il converso se .c. e incommunicante a l'una & l'altra di quelle, ouero all'una di quelle sera anchora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqualcosa e manifesta per le cose dimostrate per la destructione del consequente.

Il Tradottore.

Il commento della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare niente di meno nella seconda vi e la propositione distinta laquale e la sequente.

Theorema.xi. Propositione.xiii.

Se due grandezze incommensurabile seranno composti insieme, el
56 tutto sera incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & sel tutto
sera incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze
poste in principio seranno incommensurabile.

Siano le due grandezze incommensurabile .a. b. & .b. c. & siano composti insieme. Dico che tutta .a. c. sera incommensurabile all'una e l'altra di quelle per che le che se la.c.a.&.a.b. non sono incommensurabile (per l'adversario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misura ambedue, hor se eglie possibile sia che.d. misuri quelle adonque perche.d. misura le dette.c.a.&.a.b. misurara etiam el rimanente.b.c.& gia misura.a.b. adonque el.d. misura le dette.a.b.&.b.c.e per tanto (per la prima diffinitione del.10.) dette.a.b.&.b.c. sono commensurabile, & sono supposte incommensurabile laqualcosa e impossibile, adonque alcuna gradezza non misurara le dette.a.b.&.c.a.e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta.a.c. sia incommensurabile a una delle dette.a.b.&.b.c. similmente demostraremo anchora che le dette due grandezze.a.b.&.b.c. sono incommensurabile, hor sia primamente alla.a.b. Dico che dette.a.b.&.b.c. sono incommensurabile, perche se sono commensurabile (per l'adversario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misurara quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile e) d. adonque perche.d. misura dette.a.b.&.b.c. adonque misurara etiam tutta.a.c.& misura etiam.a.b. adonque.d. misura dette.c.a.&.a.b.e per tanto le dette.c.a.&.a.b. sono commensurabile & sono supposte incommensurabile laqualcosa e impossibile adonque alcuna grandezza non misurara le dette.a.b.&.b.c.e per tanto dette.a.b.&.b.c. sono incommensurabile, similmente se demostrara che la.a.c. alla rimanente.b.c.e incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che seguita, laquale cosa era da demostrare.

Theorema.xii. Propositione.xiiii.

Se la prima (de ogni quattro quantita proportionale) sera commensurabile alla seconda, anchora la terza sera commensurabile alla quarta, & se la prima sera incommensurabile alla seconda, anchora la terza sera incommensurabile alla quarta.

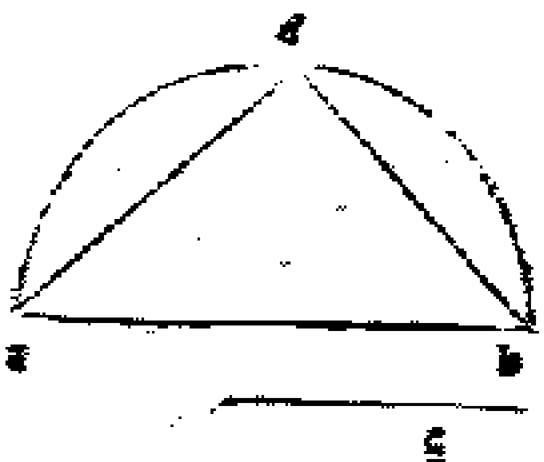
Siano le quattro quantita proportionale.a.b.c.d. Dico che se.a. communica con.b. anchora.c. communicara con.d. & se.a. e incommensurabile con.b. anchora.c. sera incommensurabile con.d.& se.a. communica con.b. in potentia solamente anchora.c. communicara con.d. in potentia solamente niente di manco l'auttor non propone questo perche facilmente e manifesto per la demostratione delle prime parte, lequale se demostremo in questo modo, se.a. communica con.b. (per la quinta di questo) sera.a.al.b.si come numero a numero sia adonque si come.e.al.f. ma perche (per el presupposito) a.al.b.e si come.c.al.d. sera.c.al.d. si come el numero.e.al numero.f. adonque (per la sesta) c.e communicante con.d. che e il primo proposito, el secondo e manifesto dal primo della destruttione del consequente, perche se.a.e incommensurabile con.b. le necessario.c.esser incommensurabile con.d. perche sel fusse a quello commensurabile (concio sia che sia come.c.al.d.cosi.a.al.b. (per el presupposito) seria (per la prima parte.a. communicante con.b.& non era communicante, per laqual cosa e manifesto tutto quello che ha proposto l'auttore ma quella parte che gli havemo aggiunto (cioe che se.a. communica con.b. solamente in potentia.c. communica con.d. solamente in potentia) e manifesto in questo modo concio sia che.a. non communichi con.b. in longhezza ne.d.c. (per la seconda parte de questa) communicara con.d. in longhezza & concio sia che'l quadrato de.a. communichi con el quadrato de.b. (dal presupposito) sera (per la quinta) el quadrato della linea.a. al quadrato della linea.b. si come numero a numero liquali siano.e.&.f. & perche el quadrato de.c. al quadrato de.d.e si come el quadrato de.a. al quadrato de.b. sera etiam el quadrato de.c. al quadrato de.d. si come el numero.e. al numero.f. adonque (per la sesta) c.&.d. communicano in potentia, & perche non communicano in longhezza, el proposito e manifesto.

Problema.iii. Propositione.xv.

11/10 A qualunche proposta retta linea puotemo trouare due rette linee a quella incommensurabile, luna solamente in longhezza, & laltra in longhezza & in potentia.

Sia la proposta linea.a. voglio ritrouare due linee dellequale vna commensurabile con.a.in potentia solamente & laltra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia.adonque piglio duoi numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati,& siano questi.b.&.c.liquali e facil cosa da trouare,concio sia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato ha quella proportione laquale non ha alcuni numeri quadrati (questo co ferma la vigesima seconda del ottauo)tolti questi tali numeri trouo la linea.d.al quadrato dellaquale sia el quadrato della linea.a.si come el numero.b.al numero.c. & questa tale linea ritrouo,in questo modo diuido la linea.a. in tante parti quante vnita sono in el numero.b.laqual cosa facio facilmente,con lo agiuto de la undecima ouero duodecima del sesto.& dapoi sopra la estremita della linea. erigo la linea.e.perpendicolarmente in laqual tante uolte sia contenuta vna delle parti de.a.quante uolte e la unita in.c.perche adonque,(per la prima del sesto) la proportione del quadrato della linea.a.alla superficie che vien fatta dal.a.in.e.e si come la linea.a.alla linea.e.e pero si come del numero.b.al numero.c. hor sia posto.d.nel luoco di mezzo proportionale fra.a.&.e.(si come insegna la nona del sesto)allhora(per la prima parte della decima sesta del medesimo)el quadrato de.d.sara eguale alla superficie produtta dal.a.in.e.& sara la proportione del quadrato della linea.a.al quadrato della linea.d.si come del numero.b.al numero.c. per laqual cosa.a.&.d.sono commensurabili in potentia,(per la sesta di questo)&(per la ultima parte della nona) quelle incommensurabile in longhezza. adonque retrouata e la prima linea,d.laquale era el proposito de cercare. laltra la retrouo in questo modo interpongo(come insegna la nona del sesto)la linea f.nel luoco di mezzo proportionale fra.a.&.d.& (per lo corelario della decima ottaua del sesto)el quadrato de.a.al quadrato de.f.sara si come.a.al.d. adonque (per la seconda parte della nona)el quadrato de.a.e incommensurabile al quadrato de.f.adonque la linea.f.e incommensurabile in potentia alla linea.a. per laqual cosa e etiam incommensurabile in longhezza , e per tanto la linea.f.e la seconda linea , laquale el proposito era de ritrouare, & cosi e manifesto il proposito,

Lemma.



e/14 Date due linee rette inequale, puotemo ritrouare quanto piu puo la maggiore della minore.

Siano le due date linee rette a.b.c.dellequale la maggiore sia la.a.b.hor bisogna trouar quanto puo piu la.a.b.della.c.sia descritto sopra la.a.b.el semicirchio.a.d.b.& in questo(per la prima del quarto)sia coattada la.a.d. eguale alla c.& sia tirata la.d.b.Al presente e manifesto che langolo.a.d.b.e retto, & che la a.b.puo piu della.a.d.(che e eguale alla.c.)in el quadrato della.d.b.& similmente,date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto quelle due,laqual cosa cosi lo ritrouo.Siano le due date rette linee.a.d.&.d.b.alle quale sia desiderato trouare una linea potente in quelle.sia posto che.a.d.d.b.contendano langolo retto,& sia tirata la.a.b.& un altra uolta(per la quadragesima settima del primo)e manifesto quella esser la.a.b.

Theorema

Theorema.xiii. Propositione.xvi.

12 Se la prima, de ogni quattro linee proportionale po piu della seconda tanto quanto e el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza e necessario posser tanto piu della quarta quanto e el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza & se la prima sera piu potente della seconda nel quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza sera piu potente della quarta nel quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

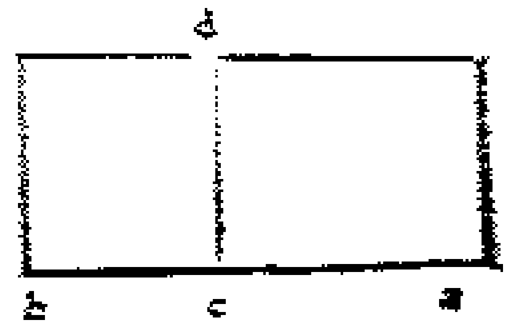
Hor siano le quattro linee proportionale .a.b.c.d. & sia la .a. maggiore della .b. & la .c. della .d. & anchora sia la .a. piu potente della .b. nel quadrato della linea .e. & .c. sia piu potente della linea .d. nel quadrato della linea .f. dico che se .a. communicha con .e. in longhezza anchora .c. communicara con .f. in longhezza & se .a. non communica con .e. in longhezza ne etiam la .c. communicara co .f. in longezza & se .a. communica co solamente .e. in potentia, anchora .c. communicara con .f. solamente in potentia, niente di manco l'authore non propone questo ultimo perche facilmente e manifesto dalla demostratione di primi perche conciosia che la proportione de .a. al .b. sia si come del .c. al .d. del quadrato de .a. al quadrato de .b. sera si come del quadrato de .c. al quadrato de .d. & perche el quadrato de .a. e equale alli quadrati delle due linee .b. & .e. similmente el quadrato de .c. e equale alli quadrati delle due linee .d. & .f. la proportione di quadrati delle due linee .b. & .e. al quadrato de .e. sera si come di quadrati delle due linee .d. & .f. al quadrato de .f. adonque disgiuntamente el quadrato de .b. al quadrato de .e. sera si come el quadrato de .d. al quadrato de .f. adonque del .b. al .e. sera si come del .d. al .f. anchora per la equa proportionalita sera del .a. al .e. si come del .c. al .f. adonque (per la prima parte della decima quarta) e manifesta la prima parte de questa & (per la seconda) la seconda & (per la terza in questo loco aggionta) questa parte aggionta.

Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee .b. & .e. al quadrato della .e. sia si come quella di quadrati delle due linee .d. & .f. al quadrato della .f. e manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

17 Se sopra ad alcuna linea retta sera posto, ouero descritto uno parallelogrammo al quale (a compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto parallelogrammo descritto, sera equale a quello che vien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.



Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla .a.b.) lo parallelogrammo .a.d. al quale manchi a compire la detta linea la superficie .d.b. quadrata. dico che 'l parallelogrammo .a.d. e equale a quello che vien contenuto sotto de .a.c. & .c.b. & questo per se istesso e manifesto, perche la superficie .d.b. e quadrata el lato .d.c. e equale al .c.b. & lo parallelogrammo .a.d. e quello che fatto sotto contenuto sotto di.a.c.&.c.d.& questo e quello che fatto ouer contenuto sotto di.a.c.&.c.b.perilche seguita el proposito.

Il Tradottore.

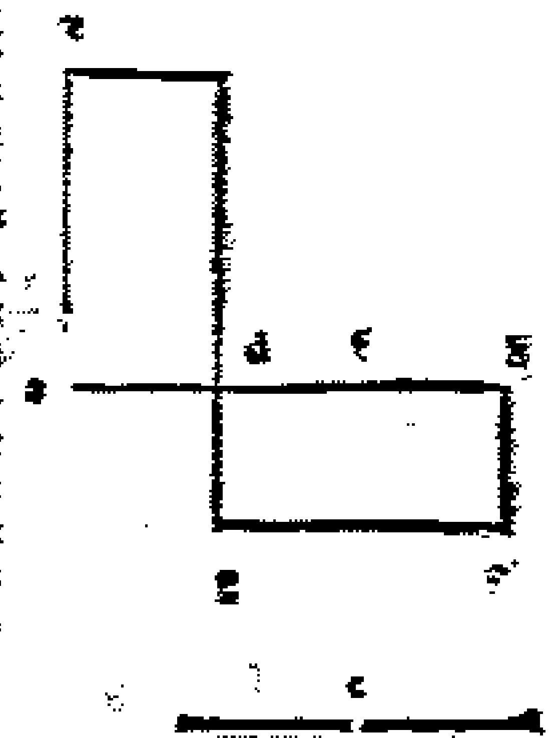
IL soprascritto lemma se ritrouoa solamente nella seconda tradottione, il quale e molto al proposito per le due propositioni che seguitano, & la dimostratione di quello e assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo.a.d.sopra la data linea.a.b.con la sopradetta conditione, cioe che manchi a compir la detta linea.a.b.vn quadrato cioe el quadrato.d.b.) Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due seguente propositioni) non e molto facile massime per quelli che non hanno molto familiare la vigesima ottaua propositione del sesto libro, ma a chi hauera ben in memoria il procedere generale della detta vigesima ottaua del detto sesto, non hauera alcuna difficulta nelle due seguente propositioni, adonque se per caso, la te fusse vscita di memoria di nouo a lei recorri che ti sera di vtile. Ma aduertisse che se ben la detta vigesima ottaua del sesto non dice precisamente quello che si suppone nel soprascritto lemma, ouero quello che nelle due seguente propositioni occorrera di fare, cioe de aggiongere, ouero designare sopra vna data retta linea vna superficie equale alla quarta parte del quadrato d'vnaltra linea (minore di lei) talmente che manchi al compimento della data linea, vna superficie quadrata niente di meno se tu ben considerarai il procedere generale di quella tu non hauerai alcuna difficulta in questa particulare, perche la maggiore differentia che sia di quella a questa e che in luoco di triangolo.c.(in qual luoco adiacente) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (volendo) tu la puoi retirare in uno triangolo (come sopra la vigesima nona del detto sesto fu mostrato) ben che senza retirarla in triangolo potrai essequire il tuo intento se ben considerarai quella parte adiunta sopra la detta vigesima ottaua del detto sesto. Della superficie.d.in la detta vigesima ottaua adiunta, puo essere quadrata e non quadrata, e pero quella non te altera (nelle seguente) il tuo operare. Anchora vnaltro piu espedito modo da essequir tal effetto senza agiuto della detta vigesima ottaua del sesto, se adduce dal commentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

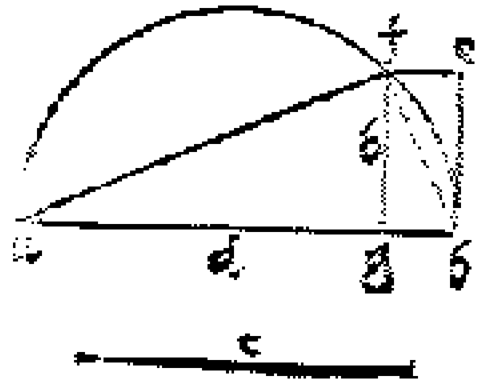
Theorema.xiiii. Propositione.xvii.

15 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale
17 alla quarta parte del q̄drato della minor, oggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmēte che māchi a cōpire tutta la linea una superficie quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, e glie necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longha, & se la piu longha sera piu potente della piu corta per accresimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggionta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggionta e necessario diuidere la medesima linea piu longha in due

in due parti commensurabile.

SE siano le due linee .a.b. & .c. & sia .a.b. maggiore & sia aggiunta alla linea .a.b. una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea .c. talmente che manchi a compire la linea .a.b. una superficie quadrata, perche questo e possibile a fare per la vigesima ottava del sesto laqualcosa facilmente vien fatta in questo modo, sia divisa .a.b. in le due linee .a.d. & .d.b. talmente che fra quelle cada la mita della linea .c. continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima terza del sesto) la superficie de .a.d. in .d.b. (laquale sia .d.e.) sera equale al quadrato della mita della linea .c. per laqualcosa (per la quarta del secondo) la medesima sera subquadrupla al quadrato della linea .c. anchora mancha a compire la linea .a.b. una superficie quadrata, conciosia cosa che .a.d. sia equale al .d.g. & .d.b. sia equale al .g.e. e per tanto dico che se la superficie .d.e. divide la linea .a.b. in due parti communicanti la linea .a.b. sera piu potente della linea .c. in el quadrato de alcuna linea communicante con lei in longezza & e converso, & conciosia che la linea .a.b. sia maggiore della linea .c. la parte .a.d. non sera equale alla parte .d.b. perche se la fusse equale la superficie .d.e. seria quadrata, & perche essa superficie e equale al quadrato della mita della linea .c. seria .a.d. equale alla mita de .c. & tutta .a.b. seria equale a tutta la .c. laqualcosa seria contra el presupposito adonque la .a.d. non e equale alla .d.b. adonque della maggiore de quelle (laqual sia .d.b.) sia segato la parte .d.f. equale alla .a.d. & (per la ottava propositione del secondo) el quadrato de tutta la .a.b. sera equale a quelli rettangoli fatti de .d.b. in .d.a. quattro volte & al quadrato de .f.b. per laqualcosa la linea .a.b. sera piu potente della linea .c. in el quadrato della linea .f.b. laquale e necessario communicare a tutta la .a.b. se la linea .a.d. e communicante alla linea .d.b. perche se questo sera la .d.b. sera communicante alla .d.f. sia equale per laqualcosa (per la duodecima propositione) .b.f. communicha con .f.d. e pero communica etiam a tutta la .b.d. & per questa causa communica etiam con tutta la .a.f. adonque communica etiam con tutta la .a.b. & cosi e manifesto el primo proposito, el converso di questa e manifesto in questo, sia la .a.b. piu potente della .c. in el quadrato della linea .f.b. laqual communichi con lei medesima in longhezza, dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea .c. aggiunta sopra alla linea .a.b. (talmente che manchi una superficie quadrata) divide la linea .a.b. in due parti communicanti, perche se sia divisa .f.a. in due parti equali in .d. & sia fatta la superficie .d.e. del .d.b. in .d.a. & mancata a compire la linea .a.b. la superficie quadrata, & (per la ottava propositione del secondo libro) el quadrato de .a.b. sera equale al quadruplo della superficie .d.e. & al quadrato de .f.b. Adonque el quadruplo della superficie de .d.e. e equale al quadrato della .c. per laqualcosa la superficie .d.e. sie equale alla quarta parte del quadrato della .c. dico adonque che la .d.b. e communicante con la .a.d. stante che .f.b. sia communicante con .a.b. perche se questo sera che .f.b. sia communicante con .a.b. sera anchora communicante con .a.f. (per la duodecima propositione) per laqualcosa sera etiam con .a.d. & con .d.f. a quella equale e per tanto etiam .d.b. sera communicante con .a.d. che e il secondo proposito, ma al presente e da demostrare qualmente la linea .a.b. quando che essa sera posta maggiore della linea .c. possa esser divisa talmente che fra le parti di quella cada la mita della linea .c. continuamente proportionale, perche quando la sera cosi divisa, la superficie che sera fatta dall'una parte in l'altra sera equale al quadrato della mita della linea .c. & essa superficie sera equale alla quarta parte del quadrato della linea .c. aggiunta alla linea .a.b. talmente che manchi una superficie quadrato, perche questo sera fatto in questo modo, divisa .a.b. in due parti equali in ponto .d. & sia linearo sopra quella la semi,

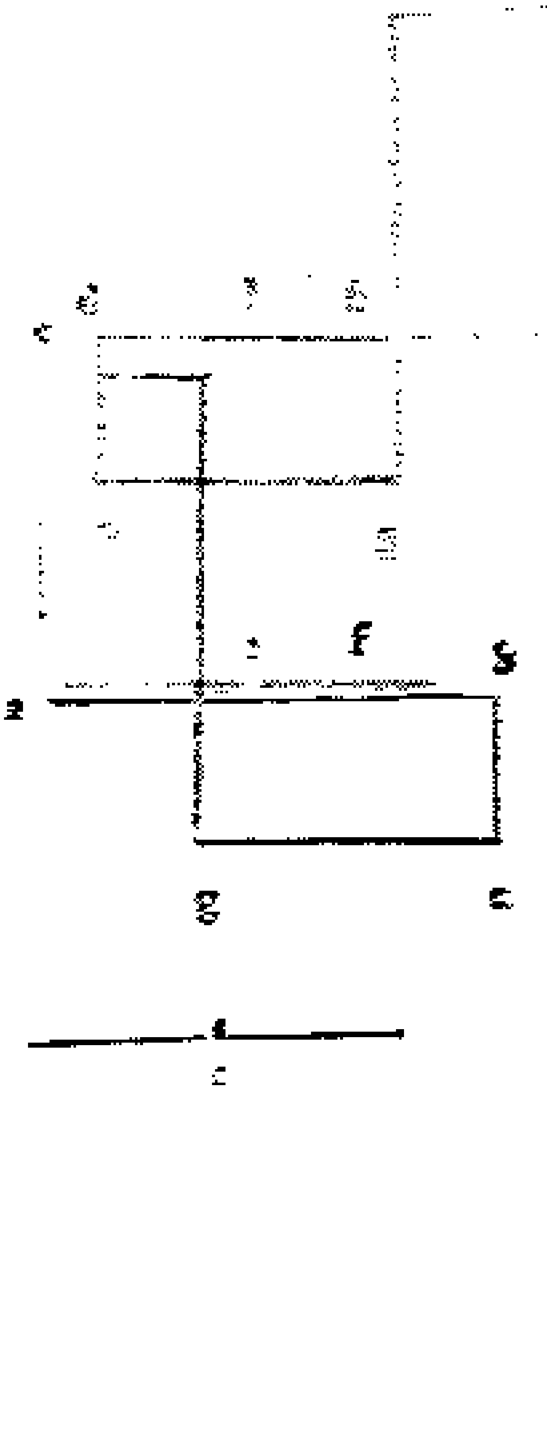




cerchio.a.f.b.& similmente sia lineata la linea.b.e. perpendicolare alla.a.b.la quale sia posta equale alla mita della linea.c.& sia tirata la.e.f.equidistante alla a.b.per fina a tanto che la seghi la circonferentia del semicerchio in ponto.f. perche e necessario che seghi quella (conciosia che la linea.a.b.sia maggiore della linea.c.)& sia tirata la.f.g.perpendicolare alla.a.b.laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea.e.b.(per la trigesima quarta propositione del primo) sera ancora equale alla mita della linea.c.sia adunque tirate le linee.f.a. & (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a.f.b.sera retto e pero (per la prima parte del corrolario della ottava del sesto) la linea.f.g.sera nel mezzo luoco proportionale fra.a.g.&.g.b.per laqual cosa la mita della linea.c.(laquale e equale a quella) sera etiam media proportionale fra le medesime che e il nostro proposito.

Theorema.xv. Propositione.xviii.

14 Se seranno due linee inequale delle quale se la superficie equale al la quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu longha talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longha sera piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longha & se la piu longha sera piu potente della piu corta nel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza, a essa linea piu longha, & sia posto, over aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta & manchi a compire la piu longha una superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta overo aggiunta sopra a essa linea, divida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.



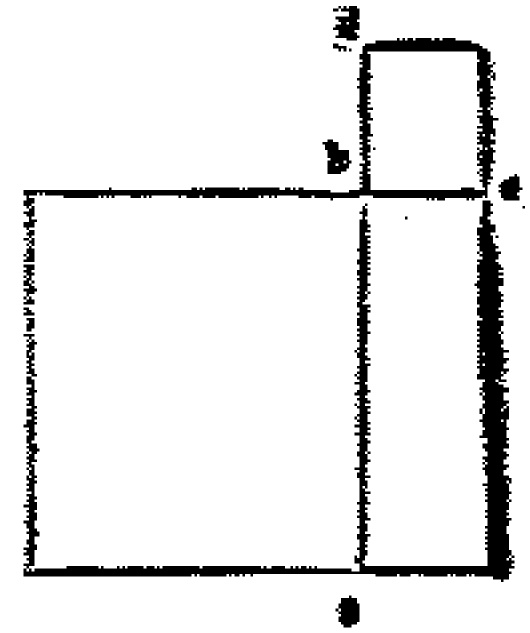
Questa decima ottava mette il contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, & el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche se.a.d.non communica con.d.b.ne etiam.d.f.(a lei equale) communicara con la medesima.d.b.adonque (per la terzadecima propositione).d.f.non communicara con.f.b.per laqual cosa manche con.a.f.perche.a.f.&.d.f.sono communicante si come el numerante & el numerato, e pero ne etiam a.b.communicara con la linea.f.b.ma se questo sera (per la seconda parte) che se.a.b. non communica con.f.b.non communicara con.a.f.per laqual cosa non communicara etiam con.a.d.overo con.d.f.adonque ne.d.b.communicara con.d.a. anchora tu poi demostrare questa decima ottava propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima per la destruttione del consequente, perche se.a.d.&.d.b.non communicano tra lor.a.b.&.f.b.communicarano perche se.a.b.&.b.f.communicassino bisognaria (per la seconda parte della premessa) che.a.d.communicasse con.d.b.& era posto che'l non communicasse, per lo medesimo modo se procedera della seconda parte perche se.b.a.&.b.f.non communicano ne etiam.a.d.&.d.b.communicarano, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che.a.b.&.b.f.communicassino liquali non communicarino per laqual cosa e manifesto el proposito.

Theorema

Theorema.xvi. Propositione.xix.

15 Ogni superficie rettangola che contengono due linee rationale in
19 longhezza se proua esser rationale.

Siano le due linee.a.b.&.b.c.(lequale contengano la superficie rettangola.a.c.)rationale in longhezza.dico la superficie.a.c.esser rationale.perche descritto il quadrato de qual si uoglia di quelle come il quadrato.c.d.della linea.b.c.sara (per la prima del sesto) la proportione del quadrato.c.d.alla superficie.a.c.si come la linea.b.d.alla linea.a.b.perche adonque.b.d.e communicante in longhezza con.a.b.(dal presupposito)pero che la.b.c.(sua eguale)communica con essa(per la prima parte della decimaquarta).c.d.sara communicante con.a.c.adonque conciosia che.c.d.sia rationale (per la diffinitione) etiam.a.c.sara rationale:che e il proposito.



Il Tradottore.

El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

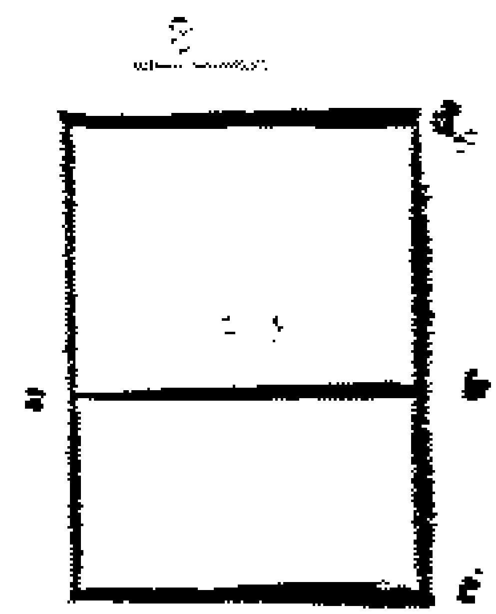
15 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale(secondo al
19 cuno di predetti modi)commensurabile in longhezza e rationale.

La qual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza.ma ponno esser rationale etiam solamente in potentia,pur che siano commensurabile in longhezza:laqualcosa se dimostra per li medesimi modi e uie di sopra addutte,perche el quadrato di qual si uoglia di quelle sara rationale (essendo cadauna di quelle rationale in potentia) onde seguitando se concludera el proposito come in altro modo.& questa e molto piu generale dell'altra.

Theorema.xvii. Propositione.xx.

16 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sara posta
20 una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sara rationale in longhezza, & commensurabile col primo in longhezza.

Questa e quasi el conuerso della precedente, come se la superficie.a.c.(aggionta ouero posta sopra alla linea.a.b.rationale in longhezza) sara rationale:dico che il secondo lato di quella (elqual e.b.c.) sara anchora rationale in longhezza & communicante al primo lato.perche se sia.a.d.el quadrato de.a.b.& sara rationale(per la diffinitione) & per questa causa sara communicante con la superficie.a.c.rationale.perche adonque (per la prima del sesto) si come e la superficie.a.d.alla superficie.a.c.cosi e anchora la linea.b.d.alla linea.b.c.& la superficie.a.d.communica con la.a.c.sara (per la prima parte della decimaquarta).d.b.communicante con.b.c.adonque sara etiam communicante con la.b.a.(sua eguale)&.b.a.e rationale (dal presupposito) per la qual cosa (per la diffinitione) etiam.b.c.sara rationale:adonque e manifesto il proposito.



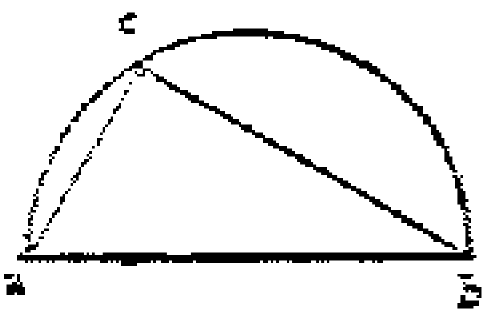
Il Tradottore.

EL testo di questa sopraseritta propositione in la seconda tradottione di ce in questa forma.

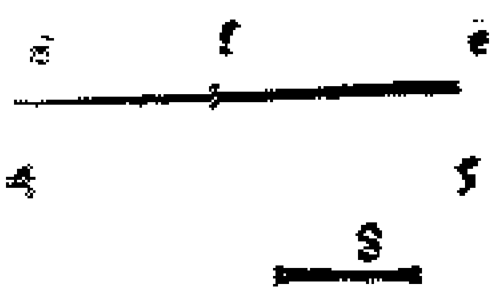
16 Se una superficie rationale sera posta sopra una linea rationale sara
20 la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioe a quella sopra laquale fu posta la superficie.

ONde questa e assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la diffinitione) & tutto questo se verifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie .a.c. rationale, sia posta sopra la linea .a.b. rationale solamente in potentia, dico che il medesimo secondo lato cioe .b.c. sera rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la .a.b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addotte perche el medesimo quadrato de .a.b. sera rationale (per esser la .a.b. rationale abenche sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie .a.c. & cetera.

Problema .iiii. Propositione .xxi.



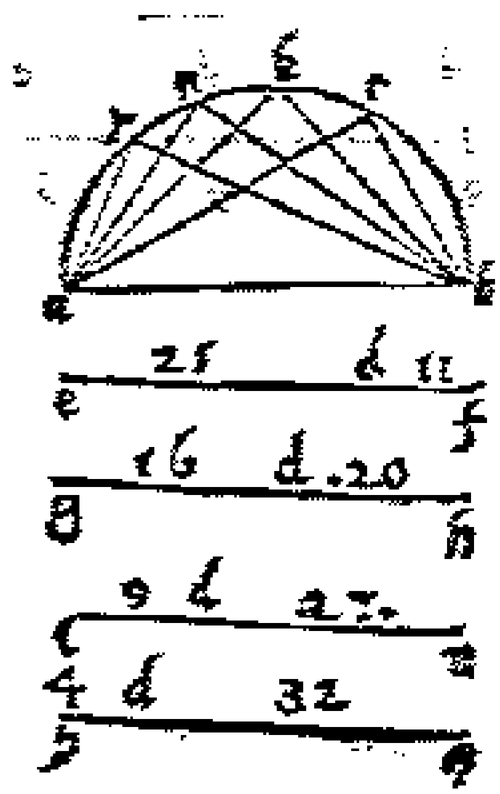
17 Puotemo truouare due linee rationale solamente in potentia com-
29 municante, delle quale la piu longha possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.



EL proposito e di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la piu longha sia piu potente della corta inel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale laqual sia .a.b. sopra laquale descriuo lo mezzo cerchio .a.c.b. & toglio alcun numero (come .d.e.) diuiso quello in li duoi numeri .d.f. & .f.e. in modo che la proportione de .d.e. al .d.f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del .d.e. al .f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuisibile in uno numero quadrato & in uno che non sia quadrato come .e. g. el quale se diuide in .4. e .5. & tutti li equalmente multiplici de questi. & truouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea .a.b. sia si come el numero .d.e. al numero .d.f. (& qualmente essa se truoui e stato detto in la demostratione della decima quinta de questo) truouata questa linea (laquale necessariamente e minore de .a.b.) la accommodo (per la prima del quarto) dentro del mezzo cerchio .a.c.b. & sia .a.c. & subtendaro la linea .c.b. dico le due linee .a.b. & .c.b. esser quelle che cercamo, perche (per la trigesima prima propositione del terzo) l'angolo .c. sera retto, e pero (per la penultima del primo) lo quadrato de .a.b. e equale alli quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. & perche la proportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .a.c. e si come del .d.e. al .d.f. (per el presupposito) (per la euersa proportionalita) la proportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea .c.b. sera si come del .d.e. al .f.e. adonque el quadrato de .c.b. communica con el quadrato de .a.b. (per la sesta propositione di questo) adonque el

quadrato

quadrato de.c.b.sera rationale (per la diffinitione) conciosia che'l communica con una superficie rationale, & perche.c.b.&.a.b.sono incommensurabile (per la ultima parte della nona propositione) e manifesto le due linee.a.b.&.c.b.esser rationale in potentia solamente communicante, ma perche la linea.a.b.e piu potente della linea.c.b.nel quadrato della linea.a.c.la quale (per la seconda parte della nona) communica con seco in longhezza e manifesto esser satisfatto al proposito, Ma se tu desideri de ritrovarne piu de due rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de qual si voglia delle altre nel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, sia come per avanti la linea.a.b. rationale in longhezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio.a.c.b. & sia tolto lo numero.d.quadrato quale sia divisibile in molti quadrati & non quadrati, di quali non quadrati la proportione non sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tal numeri che circa se danno come el.36.el quale e divisibile in.25.e.11.e anchora in.16.e.20.& similmente in.9.e.27.e anchora in.4.e.32.& de questi non quadrati li quali sono.11.20.27.32.fra loro non e proportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adonque che'l numero.d.quadrato sia diviso in.e.quadrato & in.f.non quadrato & sia el quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.c.si come el numero.d.al numero.e. & sia dutta la linea.c.b.& e manifesto el proposito come per avanti e stato dimostrato.a.b.&.c.b.esser le due tal linee che cercamo, similmente anchora dividero.d.in.g.quadrato & in.h.non quadrato & sia el quadrato della linea.a.b. al quadrato della linea.a.k.si come del.d.al.g.& sia dutta la linea.k.b.& seranno come prima le due linee.a.b.&.b.k.quelle che cercamo per lo medemo modo se sia diviso un'altra volta.d.in.l.quadrato & in.m.non quadrato, & sia posto la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.n.si come del.d.al.l.& sia produtta la.n.b.seranno le due linee.a.b.&.b.n.quale cercamo & se un'altra volta sia diviso.d.in.p.quadrato & in.q.non quadrato & la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.r.sera si come del.d.al.p.& sia protratta la linea.r.b.seranno anchora le due linee.a.b.&.b.r. quale cercamo, e per tanto le linee.a.b.b.c.b.k.b.n.b.r.sono rationale in potentia solamente communicante una delle quale (cioe.a.b.) e piu potente de qual si voglia delle altre in el quadrato duna linea commensurabile con seco in longhezza, & se adonque niuna delle quattro linee.b.c.b.k.b.n.b.r.communica con le altre in longhezza e manifesto el proposito & questo se approva in questo modo. perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea.b.c. al quadrato della linea.a.b.e si come el numero.f.al numero.d.& lo quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.b.k.e si come el numero.d.al numero.h adonque per la equa proportionalita el quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.b.k.e si come el numero.f.al numero.h.& niun di quatro numeri f.h.m.q.sono (dal presupposito) si come numero quadrato a numero quadrato per laqualcosa (per la quarta parte della nona) le due linee.b.c.b.k.sono incommensurabile in longhezza & per la medesima ragione, due quale si voglia di queste quattro sono incommensurabile in longhezza adonque e manifesto quello che volemo.



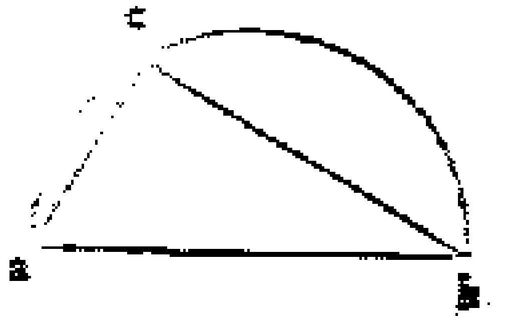
Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea.a.b.se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione (secondo la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee ponno esser ambedue rationale solamente.

in potentia, overo l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, vero e che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito dico & cetera.

Problema.v. Propositione.xxii.

18 Puotemo truouare due linee rationale solamente in potentia com-
30 municante, delle quale la piu longha possi piu della piu corta quanto e il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza,



IN questa anchora rimanga la medesima dispositione & li medesimi presuposti che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero.d.e.a niuno di dui numeri.d.f.&.f.e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, & questo vien fatto facilmente posto.d.e. qual si voglia numero quadrato diuiso in dui numeri non quadrati come si.d.e.fusse noue &.d.f.sei &.f.e.tre argumentando come per auanti essere solamente questo che.a.b.&.a.c.sono incommensurabili in longhezza (per la vltima parte della noua propositione) & e da saper che le due linee che insegnamo di truouare questa & la premessa componeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia communicante ponno esser vna rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale vna sia vinticinque piedi & l'altra vintiquattro sono rationali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie e cinque & el lato della seconda non vien numerato. Et ponno esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale vna sia vintiquattro piedi & l'altra 23.perche el lato ne dell'una ne dell'altra vien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la vltima parte della noua) & se tu desiderasse anchora de trouare pur de due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale vna sia piu potente de quella si voglia delle altre inel quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza sia tolto tal numero el qual se possa esser cosi diuiso in piu parti che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne dalcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come vinticinque el qual tu poi diuidere in dui e vintitre anchora in cinque & vinti Simelmente in tre e dodici & el processo sia el medesimo che stato fatto in la premessa.

Lemma, ouero assumptione.

o
21 La linea potente in una area irrationale e irrationale.

PErche se la linea.a.possi in vna area irrationale cioe che quel quadrato qual vien fatto della linea.a.sia equale a vna area ouer superficie irrationale dico che la linea.a.e irrationale, perche se possibil fusse (per lo aduersario) che la ditta linea a.fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea.a.seria per la diffinitione

rationale

rationale, & (dal presupposito) e irrationale, adonque la linea .a.e. e irrationale seguita adonque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradottione, el quale lemma dimostra quello che se diffinisse in la vltima diffinitione di questo decimo libro, cioe che la linea potente in vna superficie irrationale e irrationale per laqual cosa seguita la detta ultima diffinitione esser superflua.

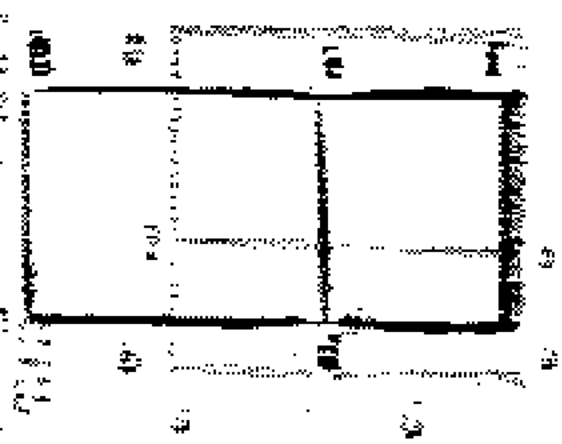
Theorema .xviii. Propositione .xxiii.

Ogni superficie che contengano due linee rationale solamente potentialmente communicante, et e irrationale, e detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico, cioe quello lato che pol in quella, e irrationale & e detto linea mediale.

Siano le due linee .a.b. b.c. (continente la superficie .a.c.) rationali solamente in potentia communicante lequale qualmente se trouano dalla premessa se dalla auanti la premessa e manifesto. Dico la superficie .a.c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia .c.d. quadrato de .b.c. & sera rationale (per el presupposito) imperoche la linea .b.c. e rationale in potentia, & perche (per la prima del sesto) la proportione de .a.c. al .c.d. si come della .a.b. alla .b.d. & la .a.b. non communica con la .b.d. perche (dal presupposito) la non communica con la sua equale (laquale e .b.c.) seguita (per la seconda parte della decimaquarta) che etiam .a.c. non communica con .c.d. per laqual cosa (per la diffinitione) la superficie .a.c. e irrationale adonque el suo lato tetragonico (per lo soprascritto lemma) e irrationale, & quella superficie e chiamata superficie mediale perche e nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioe fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie e detta linea mediale perche anchora lei e nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & queste due linee sono li lati della detta superficie & questo e quello che volemo.

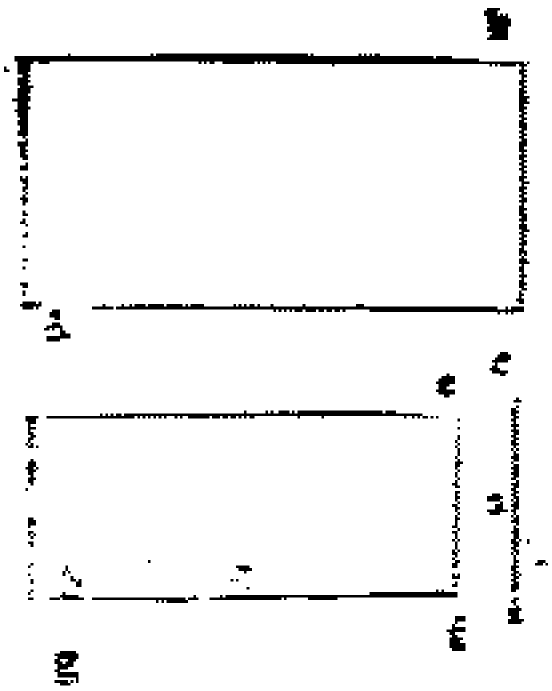
Lemma.

Se seranno due linee rette, si come e la prima alla seconda, cosi e quello che vien fatto della prima a quello che contenuto sotto alle due rette linee.



Siano le due rette linee .f.e. e.g. Dico che si come e .f.e. al .e.g. cosi e il quadrato de .f.e. alla superficie contenuta sotto da .f.e. & .e.g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato .d.f. & sia compito .d.g. adonque perche si come e .f.e. al .e.g. cosi e .f.d. al .d.g. & .d.g. e quella superficie contenuta dal .f.e. & .e.g. adonque si come e .f.e. al .e.g. cosi e quello che vien fatto del .f.e. a quello che contenuto sotto del .f.e. & .e.g. similmente anchora si come quello che contenuto sotto de .g.e. & .e.f. a quello che vien fatto dal .e.f. cosi si come .g.e. al .e.f. cosi e .g.e. al .e.f.

Theorema.xix. Propositione.xxiiii.



20/22 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sera posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quella sera rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.

Questa e quasi il converso della premessa. Sia .a. una linea mediale & sia la linea .b.c. rationale in longhezza sopra ala quale sia posto, overo aggionta la superficie .b.d. equale al quadrato della linea .a. laqualcosa se fa in questo modo, sia fatto aggionto alle due linee .b.c. & .a. la linea .c.d. in continua proportionalita, come insegna la decima del sesto, & la superficie della .b.c. in .c.d. sera equale al quadrato della linea .a. (per la settadecima del medesimo) dico el secondo lato de quella ilquale e .c.d. esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato .b.c. & sera (per la precedente) per la diffinitione della linea mediale) che la linea .a. possi in alcuna superficie contenuta de due linee rationale solamente in potentia communicanti, laqual sia la superficie .e.g. li lati dellaquale sian .e.f. & .f.g. & le due superficie .b.d. & .e.g. (per la prima parte della decima quarta del sesto) seranno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & retangole adonque la proportione de .b.c. al .e.f. e si come del .f.g. al .c.d. per laqualcosa concio sia che .b.c. communichi in potentia con .e.f. (impero che il quadrato dell'una & dell'altra de quelle sono rationali (dal presupposito) .f.g. (per la decima quarta) communicara in potentia con .c.d. concio sia adonque che el quadrato de .f.g. sia rationale (per el presupposito) ancora el quadrato de .c.d. (per la diffinitione) sera rationale, & perche la superficie .b.d. e mediale si come la sua equale .e.g. (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea .c.d. non communichi con la superficie .b.d. & perche el quadrato della linea .c.d. alla superficie .b.d. (per la prima del sesto) e si come lo lato .c.d. allo lato .c.b. (per la seconda parte della decima quarta) sera che .c.d. non communichi con .b.c. per laqualcosa concio sia che la .b.c. sia rationale in longhezza (dal presupposito) la .c.d. sera irrationale in longhezza cioe rationale solamente in potentia, adonque e manifesto la proposta conclusione.

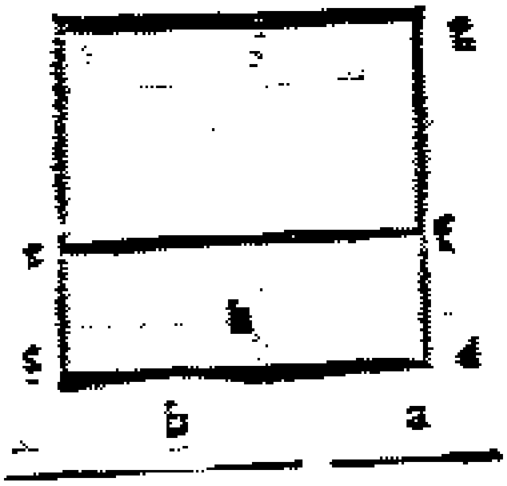
Il Tradottore.

IL testo della soprascritta propositione in la seconda tradottione parla in questa forma videlicet.

20/22 Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa la larghezza rationale & incommensurabile in longhezza a quella linea alla quale fu soprapposto.

La qual propositione e piu generale che la sopraposta perche questa non astringe che la linea .b.c. sia rationale in longezza ma basta che sia rationale o in longhezza o in potentia solamente & per li medesimi argumentationi se trouara seguire il proposito & quello che di sopra se concluse per la prima del sesto nel la seconda tradottione se conclude per la soprascritta lemma cioe che il quadrato della linea .c.d. alla superficie .b.d. e si come lo lato .c.d. allo lato .c.b.

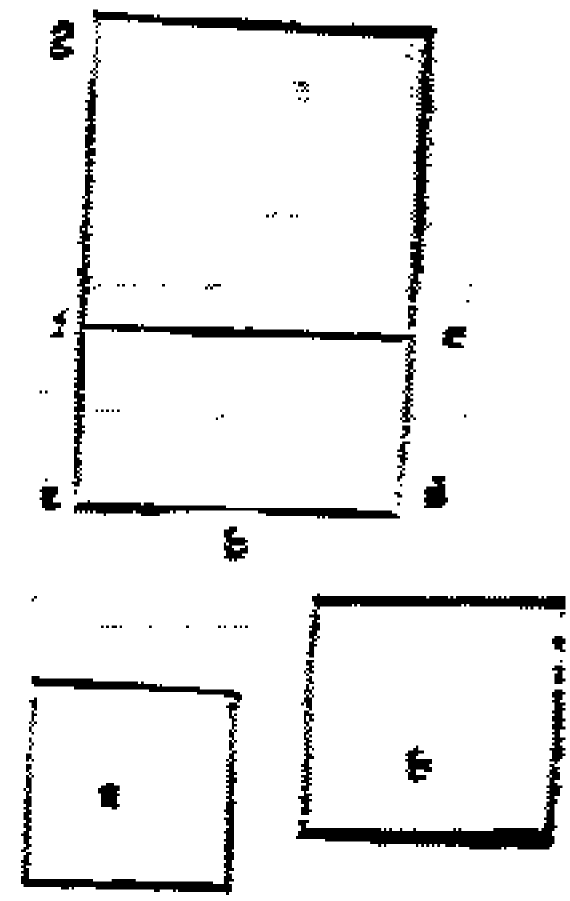
Theorema.xx. Propositione.xxv.



21/23 Ogni linea communicante a una mediale e mediale.

Sia la linea .a. mediale alla quale sia posto la linea .b. esser communicante over in longhezza, overo solamente in potentia, dico che etiam la linea .b. e mediale.

diale, & per dimostrare questo sia la linea.c.d. rationale in longhezza sopra la quale sia posta la superficie.c.f.equale al quadrato della linea.a. & anchora la superficie.e.g.equale al quadrato della linea.b.(& a qual modo questo si debbia far e stato detto in la premessa demostratione)&(per la precedente)la linea.d.f.sera rationale solamente in potentia & incommensurabile alla linea.c.d.& perche (per la prima del sesto) la.e.g.al.c.f.e si come del.f.g.al.d.f.& la superficie.e.g. communica con la.c.f.imperoche el quadrato de.b.communica con lo quadrato de.a.(per el presupposito) alli qual quadrati le dette superficie sono poste equale, seguita(per la prima parte della decimaquarta)che la linea.f.g.communicara con la linea.d.f.per la qual cosa.f.g.e rationale solamente in potentia, si come.d.f.& incommensurabile in longhezza alla linea.c.f.conciosia che la linea.d.f.(a se communicante)sia incommensurabile al medesimo.c.f.imperoche e incommensurabile alla sua equale, perche questo fu provato in la undecima che sel sera due quantita communicante a qualunque quantita una di quelle non communicara ne etiam laltra gli communicara, adonque(per la vigesima terza) la superficie.e.g.sera mediale & lo lato tetragonico di quella el quale e.b.sera mediale che e il proposito, similmente anchora ogni superficie communicante a una superficie mediale e necessario esser mediale, perche se sia la superficie.a. mediale alla quale sia posta la superficie.b.esser communicante. Dico la superficie.b.esser mediale la qual cosa in questo modo sera manifesta, sia la linea.c.d. rationale in longhezza & sopra a quella sia aggionta, overo posta la superficie.c.e.laquale sia equale alla superficie.a.laqual cosa se fa in questo modo, sia trovata la linea.e.f.alla quale sia proportionale uno di lati della superficie.a. si come sia la linea.c.d.all'altro lato(& come questa linea se ritrova e stato detto in la decima del sesto)&(per la quintadecima del medesimo)la superficie.d.f.sera equale al.a.& anchora per el medesimo modo sopra alla linea.e.f. sia aggionta, overo posto la superficie.e.g.laquale sia equale alla.b.adonque(per la vigesima quarta)la linea.c.f.sera rationale solamente in potentia & anchora sera incommensurabile in longhezza alla linea.c.d.& perche.a.&.b.erano communicanti (dal presupposito)seranno anchora.c.e.&.e.g.(a quelle equale)communicante, adonque(per la prima del sesto)&(per la prima parte della decimaquarta) de questo seranno le due linee.c.f.&.f.g. communicante in longhezza, per laqual cosa(per la vigesima terza)la superficie.e.g.sera mediale, conciosia che la linea.e.f.sia rationale in longhezza si come.c.d.a lei equale(conciosia adonque che.b.sia equale al.e.g.anchora.b.sera mediale che e il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale, onde tutta la superficie.d.g.e mediale, perche conciosia che le due linee.c.f.&.f.g.siano rationale in potentia solamente, & non communicante in longhezza seguita che tutta la.c.g.sia rationale solamente in potentia & non communicante con la.c.d.in longhezza, adonque(per la vigesima terza).d.g.e mediale & per lo medesimo modo se procedera essendo piu.



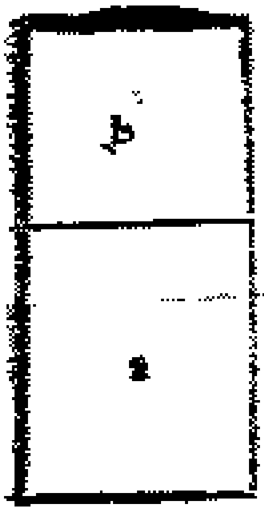
Il Tradottore.

Questa ultima parte provata di sopra, cioe che ogni superficie communicante a una superficie mediale e mediale, nella seconda tradottione se ne fa uno corrolario ma per esser assai piu chiara questa del ditto corrolario haveremo posposto el detto corrolario

Theorema.xxi. Propositione.xxvi.

22 Ogni differentia in laquale habondi una mediale da una mediale, se approva essere irrationale.

Sia l'una e l'altra delle due superficie.a.b.&.a.mediale, Dico che la superficie.b.(laquale e la differentia di quelle)e irrationale, e per dimostrar questo sia



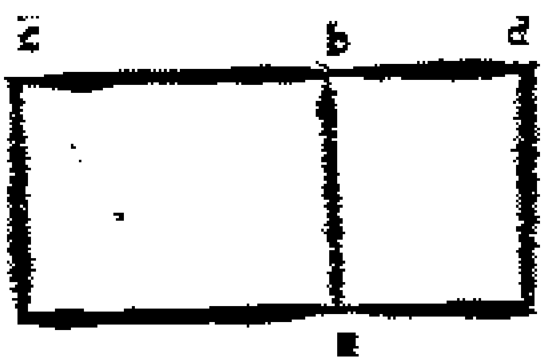
la linea.e.d.rationale in longezza sopra alla quale sia posta ouer agionta la superficie.d.e.equale alla superficie.a.& la superficie.d.f.equale alla total superficie.a.b.& come questo se debbia fare lo hauemo insegnato in la precedente, adonque perche.d.f.e equale al.a.b.& d.e.e equale al.a.(per la concettione).g.f.sera equale al.b.& adonque la superficie.b.non e irrationale ma rationale (per l'aduersario) sera etiam la.f.g.(sua equale) rationale & conciosia che la linea.e.g.sia rationale in longhezza si come la sua equale.c.d.(per la.20.) la linea.e.f.sera rationale in longezza e communicante con la linea.e.g.& (p la.24.) l'una e l'altra de le due linee.c.e.& e.f.e solamente potentialmente rationale & incommensurabile in longezza alla linea.c.d.adonque la linea.e.f.e incommensurabile alla linea.c.e.in longezza,& perche(per la prima del.6.) el quadrato della linea.e.f.alla superficie che vien fatta della.e.f.in la.c.e.e si come la.e.f.alla.c.e.seguita (per la seconda parte della.14.) che el quadrato della linea.e.f.sia incommensurabile alla superficie fatta del.e.f.in.c.e.per la qual cosa & esso quadrato sera incommensurabile al doppio della superficie del.e.f.in.c.e.& lo quadrato de.c.e.conciosia che'l sia rationale e communicante al quadrato de.e.f.adonque anco el composito de ambidui (per la.12.) sera communicante al quadrato de.e.f.e pero sera incommensurabile al doppio della superficie del.e.f.in.c.e.& perche(per la quarta del secondo) el quadrato della linea.c.f.e equale alli duoi quadrati delle due linee.c.e.& e.f.& al doppio della superficie de.c.e.in.e.f.& lo doppio della superficie de.c.e.in.e.f.e incommensurabile allo aggregato delli duoi quadrati delle due linee.c.e.& e.f.seguita per la.13.che el quadrato de.c.f.sia incommensurabile allo aggregato di duoi quadrati delle due linee.c.e.& e.f.& conciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale,seguita el quadrato della linea.c.f.non esser rationale e pero la linea.c.f.non e rationale in potentia & per questo la superficie.c.f.non sera mediale ne etiam la superficie.a.b.a lei equale laqual cosa e inconueniente per esser il contrario di quello che fatto posto,rimane adonque che la superficie.b.e irrationale che e il proposito.

Il Tradottore.

IL medesimo seguiria che tolesse la linea.c.d.rationale solamente in potentia, cioe che'l non e necessario che la sia rationale in longezza come propone il comentatore anci pol esser anchor come detto rationale solamente in potentia & supponendo pur per(l'aduersario) che la superficie.g.f.sia rationale seguira (per la vigesima di questo tratta dalla seconda tradottione) che la.e.f.sia rationale(largo modo) e commensurabile in longhezza con la.e.g.seguendo poi come segue se concluderia il proposito.

Theorema.xxii. Propositione.xxvii.

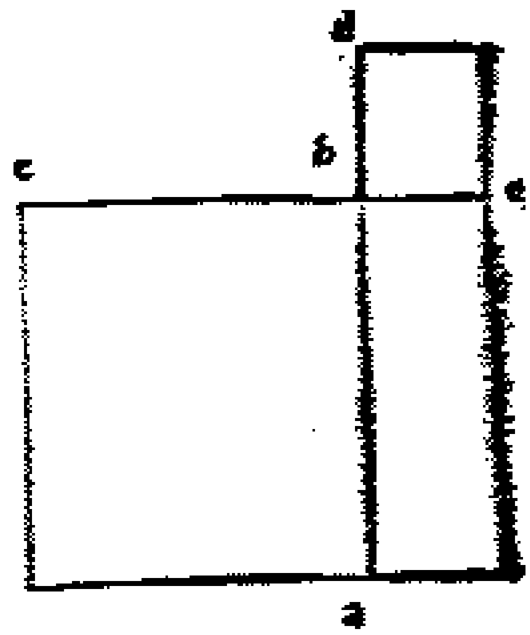
o/24 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile in longhezza e mediale.

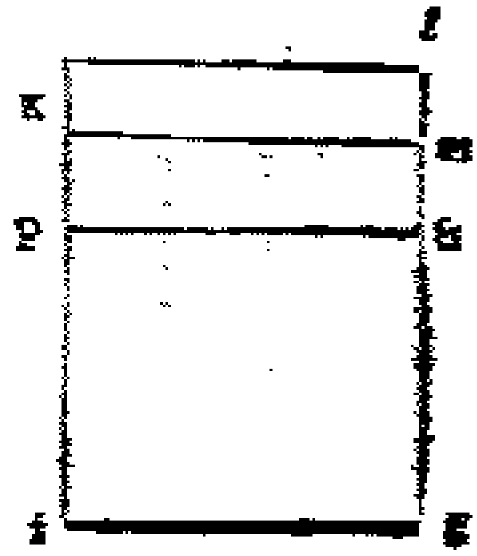


DIco se sono alle due rette linee mediale.a.b.& b.c.commensurabili in longhezza sera compreso il rettangolo.a.c.Dico che'l detto rettangolo.a.c.e mediale,e per dimostrar questo sia descritto(per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato.a.d.della linea.a.b.adonque lo quadrato.a.d.e mediale & perche la.a.b.e commensurabile alla.b.c.in longhezza & la.a.b.e equale alla.d.b.adonque la.d.b.e commensurabile alla.b.c.in longhezza per la qual cosa & lo quadrato.a.d.sera commensurabile alla superficie.a.c.adonque (per la vigesima quinta) la superficie.a.c.e mediale,cioe per la parte seconda sopra la detta.25.

Theorema.xxiii. Propositione.xxviii.

25/25 Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmente,ouer che la e rationale,ouer mediale





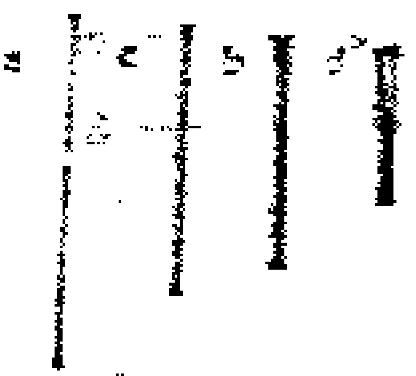
SIano le due linee.a.b.&.b.c.mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie.a.c.(da quelle contenuta) over che la e rationale over mediale, & per dimostrar questo sia.d.c.el quadrato della linea.b.c.&.a.e.el quadrato della linea.a.b.&(dal presupposito) questi duoi quadrati seranno communicanti & la superficie.a.c.(per la prima del.6.) sera mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adonque la linea.f.g.laqual sia rationale in longezza sopra ella qual sia azonto over posta la superficie.f.h.equal al quadrato a.e.& K.h.equale alla superficie.a.c.&.K.l.equale al quadrato.d.c.& queste tre superficie.f.h.h.k.&.K.l.seranno continuamente proportionali, si come sono le sue equale.a.e.a.c.&.d.c.per laqualcosa(per la prima del.6.) etiam le tre linee.g.h.h.m.&.m.l.(lequale sono base de quelle) seranno continuamente proportionale, & conciosia che le superficie.f.h.&.K.l.siano communicante, si come li duoi quadrati.a.e.&.c.d.a quelle equali seguita(per la prima del.6.)&(per la.14.di questo) che la linea.g.h.sia communicante con la.m.l.& luna e laltra de quelle e rationale in potentia(per la.24.de questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra e rationale perche ogni superficie laqual che e contenuta da due linee rationale in potentia, communicante in longezza necessariamente e rationale(come e manifesto)(per la prima del.6.)&(per la seconda parte della.14.de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale, & perche(per la prima parte della.17.del.6.) lo quadrato della linea.h.m.e equale alla superficie della.g.h.in.m.l.el quadrato della linea h.m.sera rationale, adonque se la linea.h.m.e rationale in longezza, over communicante alla linea.K.m.laquale e equale alla linea.f.g.(per la.19.) la superficie.h.K.sera rationale, e pero etiam la sua equale.a.c.ma se la linea.h.m.sia irrationale in longezza over incommensurabile alla linea.K.m.laqual e equale alla linea.f.g.(conciosia che essa sia rationale al manco in potentia imperoche el suo quadrato e rationale la superficie.h.K.(per la.23.) sera mediale per laqualcosa etiam la sua equale.a.c.adonque e manifesto el proposito, & nota che se le due linee.a.b.&.b.c.fussino mediale communicante in longezza la superficie.a.c.seria solamente mediale perche la superficie.a.c.seria communicante all'uno e l'altro di duoi quadrati.a.e &.c.d.(per la prima del.6.) & per lo presente presupposito, & per la.14.di questo, e pero la superficie.h.K.equale a essa.a.c.seria communicante all'una e l'altra superficie.f.h.&.K.l.adonque(per la prima del.6.) & per la.14.di questo la linea.h.m.seria communicante all'una e l'altra delle due linee.g.h.&.l.m.& perche ambedue queste sono rationale solamente in potentia non communicante in longezza alla linea.f.g.anchora la.h.m.seria rationale in potentia solamente non communicante in longezza alla linea.f.g.& pero ne communicante alla linea.h.p.per laqualcosa (per la.23.) la superficie.h.K.sera solamente mediale e pero etiam la.a.c.a lei equale sera mediale, ma se le due linee.a.b.&.b.c.fussino mediale ne in longhezza ne in potentia communicante la superficie.a.c.non saria rationale ne mediale, perche se fosse cosi, cioe che le due linee.a.b.&.b.c.fussino mediale ne in longezza ne in potentia communicante li dui quadrati.a.e.&.c.d.seriano incommunicanti, adonque & le due superficie.f.h.&.k.l.a quelle equale anchor seriano incommunicanti, per laqualcosa & le due linee.g.h.&.m.l.seranno incommensurabili(per la prima del.6) & per la seconda parte della.14.de questo & perche l'una e l'altra de quelle e rationale solamente in potentia(per la.24.) la superficie dell'una in l'altra seria mediale (per la.23.) conciosia adonque che'l quadrato della linea.h.m.sia equale alla detta superficie che vien fatta dei.g.h.in.m.l.(per la prima parte della.16.del.6.) seria per la.23.de questo la linea.h.m.linea mediale, adonque(per la.19.) la superficie.h K.non seria rationale ne etiam mediale(per la vigesima quarta) per laqualcosa ne etiam la sua equale sera rationale ne mediale.

Il Tradottore.

IN questa soprascritta spositione dove se concinde(per la prima del.6.& per la prima parte della.14.di questo & per la diffinitione delle superficie rationale) che la superficie della linea.g.h.in la.l.m.e rational, il medesmo se verifica per la sola.19.de questo(della seconda tradottione) cioe che ogni rettangolo contenuto perficie contenuta da due linee rationale (o sian in longezza, over solamente in potentia) commensurabile in longezza e rationale, anchora bisogna notare che non e necessario (per demostrar questa propositione) a tor la linea .g. rationale in longhezza, perche il medesimo se concluderia pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.vi. Propositione.xxix.

24/31 Puotemo trouare due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acressimento, dun quadrato duna linea communicante alla medesima piu longha in longhezza.



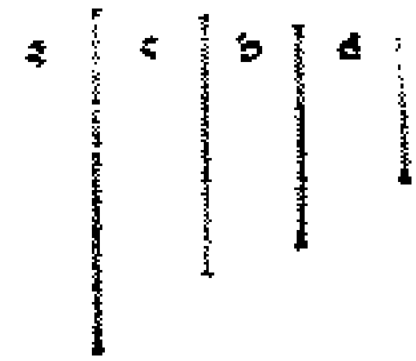
Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale, over mediale, come e manifesto per la precedente, hor consequentemente insegna a trouar queste due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengono superficie mediale, onde el proponente di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu breue nel quadrato de alcuna linea communicante in longezza a essa linea piu longa leque contengano superficie rationale, a questo secondo la dottrina della .31. togliolo le due linee .a. & .b. solamente in potentia rationale communicante delle quale la piu longa (laqual sia .a.) possi piu della piu breue (laquale sia .b.) nel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longezza, & meno la linea .c. (secondo la dottrina della .9. del .6.) nel mezzo loco proportionale fra .a. & .b. & ponero che la proportione del .a. al .b. sia si come del .c. al .d. & come questo se faccia e detto nella .10. del .6. al presente dico le due linee .c. & .d. esser quelle che cercamo, perche le manifesto (per la .23.) che la superficie che contieneno le due linee .a. & .b. e mediale. & perche (per la prima parte della .17. del .6.) el quadrato della linea .c. e equale alla detta superficie adonque (per la .23.) la linea .c. sera mediale, & conciosia che'l sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. & .b. communica con .a. in potentia solamente (per el presupposito) perche si .a. quanto .b. e rationale in potentia, seguita (per la .14.) che .c. anchor communichi con .d. in potentia solamente adonque (per la .25.) conciosia che .c. sia linea mediale etiam .d. sera mediale, & (per la prima parte della .16.) la linea .c. sera piu potente della linea .d. nel quadrato duna linea communicante con seco in longezza, adonque se le due linee .c. & .d. contieneno superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contengano superficie rationale cosi lo manifesto in questo modo, conciosia che sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. permutatamente del .a. al .c. sera si come del .b. al .d. ma del .a. al .c. era si come del .c. al .b. adonque del .c. al .b. e si come del .b. al .d. adonque (per la prima parte della .17. del sesto) la superficie che contieneno le due linee .c. & .d. e equale al quadrato del .b. & lo quadrato del .b. e rationale (per el presupposito) conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque la superficie che contieneno le due linee .c. & .d. e rationale per laqual cosa e manifesto el proposito.

Problema.vii. propositione.xxx.

25/27 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue nel quadrato duna linea incommensurabile in longezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee .a. & .b. rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu breue nel quadrato duna linea non communicante con seco in longezza, lequale se ritrouano secondo la dottrina della vigesima seconda

la vigesima seconda



a vigesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente ar gumentatio con simel modo, se manifestara le due linee. c, & d, esser quelle che cer cauano, Nota che le due linee che integrano questa e la precedente de trouare componeno lo bimediale primo, & la menore de quelle tagliata della maggiore quella che rimane vien detta residuo medial primo.

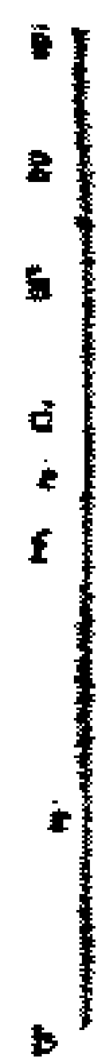
Lemma.

° Possemo truouare duoi numeri quadrati, che el composito de que
29 gli sia quadrato.

Siano posti sora duoi numeri. a. b. & b. c. & siano ouer pari, ouer dispari & perche (per la. 25. del nono) se dal numero paro sia sottratto numero paro, & se dal numero disparo sia sottratto numero disparo (per la. 26. del nono) lo rimanente sera paro adonque lo rimanente. a. c. sera paro, sia segato. a. c. in due parti equale (per la decima del primo) in ponto. d. & siano essi numeri. a. b. & b. c. ouer superficiali simili, ouer quadrati, & se sono superficiali simili adonque el produt to de. a. b. in. b. c. gionto co el quadrato del. c. d. e equale al quadrato de. b. d. & lo produtto de. a. b. in. b. c. e quadrato, perche le manifesto (per la prima del no no) che se duoi numeri superficiali simili el dutto de l'uno in l'altro e numero quadrato adonque sono trouati li dui numeri quadrati cioe quello che e produt to de. a. b. in. b. c. & lo quadrato de. c. d. liquali gionti ouer composti insieme fano el quadrato de. b. d.

Correlario.

° Et per questo e manifesto che similmente sono trouati duoi nume
29 ri quadrati (l'uno di quali e el quadrato de. b. d. l'altro e el quadrato de. c. d.) lo eccesso di quali e quadrato che e el dotto de. a. b. in. b. c. Quando che essi. a. b. & b. c. serano superficial simili, ma quando non serano superficiali simili sono truouati duoi numeri quadrati l'uno di quali e el quadrato de. b. d. l'altro e el quadrato de. d. c. lo ec cesso di quali (el quale e quel che contenuto sotto de. a. b. & b. c.) non e quadrato.



El Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, el qual cō quelle che p le cose dimostrate nel sopradetto lemma vien estratto cioe in tal modo el modo a trouare dui numeri q̄drati che la differentia dell'ūo all'altro sia numero q̄drato, & similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero q̄drato, cioe che quādo li dui numeri. a. b. & b. c. (prima tolti pari ouero dispari) seranno superficiali simili la differentia del q̄drato de. b. d. al q̄drato de. d. c. laqual differentia sera la multiplicatione de. a. b. in. b. c. sera nūero quadrato, ma se li detti dui numeri. a. b. & b. c. non seranno superficiali simili la detta differen tia non sera numero quadrato, perche el dotto de. a. b. in. b. c. (qual sera la detta dif ferentia) non sera numero quadrato, per lo conuerso della prima del nono.

Lemma, opposito del precedente.

° Possemo trouare duoi numeri quadrati che'l composito de questi
29 non sia quadrato.

Ancora sia il produtto de. a. b. in. b. c. (come hauemo detto) quadrato & c. a. numero paro & sia segato. c. a. per la. 10. del primo, in due parti equali in ponto. d. el presente e manifesto che el quadrato che vien fatto del. a. b. in. b. c. insieme con el q̄drato de. c. d. e equale al q̄drato de. b. d. sia cauato del. c. d. la vni ta qual sia. d. e. adonque quello che vien fatto del. a. b. in. b. c. insieme cō el q̄drato de.c.e.e minore del quadrato che vien fatto dal.b.d. Dico adonque che quello quadrato che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato che vien fatto del.c.e.non e quadrato, perche se le quadrato (per l'adversario) bisogna che le equale a quello che vien fatto dal.b.e.over che e menore, ma maggiore non e accioche quello nō segui la verita, ne anchora che quello che fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato che vien fatto dal.c.d. (liqual equal al quadrato che vien fatto dal b.d.) sia equale a quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato che vien fatto dal.c.e.ma se possibile e (per l'adversario) sia prima che quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato che vien fatto dal.c.e.equale a quello che vien fatto del.b.e.& sia.g.a.el doppio di esso.e.d.e per che adonque tutto.a.d.e tutto el.c.d.e doppio, & a.g.e doppio de esso.d.e.adonque & lo rimanente.g.c. (per la settima del.7.) al rimanente.c.e.e doppio adonque il detto.g.c.e diviso in.e.in due parti equale adonque quello che vien fatto del.g.b.in.b.c.insieme con el quadrato che vien fatto dal.c.e.e equale al quadrato che vien fatto dal.b.e.& quello produtto che vien fatto dal.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato che vien fatto dal c.e.el se suppone esser equale al quadrato del.b.e.adonque quello che vien fatto del g.b.in.b.c.insieme cō el quadrato che vien fatto dal.c.e.e equale a quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato del.c.e.levado via comunamente da l'una banda e l'altra el quadrato del.c.e.seguiria per la nona sentētia che quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.sia equale a quello che vien fatto del.g.b.in.b.c.adonque.a.b.seria equale al.g.b.laqualcosa e impossibile, adonque quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato de.c.e.non e equale al quadrato del.b.e.anchor dico che'l non po esser minor del ditto quadrato de.b.e.perche se questo fusse possibile sia el quadrato del.b.f.equale a quello & sia.a.h.el doppio de esso.d.f.& sia ditto vualtra volta l'adversario che.h.c.(per la settima del.7.) e el doppio de.c.f.& che.f.segui il detto.h.c.in due parti equali & per questo quello che vien fatto del.h.b.in.b.c.insieme con el quadrato de.f.c.(per la sesta del.2.) e equal al quadrato del.b.f.ma el se suppone che quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato del.c.e.sia equale al quadrato de.b.f.sia adonque ditto l'adversario che quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme cō el quadrato de.c.e.e equale a quello che vien fatto del.h.b.in.b.c.insieme con el quadrato de.c.f.che e una cosa absorda adonque quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato del.c.e.nō e minore del quadrato del.b.e.& e stato provato che'l non e equale a quello ne etiam maggiore di quello, adonque quello che vien fatto del.a.b.in.b.c.insieme con el quadrato de.c.e.non e numero quadrato, & quantonque che'l sia possibile dimostrar la predetta proposizione per piu modi tamen le predette sieranno sufficienti assai accioche la materia da se longa non sia piu longamente protratta.

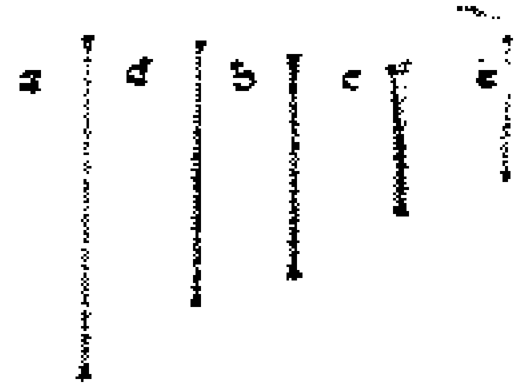
Problema.viii. Proposizione.xxxi.

26
28 Puotemo trovare due linee mediale solamente in potentia commu
32 nicante lequale contengano superficie mediale delle quale la piu longa possa tanto piu della piu breve, quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l'author habbia insegnato a trovar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contengano superficie rationale delle quale la piu longa possa piu della piu breve in el quadrato duna linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trovar due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longha sia piu potente della piu breve nō in el quadrato duna linea communicante con seco in longhezza, ma solamente a se incommensurabile in longhezza perche questo se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee (tolte secondo la doctrina della vigesima seconda) a.b.c.in potentia solamente rationale & in questa sola

mente

mente communicante & sia.e.piu potente della.b.&.c.in el quadrato d'una li- nea a se incommensurabile in longhezza & sia posta.d.nel mezzo loco proportionale fra.a.&.b.(come insegna la nona del sesto) & sia del.a.al.e.si come del.a. al.c.dico le due linee.d.&.e.esser quelle che cercamo la qual cosa demostra in questo modo conciosia che'l quadrato della linea.d.sia equale alla superficie che e contenuta sotto de.a.&.b.(per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de.a.&.b.e mediale(per la vigesima terza) conciosia che.a.&.b.sono in potentia solamente rationale communicante(per la vigesima)la linea.d.sera mediale,& perche del.a.al.c.e si come del.d.al.e.&.a.communica con.c.in potentia solamente(dal presupposito)seguita(per la decima quarta)che.e.anchora communicara con.d.solamente in potentia,adonque per la vigesima quinta la linea.e.sera linea mediale & etiam perche.a.e piu potente della.c.in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza anchora la.d.(per la sestadecima)sera piu potente della.e.in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza,adonque se le due linee.d.&.e.contengono superficie mediale se manifesto quelle esser quelle che cercamo,ma quelle contener superficie mediale se hauera in questo modo,conciosia(per el presupposito)che del.a.al.c.sia si come del.d.al.e.permutatamente del.a.al.d.sera si come del.c.al.e.ma del.a.al.d.e si come del.d.al.b.(per el presupposito) adonque del.d.al.b.e si come del.c.al.e.adonque(per la prima parte della decima sesta del sesto)la superficie che contengono.d.&.e.e equale a quella che contengono.c.&.b. Ma.c.&.b.contengono superficie mediale(per la vigesima terza)conciosia che esse siano rationale in potentia solamente communicante(per el presupposito) adonque.d.&.e.contengono superficie mediale che e el proposito. Et se pur hauesse cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con lei in longhezza,troueremo tre linee(secondo la dottrina della vigesima prima).a.b.c.in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante,& porremo la linea.a.esser piu potente della linea.c.in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza,& tutte le altre positioni remaneranno come per auanti & con simile argumentationi conchiuderemo le due linee.d.&.e.esser quelle che se propone de trouare,& nota che le due linee che questa trigesima insegna di trouare compongono la bimediale seconda,& la minore de quelle tagliata dalla maggiore quel la parte che rimane e detta residuo mediale secondo.

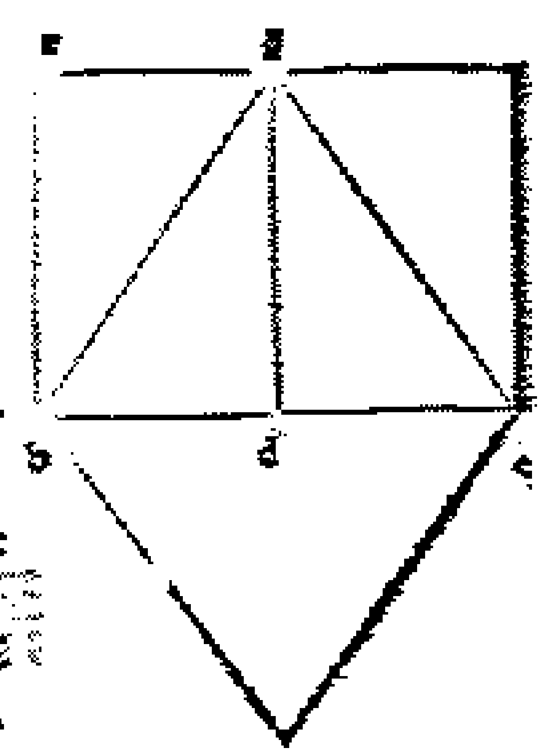


Il Tradottore.

QVesta vltima parte aggionta de trouare le dette due linee mediale che la piu longha sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza,nella seconda tradottione se da la propositione & e la trigesima seconda & nella ispositione nel fine vi se aggionge la presente cioe la seconda parte della presente propositione & della prima parte se ne fa vnaltra propositione la qual e la vigesima ottaua cioe ne fa due propositioni

Lemma.

Sia lo triangolo rettangolo.a.b.c.el quale habbia l'angolo.b.a.c retto,& sia deiunta(per la duodecima del primo)la perpendicolare a.d.dico che quello rettangolo che e contenuto sotto de.c.b.&.d.b e equale al quadrato de.b.a.& quello che contenuto sotto de.b.c.& c.d.e equale al quadrato del.a.c.& quello che contenuto sotto de.d.b.&.d.c.e equale al quadrato che fatto del.a.d.oltra di questo



quello che uien contenuto sotto de.b.c.&.a.d.e eq̄l a quello che uien fatto sotto del.b.a.&.a.c.etiam in le prime che quello che contenu to sotto del.c.b.&.b. d.sia equale al quadrato del.a.b. perche nel triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa e datta la perpen dicolare.a.d.adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli.a.b.d.&. a.d.c.sono simili al tutto etiam fra loro,& perche (per la conuersio ne della diffinitione del sesto) lo triangolo.a.b.c.e simile al triango lo.a.d.b.adonque si come e del.c.b.al.b.a.cosi e del.a.b.al.b.d.adon que quello rettangolo che contenuto sotto del.c.b.&.b.d.e equale al quadrato del.a.b.per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del.b.c.&.c.d.e equale al quadrato de.a.c.& perche se in el tri angolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia datta la perpendi colare la detta perpendicolare e media proportionale fra li duoi se menti della basa (per el correlario della ottaua del sesto) adonque si come.b.d.al.d.a.cosi.a.d.al.d.c. adonque (per la decima sesta del sesto) quello che cōtenuto sotto del.b.d.&.d.c.e ele al q̄drato de a.d.anchor dico che q̄llo che cōtenuto sotto de.b.c.&.a.d.e equale a q̄llo che e cōtenuto sotto del.b.a.&.a.c.p̄che come hauemo detto lo triangolo.a.b.c.e simile al triangolo.a.c.d.adonque si come e el.b.c. al.c.a.cosi e el.b.a.al.a.d.& se seranno quattro linee rette proportio nale quello che contenuto sotto alli estremi per la sestadecima del sesto,e equale a quello che e contenuto sotto alli medii adonq; quel lo che contenuto sotto de.b.c.&.a.d.e equale a quello che contenu to sotto de.b.a.&.a.c.ouer quando anchor circonscriuemo lo para lellogrammo rettāgolo.e.c.& che compiremo lo.a.f.anchora lo.e.c per la quadragesima prima del primo,sera equale a esso.a.f. perche l'uno e l'altro de quelli e doppio de esso triangolo.a.b.c.& lo.e.c.e quello che uien fatto del.a.d.in.b.c.& lo.a.f.e quello che contenu to sotto del.b.a.&.a.c.adonque quello che contenuto sotto de.b.c. &.a.d.e equale a quello che contenuto sotto de.b.a.&.a.c.perche a.d.e equale al.e.b.

Il Tradottore.

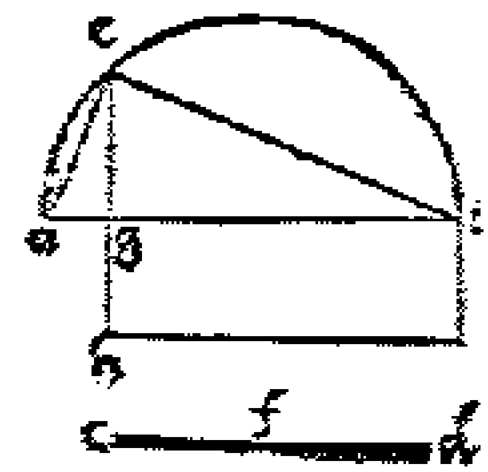
Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradottione & e molto al proposito per dimostrare la propositione che sequita, cioe doue se argu isse per la quarta & sestadecima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

Problema.ix. Propositione.xxxii.

27
33 Possemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

Il proposito

EL proposito e di trouare due linee incommensurabile si in potentia come in longhezza le quale contengano superficie mediale & li quadrati de ambedue tolti insieme facciano superficie rationale, & a questo toglio (per la vigesima seconda) le due linee.a.b.&.c.d.rationale solamente in potentia communicante delle quale la piu longa (qual sia.a.b.) sia piu potente de.c.d.nel quadrato de alcuna linea incommensurabile con seco in longhezza, & sopra la linea.a.b.descriuo el mezzo cerchio.a.e.b.& diuido la linea.c.d.in due parti equali in ponto.f.& diuido la linea.a.b.al ponto.g.talmente che la linea.c.f.cada nel mezzo luoco proportionale fra la.a.g.& la.g.b.& qualmente questo si faccia e stato detto in la decima settima & pongo che la superficie.g.h.sia fatta del.a.g.in.g.b.& (per la prima parte della decima settima del sesto) el quadrato della.c.f.sera equale alla superficie.g.h.& perche el quadrato della.c.f.e equale alla quarta parte del quadrato della.c.d.(per la quarta del secondo) & perche la superficie g.h.mancara a compir la linea.a.b.una superficie quadrata, concosia che.a.g.sia equale al.g.h.& perche la linea.a.b.e piu potente della linea.c.d.nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza (dal presupposito) la linea.a.g.(per la seconda parte della decima ottaua) sera incommensurabile alla linea.g.b.adonque dal ponto.g.conduco una perpendicolare sopra la linea.a.b.per fina alla circonferentia del mezzo cerchio laqual sia.g.e.& protraho le linee.e.a.&.e.b.le quale dico esser quelle che cercamo, perche la.e.g.sera equale alla.c.f.imperoche l'una e l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la.a.g.&.g.b.La prima (per la prima parte del correlario della ottaua del sesto) & la seconda (per el presupposito) per laqualcosa el quadrato dell'una & dell'altra de quelle (per la prima parte della decima settima del sesto) e equale alla superficie del.a.g.in.g.b.laquale e.g.h.adonque essi sono equali, ma perche (per la quarta del sesto) la proportione della.a.e.alla.e.b.e si come della.a.g.al.g.e.&.a.g.&.g.e.&.g.b.sono continuamente proportionale per laqual sera la proportione della.a.g.alla.g.b.si come quella della.a.e.alla.e.b.duplicata, per laqualcosa (per la decima ottaua del sesto) el quadrato della linea.a.e.al quadrato della linea.e.b.sera si come la.a.g.alla.g.b.essendo adonque la.a.g.incommunicante alla.g.b.(per la seconda parte della decima quarta) el quadrato della.a.e.sera incommunicante al quadrato della.e.b.per laqualcosa le due linee.a.e.&.e.b.sono incommensurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo) el quadrato della.a.b.e equale alli quadrati delle due linee.a.e.&.e.b.tolti insieme, & lo quadrato della.a.b.e rationale, concosia che la.a.b.e rationale in potentia (per el presupposito) anchora li quadrati delle due linee.a.e.&.e.b.tolti insieme seranno rationale & se queste due linee contenerano superficie mediale haueremo hauuto el proposito. & perche la linea.c.d.sera rationale in potentia & in quella solamente communicante alla linea.a.b.per laqualcosa etiam la linea.c.f.(e pero etiam la linea.g.e.a se equale) sera rationale, & solamente in potentia communicante con la.a.b.e per tanto (per la vigesima terza propositione) la superficie della.a.b.in.g.e.e mediale, adonque perche (per la quarta propositione del sesto libro) & (per la prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della.a.e.in.e.b.e a quella (cioe alla superficie della.a.b.in.g.e.) equale, le due linee.a.e.&.e.b.e manifesto, esser quelle che volemo, & nota che se due line che insegna di trouare questa vigesima seconda propositione componemo la linea maggiore, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.



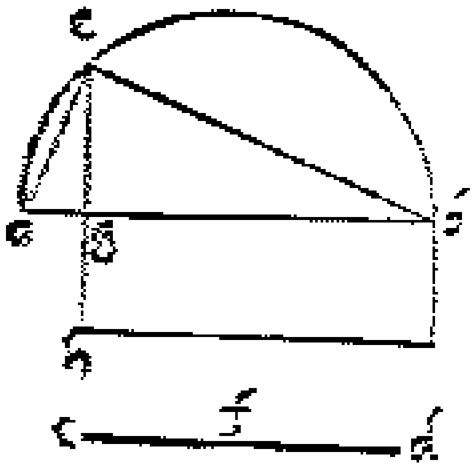
Il Tradottore.

CHe la superficie della.a.e.in la.e.b.sia equale alla superficie della.a.b.in la.g.e.e manifesto per lo sopradetto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trouo fu sforzato a concludere tal cosa (per la quarta del sesto) & per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema.x. Propositione.xxxiii.

28 Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile &
34 che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati
tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che e in la precedente, & siano le due linee.a.b.&.c.d.quale propone la trigesima & con le simili argumentationi della precedente le due linee.a.e.&.e.b. serano quelle che propone questa trigesima terza perche conciosia che la linea.a.b.sia mediale el quadrato de quella(per la vigesima terza)sera mediale e pero li quadrati delle due linee.a.e.&.e.b.sono mediale(per la penultima del primo)& perche.a.b.&.c.d.contengono superficie rationale seguita anchora che della.a.b.in.e.f.(e pero etiam in.g.e.a se equale)contenera superficie rationale,e per tanto etiam la.a.e.in.e.b.adonque e manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouare questa trigesima terza componeno la linea potente in rationale e mediale,& la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta linea che gionta con rationale compone el tutto mediale.



Problema.xi. propositione.xxxiiii.

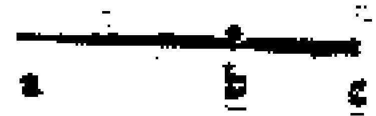
29 Puotemo retrouare due linee potentialmente incommensurabile
35 & che contengano superficie mediale,delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale,incommensurabil al doppio de ita superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non sia in cosa alcuna diuersa dalla dispositione delle due precedente,& siano le due linee.a.b.&.c.d.(della figura della precedente)quale pone la.31.& per la precedente argumentatione le due linee.a.e.&.e.b.serano quelle che cercamo,perche conciosia che la.a.b.sia linea mediale seguita dritti delle due linee.a.e.&.e.b.tolti insieme seranno mediale,& conciosia che la.a.b.&.c.d.contengano superficie mediale seguita che la.a.b.in.e.f.(e pero etiam in.e.g.a quella equale)contenera superficie mediale,perche ogni superficie commensurabile a vna mediale e necessario esser mediale come e stado dimostrato in la vigesima quinta adonque la superficie de.a.e.in.e.b.e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de.a.b.in.g.e.& perche la linea.a.b.e incommensurabile alla linea.c.d.sera etiam incommensurabile alla linea.e.f.per laqualcosa etiam alla linea.e.g.per laqualcosa(per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo)la superficie de.a.b.in.e.g.(laquale e equale alla superficie della.a.e.in.e.b.)sera incommensurabile al quadrato della linea.a.b.adonque etiam alli quadrati delle due linee.a.e.&.e.b.tolti insieme,laqualcosa essendo cosi seguita anchora che el doppio della superficie de.a.e.in.e.b.sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee.a.e.&.e.b.tolti insieme & questo era da demostrar.Le due linee lequale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta la linea laqual gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema.xxiiii. propositione.xxxv.

30 Se seranno due linee rationale solamente potentialmente commu-
36 nicante,& siano congiunte direttamente in longo,tutta la linea composita da quelle sera irrationale,& e detta binomio.

Siano le due linee.a.b.&.b.c.rationale solamente in potentia communicante congionte in continuo & diretto (lequale tu le trouerai per la.21.&vigesima 2.) dico che tutta la linea.a.c. composita da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de.a.c.e equale al li quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.& al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la vigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la terzadecima) el quadrato de.a.c.e incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.tolti insieme per laqualcosa e irrationale (per la diffinitione) conciosia che quelli duoi quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato tetragonico (el quale e.a.c.) e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque e manifesto el proposito.

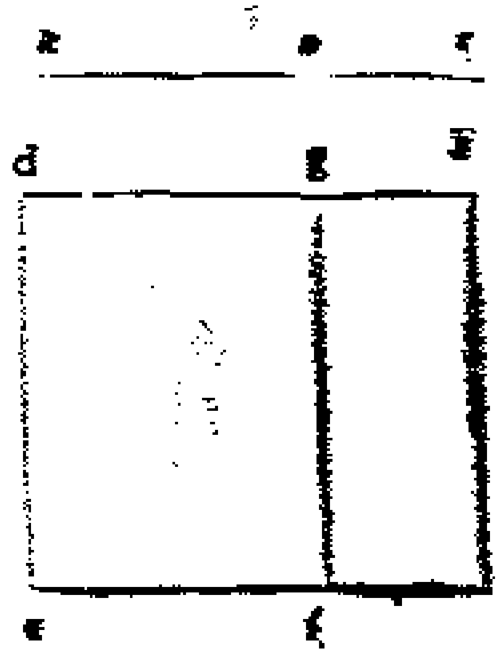


Theorema.xxv. Propositione.xxxvi.

Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & contenenti superficie rationale, sano congionte direttamente, tutta la linea composta da queste sera irrationale, & sera detta bimedial primo

Siano le due linee.a.b.&.b.c.congionte in continuo & direttamente (quale vien proposto) lequal trouarai per la vigesima nona & trigesima) dico tutta la linea.a.c.esser irrationale & e chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de.a.b.in.b.c.e rationale (per el presupposito) & li duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.tolti insieme fanno mediale, conciosia che l'uno e l'altro quadrato sia mediale (per el presupposito) & uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie & di duoi quadrati (& questo e il quadrato de tutta la.a.c. per la quarta del secondo) e incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la terzadecima di questo) conciosia adonque che el doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della.a.c.sera irrationale & pero tutta la linea a.c.che e el proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea.d.e.rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer posta la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.& questa superficie.d.f.sera mediale conciosiache l'uno e l'altro di duoi quadrati sia mediale (per el presupposito) & l'uno di quelli e communicante all'altro per laqualcosa (per la vigesima quarta) la linea.d.g.e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea.d.e. & un'altra volta sopra alla linea.f.g. (laquale e equale alla.d.e.) sia aggionto ouer posto la superficie.f.h.equale al doppio della superficie della.a.b.in.b.c.& la detta superficie.f.h.sera rationale (per el presupposito) per laqualcosa (per la vigesima) la linea.g.h.sera rationale in longhezza adonque le due linee.d.g.&.g.h.sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale e.d.h.e binomio & irrationale, per laqualcosa (per la vigesima (per definition del consequente) la superficie.e.h.e irrationale & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea.a.c.laquale sera irrationale (per la diffinitione) laqualcosa bisognaua dimostrare.

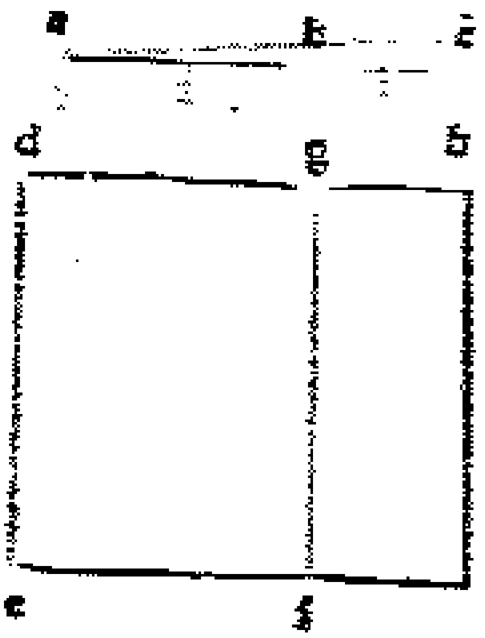


Il Tradottore.

IL medesimo seguiria volendo la linea.d.e.rationale solamente in potentia, cioe che'l non necessita a torla rationale in longhezza perche argumentando come nell'altra se trouera la linea.d.h.esser medesimamente binomio.

Theorema.xxvi. Propositione.xxxvii.

37 38 Se due linee mediali solamente potentialmente communicante & continente superficie mediale sian congionte direttamente, tutta la linea sera irrationale & sera detta bimedial secondo.



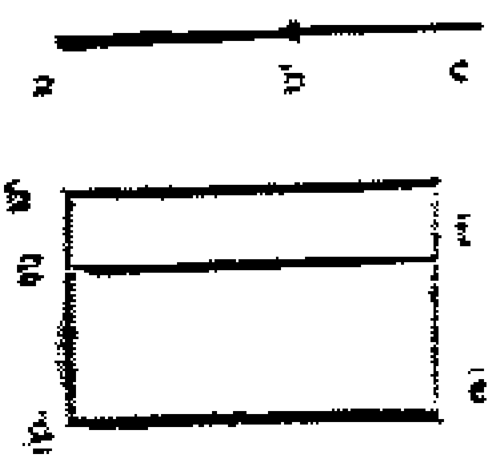
Siano le due linee.a.b.&.b.c.mediale congionte in contiuno & diretto come se propone lequale (per la.31.) accade esser trouate, dico tutta la linea.a.c.de quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea.d.e.rationale in longezza sopra alla quale sia posta ouer agionta la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.tolti insieme, & perche (dal presupposito) quelli dui quadrati sono communicante (che l'una e l'altro e mediale) la superficie.d.f.sera mediale, per laqualcosa (per la.24.) la linea.d.g.(laqual e el secondo lato di quella) e rationale solamente in potentia & incommensurabile in longezza alla linea.d.e.vnaltra volta sia agionto alla linea.g.f.(laqual e equale alla linea.d.e.) la superficie.f.h.equal al doppio della superficie de.a.b.in.b.c.& sera etiam la superficie.f.h.mediale, perche (per el presupposito) la superficie de.a.b.in.b.c.era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la.f.h.) sera mediale (per la.24.) adonque la linea.g.h.e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longezza alla linea.g.f.& perche.a.b.&.b.c.son solamente in potentia communicante (per la prima del.6.& per la seconda parte della.14.de questo) la superficie dell'una in l'altra sera incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra, ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) sera la detta superficie (per laqualcosa) & el doppio di quella sera incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie.d.f.&.f.h.sono incommensurabili, adonque (per la prima del.6.& per la seconda parte della.14.de questo) la linea.d.g.sera incommensurabile alla linea.g.h.laqual le congionte che la sia rationale in potentia (per la trigesima quinta) tutta la linea.d.h.sera binomio & irrationale adonque (per la vigesima della diffinitione de conseguenti) la superficie.e.h.sera irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea.a.c.seguita (per la diffinitione) che la linea.a.c.sia irrationale che era el proposito da demostrare.

Il Tradottore.

Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea.d.e.rationale in longezza anci basta a tolerla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguita medesimamente la linea.d.h.esser binomio.

Theorema.xxvii. Propositione.xxxviii.

38 39 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui li quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea sera irrationale et quella sera detta linea maggiore.



Siano le due linee.a.b.&.b.c.congionte in contiuno & diretto si come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) dico la.a.c.de quelle composta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presupposito) per laqualcosa etiam el doppio di quella sera mediale, el tutto di duoi quadrati tolti insieme sera incommunicante al doppio della superficie dell'una in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli dui quadrati & dal doppio della superficie) & questo e equale al quadrato de.a.c.per la quarta del secondo) sera (per la terzadecima de questo) incommensurabile alli dui quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.tolti insieme, adonque (per la diffinitione) el quadrato della linea.a.c.e irrationale etiam la linea.a.c.e irrationale, che e il proposito, & a demostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea.d.e.(laquale sia rationale solamente in longezza) sia agionta la superficie d.f.laqual sia equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b & b.c.tolti insieme,& sera rationale(per el presupposito)perlaqualcosa(per la.20.) el secondo lato di quella,el qual e.d.g.sera anchora rationale in longezza,& cõmunicante alla linea.d.e.anchor sopra alla linea.f.g.sia agionta la superficie.f.h. equale al doppio della superficie de.a.b.in.b.c.& sera mediale(per el presupposito(perlaqualcosa(per la.24.)la linea.g.h.laqual e el secondo lato di quella e rationale solamente in potentia adonque(per la.37.)la linea.d.h.e binomio & irrationale,e pero(per la.20.della definitione del consequente)la superficie.e.h.e irrationale perlaqualcosa lo lato tetragonico di quella,el qual(per la.4.del.2.e la linea a.c.)e irrationale(per la diffinitione)laqualcosa volevamo dimostrare.

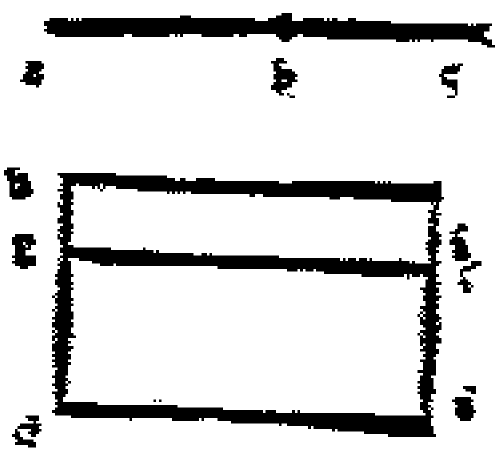
Il Tradottore.

Medemamente come nelle altre e stato detto el nõ e necessario in questa a tor la linea.d.e.rationale in longezza,ma basta che sia rationale e conchiuderai el medesimo.

Theorema.xxviii. propositione.xxxix.

34 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommen
40 surabile,& continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea sera irrationale & sera detta potente in rationale e mediale.

Siano cõe in la precedente le due linee.a.b.& b.c. in cõtinuo & diretto congionte come le propone & queste sono da esser trovate(per la.35.) Dico che tutta la linea.a.c.(da quelle composta)sera irrationale & quella e chiamata linea potente in rationale e mediale,perche conciosia che la superficie de.a.b.in.b.c.sia rationale(per el presupposito)e pero etiam el doppio de quella,& ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita(per la.4.del secõdo & per la terzadecima de questo si come in la precedente)che el quadrato di tutta la.a.c.sia incõmunicante al doppio della superficie de.a.b.in.b.c.adonque(per la diffinitione)quello e irrationale & la linea.a.c.irrationale che e el proposito,a demostrar el medemo per un altro modo,sia come in la precedente la linea.d.e.rationale in longezza,& a quella sia agionta la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b. & b.c.tolti insieme & sera mediale(dal presupposito)adonque per la.24.la linea d.g.sera rationale solamente in potentia,non cõmunicante in longezza alla linea.d.e.& sia la superficie.f.h.agionta alla linea.g.f.equal al doppio della superficie della.a.b.in.b.c.& sera rationale(per el presupposito)& pero(per la.20.) lo secondo lato di quella(elquale e.g.h.)sera rationale in longezza perlaqualcosa (per la.36.)la linea.d.h.e binomio & irrationale,& la superficie.e.h.(per la.20. della definitione del cõsequente)e irrationale adonque conciosia che la linea a.c.sia il lato tetragonico di quella per la.4.del.2.seguita che la.a.c.sia irrationale per la diffinitione adonque e manifesto il proposito.

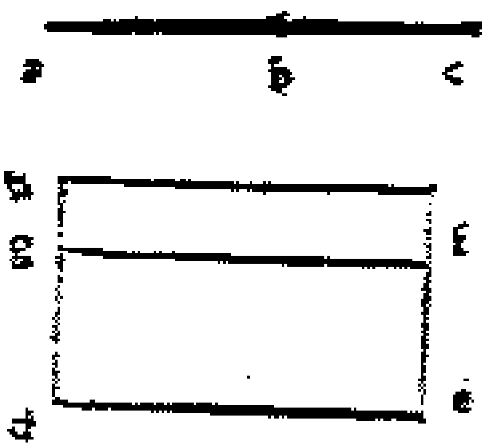


Il Tradottore.

Quel medesimo che e detto della linea.d.e.sopra le passate il medesimo si debbe intendere in questa & nella sequente.

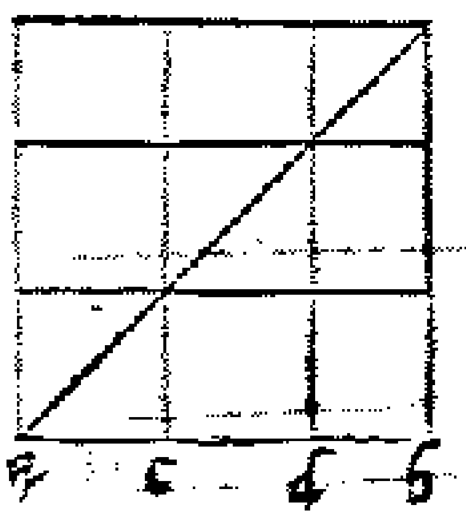
Theorema.xxix. propositione.xl.

Quando seranno congionte due linee potentialmente incommen
35 surabili et continente superficie mediale delle quale ambi li quadra
41 ti tolti insieme sia mediale,incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra,tutta la linea sera irrationale et sera detta potente in due mediale.



Siano anchor le due linee.a.b.&.b.c.in continuo & direttamente agionte, come se ppone (lequale sono da esser tolte per la.34.) dico che tal linea.a.c.composta da quelle, e irrationale & quella e detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia agionto alla linea.d.e.(laqual sia rationale in longezza) la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.tolti insieme & sera mediale (p el presupposito) p laqual cosa per la.24.la linea.d.g.sera rationale in potentia solamente,& incommensurabile alla linea.d.e.rationale in longezza, un altra volta alla linea.g.f.laquale e equale alla.d.e.sia agionto la superficie.f.h.laqual sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, sera anchor dal presupposito, mediale p laqual cosa (per la.24.) la linea.g.h.sera rationale solamente in potentia, ma pche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che.d.f.sia incommensurabile al.f.h.perlaqualcosa (per la prima del.6.& per la seconda parte della.14.de questo) la linea.d.g.e incommensurabile alla.g.h.adonq; (per la.37.) la linea.d.h.e binomio & irrationale, adonque la superficie.e.h.e irrationale & similmente lo lato tetragonico di quella ilqual e.a.c.come in la precedente per laqualcosa e manifesto el pposito, ma se el doppio della superficie della.a.b.in.b.c.non fusse incommensurabile a ambidoi li quadrati tolti insieme, seria la linea.a.c.mediale, pche la superficie.d.f.seria commensurabile alla.f.h.e pero & la linea.d.g.alla linea.g.h.adonq; tutta la.d.h.seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longezza alla linea.d.e.adonque per la.24.la superficie.e.h.seria mediale & lo lato tetragonico di quella ilquale e la.a.c.seria linea mediale che e il proposito & acciochc la dottrina delle cose che sequitano si faccia piu facile havemo pensato de demostrare prima doi antecedenti delli quali el primo e questo.

Antecedente primo.



36 Se alcuna linea sia divisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie dell'una in l'altra quanto e il quadrato de quella linea in laquale la maggiore eccede la minore.

Hor sia la linea.a.b.divisa in due parti inequali in ponto.c.& sia la piu maggiore.c.b.dalla quale sia tolto la.c.d.equale alla.a.c.Dico che li quadrati delle due linee.a.c.&.c.b.sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea.d.b.pche quello che vien fatto dalla.a.c.in la.c.b.due volte, con li quadrati delle due linee.a.c.&.c.b.e equale a quello che vien fatto dal.a.c.in.c.b.quattro volte, con el quadrato della.d.b.impoche l'una e l'altra de queste somme sono equale al quadrato della linea.a.b.el primo (per la.4.del secondo) & lo secondo (p la ottava del medesimo) adonque levando via dall'una e dall'altra summa cose equale, cioe quello che vien fatto dal.a.c.in.c.b.due volte li restanti liquali sono del primo, li quadrati delle due linee.a.c.&.c.b.& del secondo quello che vien fatto dal.a.c.in.c.b.due volte con el quadrato della.d.b.seranno equali perlaqualcosa e manifesto el pposito, adonq; da questo e manifesto che se alcuna linea sera divisa in due parti inequali li quadrati de ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo havemo proposito.

36 41 Se alcuna linea sia divisa in due parti inequali, & anchora in altre due parti inequali li doi quadrati delle due parti piu inequali tolti insieme seranno piu delli doi quadrati delle due parti men inequali tolti insieme quanto e el doppio del quadrato de quella linea, laquale e fra luna e l'altra

e l'altra settione, & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla medesima linea in quella che e tral ponto della settione delle parti men inequali & il ponto che divide tutta la linea in due parti equali

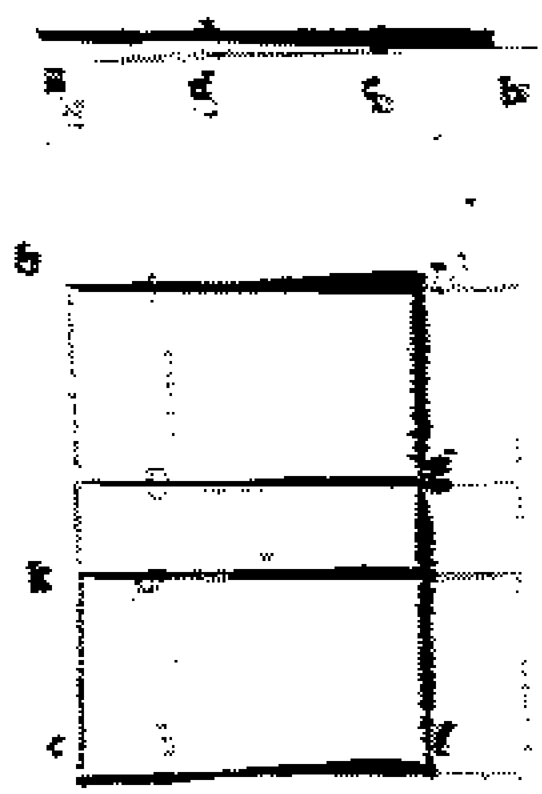
Sia la linea .a.b. divisa in due par. inequali in ponto .c. & anchora in altre due parti inequali in ponto .d. & un'altra volta in due parti equali in ponto .e. dico che li quadrati delle due parti piu inequale (lequale sono .a.c. & .c.b.) sono tanto piu deli duoi quadrati delle due linee meno inequale (lequale sono .a.d. & .d.b.) quanto e il doppio del quadrato della linea .c.d. & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla .c.d. in la .d.e. perche (per la .9. del secondo) li quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. tolti insieme sono doppii alli quadrati delle due linee .b.e. & .e.c. tolti insieme, & (per la medesima .9. del secondo) li quadrati delle due linee .a.d. & .d.b. tolti insieme sono doppii alli quadrati delle due linee .b.e. & .e.d. tolti insieme, adonque li quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. tolti insieme, eccedeno li quadrati delle due linee .a.d. & .d.b. tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea .c.e. eccede el doppio del quadrato della linea .d.e. & questo (per la quarta del secondo) e tanto quanto che e il doppio del quadrato della linea .c.d. & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla .c.d. in la .d.e. per la qual cosa e manifesto il proposito, per questo e manifesto che quanto piu seranno le settione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme & questo e quello per il qual habbiamo premesso questo.

Il Tradottore.

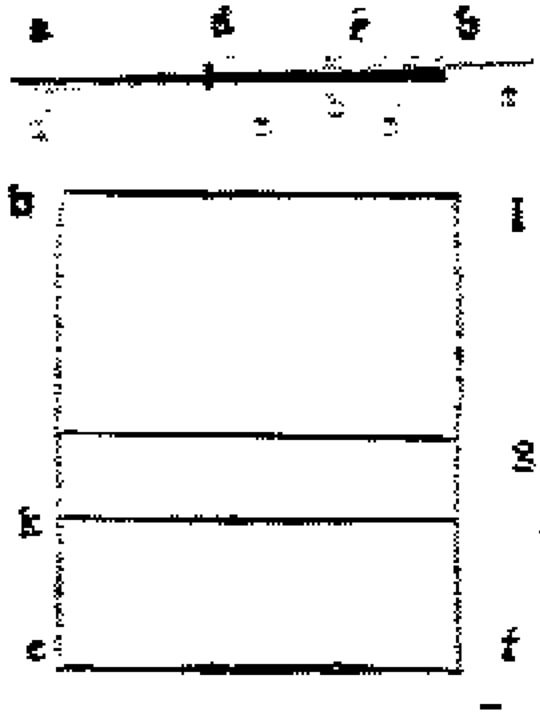
Che la differentia del doppio del quadrato della .c.e. al doppio del quadrato della .d.e. sia tanto quanto il doppio del quadrato della .c.d. & il quadruppio del fatto della .c.d. in la .d.e. (per la .4. del .2.) se manifesta in questo modo perche un quadrato della .c.e. e maggiore d'un'altro quadrato della .d.e. in un quadrato dell'altra parte .d.c. & nel doppio della superficie della .c.d. in la .d.e. adonque duplicando l'uno e l'altro quadrato se duplicara la lor differentia, cioe che li duoi quadrati della .c.e. eccederanno li dui quadrati della .d.e. nel doppio del quadrato dell'altra parte .c.d. & nel quadruppio della superficie della .c.d. in la .d.e. come di sopra si conclude che e il proposito.

Theorema .xxx. Propositione .xli.

36 Eglie impossibile esser diviso un binomio in altre due linee sotto el termine di quelle, dalle quale e congionto, & nominato.



Sia la linea .a.b. binomio & (per la .37.) sera composta da due linee in potentia solamente rationale communicante, lequale siano .a.c. & .c.b. dico che eglie impossibile quella esser divisa in altre due linee sotto questa diffinitione, cioe che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche se gli e possibile (per l'adversario) sia divisa in .a.d. & .d.b. lequal siano rationale solamente in potentia communicante sia anchora la linea .e.f. rationale in longezza alla quale sia agionta la superficie .e.g. laqual sia equale alli quadrati delle due linee .a.c. & .c.b. tolte insieme, & la superficie .f.h. laqual sia equale al quadrato della linea .a.b. & la superficie .e.g. sera rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee .a.c. & .c.b. tolti insieme e rationale (per el presupposito) et la superficie .g.h. sera mediale (per la .22.) perche essa e equale al doppio della superficie della .a.c. in la .c.b. (per la .4. del .2.) & cosi sia un'altra volta la superficie .e.k. equale alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.b. tolti insieme, & quali bisogna che siano diversi dalle due linee .a.c. & .c.b. (per la .2. di antecedenti a questa demostrata) la superficie .e.k. sera diversa dalla superficie .e.g. adonque la differentia de quelle sia la .k.g. & (per la quarta del secondo) el resto della superficie .f.h. sopra la .e.k. (laqual sia .k.h.) sera equale al doppio de



quello che vien fatto dalla a.d in d.b. & per questo etiam la superficie f.k. sera rationale, & la superficie k.l. sera mediale, adonque la superficie k.g. (concio sia che la sia la differentia delle due superficie rationali lequale sono e.g. & f.k.) sera rationale perche la rationale non e differente dal rationale se non in quantita rationale, & questo dico dalla diffinitione & dalla duodecima di questo, le quale confirmano questo, anchora la medesima, conciosia che quella sia la differentia delle due superficie mediale, lequale sono g.h. & k.l. (per la vigesima sesta) sera irrationale, laqualcosa e impossibile.

Theorema.xxxi. Propositione.xlii.

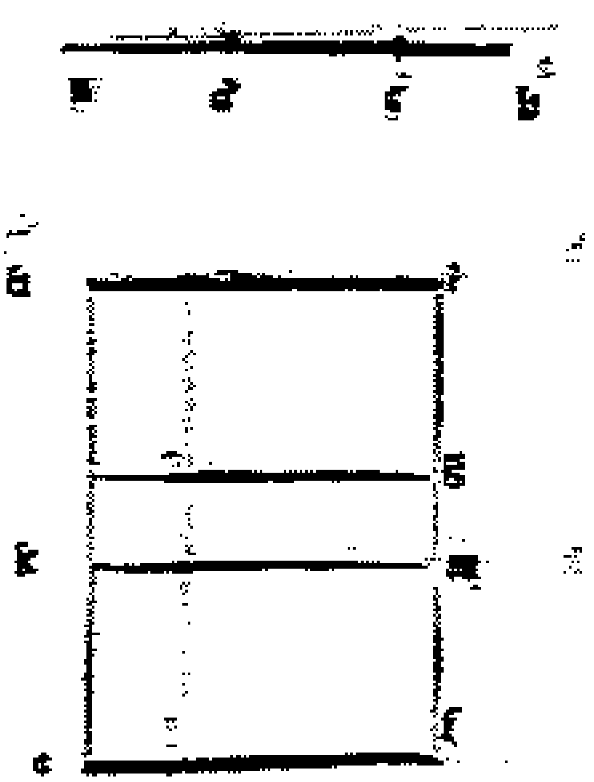
37
43 La bimediale prima, diuisa (secondo el suo termine) in due linee mediale, le impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea. a. b. bimedial prima diuisa in due linee mediale solamente in potentia communicante, & che contengano superficie rationale (delle quale la vigesima sesta afferma quella esser composta) lequale siano a.c. & c.b. Dico che e impossibile quella esser diuisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqualcosa se sera possibile (per l'aduersario) diuidero quella in ponto. d. & tolta la linea. e.f. rationale & sia aggionto a quella la superficie. e.g. equale alli doi quadrati delle due linee a.c. & c.b. & la superficie e.h. equal al quadrato della a.b. & la superficie f.k. equale alli quadrati delle due linee a.d. & d.b. & (per la quarta del secondo) la superficie g.h. sera equale al doppio della superficie della a.c. in c.b. & (per la medesima) la superficie k.l. sera equal al doppio della superficie della a.d. in la d.b. (per el presupposito) anchora l'una e l'altra delle due superficie e.g. & k.f. sera mediale & l'una e l'altra delle due g.h. & k.l. sera rationale, & questo e impossibile, perche per el primo la superficie k.g. sera irrationale (per la vigesima sesta) & per el secondo, la medesima sera rationale (per la diffinitione & per la duodecima) laqualcosa e inconueniente.

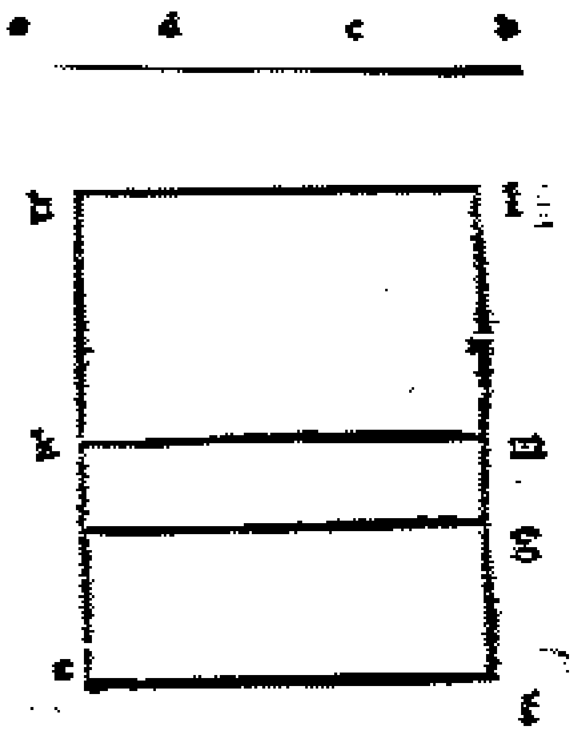
Theorema.xxxii. Propositione.xliii.

38
44 El bimedial secondo, non puol esser diuiso, se non solamente in le due linee sotto el suo termine.

Sia come per auanti la linea. a. b. bimedial secondo diuisa in le due linee a.c. & c.b. mediale, solamente in potentia communicante, & continenti superficie mediale, dalle quale (la vigesima settima propone quella esser composta) Dico che egli e impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in. d. & siano come per auanti la superficie. e. g. f. h. & f. k. aggionte alle linee. e. f. rationale & (per lo presente presupposito) le superficie e.g. & g. h. l'una e l'altra sera mediale, per la qualcosa (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due linee f.g. & g.l. sera rationale in potentia solamente non communicante in longezza alla linea. e.f. & perche le due linee a.c. & c. b. erano incommensurabile in longhezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno e l'altro di quadrati delle linee a.c. & c.b. sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che li doi quadrati communicano (dal presupposito) seguita che ambidoi li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e pero etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie e.g. e incommensurabile alla superficie g.h. & la linea g.f. alla linea g.l. (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adonque per la vigesima quinta la linea f.l. e binomio diuisa secondo el suo termine in



mine in ponto.g.& per el medesimo modo se approuera quella esser binomio (per mezzo delle superficie.e.m.& m.h.) diuisa secondo el suo termine in ponto.m.la qualcosa e impossibile (per la quadragesima prima) perche el non puo esser detto che la linea.f.l.sia diuisa alli duoi ponti.g.& m.in parti consimili, perche essendo cosi seria la linea.f.m.equale alla.g.l.ma quella e maggiore della linea.m.l.come e manifesto dal primo di premessi antecedenti de quella (& per la prima del sesto) conciosia che la superficie.e.m.sia maggiore della superficie.h.m.& il modo della demostratione di questa puo esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.



Theorema.xxxiii. Propositione.xliiii.

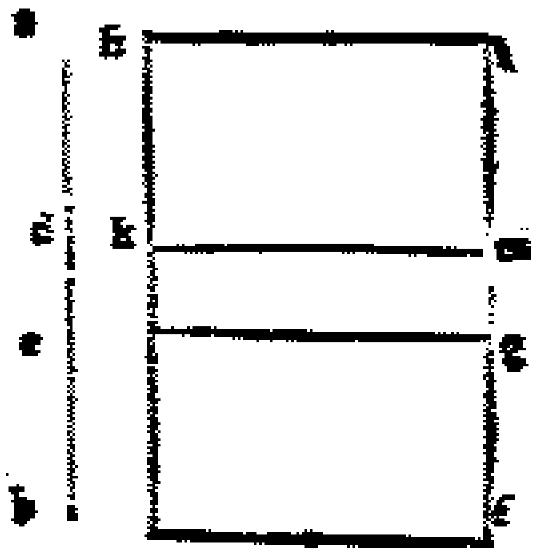
39/45 La linea maggiore se non solamente in le due linee dalle quale e composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore.a.b.diuisa in ponto.c.in due linee potentialmente incommensurabile continenti superficie mediale delle quale ambidui li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linee e composta come afferma la trigesima ottaua, dico che egli e impossibile ad altro ponto essere diuisa, cioe in altre due linee, sotto cila diffinitione & se questo e possibile, sia diuisa al ponto.d.rimangano sotto a questa la medesima figura & li medesimi presupposti come per auanti & arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie.g.k.esser rationale & irrationale la qualcosa e impossibile.

Theorema.xxxiiii. propositione.xlv.

40/46 La linea potente in rationale & mediale, non se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta stante la prima figura & positione, tenemo che ditta linea.a.b.sia diuisa in ponto.c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua sicome in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che si propone, sera la superficie.k.g.rationale & irrationale, la qualcosa non puol esser.



Theorema.xxxv. propositione.xlvi.

41/47 La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale e congionta, ma solamente e diuisibile in le sue due dalle quale e composta.

Perche questa quadragesima sesta diuisa linea.a.b.al ponto.c. in quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima la qualcosa e impossibile.

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, sera piu potente della piu breue per accrescimento del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se da poi la medesima par te piu longa, sera communicante a una linea posta rationale, quello se chiamara binomio primo, Ma se sera la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dira binomio secondo & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communichara con la detta linea posta rationale se chiamara binomio terzo.

Il Tradottore.

IN le soprascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'autthore ne da a conoscere le specie di binomii lequale sono sei, & in questa prima particola breviter ne diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che compongono el binomio in genere (per la trigesima quinta) sono rationale & solamente in potentia communicante, onde seguita che ciascuna di quelle (per lo commento della quinta diffinitione della seconda tradottione) a forza sera commensurabile in potentia con la nostra proposita rationale (cioe con la nostra pertica, over piede, o passo, o canna, over altra misura formata a nostro piacere con laqual le ratiocinamo) perche se quelle non communicasseno ne in longhezza ne in potentia con la nostra proposita rationale, le non seriano rationale (che seria contra al presupposito) vero e che ambedue non possono esser commensurabile in longhezza con detta nostra proposita rationale, perche (per la decima) seriano fra loro commensurabile in longhezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente una, over niuna sera commensurabile in longhezza con la detta nostra proposita rationale, anchor dico che le dette due linee che compongono el binomio in genere, over che la piu longa e piu potente della piu breve nel quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la medesima linea piu longa, over incommensurabile. Tornando adunque al proposito quando la parte piu longa del binomio sera piu potente della piu breve nel quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel binomio sera over el primo, over el secondo over el terzo, perche over che una delle dette parti (over linee) sera communicante in longhezza con la nostra proposita misura rationale, over niuna, se gli ne sera una over che la sera la piu longa, over la piu corta, se la sera la piu longa sera detto binomio primo, se la sera la piu corta sera chiamato binomio secondo & se niune di quelle sera communicante in longhezza alla detta nostra misura sera nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che sera communicante in longhezza con la nostra misura sera numerabile in longhezza, cioe che la sera un numero di quella misura che operaremo, o sia passo, o pie, o altra misura formata a nostro piacere, & quella parte che non sera communicante in longhezza con la detta nostra misura non sera numerabile in longhezza, cioe che la sua longhezza non si potra dar ne assignare per numero, ma solamente la sua potentia cioe il suo quadrato sera rationale, & queste tale da pratici sono dette radice sorde (come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta della seconda tradottione) niente di meno tai quantita essendo linee, come piu volte e stato detto, sono chiamate rationale per esser la sua potanza rationale, vero e che se tai radice, over quantita seranno superficie ben seranno dette irrationale per la vigesima terza & chiamarale superficie mediale & questo credo sera bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo, binomio, hor vegnamo alla seconda parte.

Diffinitioni successive alle precedente.

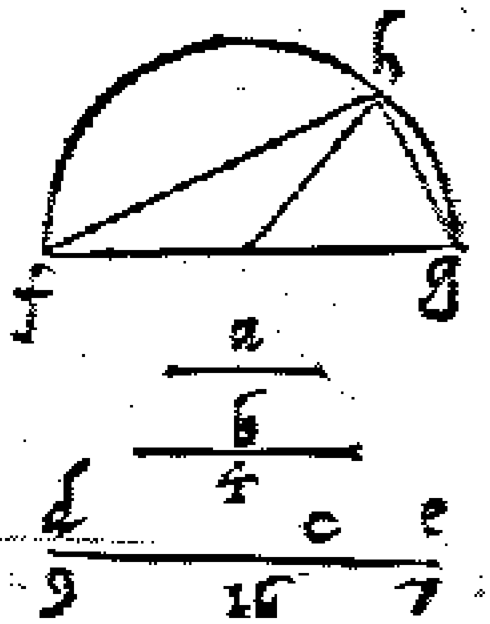
Anchora se la parte piu longha puol tanto piu della piu breve quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa poi delle dette parti sera communicante in longhezza a una posta rationale quella se chiamara binomio quarto. Ma se sera la piu breve che communichi in longhezza con ra con la detta posta rationale se nominare binomio quinto, & se sera che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello communichi con la detta posta rationale sera detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgionta dalla precedente tu lettor hai a intendere congionta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) sera piu potente della piu breue in el quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio sera, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello sera communicante in longhezza con la nostra presupposta misura, ouer niuna se gli ne sera una, ouer che la sera la piu longa, ouer che la sera piu breue, se la sera la piu longa sera detto binomio quarto, se la sera la piu corta sera chiamato binomio quinto, & se niuna sera detto binomio sesto, si vede adonque che el primo binomio non e differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, salvo che la linea piu longa (delle due componente quello) e piu potente della piu corta in el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a dechiaratione delle sopraditte diffinitioni.

Problema.xii. Propositione.xlvii.

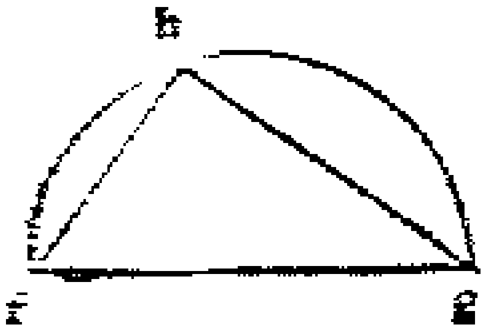
Potemo trouare el primo binomio.



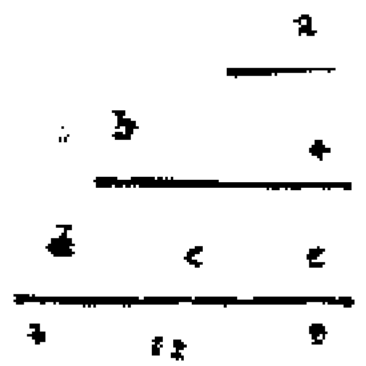
48 Sia la linea.a. la posta rationale, & sia tolti dui numeri quadrati.b.& c. di quali.c. sia diuisibile in un numero quadrato (qual sia.d.) & in uno non quadrato (qual sia.e.) & sia posto la proportione del quadrato della linea.a. al quadrato della linea.f.g. si come del numero.b. al numero.c. & (per la seconda parte della nona la linea.f.g. sera communicante alla linea.a. (posta rationale) in longhezza sopra a quella adonque sia descritto el mezzo cerchio.f.g.h. & sia la proportione del quadrato della linea.f.g. al quadrato della linea.f.h. si come del.c. al.d. & sia dutta la linea.g.h. dico adonque le due linee.f.g. & g.h. congionte direttamente componere el binomio primo perche la linea.f.g. (laquale e la piu longa) e piu potente della linea.g.h. (laquale e la piu corta) in el quadrato della linea.f.h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea.f.h. communica alla linea.f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) conciosia che la proportione di quadrati de dette.f.g.& f.h. sia si come di dui numeri quadrati liquali sono.c.& d. & la linea.g.h. le conuene esser rationale in potentia solamente non communicante alla linea.f.g. in longhezza e pero ne etiam alla linea.a. posta rationale, perche conciosia che el quadrato della linea.f.g. al quadrato della linea.f.h. sia si come el numero.c. al numero.d. (per la euersa proportionalita) el quadrato della linea.f.g. al quadrato della linea.g.h. sera si come el numero.c. al numero.e. conciosia adonque che.c. sia numero quadrato & e. non quadrato, seguita (per la ultima parte della nona) che la linea.g.h. sia incommensurabile alla linea.f.g. in longhezza rimane adonque essa linea.g.h. esser rationale solamente in potentia & (per la diffinitione) le linee.f.g.& g.h. componere binomio primo che era da trouare.

Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura.a. fusse quella che se chiama pertica diuisa in piedi sei & che il numero.b. fusse quattro & il numero.c. sedeci diuiso in.d.& e. cioe in noue & sette la linea.f.g. veria a esser piedi dodeci & la linea.f.h. piedi



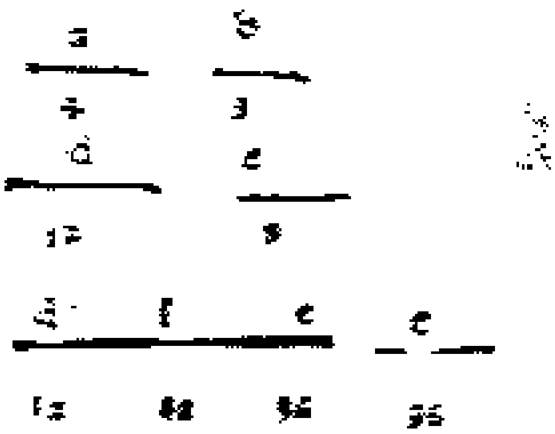
di nove & la linea.h.g.veria a esser la radice quadrata de sessanta tre piedi superficiali cioe che il quadrato della detta.h.g.sera sessanta tre piedi superficiali cioe sessanta tre quadreti d'un pie per faccia come fu detto sopra la prima diffinitione del secondo adonque la linea.f.g.gionta con la.g.h.da pratici se diceranno in questa forma.12.piu R.63.& questo composito sera binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al redur queste cose alla pratica si in questa come nelle sequente si che nota bene perche per l'advenire piu non aduro essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per te medesimo supponendo la linea.a.detta secondo che ti parera per schivar rotti, & bisogna notare che si potra senza trovare la linea.f.h.trovar prima la.h.g.cioe che il quadrato della.f.g.al quadrato della.h.g.sia si come il numero.c.al numero.e.

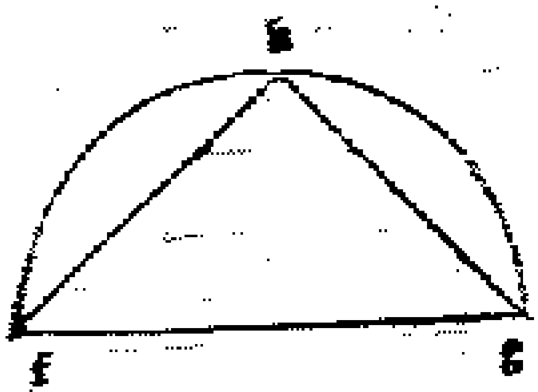


Problema.xiii. Propositione.xlviii.

48 Potemo investigare el secondo binomio.

Sia come per avanti la linea posta rationale.a.& lo numero.b.quadrato & sia numero non quadrato divisibile in.d.non quadrato & in.c.quadrato niente in tal modo che la proportione de tutto el.c.(el qual e numero non quadrato) al.d.(el qual e anchora numero non quadrato) sia si come duoi numeri quadrati & tal numero e.12.&.48.perche el.12.e divisibile in.9.(numero quadrato) & in.3.numero non quadrato & la proportione de.12.a.3.e si come.16.a.4.di quali l'uno e l'altro e numero quadrato (per lo medesimo modo.48.e divisibile in.36.e.12.& tal numeri cosi si trovaran. Sia.a.numero quadrato & sia anchora.b.minore de una unita del detto.a.el quadrato del quale sia.c.& dal.b.in.a.pervenga.d.&(per la prima delli incidenti la sessadecima del nono) el numero.b.sera la differentia del.d.al.c.sia fatto el medesimo.a.in.c.& pervenga.e.& (per la prima parte del corelario della seconda del nono) e.sera quadrato imperoche l'uno e l'altro di numeri.a.&.c.e quadrato (per el presupposito) sia fatto una altra volta.f.dal.a.in.d.& sera quello el qual cercamo perche (per la ultima parte del detto corelario) lo numero.f.sera non quadrato imperoche el numero.d.sie non quadrato, perche se el numero.d.fusse quadrato anchora el.b.saria quadrato (per la seconda parte del medesimo corelario della seconda del nono & per la vigesimaterza del ottavo) & perche.a.e numero quadrato seguiria (per la decima settima del medesimo) un terzo continuamente proportionale fra.a.&.b.laqualcosa e impossibile conciosia che sono differenti per una sola unita adonque el.d.non e quadrato per laqualcosa ne etiam.f.e quadrato, & .f.e equale al.d.&.al.e.perche conciosia che.b.sia la differentia del.d.al.c. (come e manifesto per le cose precedente) sera (per la prima delli incidenti sopra la sessadecima del nono) quello che vien fatto del.a.in.b.e equale a quelli duoi produtti che vengono fatti dal.a.in.b.& in.c.& perche dal.a.in.b.vien fatto el.d.& in.c.vien fatto.e.seguita che.d.sia la differentia del.f.al.e.& perche (per la decima ottava del settimo) del.f.al.e.e si come del.d.al.c.permutatamente del.f.al.d.sera si come del.e.al.c.& conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri.e.&.c.sia quadrato e manifesto lo numero.f.esser tal qual volemo, perche e numero non quadrato divisibile in.d.non quadrato & in.e.quadrato, la proportione de quello al.d.e si come de quadrato a quadrato cioe come del.e.al.c.tutte le altre cose siano come per avanti. Dico che le linee.f.g.&.g.h.compongono el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de.a.al quadrato de.f.g.sia si come del.b.al.c.& una altra volta lo quadrato de.f.g.al quadrato de.g.h.sia si come del.c.al.e.(per la equa proportionalita) el quadrato del.a.al quadrato de.g.h.sera si come del.b.al.e.adonque conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri.b.&.e.sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea.g.h.sera communicante in longhezza alla



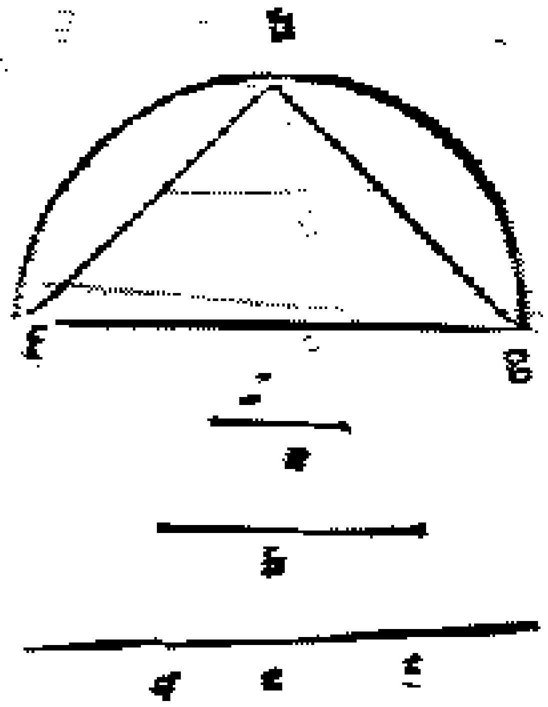


te alla linea.a.posta rationale,& della linea.f.g.e manifesto che essa sia rational le solamente in potentia non communicante alla linea.a.posta rationale in longhezza (per la vltima parte della nona) laquale conciosia che la sia piu potente della linea.g.h.nel quadrato della linea.f.h.(per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea.f.h.communica alla linea.f.g.in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche il loro quadrati sono in la proportione delli numeri.c.& d.la proportione di quali e si come di doi numeri quadrati (per el presupposito) e manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente, sia la linea.g.h.communicante alla linea.a.(posta rationale in longhezza) laquale e facile de trouare & sia.c.numero quadrato diuisibile in.d.quadrato & in.e.non quadrato,& sia la proportione del quadrato della linea.g.h.al quadrato della linea.f.g.si come el numero.e.al numero.c.& la.f.g.sera incommensurabile alla linea.g.h.in longhezza (per la vltima parte della nona) & piu potente di quella nel quadrato della linea.f.h.(alla qual communica in longhezza primamente per la conuersa dapoi per la euersa proportionalita & per la seconda parte della nona) adonque (per la diffinitione) le linee.f.g.& g.h. componeno el secondo binomio.

Problema.xiiii. pro positione.xlix.

44 PPotemo inuestigare,el terzo binomio.

ANchora el terzo binomio cosi se trouera,posta (come per auanti) la linea.a. rationale in longhezza sia el.b.numero primo,& .c.numero quadrato diuisibile in.d.quadrato & in.e.non quadrato tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le due linee.f.g.& g.h.componeno el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle e commensurabile in longhezza alla linea.a.posta rationale,ma l'una e l'altra gli e commensurabile in longhezza la.f.g.(per la vltima parte della nona propositione) & la.h.g.(per la equa proportionalita, & per la vltima parte della nona) perche (per la equa proportionalita) el quadrato della linea.a.al quadrato della linea.g.h.e si come lo numero.b.al numero.e. l'una per mezzo del quadrato della linea.f.g.& l'altro per mezzo del numero.c.& li numeri.b.& e.non sono in proportione de alcuni numeri quadrati conciosia che.b.sia numero primo, perche se i fussero in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del ottauo) & per la ottaua del medesimo fra quelli star vno terzo in continua proportionalita adonque (per la decima ottaua del medesimo) el numero.b.seria superficiale laqual cosa e impossibile,conciosia che quel sia primo (dal presupposito) adonque la linea.g.h.e incommensurabile alla linea.a.posta rationale (per le vltima parte della nona) adonque perche la linea.f.g.e piu potente della linea.g.h.nel quadrato della linea.f.h.(per la trigesima prima del terzo,& per la penultima del primo) laqual communica a quella in longhezza (per la seconda parte della nona propositione) & per la euersa proportionalita,& per la diffinitione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

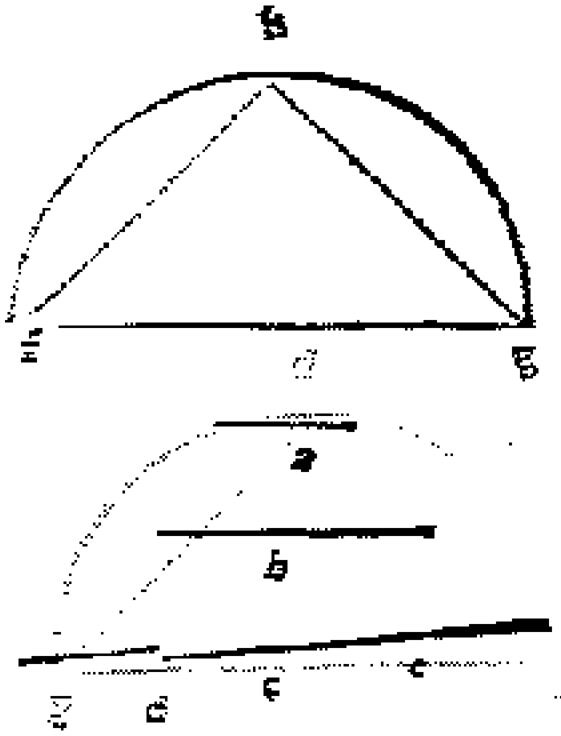


Il Tradottore.

NElla espositione di questa soprascritta propositione il commentatore se ingana grandemente si nel procieder come nella demostratione perche el non necessita che la proportione del numero.b.(quantunque sia numero primo) al numero.e.non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abbondare in parolle adduremo solamente la isperientia per testimonio perche sel detto numero.b.fusse.5.(che e numero primo) & lo numero.c.trenta sei & il numero.d.sedeci & lo numero.e.vinti si vede espressamente che la proportione de cinque a vinti e come de numero quadrato a nu mero quadrato cioe quadrupla, per ilche si vede che anchora se inganna a dire che li numeri primi non sono superficiali anci sono superficiali (per la decima ottaua del ottauo) ma volendo concludere la sopradetta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero.b. di tal conditione, prima che'l non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero.c. non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa e facile) dapoi arguir come di sopra e fatto.

Problema.xv. propositione.l.

45/15 Puotemo ritrouare il quarto binomio.



NElla inuentione del quarto binomio se da procedere per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato sia diuiso in duoi numeri non quadrati liquali siano.d.&.e. tutte le altre cose in questo luoco sono da esser negociate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negocio dalla diffinition del primo binomio.

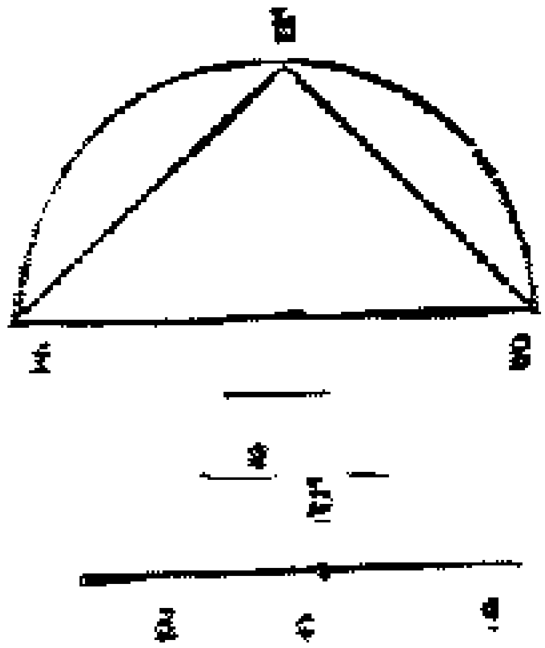
problema.xvi. propositione.li.

46/52 Puotemo recercare el quinto binomio.

LA inuentione di questo e si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero.c.(non quadrato) se diuide in.d.non quadrato,&.in.e.quadrato niente men in tal modo che la proportione del.c.al.d.non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea.g.h. sia communicante alla linea.a.posita rationale in longhezza,& mette el numero.c.quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati quali siano.d.&.e. adonque metti la proportione del quadrato della linea.g.h.al quadrato della.f.g.si come del numero.c.al numero.e. da poi concludi il proposito per la vltima parte della nona & per li predicti presupositi,& per la conuersa & euersa proportionalita,& vltimatamente per la vltima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.

Problema.xvii. propositione.lii.

47/53 Puotemo finalmente trouare el sesto binomio.



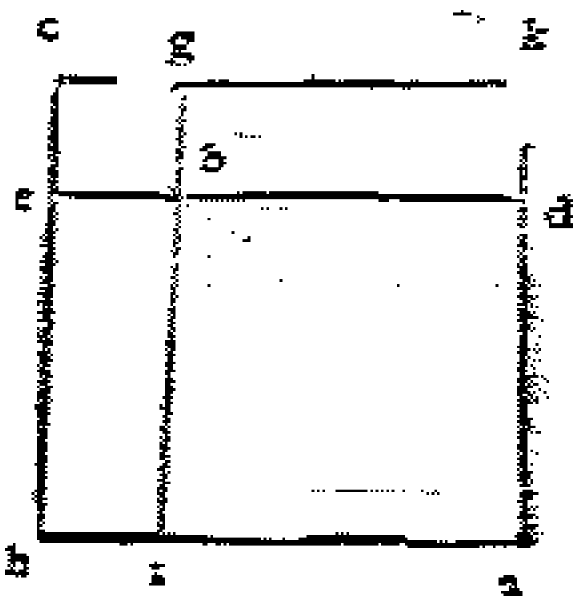
EL sesto binomio e da trouar si come el terzo & niente men in questo lo numero.c.quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati.d.&.e.& tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee.f.g.&.g.h.congionte fra loro) dignamente sera binomio sesto che e il proposito de trouare.

Il Tradottore.

NElla inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioe che'l non bisogna fondarse simplicemente semplicemente il numero .b. numero primo, perche tal instruttion e falsa anci biso gna tolerlo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioe cosi conditionato che'l non sia quadrato si che la proportion di quello al numero .e. non sia come de nůero quadrato a nůero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

o Siano li duoi quadrati .a.b. & .b.c. & siano assettati, ouer posti (per la
54 decima quarta del primo) talmente che il lato .d.b. al lato .b.e. sia in retta linea, adonque & lo lato .f.b. al lato .b.g. sera in retta linea, & sia compito lo parallelogrammo .a.c. dico che .a.c. e quadrato, & che .d.g. delli detti quadrati .a.b. & .b. c. e medio proportionale, & oltra di questo il .d.c. delli duoi quadrati .a.c.c.b. e medio proportionale, perche .b.d. e equale al .b.f. & .b.e. al .b.g. adonque tutto il .d. e. sera equale a tutto lo .f.g. & .d.e. e equale all'uno e l'altro delli duoi lati .a.h.k.c. & .g.f. e equale all'uno e l'altro delli duoi lati .a.k.c.h. & l'uno el'altro adonque delli duoi .a. k. k. c. e equale all'uno e l'altro delli duoi lati .a.h.h.c. adonque (per la trigesima terza del primo) lo parallelogrammo .a.c. e equilatero & anchora e rettangolo, adonque lo detto parallelogrammo .a.c. (per la quadragesima sesta del primo) e quadrato & perche si come del .f.b. al .b.g. cosi e del .d.b. al .b.e. & si come del .f.b. al .b.g. (per la prima del sesto) cosi e del .a.b. al .d.g. & si come del .d.b. al .b.e. cosi e del .d.g. al .b.c. adonque & si come del .a. b. al .d.g. cosi e del .d.g. al .b. c. adonque .d. g. e medio proportionale delli duoi quadrati .a.b.b.c. similmente dico che anchora .d.c. e medio proportionale delli duoi quadrati .a.c.c.b. perche si come del .a. d. al .d.k. cosi e del .k.g. al .g. c. perche l'una e equale all'altra adonq; componendoli, per la decima ottaua del quinto, si come .a.k. al .k.d. cosi e .k.c. al .c.g. ma si cõe .a.k. al .k.d. cosi e .a.c. al .c.d. & si come .k.c. al .c.g. per la prima del sesto, cosi e .d.c. al .c.b. adonque .d.c. e medio proportionale fra li duoi quadrati .a.c.c.b. che e il proposito.



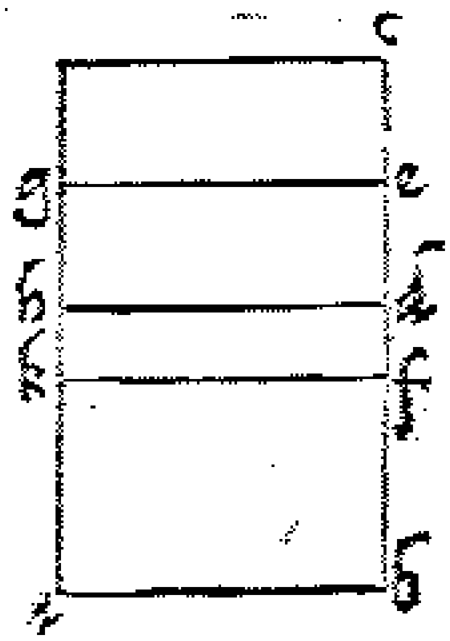
Il Tradottore.

Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione il quale e molto al proposito per le demostratione delle cose sequente quantunq; se dimostrano etiam senza esso lẽma come procedendo vederemo ma tal demostration son piu chiare.

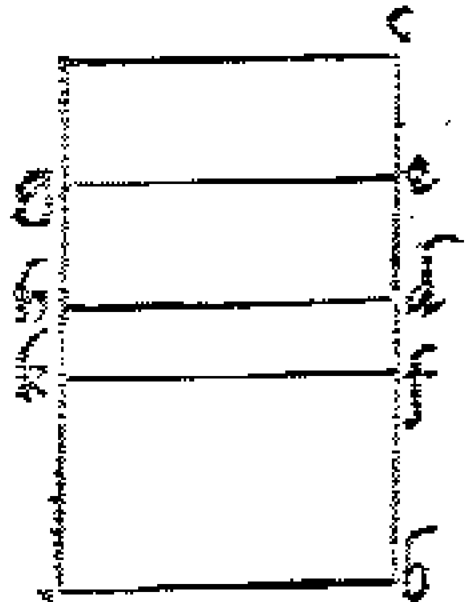
Theorema .xxxvi. Propositione .liii.

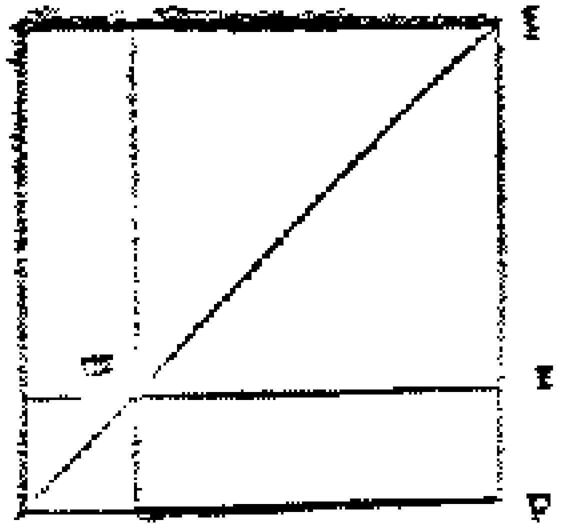
§8 Se una superficie sera contenuta da un binomio primo, & da una linea
54 rationale, lo lato che puo sopra di q̃lla e necessario esser binomio.

Sia la superficie .a.c. contenuta dalla linea .a.b. rationale & da un binomio primo il qual sia .b.c. Dico che'l lato tetragonico della superficie .a.c. e binomio e per dimostrare questo sia il ponto .d. il commun termine delle due portioni del binomio primo .b.c. del quale la maggior parte sia .b. d. & sera rationale in longhezza (per la diffinitione) & commensurabile alla linea .a.b. posta rationale anchora sia diuisa la minor portione (la qual .c.d.e.) in due parte equale al ponto .e. & la linea .d.b. sia diuisa (sotto questa conditione) al ponto .f. che sia le parti



di quello (la quale sono.b.f.&.f.d.) cadia.d.e.nel medio loco proportionale, & come questo si debbia far fu detto in la.17. & sian dutte le linee.e.g.d.h.f.K.equidistante alla linea.a.b.& perche (per la diffinitione del primo binomio la linea.d.b.e piu potente della linea.d.c.in el quadrato duna linea a se communicante in longhezza, seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le due linee.b.f.f.d.siano communicante adonque (per la duodecima) luna e l'altra de quelle e communicante a tutta la linea.b.d.perlaqualcosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza e pero (per la decima nona) luna e l'altra delle due superficie.a.f.&.f.h.e rationale, adonque sia descritto lo quadrato.l.m.(el lato del quale e.l.r.) equale alla superficie.a.f.al quale sia circonposto vn gnomone produtta la dyagonale.l.m.n.a quella quantita che el quadrato de esso gnomone (qual sia.m.n.) sia equale alla superficie.f.h.& li duoi supplementi di quello siano.p.m.&.m.q liquali e necessario esser equali alle due superficie.d.g.&.g.c.laqualcosa cosi se apprende perche concosia che la linea.d.e.sia nel mezzo loco proportionale fra le linee.b.f.&.f.d.(per la prima del sesto) la superficie.d.g.sera nel medio loco proportionale fra la superficie.a.f.&.f.h.per laqualcosa etiam fra li duoi quadrati.l.m.&.m.n.& perche etiam lo supplemento.p.m.e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per la prima del sesto) seguita che.p.m.sia equale al.d.g.e pero etiam.m.q.al.g.c.adonque la linea.l.p.e el lato tetragonico della superficie.a.c.quella tal linea dico esser binomio: perche essendo li duoi quadrati.l.m.&.m.n.rationali le due linee.l.r.&.r.p.(per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal.a.f.al.d.g.e si come del.b.f.al.d.e.ma la.b.f.e incommensurabile alla.d.e.ma perche la.b.f.e simplicemente rationale (come e preuenuto) & la.d.e.perche la communica con la.d.c.(rationale solamente in potentia) etiam quella sera rationale solamente in potentia (per la vndecima) laqualcosa e manifesta dalli precedenti presupposti, adonque per la seconda parte della decimaquarta) la superficie.a.f.e incommensurabile alla superficie.d.g.adonque & il quadrato.l.m.al supplemento.p.m.perlaqualcosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la linea.l.r.e incommensurabile alla linea.r.p.adonque (per la trigesima quinta) e manifesto la linea.l.p.esser binomio che era da demostrare.





Il Tradottore.

Queste parte che con facilita si doueriano concludere per lo soprascritto lemma (per non esser stato notato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto abenche anchor la detta prima del sesto parimente serua tamen e molto piu chiaro a arguire per lo soprascritto lemma & medesimamente nelle sequente propositioni, similmente per la vltima del secondo si debbe formare vn quadrato equale alla superficie.f.h.qual sia.m.n.& quello assettarlo nel angolo.m.di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchor bisogna notare qualmente la linea rationale.a.b.bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

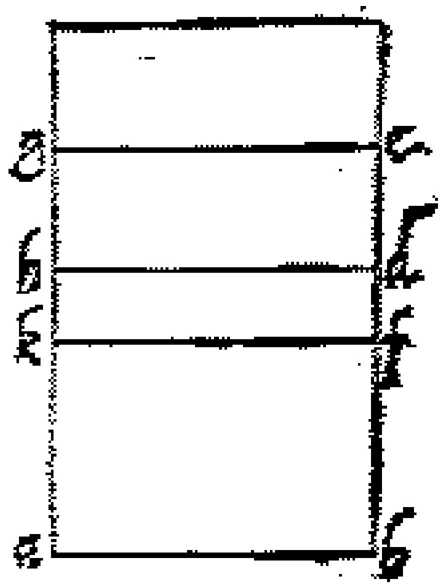
Theorema.xxxvii. Propositione.liiii.

49 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale & da un bino-
55 mio secondo. Lo lato tetragonico di quella sera uno bimedial primo.

Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) sera la linea.d.c.rationale in longhezza perlaqualcosa (per la.19.) luna e l'altra delle due superficie.d.g.&.g.c.e pero & li duoi supplementi.p.m.m.q.seranno rationali & la linea.b.d.sera rationale solamente in potentia, & diuisa in le due linee.f.d.&.b.f.communicante

(per la

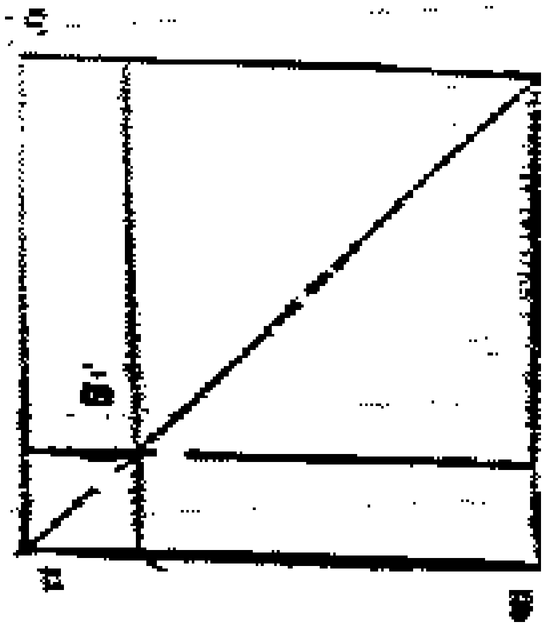
(per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presupposti & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una e l'altra delle due superficie.a.f.& f.h.e pero & l'uno e l'altro di quadrati.l.m.& m.n. sera mediale, adonque ambedue le linee.l.r.& r.p.sono mediale, anchora communicante in potentia, perche conciosia che la linea.b.f.communichi alla linea f.d.seguita che la.a.f.communichi alla.f.h.per laqual cosa el quadrato.l.m.al quadrato.m.n.e pero & la linea.l.r.alla linea.r.p.in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie.l.m.alla.m.p.adonque conciosia che la.l.m.non communichi con la.m.p.imperoche l'una e mediale cioe la.l.m.& l'altra e rationale cioe la.m.o.seguita che la.l.r.non cōmunichi in longhezza con la.r.p.adonque perche elle contengono superficie rationale, laqual e la.m.p.e manifesto la linea.l.p.(per la.36.di questo) esser bimedial primo



Theorema.xxxviii. Propositione.lv.

50 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea
56 rationale, la linea potente in quella sera bimedial secondo.

STante la medesima dispositione, & li presupposti come di sopra (& da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) sera ciascuna delle quattro superficie (in lequale e divisa la superficie.a.c.) mediale per laqual cosa l'uno e l'altro di duoi quadrati.l.m.& m.n.& l'uno e l'altro di duoi supplementi.p.m.& m.q.sera etiam mediale adonque l'una e l'altra delle due linee.l.r.& r.p.sera mediale, & conciosia che le due superficie.a.f.& f.h.siano cōmunicante imperoche le due linee.b.f.& f.d.sono cōmunicante (per la seconda parte della.17.) le due linee.l.r.& r.p.seranno cōmunicante in potētia ma non in longhezza, perche la superficie.l.m.non cōmunica con la superficie.m.p.imperoche ne la.a.f.cōmunica con la.d.g.perche la linea.b.f.non communica con la.d.e.conciosia adonque che elle contengano superficie mediale laquale e p.m.e manifesto (per la.37.) la linea.l.p.esser bimedial secōdo che e il proposito.



Theorema.xxxix. Propositione.lvi.

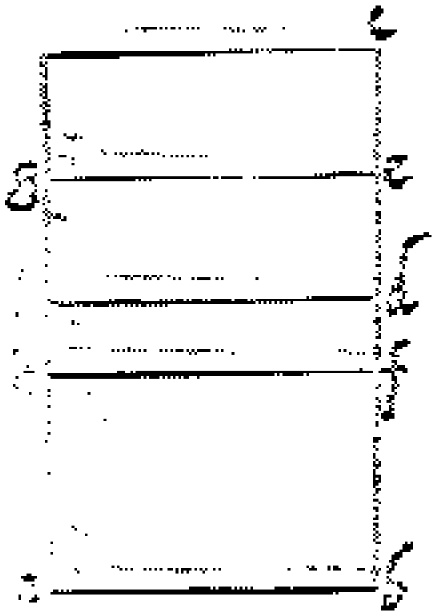
51 Se una superficie sia contenuta da una linea rationale, & dal quarto
57 binomio, la linea che po in quella superficie e la linea maggiore.

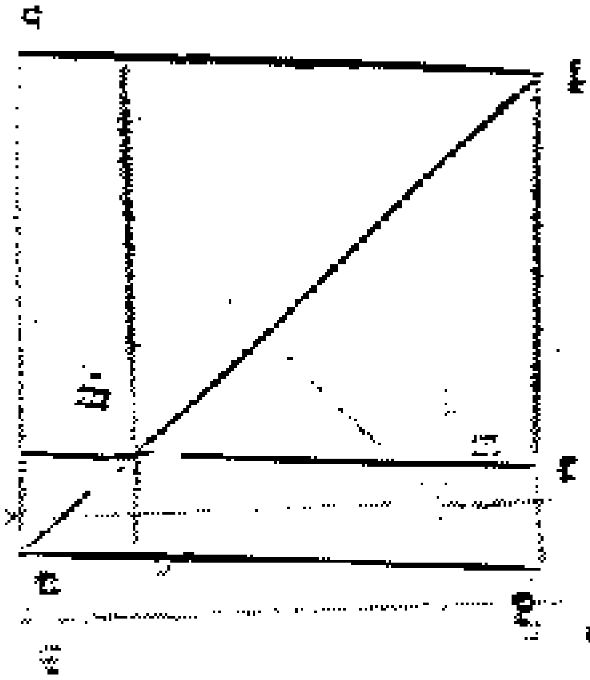
STante tutte le cose come in la precedente (per el presupposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie.d.g.& g.c.per laqual cosa & l'una e l'altra delle due.p.m.& m.q.sera mediale & li dui quadrati.l.m.& m.n.tolti insieme sera rationale imperoche la superficie.a.d.e rationale (per la diffinitione del quarto binomio & per la.19.) & perche la.d.b.e divisa in due parti incommensurabil in ponto.f.(per la seconda parte della decima ottava) la superficie.a.f.sera incōmensurabile alla superficie.f.h.e pero & lo quadrato.l.m.al quadrato.m.n.adonque le due linee.l.r.& r.p.sono incommensurabile in potentia, lequale conciosia che quelle contengano la superficie mediale.p.m.& ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la.38.) la linea.l.p.esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.xl. Propositione.lvii.

52 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da uno
58 binomio quinto, la linea laquale po in quella, el se convenerze de necessita esser la potente in rationale e mediale.

ANchora qua in questa non e da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante sera (per quelle cose che son pos





sie in la diffinitione del quinto binomio & in la. 49.) l'una e l'altra delle due superficie. d.g. & g.c. onde & l'una e l'altra delle due. p.m. & m.q. rationale & [illegible] la. a. d. mediale, per laqualcosa & li duoi quadrati. l. m. & m. n. tolti insieme mediale (per la. 23.) & conciosia che (per la seconda parte della decima ottaua) la linea. f. h. sia incommensurabile alla linea. d. e. pero & la superficie. a. f. alla superficie. f. h. & lo quadrato. l. m. al quadrato. m. n. sera la linea. l. r. incommensurabile in potentia alla linea. r. p. ma perche elle contengno la superficie rationale. p. m. & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude (per la [illegible] nona) la linea. l. p. esser la potente in rationale e mediale come era promesso da dimostrare.

Theorema. xli. Propositione. lviii.

55 Se una superficie sera contenuta dal setto binomio, & da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in dui mediali.

IN questa. 58. non accade [illegible] a perder tempo in depingere le figure [illegible] ci basta quelle che se contenen in le precedente dispositioni & poi [illegible] le [illegible] e necessario (per le dette cose & per la dispositione cioe per la [illegible] ne del [illegible] binomio, & per la vigesima terza) ciascuna delle superficie. a. e. & d. g. & g. c. esser mediale perche & ambiduoi li quadrati. l. m. & m. n. tolti insieme & p. m. & m. q. e necessario esser mediale & conciosia che la. a. e. & a. d. [illegible] qualcosa & la. a. e. [illegible] f. h. e pero & la linea. l. m. [illegible] incommensurabile [illegible] le due linee. l. r. & r. p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle contengno la superficie mediale. p. m. & ambiduoi li quadrati tolti insieme sono mediali laqual [illegible] e incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqualcosa se approua in questo che la superficie. b. h. e incommensurabile alla superficie. h. c. per questa causa che la linea. d. e. e incommensurabile alla linea. d. c. per che seguita (per la 40.) la linea. l. p. esser quella che e detta potente in duoi mediali.

Lemma.

○ Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti 60 da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che e compreso due uolte sotto le dette parti inequale.

Sia la retta linea. a. b. & sia segata in due parti inequale in ponto. c. & sia la maggior. a. c. dico che li dui quadrati fatti dalle. a. c. & c. b. sono maggiori del rettangolo che e contenuto sotto. delle. a. c. & c. b. due uolte, & per diuider quello sia segata (per la. 10. del primo) la. a. b. in due parti equali in ponto. d. & perche la linea retta. a. b. e segata in due parti equali in ponto. d. & in due inequali in ponto. c. adonque per la. 5. del secondo) quello che e contenuto sotto della. a. c. & c. b. insieme con el quadrato fatto dalla. c. d. e equal al quadrato che vien fatto della. a. d. per questo el rettangol contenuto sotto della. a. c. & c. b. e minor del quadrato della. a. d. adonque el doppio del rettangolo che e contenuto sotto delle due linee. a. c. & c. b. e minor del doppio del quadrato della. a. d. ma li quadrati delle due parti. a. c. & c. b. sono maggiori di quelli fatti dalle due. a. d. & d. b. adonque li quadrati fatti dalle due parti. a. c. & c. b. sono maggiori del rettangol contenuto sotto delle. a. c. & c. b. due uolte che era da dimostrar.

Il Tradottore.

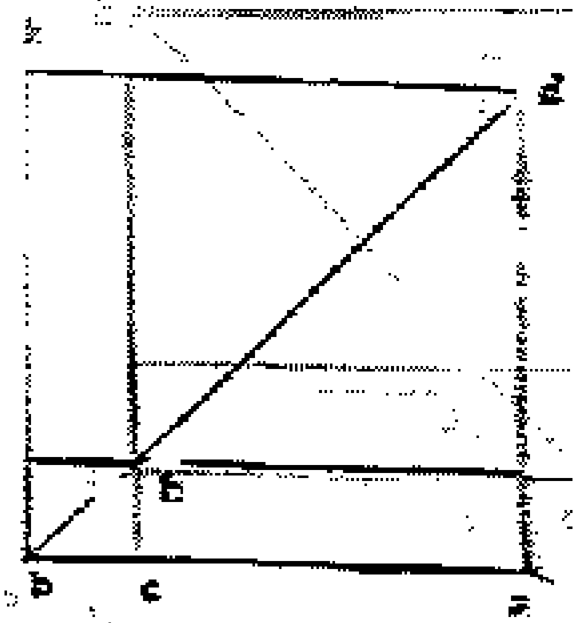
QVesto lemma se [illegible] solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrar le propositioni sequenti) [illegible] al proposito ma che la summa [illegible] di quadrati delle due linee. a. c. & c. b. sono maggiori del doppio del quadrato della. a. d. elqual e noto (per li quadrati delle due linee. a. d. & d. b.) [illegible] per lo [illegible] dell'antecedente della quadragesima prima.

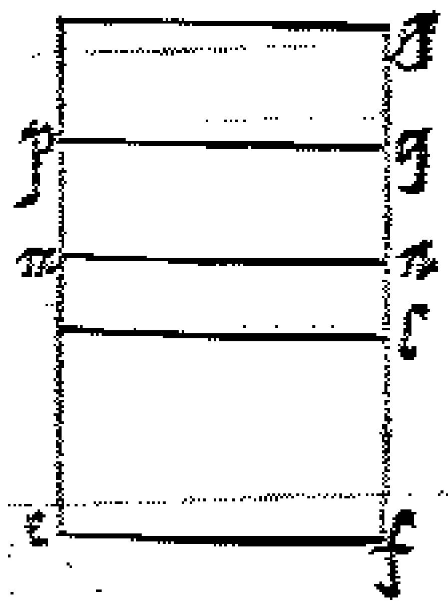
Theorema. xlii. propositione. lix.

56 Se a una linea rationale, sia aggionto uno rettangol equale al quadrato 61 d'uno binomio el secondo lato di quello conuien esser binomio primo.

Questo

Queste sei sequente propositioni sono el conuerso delle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa e questa sia la linea.a.b. binomio diuisa al ponto.c.in le due linee.a.c.&.c.b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima.a.b.sia.b.d.& sia la linea.e.f.rationale in longhezza alla qual sia aggionta la superficie.e.g.equale al quadrato.b.d. dico che'l secondo lato de questa superficie el qual e la linea.f.g.e binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato.b.d.in li duoi quadrati.h.b.&.h.d.(liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio)& in li duoi supplimenti.a.h.&.h.K.delquali luno e laltro e contenuto sotto delle due portioni del binomio &(per la diffinition del binomio laquale se ha per la uigesimaquinta)l'uno e l'altro de questi quadrati sera rationale,&(per la.2 y.)l'uno e l'altro di duoi supplimenti sera mediale adonque sia tagliato dalla superficie.e.g.la superficie.e.l.equale al quadrato.d.h.& la.l.m.equale al quadrato.h.b.& la.n.p.equal all'uno di duoi supplimenti.a.h.ouer.h.K.& lo residuo.p.g. sera equale all'altro supplimento che resta per laqualcosa(per la prima del sesto)la linea.m.q.e equale alla linea.q.g.&(dalle cose premesse)e manifesto che l'una & l'altra delle due superficie.e.l.&.l.m.e pero etiam tutta la superficie.e.n.e rationale,& l'una e l'altra delle due equale.n.p.&.p.g.e pero tutta la.n.g.e mediale per laqualcosa per la uigesima terza e l'altra delle due linee.f.l.&.l.n.& tutta la linea.f.n.rationale in longhezza & commensurabile alla linea.e.f.posta rationale &(per la.24.)l'una e l'altra delle due.n.q.&.q.g.& tutta la.n.g.e rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea.m.n.e pero etiam alla linea.e.f.(a se equale)& per consequente alla linea.f.n.in longhezza,adonque se la linea.f.n.(laqual e maggiore della linea.n.g.(come per lo primo di duoi antecedenti fu giontoalla demostratione della quadragesima & per la prima del sesto appare)sera piu potente della linea.n.g.(minore)nel quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza(per la diffinitione del binomii primo sera manifesto la linea.f.g.esser binomio primo)& che questo sia cosi tu dimostrarai in questo modo,perche che fra li duoi quadrati.d.h.&.h.b.(per la prima del sesto)la superficie.a.h.sia media proportionale el se conuene(per li primi presupposti)la superficie.n.q.esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie.e.l.&.l.m.onde(per la prima del sesto)la linea.n.q.la quale e la mita della linea.n.g.e nel mezzo loco proportionale fra le due linee.f.l.&.l.n.adonque quello che vien fatto dal.f.l.in la.l.n.e quanto quello che vien fatto dal.n.q.in se(per la decima settima del sesto e per tanto(per la quarta del secondo)quanto la quarta parte del quadrato della linea.n.g.adonque(per la prima parte della.17.conciosia che la linea.f.n.sia diuisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea.n.g.piu breue talmente che a compir tutta la linea.f.n.manca una superficie quadrata,in due parti communicante al ponto.l.sera la.f.n.piu potente della.n.g.nel quadrato d'una linea a se communicante in longhezza,adonque e manifesto el proposito.





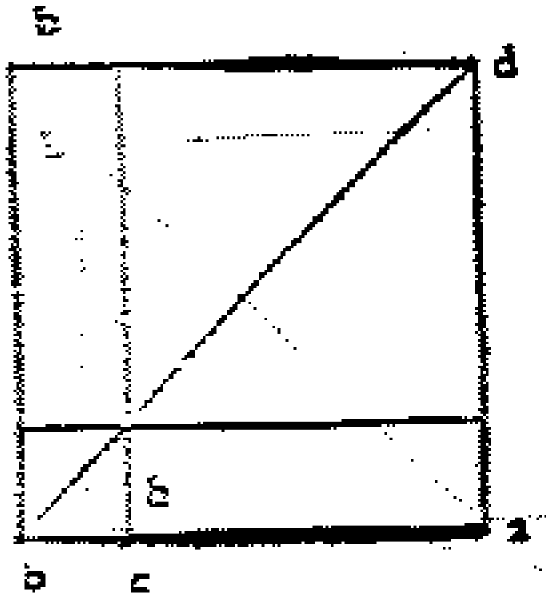
Il Tradottore.

Quella parte che di sopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza il medesimo se debbe auuertire nelle sequente senza che io rei replichi

Theorema.xliii. propositione.lx.

Se a una linea rationale sera aggionto una superficie equal al quadrato del bimediale primo,l'altro lato di quella bisognara esser el secondo binomio.

Sia la linea.a.b.la bimedial primo diuisa al ponto.c.secondo el suo termine.& tutte le altre cose siano come per auanti.Dico la linea.f.g.esser el secondo binomio perche la superficie.m.g.sera rationale imperoche le parti del bimedial



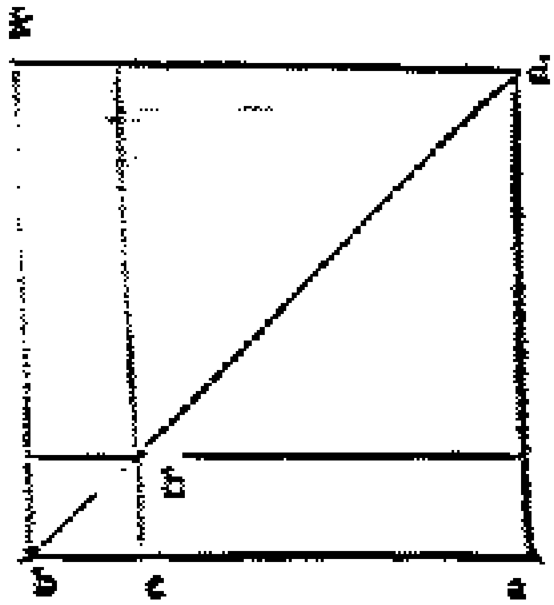
primo contieneno superficie rationale & se le tre superficie.e.l.l.m.& tutta la.e.n mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia communicante(per la trigesima sesta)adonque (per la vigesima)la linea.n.g. sera rationale in longhezza commensurabile alla linea.e.f.posta rationale.&(per la vigesima quarta)la linea.f.n.rationale solamente in potentia(laquale conciosia che la sia maggiore della linea.n.g.)per el primo di duoi antecedenti aggionti alla demostratione della quadragesima (& per la prima del sesto)la piu potente di quella in el quadrato duna linea communicante con sego in longhezza(per la prima parte della decimaseptima)la linea.f.g.(per la diffinitione)sera il secondo binomio che era el proposito.

Theorema.xliiii. propositione.lxi.

56 Quando che a una linea rationale in longhezza sera aggionta una
62 superficie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo,lo secondo lato di quella e necessario esser el terzo binomio.

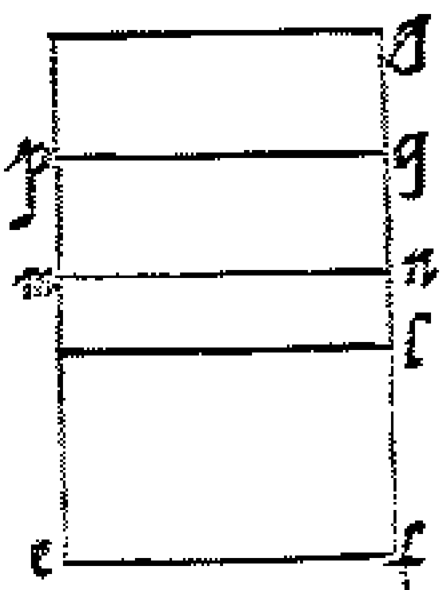
Se la linea.a.b.sera el bimedial secondo divisa per el suo termine al ponto.c. & tutte le altre cose siano come per avanti,sera la linea.f.g.el terzo binomio perche(per la trigesima settima & per le nostre positioni)l'una e l'altra delle superficie.e.n.&.m.g.sera mediale pero equalmente l'una e l'altra delle linee.f.n. &.n.g.(per la vigesima quarta)sera rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono communicante solamente in potentia,la superficie.e.l.sera communicante alla superficie.l.m.e pero etiam la linea.f.l.alla linea.n.l.adonque(per la prima parte della decima settima)la linea.f.n.sera piu potente della.n.g.in el quadrato duna linea a se communicante in longhezza. & conciosia che la superficie.a.h.& lo quadrato.h.b.siano incommensurabile imperoche le linee.a.c.&.c.b.sono incommensurabile e pero etiam li duoi quadrati tolti insieme alli duoi supplementi tolti insieme imperoche li duoi quadrati fra loro insieme communicano(per el presupposito) li supplementi anchora conciosia che fra loro sono equali seguita che la superficie.e.n.sia incommensurabile alla superficie.m.g.e pero etiam la linea.f.n.alla linea.n.g.adonque(per la diffinitione)la linea.f.g.e binomio terzo che e el proposito.

Theorema.xlv. propositione.lxii.



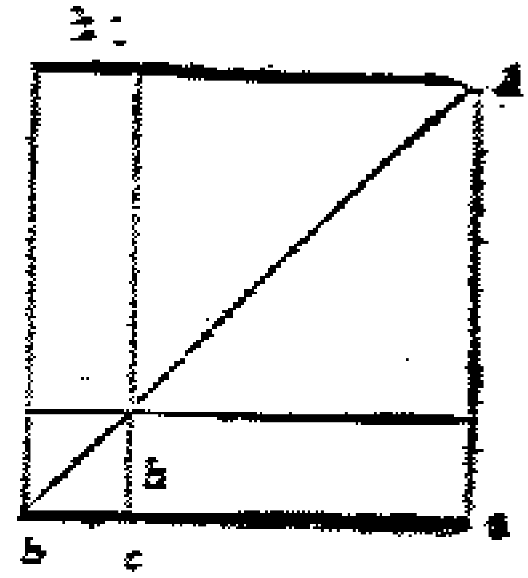
57 Se a una linea rationale sera aggionto un rettangolo equale al qua
63 drato della linea magiore,l'altro lato di quello sera el quarto binomio

Se anchora questa linea.a.b.sera la linea maggiore divisa secondo il suo termine al ponto.c.& tutte le restante cose non siano altramente che per avanti sera la linea.f.g.el quarto binomio,perche conciosia che ambiduoi li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie.e.n. sera rationale,e pero(per la vigesima)la linea.f.n.sera rationale in longhezza communicante alla linea.e.f.posta rationale,& la superficie.m.g.sera mediale per quello che le portioni della linea maggiore contieneno superficie mediale, adonque(per la vigesima quarta)la linea.n.g.e rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefata linea.a.b.sono potentialmente incommensurabile la superficie.e.l. sera incommensurabile alla.l.m.e pero etiam la linea.f.l. alla linea.l.n.adonque per la prima parte della decimaottava)la linea.f.n.e piu potente della linea.n.g.in el quadrato duna linea a se incommensurabile, adonque(per la diffinitione)la linea.f.g.e binomio quarto,che era il proposito.



Theorema

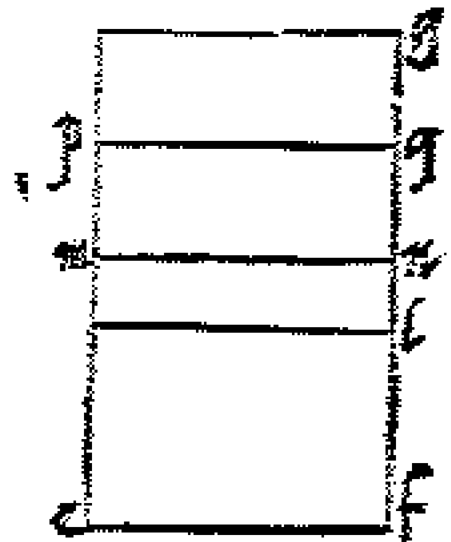
Theorema.xlvi. Propositione.lxiii.



58 Se a una linea rationale sia aggionto una forma de una parte piu
64 longa, equale al quadrato della linea potente sopra rationale, & me
diale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.

PRoposta la linea.a.b.quella che po sopra la mediale & rationale divisa secondo la diffinitione di quella al ponto.c.& non sia mutato cosa alcuna delle passate, & seguita la linea.f.g.esser binomio quinto, perche conciosia che le parti di questa linea.a.b.contengano superficie rationale, e necessario che la superficie.g m.e pero etiam (per la vigesima) la linea.n.g.sia rationale & conciosia che ambi li quadrati delle parti de questa linea toti insieme siano mediale sera la superficie.e.n.mediale, & (per la vigesima quarta) la linea.f.n.rationale solamente in potentia & perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potentia la superficie.e.l.sera incommensurabile alla superficie.m.l.e pero etiam la linea.f.l.alla linea.n.l.adonque (per la prima parte della decima ottava) la linea.f.n.e piu potente della linea.n.g.nel quadrato duna linea a se incommensurabile adonque (per la diffinitione del quinto binomio) concludé il proposito.

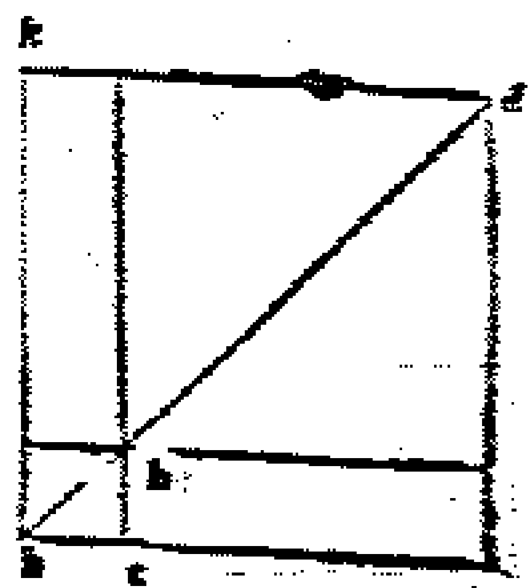
Theorema.xlvii. Propositione.lxiiii.



59 Ogni volta che a una linea rationale, sera aggionta una superficie rec
65 tangola, equale al quadrato de una linea potente in duoi mediale,
el secondo lato della medesima superficie el se conuence esser el se
sto binomio.

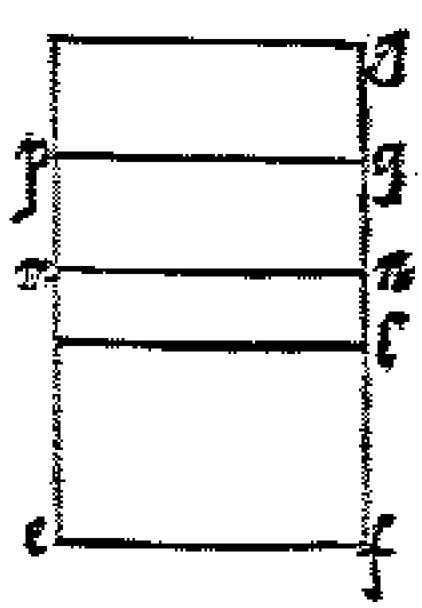
IN questa sexagesima quarta sia la linea.a.b.la linea potente sopra duoi mediali, & rimangano tutte quelle positioni si come nelle altre precedente a questa & si predicara sera la linea.f.g.el sesto binomio laqualcosa tu non la poei ignorare se tu non serai smenticheuole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi e manifesto in questa la nostra inventione.

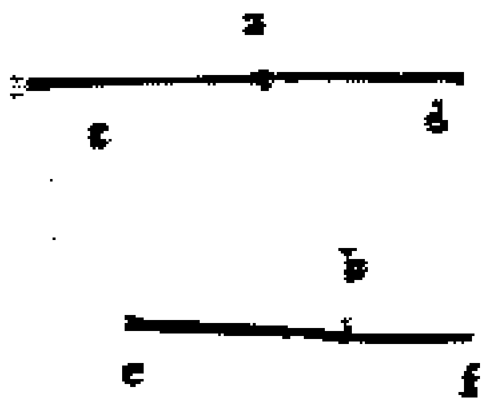
Theorema.xlviii. Propositione.lxv.



60 Ogni linea communicante in longhezza a qual si voglia di binomii
66 elle approva quella esser binomio, sotto la medesima specie.

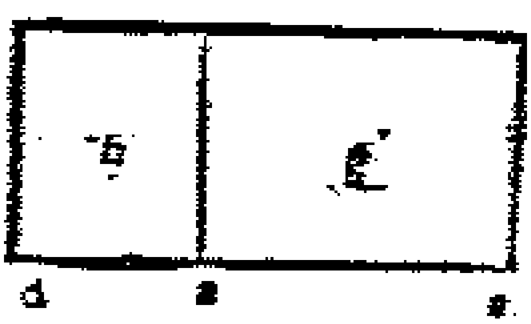
SIa la linea.a.b.un binomio di qual specie si voglia & sia la linea.b.a.se communicante in longhezza. Dico la linea.b.esser un binomio di quella medesima specie della quale e.a.b.per demonstrar questo siano le parti binomiali della.a.c.& c.d.& seranno ambedue rationale & communicante solamente in potentia per (la trigesima quinta) & la linea.b.sia divisa (per la terzadecima del sesto) in.e.& secondo la proportione della parte.c.alla parte.d.& (per la coniontà, & eversa, & permutata proportionalità) della.c.alla.e.& della.d.alla.f.sera si come della a.alla.b.adonque, conciosia che la.a.& la.b.siano communicante, etiam (per la prima parte della decima quarta) la.c.& e.& anchora.d.& f.seranno communicante adonque se la.c.sera rationale solamente in potentia etiam la.e.sera rationale solamente in potentia & se la sera rationale in longhezza & etiam la.e.sera rationale in longhezza, & per lo medesimo modo se la.d.e rationale solamente in potentia over etiam in longhezza & la.f.sera anchora similmente & (per la sestadecima) se la.c.e piu potente della.d.nel quadrato duna linea a se commensurabile in longhezza, over o anchora incommensurabile, sera etiam & la.e.piu potente della.f.nel quadrato duna linea a se commensurabile over etià incommensurabile

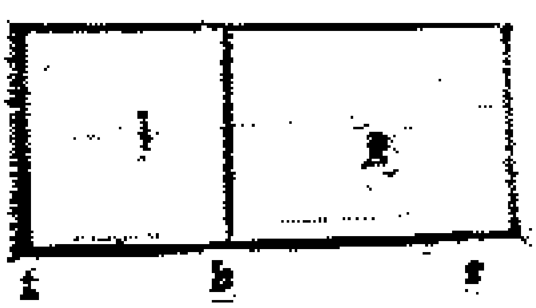




In longhezza adonque le necessario(per la diffinitione delle sei speci e di binomii)che.a.&.b,siano binomii duna medesima specie. Ma se la linea.b.communica con el binomio.a.solamente in potentia, sera etiam la linea.b.binomio ma el non e necessario esser de quella medesima specie, immo le impossibile che ambidui insieme cadano sotto la prima specie di binomii,over sotto alla seconda, quarta over quinta. Ma eglie ben necessario che ambidui cadano sotto alle prime tre over alli tre vltimi,perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna del le tre prime specie,& l'altro in alcuna delle tre vltime. perche conciosia che.a. communichi con.b.solamente in potentia anchora.c.con.e.&.d.con.f. communicata solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee.c.&.d.seranno rationale in longhezza,la sua comparata delle linee.e.&.f.non sera rationale in longhezza. Adonque non e possibile che.a.&.b. cadeno insieme sotto alcuna de quelle specie binomii in lequale l'una delle due portioni del binomio e rationale in longhezza.& queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche(per la decima sesta)le due linee.c.&. e.insieme sono piu potente delle due linee.d.&.f.in li quadrati de due linee a lor communicanti over incommunicanti in longhezza e necessario che ambidui li binomii.a.&.b.insieme cadano sotto le tre prime specie de binomii over insieme sotto le tre vltime(per la diffinitione di esse specie & la linea.b. che tu debbi eßer binomio,perche conciosia che.c.&.e.siano communicante in potentia solamente,similmente anchora.d.&.f.&.c.&.d.siano rationale solamente in potentia communicante el se conuenze.e.&.e.f.esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche communicano in longhezza si come nelle linee.c. &.d.proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta)de questo.

Theorema.xlix. Propositione.lxvi.



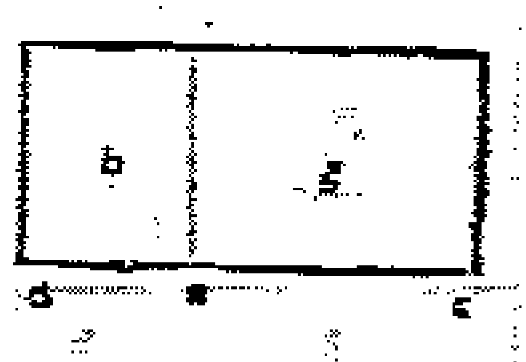


66 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediale el
67 se conuence de necessita esser bimedial sotto la medesima specie.

Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza over in potentia,quello che detto ha in se verita. Hor sia le due linee communicante.a.&.b.in qual si voglia di predetti doi modi. & sia.a. lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam.b.e bimedial primo ouero lo bimedial primo ouero il secondo ... dal.a.perche diuiso lo bimedial.a. in le sue portioni bimediale dalle quale e composta(per la trigesima sesta & trigesima settima)lequale siano c.&.d.diuisa anchora la.b.in.e.&.f.secondo la proportione della.c.alla.d.(come insegna la duodecima del sesto)& posta la superficie.g.contenuta sotto della c.& della.d.& la superficie.K.contenuta sotto della.e.&.f.& posto lo quadrato.h. della.d.&.l.della.f.(per la coniuncta & euersa & permutata proportionalita)sera si come in la premessa della.c.alla.e.& della.d.alla.f.si come della.a.alla.b. adonque(per la positione)si come.a.&.b.siano communicanti o sia questo in longhezza over in potentia cosi.c.&.e.e anchor.d.&.f.seranno similmente communicanti ma perche.c.&.d.sono mediale solamente in potentia communicante seguita(per la.25.)che.e.&.f.sian etiam medial &(per la decima quarta)solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale(per el presupposito)come.c.al.d.& conciosia che (per la prima del sesto)sia del.g.al.h.si come del.c.al.d.& del.K.al.l.si come del.e.al.f.del.g.al.h.sera si come del.K.al l.& premutatamente del.g.al.K.si come del.h.al.l.adonque perche.h.e communicante al.l.imperoche li doi lati de quelli liquali sono.d.&.f.communicante in longhezza over in potentia,secondo che.a.&.b.communicano in l'uno over in l'altro seguita(per la decima quarta)che anchora.g.&.K.communicano fra loro insieme adonque.K.sera rationale over mediale si come sera.g.(per la diffinitione della superficie rationale over(per la vigesima quinta) perche solamente

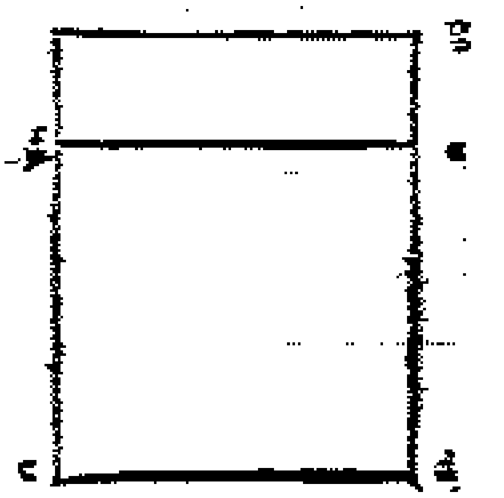
in questo

in questo e differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le portioni del bimedial primo (fra lequale vien diviso secondo el suo termine) conteneno superficie rationale, & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se .a. sera bimedial primo la superficie .g. sera rationale per laqualcosa etiam la superficie .d.k. e pero .b. sera etiam bimedial primo (p la trigesima sexta) ma se .a. sera bimedial secondo la superficie .g. sera mediale & p questo etiã .k. adonque .b. (per la trigesima septima) sera bimediale secondo, perlaqualcosa e manifesto el proposito. A demostrar el medesimo altramente, alla linea .c.d. rationale supposita .a. sia e sia ciascun di dui bimediali .a. & .b. a se communicanti in longhezza, over in potentia) sia aggionta la superficie .c.e. equale al quadrato dela .a. & la .f.g. equale al quadrato della .b. & la superficie .c.e. & .f.g. seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee .a. & .b.) sono communicanti (dal presupposito) adonque (per la prima del sexto & per la decima quarta di questo) le due linee .d.e. & .e.g. e necessario esser communicante, & perche se la .a. sera bimedial primo la linea .d.e. sera el secondo binomio (per la longesima) e pero etiam la .e.g. sera secondo binomio (per la precedente) perlaqualcosa lo lato tetragonico della superficie .f.g. (el qual e .b.) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se .a. sera bimedial secondo la linea .d.e. sera binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero & la .e.g. e binomio terzo (per la precedente) perlaqualcosa el lato tetragonico della superficie .f.g. (& questo e la linea .b.) sera bimedial secondo, adonque e manifesto esser el vero quello che e proposito.

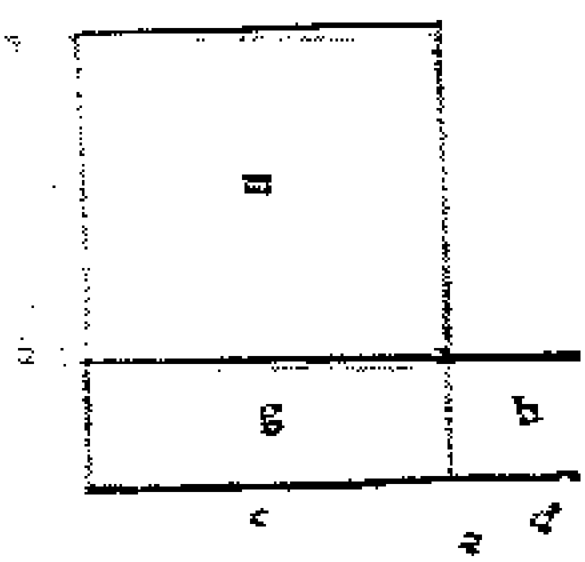


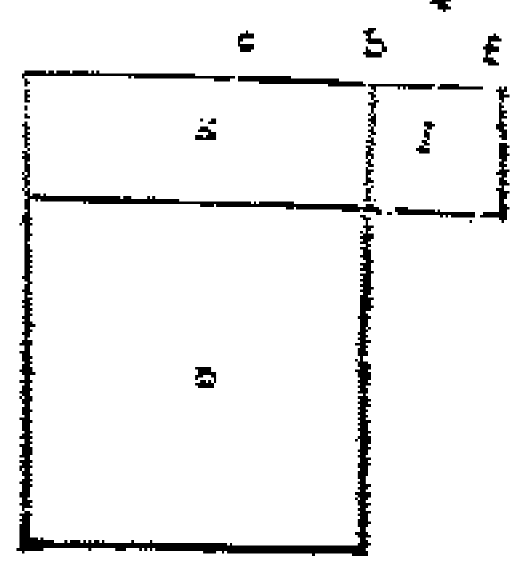
Theorema .L. Propositione .lxvii.

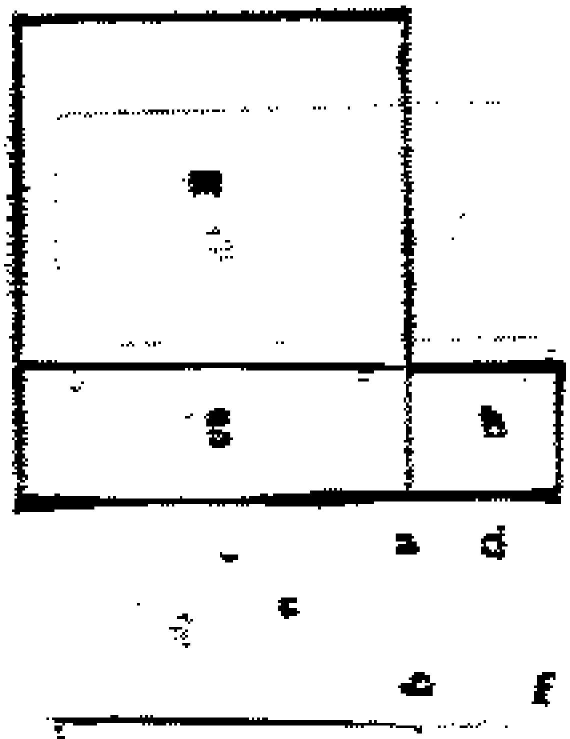
67 Ogni linea communicante alla linea maggiore, e linea maggiore.



Anchora questa (se alcuna linea sera communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se verifica, hor sia .a. la linea maggiore, & la linea .b. a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la .b. sera linea maggiore, imperoche divisa .a. in quelle portioni dellequale e composta (per la trigesima ottava) lequale siano .c. & .d. & la .b. (secondo la proportione de quelle) in .e. & .f. & posto che la .g. sia la superficie contenuta sotto della .c. & della .d. & la .k. sotto della .e. & .f. & .m. & .h. siano li quadrati della .c. & della .d. & li quadrati .n. & .l. della .e. & della .f. sera del quadrato .m. al quadrato .h. si come del quadrato .n. al quadrato .l. (per la seconda parte della decima ottava del sexto) & coniontamente del .m. & .h. al .h. si come del .n. & .l. al .l. & permutatamente del .m. & .h. al .n. & .l. sera si come del .h. al .l. adonque perche .b. communica con .a. (imperoche esse .a. communica con .b. over in longhezza over in potentia) si come che .a. communica con .b. seguita che ambidoi li quadrati .m. & .h. tolti insieme communicheno con ambidoi li quadrati .n. & .l. tolti insieme, adonque conciosia che dui primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottava) etiam li doi altri seranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie .K. e necessario esser mediale si come la .g. (per la vigesima quinta) & le linee .e. & .f. esser incommensurabili in potentia si come la .c. & .d. (per la decima quarta) el se concludera (per la trigesima ottava) la linea .b. esser la linea laquale e detta maggiore che el proposito. A demostrare el medesimo altramente, conciosia che .a. sia la linea maggiore, alla qual communica la linea .b. over essendo questo in longhezza over in potentia tolta una linea rationale (laqual sia .c.d.) sia agionto a quella la superficie .c.e. equale al quadrato della linea .a. & dapoi la .f.g. equale al quadrato della linea .b. adonque conciosia che li quadrati delle due linee .a. & .b. siano communicanti (per el presupposito) la superficie .c.e. sera communicante alla superficie .f.g. e pero (per la prima del sexto & per la prima parte della decima quarta de questo) etiam la linea .d.e. alla linea .e.g. in longhezza, & perche (per la sexagesima seconda) la linea .d.e. e binomio quarto, anchora (per la sexagesima quinta) la linea .e.g. sera binomio quarto, adonque (per la quinquagesima sexta) la linea .b. potente in la superficie .f.g. e la linea maggiore che el proposito.



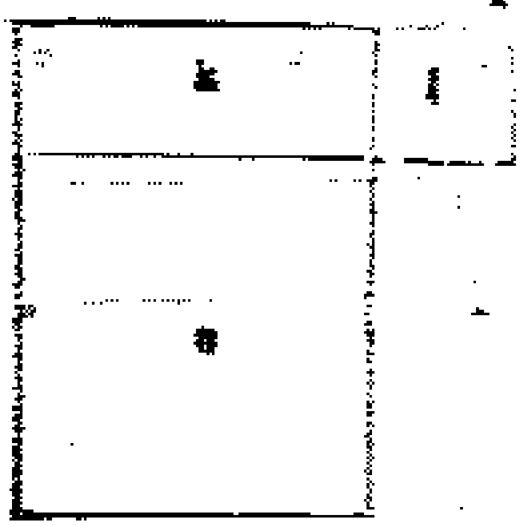




Theorema.li. Propositione.lxviii.

**65 Se alcuna linea communicara alla linea potente in rationale & me
69 diale el se approua quella esser potente in rationale & mediale.**

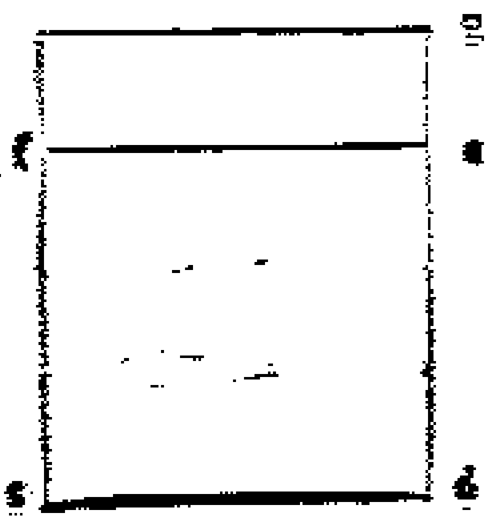
Anchora e si vero che a qualonque modo si voglia, alcuna linea sia commonicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouero solamente in potentia, anchora quella e vna linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per auanti in duoi modi se proua, & e necessario in quanto al primo modo che si come le due linee.c.&.d. siano in potetia incõmensurabili cosi siano anchora le due linee.e.&.f.(per la decima quarta)& si come la.g.e superficie rationale(perche tal superficie contien le proportioni de la linea potente in rationale e mediale)cosi etiam.K.(per la diffinitione)sie rationale, & si come li duoi quadrati.m.&.h.tolti insieme sono mediale, cosi anchora(per la vigesima quinta)li duoi quadrati.n.&.l.tolti insieme seranno mediale, adonque la linea.b.(per la trigesima nona)e potente in rationale e mediale, ma quanto al secondo modo, le necessario(p la sexagesima terza)che la linea.d.c.sia binomio quinto, e pero anchora(per la sexagesima quinta)la linea.e.g.e binomio quinto per laqualcosa(per la quinquagesima settima)lo lato tetragonico della superficie.s.g.(el quale.e.b.)sera vna linea potente in rationale & mediale che e el proposito.



Theorema.lii. Propositione.lxix.

**64 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale anchora
70 quella e potente in duoi mediale.**

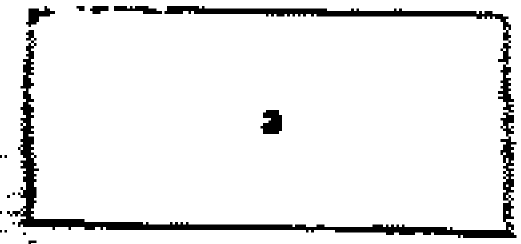
Anchora questa(stante le medesime dispositioni & positioni)si come in la precedente in duoi modi se approuera esser vera, o commonichi la linea.b.con la linea.a.potente in due mediale in longhezza, ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione(per la quadragesima)la superficie.g.sera mediale e pero etiam.K.(per la vigesima quinta)concosia che'l communichi quella anchora li duoi quadrati.m.&.h.tolti insieme(per la medesima quadragesima)seran mediale e pero etiam li duoi.n.&.l.tolti insieme(per la vigesima quinta)& perche li duoi quadrati.m.&.h.tolti insieme(per la predetta quadragesima)sono incommensurabili al doppio della superficie.g.seguita(per la decima quarta & per le nostre positioni)che anchora li duoi.l.&.n.tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie.K.adonque concosia che e.&.f.siano incommensurabile in potentia si come la.c.&.d.(per la quadragesima)la linea.b.sera potente dui mediale, ma quanto al secondo modo della sua argumentatione(per la sexagesima quarta)la.d.c.sera binomio sesto e pero etiam la linea.e.g.(per la sexagesima quinta)sera binomio sesto, per laqualcosa(per la quinquagesima ottaua)lo lato tetragonico della superficie.f.g.el quale.b.sera potente in duoi mediale che e el proposito.



Theorema.liii. propositione.lxx.

**Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale
65 & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle cõ
71 posta, sera una delle quattro linee irrationale, cioe ouero binomio
ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.**

Come se la .a. sia superficie rationale & la .b. mediale. La linea potente in tutta la superficie .a.b. sera alcuna delle predette quattro linee, laqualcosa se dimostra in questo modo, Sia la linea .c.d. rationale alla quale sia aggionta la superficie .c.e. equale alla .a. & la .f.g. equale alla .b. & (per la vigesima proposition)e la linea .d.e. sera rationale in longhezza commenicante alla linea .c.d. posta rationale & per la vigesima quarta propositione) la linea .e.g. sera rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea .d.g. sera binomio del quale conciosia che l'una delle portioni binomiale (laquale e la .d.e.) sia rationale in longhezza communicante alla linea posta rationale (laquale e la .c.d.) questa sera (per la diffinitione delle specie di binomii) overo binomio primo, overo secondo, overo quarto, over quinto, ma el non sera ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza, quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la .c.g. (laquale e equale alle due .a. & .b. insieme) sera, overo binomio, overo bimediale primo, overo linea maggiore, overo potente in rationale e mediale, che e el proposito, certamente la non sera la bimediale secondo, overo la potente in duoi mediale, perche se la fusse la bimediale secondo (per la sexagesima prima propositione) la linea .d.g. seria binomio terzo & se la fusse la potente in dui mediale (per la sexagesima quarta) la linea .d.g. seria binomio sesto & non era alcuno di questa perilche e manifesta la nostra intentione.

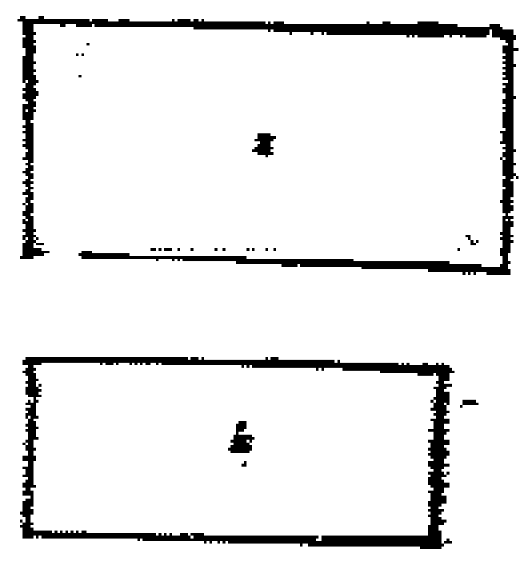


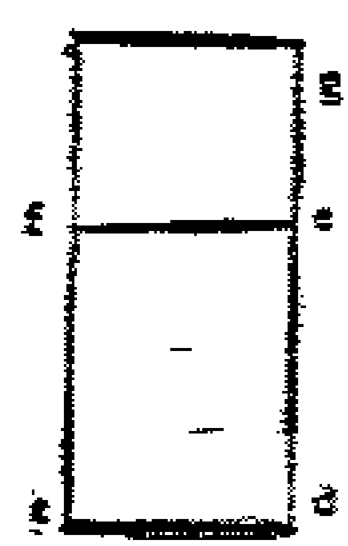
Il Tradottore.

Se la superficie rationale .a. sera maggiore della superficie mediale .b. la linea .d.g. sera overo binomio primo, overo quarto, & la linea potente nella superficie .c.g. sera (per la quinquagesima terza & quinquagesima sesta propositione) overo binomio, overo linea maggiore, ma se la superficie rationale .a. sera minore della superficie mediale .b. la linea .d.g. sera overo binomio secondo overo binomio .q. & la linea potente nella superficie .c.g. sera (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) overo la bimediale primo, overo la potente in rationale & mediale.

Theorema .liiii. propositione .lxxi.

66 Quando seran congionte due superficie mediale incommensurabile, la linea potente in tutta la superficie, sera o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioe overo lo bimedial secondo, overo la potente in duoi mediale.

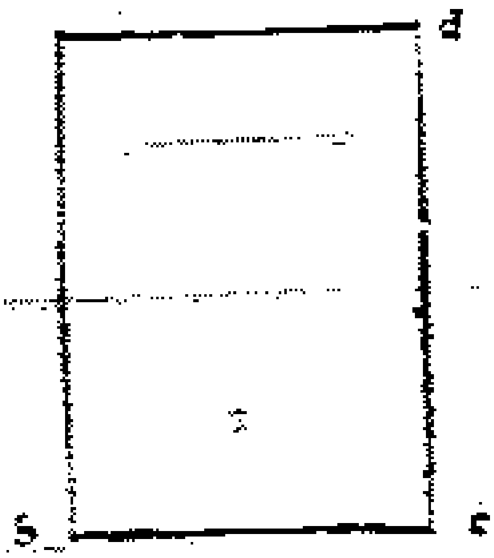




Come verbi gratia se .a. & .b. siano due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fusseno commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la duodecima & vigesima quinta) per laqualcosa & la linea potente in quella seria mediale (per la vigesima terza) Dico che la linea potente in la superficie composta da quelle due, sera overo bimedial secondo, overo potente in duoi mediale, Sia la linea .c.d. rationale, & la superficie .c.e. gionta a quella sia equale alla .a. & la superficie .f.g. equale alla .b. & (per la vigesima quarta) la linea .d.e. & similmente la linea .e.g. sera rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie .c.e. & .f.g. siano incommensurabili si come .a. & .b. (a quelle equale): pero etiam le linee .d.e. & .e.g. (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea .d.g. (per la vigesima quinta) sera binomio del quale conciosia che l'una e l'altra delle portioni binomiale (lequale sono .d.e. & .e.g.) siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual e la .c.d.) (per la diffinitione) non sera binomio terzo, overo sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie .c.g. (equale al composito della .a. & .b.) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottava) sera overo bimedial secondo, overo potente in duoi mediale che e el proposito.

Theorema.lv. propositione.lxxii.

67 Quando sera posta una linea binomiale o altre delle irrationa-
72 le che seguitano quella alcuna di quelle non sera sotto al termine dell'altra.



Euel che se alcuna linea (verbi gratia come. a.) sera una delle sei linee irrationale hauute per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne di quello) quella non sera alcuna delle altre, perche se alla linea. b. c. rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la. b. d. certamente se. a. sera binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea. c. d. sera binomio primo, & se la sera la bimedial primo la. c. d. (per la sexagesima) sera binomio secondo & se la sera lo bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la. c. d. sera binomio terzo & se la sera la linea maggiore la. c. d. (per la sexagesima seconda propositione) sera binomio quarto, & se la sera la potente in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la sexagesima terza propositione) la. c. d. sera binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) sera binomio sesto, & perche le impossibile esser la. c. d. insieme sotto le diuerse specie de binomii (per la diffinitione) e impossibile esser la. a. insieme sotto de diuerse specie, delle sei linee irrationale hauute per auanti, etiam della linea mediale e manifesto anchora che ella non sia alcuna delle sei seguente cioe ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche concio sia che essendo aggionto a una linea rationale una superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella e rationale in potentia (per la vigesima quarta) & concio sia che la superficie equale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella e un binomio ouer el primo, ouer el secondo & cosi delle altre (per la quinquagesima nona propositione & le cinque sequente) per laqual cosa quello e irrationale e in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque concio sia che le impossibile una medesima linea esser rational in potentia etiam irrationale si in longhezza come in potentia, pur troppo e impossibile una linea mediale esser binomiale ouer alcuna de le cinque sue compagne.

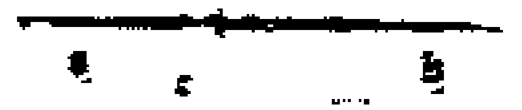
Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non vi e. ne tal propositione, ma bene in fine della sexagesima seconda il medemo se sententia se conchiude, ouer dimostra, il che mi da a credere che Euclide sia stato antiquamente desregolato & trasbaltato come interuiene, o per conto di guerre, ouero altra simile occasione & che da li a uno tempo sia dalli delettanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trouato, & cadauno vi ha aggiorto quello che a lui parea che vi se conuegnesse e pero molti propositioni se attribuiscono li commentatori essere da loro aggionte, che sono per el medesimo anchora come ognuno puo considerare si nella soprascritta propositione ma in infiniti altri luochi si della prima come della seconda tradottione.

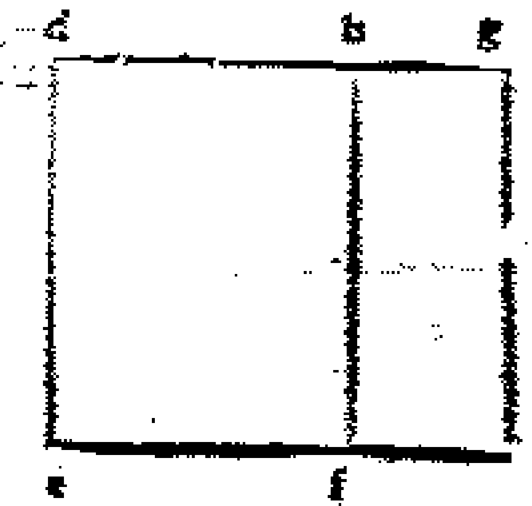
Theorema.lv. Propositione.lxxiii.

68 Se sera tagliata una linea de un altra linea & seranno ambedue ra-
73 tionale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente sera irrationale & sera detta residuo.

Sia tagliata

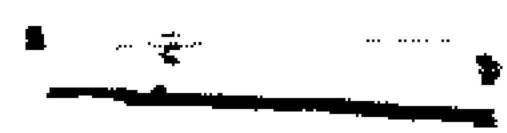


Sia tagliata la linea.b.c.dalla linea.a.b.& siano ambedue rationale solamente in potentia communicante (quale insegna di trouare la vigesima prima & vigesima seconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente.a.c.e irrationale & quella sechiama residuo, perche e manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.soli insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) & (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della.a.b.in la.b.c.con el quadrato della.a.c.& concosia che (per la vigesima terza) la superficie della.a.b.in la.b.c.sia mediale e pero etiam el doppio di quella e mediale (per la vigesima quinta propositione) e pero e irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle due linee a.b.&.b.c.soli insieme siano incommensurabili al doppio della superficie della una di quelle in l'altra per la qualcosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea.a.c.(per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea.a.c.e irrationale concosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioe alli doi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c.soli insieme adonque per la diffinitione) etiam la linea.a.c.e irrationale che e il proposito. Essempialmente in figura sia la superficie.e.g.equale alli doi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c. soli insieme & sera rationale & similmente sia la superficie.d.f.equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la vigesima terza propositione) sera mediale & (per la settima del secondo) la superficie.f.g.sera equale al quadrato della linea.a.c.& concosia che la superficie.e.g.sia incommensurabile alla superficie.d.f.(per la terzadecima propositione) la medesima sera incommensurabile alla.f.g.per la qualcosa la.f.g.e irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual se e la linea.a.c.) sera medesimamente irrationale che e il proposito.

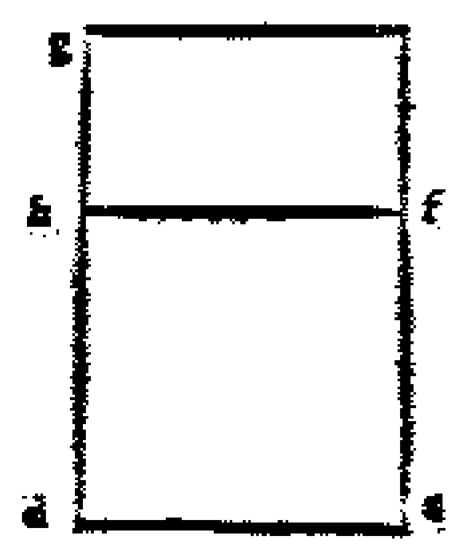


Theorema.lvi. Propositione.lxxiiii.

69 Se sera tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale
74 solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente sera irrationale & sera detta residuo medial primo.



Sia tagliata la linea.b.c.dalla linea.a.b.& siano ambedue come se propone (le quale per la vigesima nona & trigesima) tu le trouerai & queste sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea.a.c. che rimane sera irrationale & quella e detta residuo bimedial primo, perche ambidui li quadrati de quelle soli insieme sera medial, & el doppio della superficie dell'una in l'altra sera rationale e per tanto ambidui li quadrati soli insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra, adonque perche ambidui li quadrati soli insieme se componeno dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea.a.c.seguita (per la terzadecima propositione) che el quadrato della linea.a.c.sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per la qualcosa cosi esso quadrato (come la.a.c. lato di quello) e irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito e manifesto, laqualcosa parendoti tu la poi dechiarare essempialmente in figura si come la precedente.A dimostrar la anchora per un'altro modo.

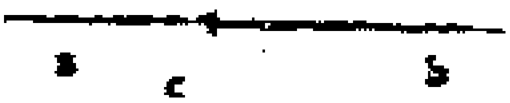


Sia la linea.d.e.rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie.d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie.g.e.equale a ambidui li quadrati soli insieme & (per la settima del secondo) la superficie.f.g.sera equale al quadrato della linea.a.c.concosia adonque che (per el presupposito) la superficie.e.g.sia mediale (per la vigesima quarta propositione) la linea.d.g.sera rationale solamente in potentia, & concosia che la detta superfi

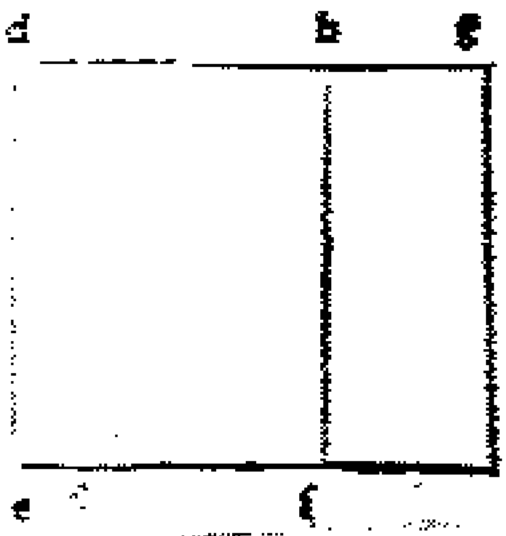
&de e.h.sia rationale (per el presupposito) la linea.d.h. (per la vigesima) sera rationale in longhezza, adonque (per la settuagesima terza) la linea.g.h. e residuo & irrationale e pero (per la vigesima per la destruttione del conseguente) la superficie.f.g. e irrationale & lo lato tetragonico di quella (ilqual e.a.c.) e irrationale & cosi e manifesto il proposito.

Theorema.lvii. propositione.lxxv.

70 Se unaltra linea sera segata de unaltra linea, & serano ambedue me
75 diale, communicante solamente potentialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante sera irrationale & sera detta residuo medial secondo.

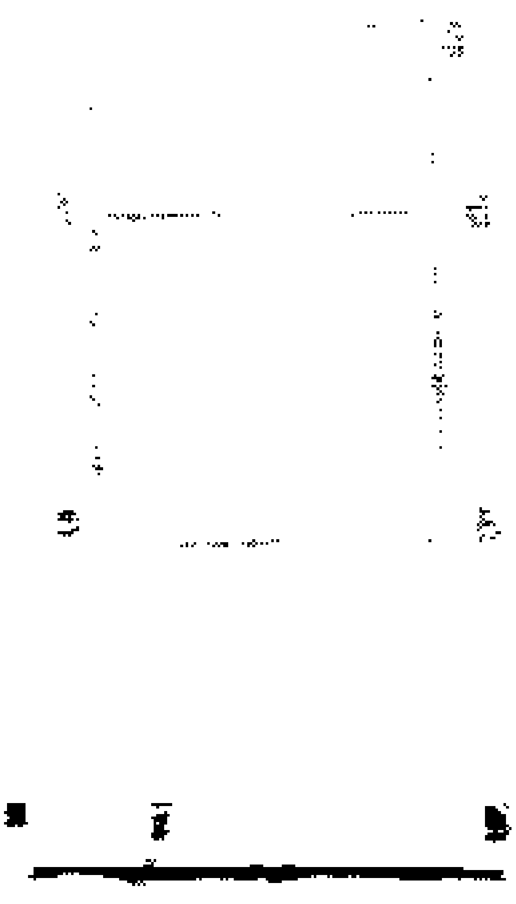


Sia anchora in questa tagliata la linea.b.c. dalla linea.a.b. & luna e laltra delle dette.a.b.&.b.c. siano come se propone (& quelle se trovano per la vigesima prima) & sono quelle che compongono lo bimedial secondo, dico che la linea residua (laqual e la.a.c.) e irrationale & quella e detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambidoi li quadrati delle due linee.a.b.&.b.c. tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in laltra e mediale concio sia adonque che per (la vigesima sesta) una mediale non e differente da unaltra mediale se non in una superficie irrationale, sera lo quadrato della linea.a.c. (ilqualle per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee.a.b.&.b.c. tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea.a.c. sera irrationale, anchora per essempio figurale se puol descrivere questo come per avanti perche se sera la superficie.e.g. equale a ambidoi li quadrati della.a.b.&.b.c. insieme & la.d.f. al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie.f.g. (per la settima del secondo) sera equale al quadrato della.a.c. laqual concio sia che la sia la differentia dell'una mediale.e.g. la superficie mediale.d.f. quella e irrationale (per la vigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (ilquale e la.a.c.) e irrationale che e il proposito. A demostrare il medesimo altramente, sia la linea.d.e. rationale alla quale sia aggionto la superficie.d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la.e.g. equale a ambidoi li quadrati tolti insieme & per la settima del secondo la.f.g. sera equale al quadrato della.a.c. & perche la.e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea.d.g. sera rationale solamente in potentia, similmente anchora concio sia che la.e.h. sia mediale (per la medesima) la linea.d.h. sera rationale similmente in potentia & perche la.a.b. & la.b.c. sono incommensurabile in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, & per questo ambidui li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) communicano sono anchora incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra, seguita che la.e.g. sia incommensurabile alla.h.e. per laquale & la linea.d.g. alla linea.d.h. adonque (per la settuagesima terza) la linea.g.h. e residuo & irrationale e pero etiam (per la vigesima propositione della destruttione del conseguente) la superficie.f.h. e irrational & la.a.c. lato tetragonico di quella e irrationale.



Theorema.lviii. propositione.lxxvi.

71 Se una linea sera detratta da unaltra linea & seranno ambedue po
76 tentialmente incommensurabile, & continere superficie mediale, & ambidoi li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la residua te linea sera irrationale & se chiamara linea minore.



Se seranno

SE feranno la.a.b.&.b.c.quale se propone,lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea.a.c.fera irrationale & lei e quella laquale e detta linea minore,laqual cosa che firmamente tenera le positioni della precedente,& diligentemente attendera in dui modi quel la facilmente approuera si come la antecedente.

Theorema.lix. Propositioni.lxxvii.

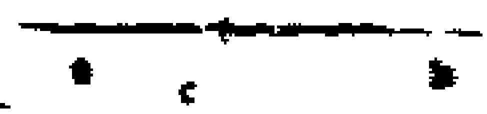
77 Se una linea fera cauada fora de unaltra linea & feranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie rationale & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme feranno mediale la linea che rimanera fera irrationale & fera detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.

ANchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni saluo se non te feranno vscite di memoria, perche poste le due linee.a.b.&.b.c.come se propone(lequale se ritrouano per la trigesima terza)& componeno la linea potente in rationale,& mediale & cosi la rimanente.a.c.fera irrationale, & quella vien detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

Theorema.lx. propositione.lxxviii.

78 Se una linea fera detratta de unaltra linea & feranno ambedue potentialmente incommensurabile,& continête superficie mediale, & ambiduoi li quadrati di quelle tolti insieme feranno mediale incommensurabile al doppio della superficie delluna in l'altra,la linea che rimanera fera irrationale & fera detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

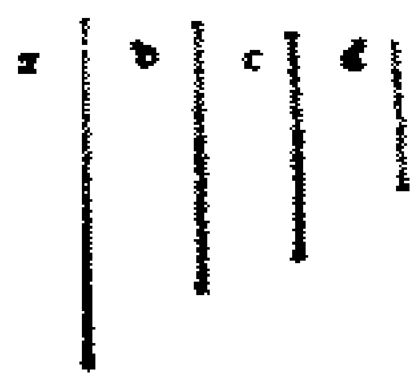
SIano anchora in questa la.a.b.&.b.c.quale vien proposte lequale (per la trigesima quarta) se trouaranno & quelle sono che componeno la linea potente in duoi mediale & la rimanente.a.c.fera irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale,laquale acioche facilmente tu la concludi te admonisco che tu attendi diligentemente al processo delle due argomentationi della trigesima quinta, Ma egli da antiponerte in questo luoco vno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che e il proposito.



Antecedente.

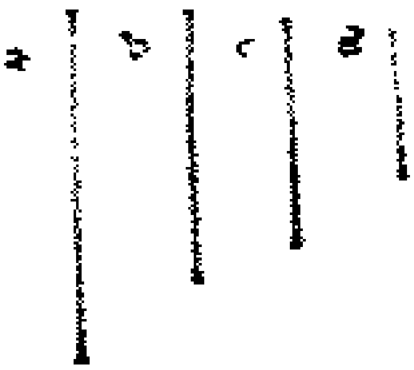
Se feranno quattro quantita delle quale la differentia della prima alla seconda,sia si come della terza alla quarta,fera permutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.

7
o



QVesto si de intendere delle quantita refferte per un medesimo modo,cioe che quando la prima fera maggiore della seconda cosi anchora la terza sia maggiore della quarta & quādo la fera minore sia cosi minore, exempli gratia sia la differentia del.a.al.b.si come del.c.al.d.dico ql differentia fera del.a.al.c.tal fera del.b.al.d.pche posta ciascun de ēo la differentia delli extremi e cōposta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del.a.al.c. e composta di quella che e dal.a.al.b.& de quella che e dal.b.al.c.& quella che e dal.b.al.d.(per la medema portion)e composta de quella che e dal.b.al.c.& de quella che e dal.c.al.d.& perche(per el presupposito) la differentia del.a. al. b.e si come dal.c.al.d.& quella che e dal.b.al.c.e commona seguita(per commu na sententia)che e la differentia del.a.al.c.sia si come dal.b.al.d.che e il proposito

Il Tradottore.



Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione dil Campano & molti hanno applicado alle quattro linee.a.b.c.d.quattro numeri proportionali(cioe al.a.12.& al.b.8.al.c.6.al.d.4.)& volemo che le dette differentie si intendano geometrice & questo affirma medesimamente Frate Luca dal Borgo sopra questo medemo antecedente,& io dico tutto al contrario cioe che le dette differentie si debeno intendere arithmetice & non geometrice & che'l sia il vero(oltra che nelle expositione del detto antecedente se esplica chiaramente)ne le argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma quelli tal se sono ingannati in questo, che loro non hanno ben appreso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella commune concettione del tutto, laqual in vero non e cosi commune come lo commentatore la fa quantunque el sia la verita, cioe che la differentia delli estremi e composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che a.sia quindeci & b.duodeci(la differentia di quali e tre)& c.sette & d.quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del.a.al.b.)hor dico che la differentia del.a.al.c.(qual e otto)e quanto quella che e dal.b.al.d.(laqual e pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta commune concettione cioe che la differentia delli duoi estremi.a.& c.antecedenti (laqual e otto)e composta dalle due differentie de ditti duoi estremi al.b.(lequale differentie l'una e tre e l'altra e cinque che in summa fa pur otto)si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi.b.& d.consequenti (laqual e pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi.b.& d.al termine di mezzo(cioe al.c.)lequal differentie l'una e cinque l'altra e tre che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del.a.al.b.e quanto quella(che e dal.c.al.d. per el presupposito) gionto communamente all'una e l'altra la differentia che e dal.b.al.c.le dette due summe de dette due due differentie(per commune sententia)seranno equale lequale due summe l'una viene a esser la differentia che e dal.a.al.c.l'altra quella che e dal.b.al.d.che e il proposito.

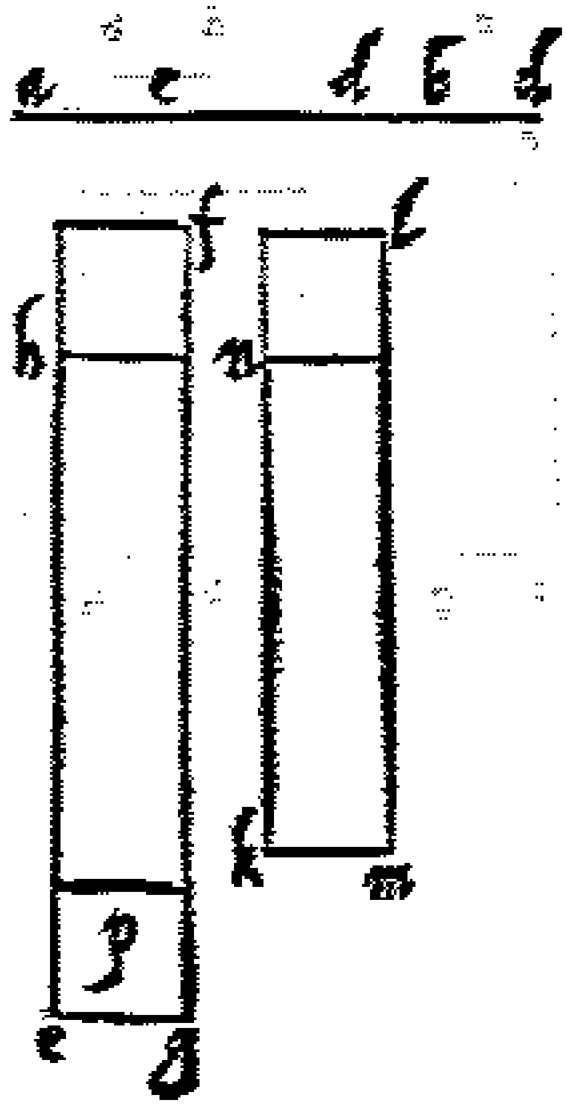
Theorema.xi. propositione.lxxix.

79 Nulla linea (saluo una solamente) po esser congionta al residuo,
79 che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano auanti la separatione.

Sia la linea.a.c.residuo laquale sia rationale taglianta la.b.c.dalla.a.b.& la.a.b.& b.c.seranno rationale solamente communicante in potentia(per la.73.)Dico che la detta linea.a.c.a niuna altra linea che alla.b.c.(sotto quella differentia) po esser composta ne a una maggiore della.b.c.ne a una minore della detta.b.c. & se questo fusse possibile(per l'aduersario)sia composta con la.c.d.indifferentemente maggiore, ouero minore che la.c.b.& per questo ambedue le linee.a.d.& d.c.seranno rationale communicante solamente in potentia, adonque perche (per la settima del secondo)li quadrati de ambedue le linee.a.b.& b.c.tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della.a.c.similmente anchora li quadrati delle due linee.a.d.& d.c.tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato

de la

della medesima .a.c. seguita (per lo premesso antecedente) che la differentia, di duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme, alli duoi quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della .a.b. in la .b.c. al doppio della superficie della .a.d. in la .d.c. & conciosia che li duoi quadrati dell'una e dell'altra settione tolti insieme siano rationale (dal presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra (dell'una e dell'altra settione) siano mediale (per el presupposito & per la vigesima terza) sera vna medesima differentia delle due superficie rationale, & delle due mediale & questo e impossibile perche le superficie rationale non son differente l'una dall'altra salvo che in superficie rationale come e manifesto per la diffinitione delle superficie rationale (& per la duodecima) & la superficie mediale, non po esser differente da qualche mediale (per la vigesima sesta) salvo che in vna superficie irrationale, & questo se fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggionta la superficie .e.f. alla linea .e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme, & la .g.h. sia equale al doppio della superficie de l'una in l'altra. & la .f.h. sera equale al quadrato della linea .a.c. (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggionta la .K.l. alla linea .K.m. equale alli duoi quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme & la .m.n. sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie .n.l. (per la settima de secondo) sera equale al quadrato della linea .a.c. e pero e etiam equale alla .h.f. adonque la differentia della .e.f. alla .g.h. e si come della .k.l. alla .m.n. per laqual cosa (per lo premesso antecedente) permutatamente la differentia della .e.f. alla .K.l. (& quella sia la .p.) sera si come della .g.h. alla .m.n. & perche l'una e l'altra delle due superficie .e.f. & .K.l. e rationale & l'una e l'altra delle due superficie .g.h. & .m.n. e mediale seguita lo impossibile cioe la superficie .p. esser rationale, & irrationale.



Theorema .lxii. Propositione .lxxx.

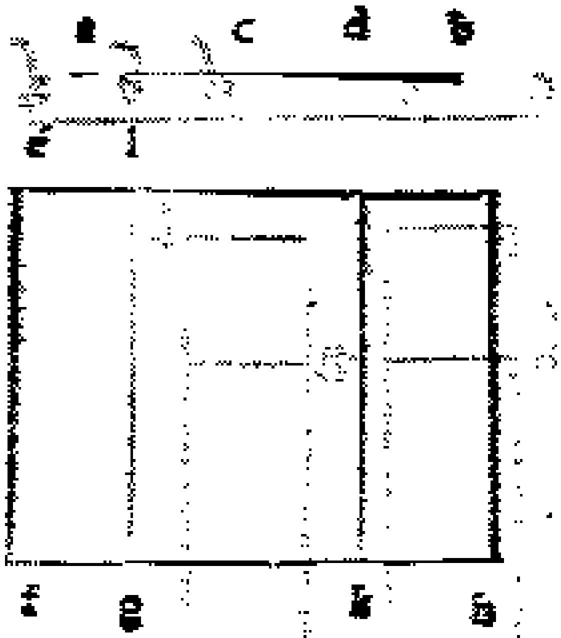
7 Niuna linea se non solamente una po esser congionta al residuo me
8 dial primo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano auanti la separatione.

Anchora questa se approuera per simil modo che fu approuata la passata, perche essendo ambidui li quadrati tolti insieme in l'una e l'altra settione mediale, & perche come prima, la medesima differentia e di quadrati dell'una settione alli quadrati dell'altra, che e del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differentia delle due superficie mediale & delle due rationale sera vna medesima superficie laqual cosa e impossibile.

Theorema .lxiii. Propositione .lxxxi.

Niuna linea e congiongibile al residuo medial secondo che siano sot
7 to el termine di quelle se non solamente quella dalla quale era se
8 parata auanti.

Hor sia la .a.c. el residuo medial secondo (laquale sia el residuo) tagliata la .b.c. dalla .a.b. & (per la settuagesima quinta) le due linee .a.b. & .b.c. seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea .a.c. non po esser congionta ad alcuna altra linea che alla .c.b. sotto questa diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congionta alla linea .c.d. & sia la linea .e.f. rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie .e.h. equale alli quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme. & la .e.K. equale alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti

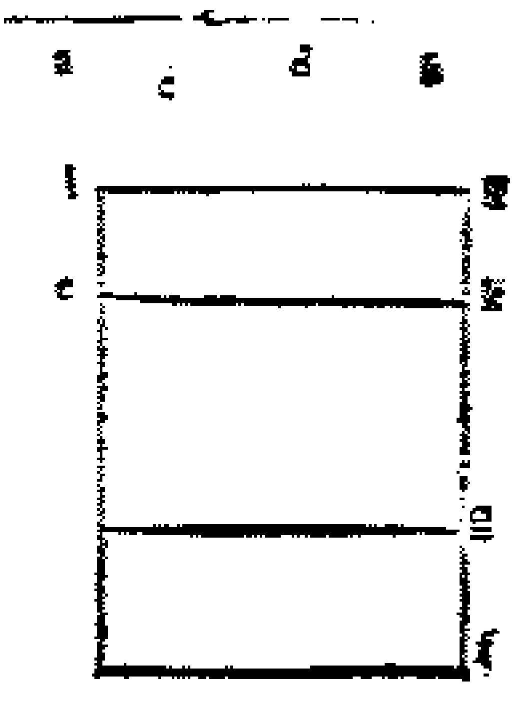


insieme dalla quale sia tagliata la.e.g.equale al quadrato della linea.a.c.& la superficie.l.h. (per la settima del secondo) sera equale al doppio della superficie della.a.b.in la.b.c.& la superficie.l.k. (per la medesima settima del secondo) sera equale al doppio della superficie della.a.d.in la.d.c. e perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme (la qualcosa lo diligente geometra el qual scrutera diligentemente le positioni non potra ignorare) sera la superficie.e.h. mediale concosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie.l.h. sera mediale concosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) adonque luna e laltra delle due linee.f.h.&.g.h. e rationale solamente in potentia, & perche luna e incommensurabile all'altra imperoche la superficie e.h.e incommensurabile alla superficie.h.l. si come li duoi quadrati al doppio della superficie (per la settuagesima terza) la linea.f.g. sera residuo, per la qualcosa la linea.f.g.che e residuo se compone alla linea g.h. accioche siano ambedue sotto al termine de quelle che erano avanti la separatione, similmente anchora tu approverai la medesima.f.g.componerse con la linea.g.k. con la medesima conditione (per mezzo delle superficie.e.k.&.k.l.delle quale la prima e equale alli quadrati delle due linee.a.d.&.d.c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra, laqualcosa e impossibile (per la settuagesima nona) & questo modo de demostratione pro esser commune alla ottuagesima & alle altre quattro che seguitano quella.

Theorema.lxiiii. propositione.lxxxii.

77 Niuna linea e congiongibile alla minore che siano sotto al suo ter-
82 mine, se non solamente quella laquale gli era congionta avanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te lhai desmenticato recorri alla settuagesima sesta, & senza alcuna difficulta tu considerarai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & sette apparera tu poterai procedere si come in la ottuagesima prima.



Theorema.lxv. propositione.lxxxiii.

78 La linea che e congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo
83 esser congionta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu lhai hauuto nella settuagesima settima adonque quando de quella vorai demostrare quello che per questa ottuagesima terza e detto non te desviare in cosa alcuna del processo della ottuagesima una & se tu te delettarai per acuir lo ingegno tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

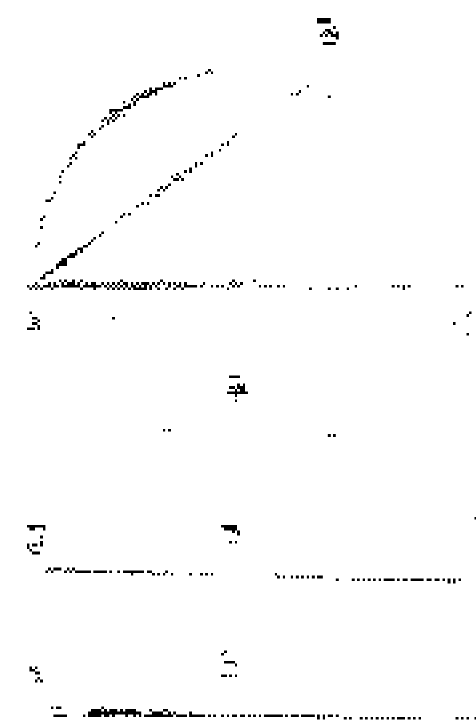
Theorema.lxvi. propositione.lxxxiiii.

79 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non puo es-
84 ser aggionto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano avanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottava e maistra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi.

ta cosi propone serai costretto concludere si come concludissi del residuo medial secondo el qual per (la ottuagesima prima) e stato trovato.

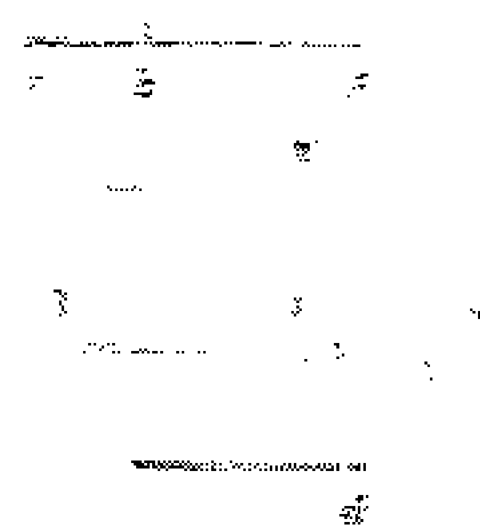
Terze diffinitioni.



Poste due linee l'una rationale: & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composto di tal aggiongimento, sera piu potente della linea aggionta, inel quadrato d'una linea communicante in longhezza a esso tutto dapoi lo medesimo tutto sera commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, sera detto residuo primo. Ma sel sera che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, sera detto residuo secondo, & se l'una e l'altra sera incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamara residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le soprascritte tre diffinitione se manifesta in sostantia che quelle due linee che congionte compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore dalla maggiore la parte restante formano el primo secondo & terzo residuo, cioe che quelle due che congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal formatione e detta residuo primo cosi seguita nelli altri doi.



Se tutta la linea sera piu potente della linea aggionta inel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quarto, & sel sera che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quinto. Ma se l'una e l'altra sera incommensurabile alla linea posta rationale se adimandara residuo sesto.

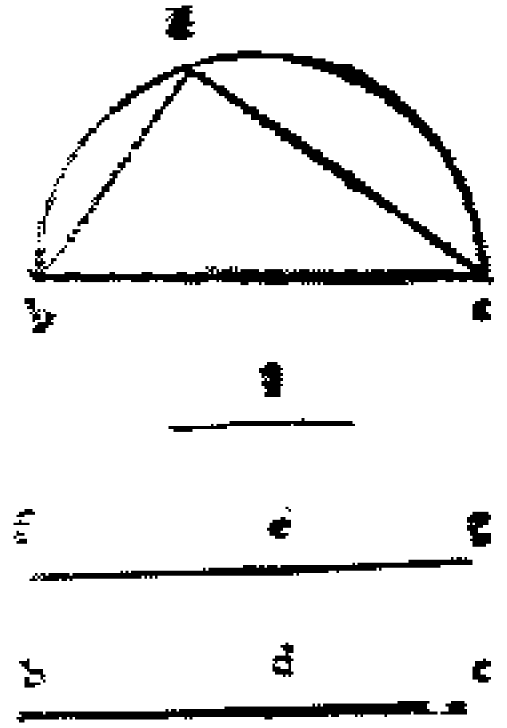
Il Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgionte dalle tre precedente, le si debbeno intendere a quelle congionte successivamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioe sottratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioe che quella parte de linea che restara di tal sottramento se chiamara binomio quarto, over quinto over sesto cioe stante le conditione dette, se la summa delle due linee, sera communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) tal residuo sera detto quarto ma se per caso sera che la linea aggionta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, sera detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra sera detto residuo sesto

Problema.xviii. propositione.lxxxv.

80 Potemo investigare el primo residuo.

85



La inventione per ordine de tutte le specie de binomii ne absolue facilmente dalla inventione de tutte le specie de residui, perche in qual si voglia specie de binomii se la minor portione sera tagliata dalla maggiore la linea restante, sera el residuo de simile specie come e manifesto (per le diffinitioni) si di binomii come di residui, nonne o non se partendo dalle proprie inventioni di residui in questo modo investigamo el primo, sia la linea .a. posta rationale alla qual sia tolta la .b.c. commensurabile in longhezza, & sia .e. numero quadrato diviso in .f. non quadrato & in .g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea .b.c. al quadrato della linea .c.d. si come del .e. al .f. &c (per la vltima parte della nona) la .c.d. sera rationale solamente in potentia, adonque concosia che la .c.b. sia piu potente della .c.d. nel quadrato duna linea a se commensurabile in longhezza laqualcosa e manifesta si come in laispianatione del primo binomio (per la diffinitione) e manifesta la linea .b.d. esser residuo primo.

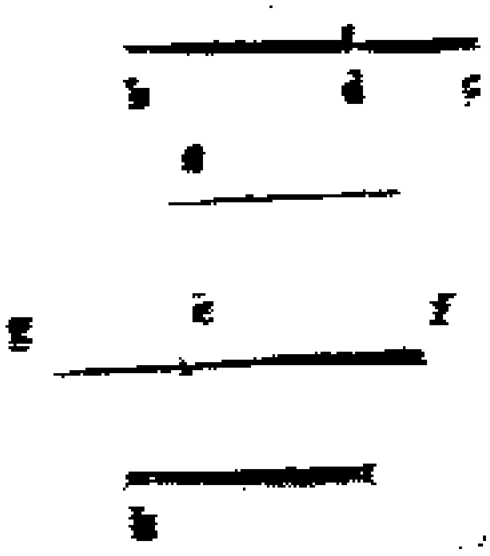
Il Tradottore.

IN quanto alla operatione di questo problema (per la linea .b.c. se debbe intendere quella sopra laquale e descritto el mezzo cerchio, si come fu fatto nella inventione del primo binomio, tal che giongendo la linea .d.c. directamente alla linea .b.c. tutta la linea cosi composta seria binomio primo, ma in quanto alla conclusione si debbe intendere per la linea .c.b. la linea .c.b. inferiore (tamen pare e quale alla prima cioe a quella doue descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sottrando la detta .c.d. la parte rimanente cioe la .d.b. (per la diffinitione) sera residuo primo.

Problema .xix. propositione .lxxxvi.

81
86 Egli e possibile a esplicare el secondo residuo.

A Voler trovar el secondo residuo sia la linea .a. posta rationale & la .c.d. a quella communicante in longhezza, & sia del quadrato della .c.d. al quadrato della .b.c. si come della .f. alla .e. & la .b.d. (per la diffinitione) sera el secondo residuo, se tu dubiti, overo che tu non sei ben li presupposti posti per avanti, overo che tu hardi bisogno della repetitione del secondo binomio.



Problema .xx. propositione .lxxxvii.

81
87 Puotemo investigare il terzo residuo.

EL terzo residuo se trovera in questo modo, sia posta come prima la linea .a. rationale, & lo numero .e. quadrato diviso in .f. non quadrato & in .g. quadrato & tolto lo .h. numero primo, & lo quadrato della linea .a. al quadrato della linea .b.c. si come del .h. al .e. & sia el quadrato della linea .b.c. al quadrato della linea .c.d. si come del .e. al .f. &c (per la diffinitione) la linea .d.b. sera el terzo residuo della qualcosa se tu dubiti configurarai si con el terzo binomio.

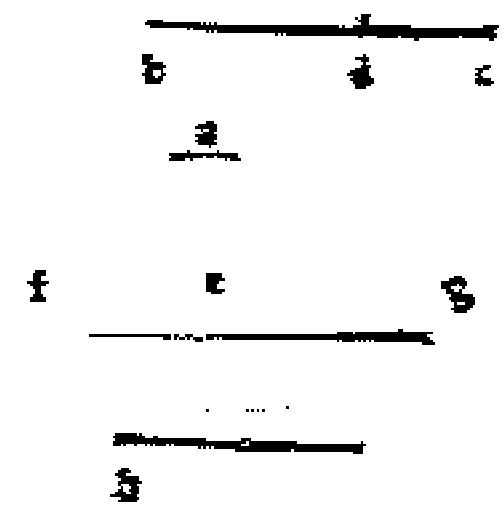
Il Tradottore.

IN la inventione di questo terzo residuo bisogna advertire di quello che fu detto sopra la inventione del terzo binomio cioe che'l non bastava a tor il numero .h. numero primo, anci bisogna torlo con le conditioni dette (del numero .h.) sopra la detta inventione del terzo binomio cioe che'l non sia quadrato & che la proportione di quello al numero .f. non sia come di numero quadrato a numero quadrato

Problema.xxi. propositione.lxxxviii.

88 Possemo ritrouare el quarto residuo.

Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea.b.c.communicante alla linea.a.posta rationale cun lo numero.e.quadrato sia diuiso in.f.&.g.di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.d.c.si come del.e.al.f.&(per la diffinitione)sapersi la linea.d.b.esser el quarto residuo, se tu non serai smenticheuole de quelle cose che tu operasti in la inuentione del quarto binomio.



problema.xxii. propositione.lxxxix.

89 Possemo demostrare el quinto residuo.

Quando uorai trouar el quinto residuo la linea.c.d.sera communicante alla linea.a.posta rationale in longhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato.e.sera diuiso in.f.& in.g.di quali ne l'uno ne l'altro sera quadrato(si come in la precedente) & lo quadrato della linea.c.d.al quadrato della linea.b.c.sera si come del numero.f.al numero.e.dalle quale per la diffinitione tu concluderai la linea.d.b.esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

problema.xxiii. propositione.xc.

90 Finalmente uoglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, sera come prima la linea.a.posta rationale & lo numero.e.quadrato diuiso in.f.&.g.no quadrati,& h.sera numero primo,& lo quadrato della linea.a.al quadrato della linea.c.b.si come lo numero.h.al numero.e & lo quadrato della.b.c.al quadrato della.c.d.come lo numero.e.al numero.f.&(per la diffinitione)la linea.d.b.sera residuo sesto, alla qual se l'animo tuo non assentira pienamente,te conuiene esercitarte in la inuentione del sesto binomio.

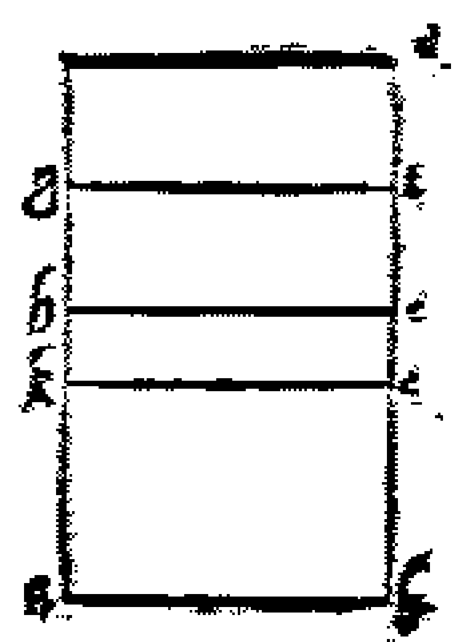
Il Tradottore.

Similmente nella inuentione di questo sesto residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del sesto binomio cioe che'l non bastia a tor el numero.h.simplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due conditioni dette sopra la inuentione del terzo residuo &c.

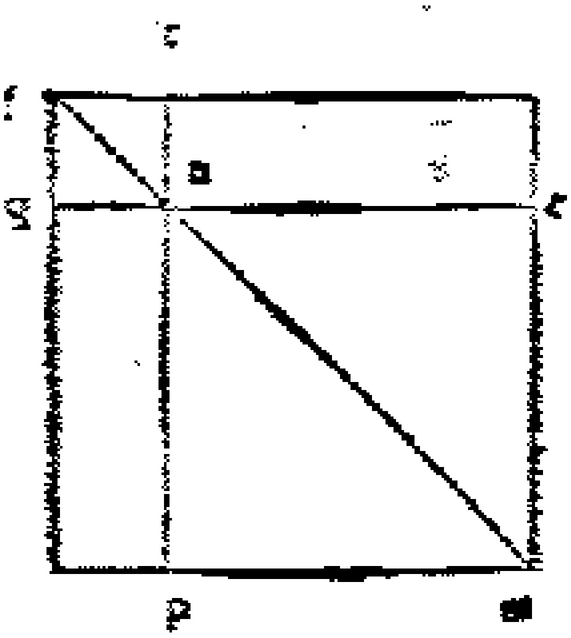
Theorema.lxvii. propositione.xci.

91 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da un residuo primo, lo lato tetragonico di quella e necessario esser residuo

Sia la superficie.a.c.contenuta dalla linea.a.b.rationale & dalla.b.c.residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie.a.c.esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea.b.c.la linea.c.d.& sia quella per la retratione della quale la.b.c.fu residuo primo &(per la diffinitione)la.b.d.sera rationale in longhezza & la.c.d.solamente in potentia,anchora la.b.d.sera piu potente della.c.d.nel quadrato duna linea communicante con sego in longhezza,adonque sia diuisa la.d.c.in due parte equali in ponto.e.& sotto la.b.d.sia diuisa in quelle conditione in ponto.f.che sia la.b.f.& la.f.d.ma la.e.d.nel medio luoco proportionale



pertionale &(per la seconda parte della decima settima) la.b.f.sera communicante in longhezza alla.f.d.adonque(per la duodecima)l'una e l'altra de quelle communica con tutta la linea.b.d.perlaqualcosa(per la diffinitione)ambedue sono rationale in longhezza e per tanto sian dotte le linee.f.g.e.h.&.e.c. & equidistante alla.a.b.&(per la decima nona)l'una e l'altra delle due superficie.a.f.&.g.d.sera rationale adonque sia il quadrato.l.m.equale alla superficie.a.f. & sera rationale & lo lato di quello sera rationale in potentia, protratta dentro la linea.l.m.diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato.l.n.equale alla superficie.g.d.& quel sera rationale & lo lato di quello sera rationale in potentia,& sian protratte le due linee.n.p.q.n.equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato.p.r.esser equale alla superficie.a.c.& lo lato di quello(equale e.n.p.)esser residuo,perche conciosia che la linea.d.e.sia(dal presupposito)nel medio luoco proportionale fra la.b.f.& la.f.d.(per la prima del sesto)la superficie.d.h.sera nel luoco medio proportionale, fra le due superficie.a.f.&.g.d.e pero etiam & fra li duoi quadrati.l.m.&.n.l.e conciosia che (per la prima del sesto)la superficie.l.p.sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi duoi quadrati sera la superficie.l.p.equale alla.d.h.etiam alla.h.c. & perche lo quadrato.l.n.e equale alla.g.d.sera la.r.s.equale alla.g.e.adonque tutto il gnomone circonscritto al quadrato.m.n.e equale alla.e.g.& perche lo quadrato.l.m.sera equale alla.a.f. rimanera lo.m.n.equale alla.a.c.& che la.n.p.(lato del quadrato.m.n.)sia residuo cosi se apprende,perche l'una e l'altra delle due linee.p.l.&.l.n.e rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato.l.m.&.n.l.e rationale,& l'una di quelle e incommensurabile all'altra(per la prima del sesto & per la decima quarta di questo)imperoche lo quadrato.l.m.e incommensurabile alla superficie.l.r.si come la superficie.a.f.alla superficie.h.d.delle quale e manifesto che quelli sono incommensurabile,perche(per la prima del sesto)una di quelle all'altra e si come la linea.b.f.(laquale e rationale in longhezza)alla linea.d.e.laquale e rationale solamente in potentia. Adonque(per la settuagesima terza)la linea.p.n.laquale po in la superficie.a.c.e residuo & questo e quello che intendemo dedimostrare.



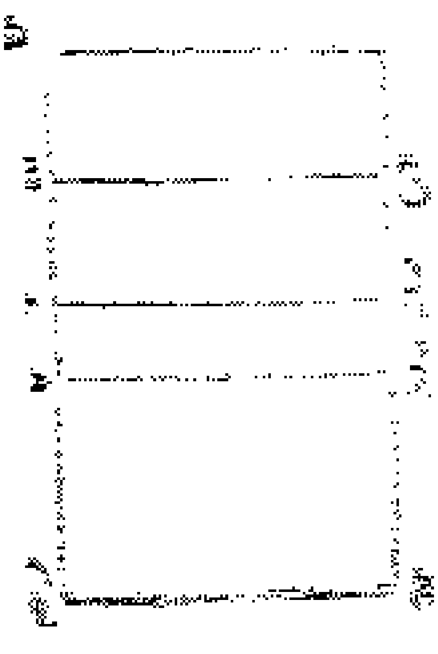
Il Tradottore.

IN la maggior parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si poteua arguire(& con maggior intelligentia)per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo expositore non mosso lo detto lemma, fu sforzato a arguire come di sopra appare,& similmente nelle sequente.

Theorema.lxviii. Propositione.xcii.

87 **Se alcuna superficie sera contenuta da una linea rationale,& dal se**
92 **condo residuo la linea potente in quella medesima superficie sera re**
siduo medial primo.

ANchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda parte della.17.&.12.&.23.&.49.&.74.



Theorema.lxix. Propositione.xciii.

88 **Se una superficie sera contenuta da una linea rationale,& dal terzo**
93 **residuo,la linea potente sopra di quella sera residuo medial secondo**

SEguita alla prima demostratione,& facilmente concluderai il proposito per la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema

Theorema.lxx. propositione.xciiii.

93 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quar
94 to residuo: la linea potente sopra di quella sera la linea minore.

Anchora in questa non proceder altramente che prima, perche a te sera fa cile concludere el proposito, se non starai scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & per la vigesima terza & per la decima nona & settuagesima se sta & cosi sera manifesto il proposito.

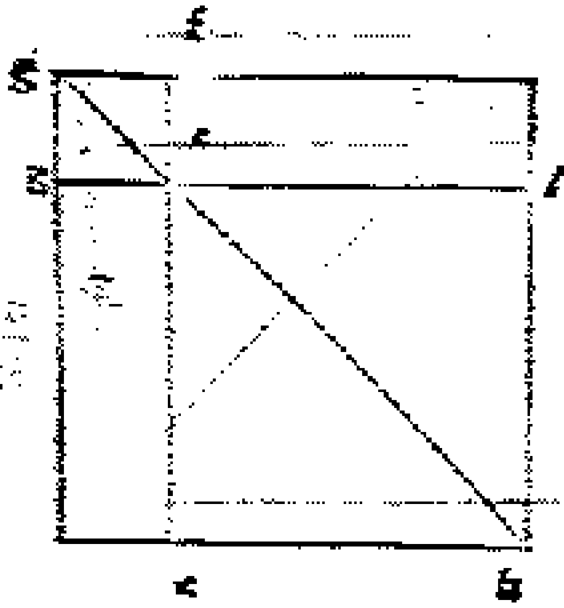
Theorema.lxxi. propositione.xcv.

90 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quin
95 to residuo, lo lato tetragonico di quella sera la gionta con rationale componente mediale.

Fermate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto resi duo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima, & vige sima terza & decima nona & settuagesima settima) che e il proposito da concu dere.

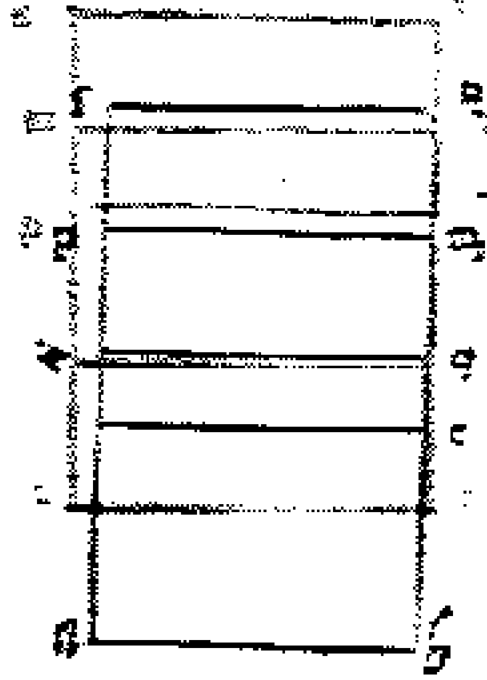
Theorema.lxxii. propositione.xcvi.

91 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale & dal sesto
96 residuo, lo lato tetragonico che po sopra di quella, el se prova esser la linea che gionta con mediale costituisse il tutto mediale.



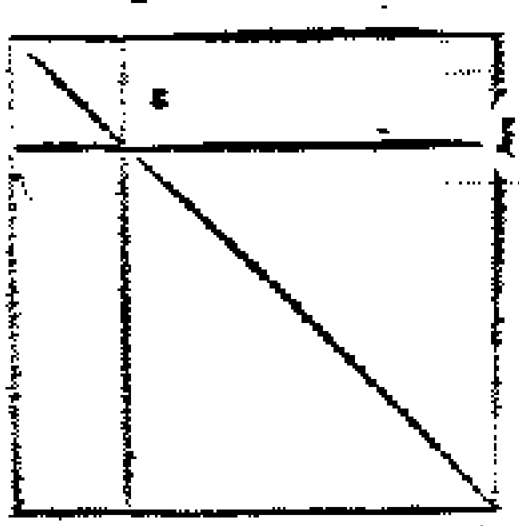
Al presente anchora quello che ultimamente per questo e detto sia diligen te di concludere (per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda par te della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima ot tava, & niuna cosa potra offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria tenerai, & anchora quel che la suppone prudentemente attenderai, & se per caso te occorresse qualche dubio in el quadrato l.m. a te sera necessario con el tuo ingegno de recorrere al suo equale in la superficie a.d. & seranno manifesti.

Theorema.lxxiii. propositione.xcvii.



92 Se a una linea rationale sera applicada una superficie equale al qua
97 drato dun residuo, l'altro lato e necessario esser un residuo primo.

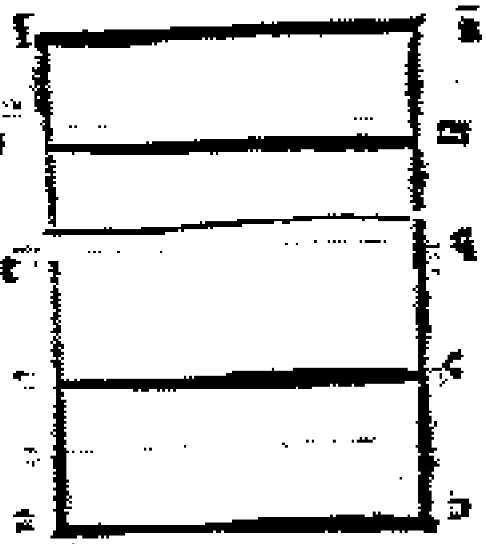
Queste sei sequente propositioni, sono le converse delle sei precedente per ordine & la intentione di questa prima e questa che se la superficie a.c. a g gionta alla linea rationale a.b. equal al quadrato dun residuo el qual sia la linea d.e. lo secondo lato di quella (el qual e la b.c.) sera necessariamente residuo pri mo, perche sia aggionto alla linea d.e. (laquale se propone esser residuo) la linea per la inclusione della quale essa sera residuo & sia la aggionta a quella la e.f. & (per la settuagesima terza) luna e laltra delle due linee d.f. & f.e. sera rationale in potentia & luna di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea f.e. (el qual sia e.g.) & lo quadrato della d.e (laqual e posta esser residuo) el qual sia e.h. & sian aggionti li supplementi d.k. & f.l. & lo quadrato g.h. sera si come lo quadrato della linea d.f. & lo quadrato e. h. sera si come la superficie a.c. & etiam luno e laltro di quadrati g.h. & g.e. sera ra gonale. Sia adonque aggionta la superficie.a.m.alla linea.a.b.equale al quadrato.g.h.& per questo sera rationale, per laqualcosa (per la vigesima) la linea.m.b. sera rationale in longhezza, & la superficie.p.n.sia equale al quadrato.e.g.laquale etiam per questo sera rationale.& (per la vigesima) la linea.m.n.sera rationale in longhezza, adonque tutta la linea.b.n.sera rationale (per la duodecima) hor sia divisa la.e.n.in due parti equale in ponto.q.& sia ducta la.q.r.equedistante alla.a.b.& (per la prima del sesto) la superficie.e.r.sera equale alla.r.n.& egli e manifesto che quando tutta la superficie.a.n.sia equale alli duoi quadrati.g.h.& e.g.insieme (liquali sono li quadrati delle due linee.d.f.& f.e.) & la superficie.e.c.sia equale al quadrato della linea.d.e.laquale e.e.h.(per la seconda del secondo) la superficie residua della.a.n.(laquale e la.c.s.) sera equale al doppio della superficie della.d.f.in la.f.e.per laqualcosa & la mita di quella laquale sono.c.s.& d.g.e necessario esser equale & concosia adonque che (per la prima del sesto) la superficie.d.g.sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati.g.h.& g.e.& la superficie.r.n.sera nel medio luoco proportionale fra le due superficie.a.m.& p.n.e pero (per la prima del.6.) etiam la linea.q.n.sera nel luoco medio proportionale fra le due linee.b.m.& m.n.& concosia che la.q.n.sia la mita della linea.n.c.& la linea.b.n.sia divisa in ponto.m.in due parti communicante le quale cade la.q.n.nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea.b.n.sia piu potente della linea.n.c.in el quadrato duna linea communicante con seco in longhezza adonque perche la superficie.d.g.e mediale (per la vigesima terza) & la superficie.c.r.a quella equale (dal presupposito) e mediale & la linea.e.q.rationale solamente in potentia (per la vigesima quarta) e pero etiam el doppio di quella (equale e la linea.n.c.) e rationale solamente in potentia, adonque perche la.b.n.e rationale in longhezza communicante alla linea.a.b.posta rationale & piu potente della.n.c.in el quadrato duna linea a se communicante in longhezza seguita (per la diffinitione) la linea.b.c.esser residuo primo che e el proposito.



Theorema.lxxiiii. Propositione.xcviii.

98 Quando che a una linea rationale sera agionta una superficie equale al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella sera uno residuo secondo.

Quasi la linea.d.e.sera residuo medial primo, & la linea.e.f.sera quella per tagliamento della quale la.d.e.era stata residuo medial primo, dico che la b.c.sera residuo secondo laqualcosa non puoi ignorare se tu seguiti & piglia ben la prattica la demonstratione della precedente & che vigilantemente tu habbi atteso quale linee bisogni esser la.d.f.& f.e.della qualcosa se tu dubbitarai in alcun tu ritrovarai la settuagesima quarta.



Theorema.lxxv. Propositione.xcix.

99 Se a una linea rationale sera applicata una superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

Quasi anchora sera la linea.d.e.lo residuo medial secondo & seguita che la.c.b.sia uno terzo residuo laqualcosa acioche facilmente la conduci seguitarai alla demonstratione della prima & quale linee conuien esser la.d.f.& f.e.tu mo glido se recogliedo dalla settuagesima quinta.

Theorema.lxxvi. Propositione.c.

95 Quando che a una linea rationale sera aggionta una superficie e-
100 quale al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella se
ra uno residuo quarto.

SE la.d.e.sera una linea minore come propone questa centesima. Dico che la b.c.sera un quarto residuo, & quel linee fia necessario esser la.d.f. & la.f.e. (quando che la.d.e.sera una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, eccetto che in questa & in le due sequente e necessario dividerse la linea.b.n.al ponto.m.in due parti incommensurabile, le quale in le tre precedente necessariamente se divides-
ua in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee.d.f.&.f.e. erano state communicante in potentia, e pero etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per laqual cosa & le superficie.a.m.&.p.n.equale alli quadrati di quelle erano state communicante, per laqual causa & etiam le due linee.b.m.&.m.n.e pero etiam in le tre precedente la linea.b.n.fu piu potente della linea.m.n.del quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della.17.) ma in questa & in le due sequente le due linee.d.f.&.f.e. sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottava) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie.a.m.& p.n.sono incommensurabili per laqual cosa etiam le due linee.b.m.&.m.n.sono incommensurabile, e pero (per la prima parte della decima ottava) si in questa come in le due sequente e necessario la linea.b.n. esser piu potente della linea.n.c. del quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, tutte le altre cose come per avanti.

Il Tradottore.

QUesta & la precedente si servino della figura della nonagesima settima & nonagesima ottava cioe che nel dire se refferisse a quella, il medesimo fa le altre doi sequente.

Theorema.lxxvii. Propositione.ci.

96 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al qua-
101 drato della linea con rationale costituente mediale lo lato secondo
di quella sera residuo quinto.

SImilmente quivi pone la linea.d.e.esser quella che gionta con rationale compone el tutto mediale, & quale linee bisogni esser la.d.f.& la.f.e. attendi alla settuagesima settima & considerarai senza alcun impedimento la linea.b.c.esser residuo quinto se tu seguiterai le necessarie demostrationi havute per avanti.

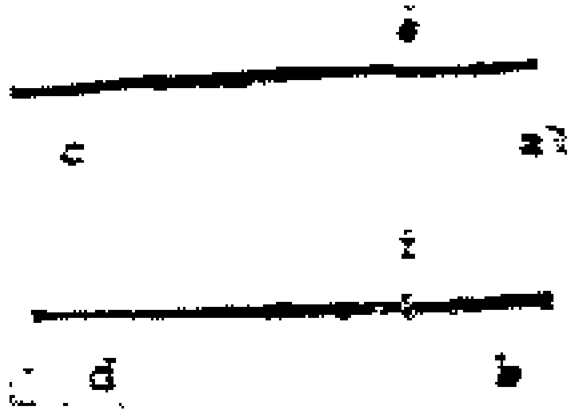
Theorema.lxxviii. propositione.cii.

97 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al qua-
102 drato della linea com mediale componente mediale, l'altro lato di
quella sera residuo sesto.

HOr in ultimo la linea.d.e.convien esser quella laquale gionta com mediale compone el tutto mediale, alla qual giontarai la linea.e.f. (laqual sia quella per il tagliamento della qual la linea.d.e.era stata quella che se propone)& qual linee bisogni esser la.d.f.&.f.e. tu lo intenderai dalla settuagesima ottava se la prima argumentatione firmamente tenerai senza oppositione, similmente pa. tera concludere la linea.b.c.esser residuo sesto,& se per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato.g.h.confirmalo con la superficie.a. m.a lui equale & cosi se manifestara el proposito nostro.

Theorema.lxxviiii. propositione.ciii.

93 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella in termino,ne,& ordine e el medesimo residuo.



Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio,& delle cinque compagne di quello quella.103,& le quattro che seguitano proponeno esser el vero del residuo & delle sue cinque compagne,che hauera dato opera a quelle per tanta che le habbia ben in memoria non potera ignorare queste,veramente ogni cosa che e detto in quelle de communicante in longhezza,& solamente in potentia il medesimo bisogna intender anchora in queste, perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, ouer solamente in potentia,ella anchora e residuo & se quella communica in longhezza,non solamente quella e residuo,ma etiam e residuo de quella medesima specie,verbi gratia la linea communicante in longhezza al residuo primo e residuo primo,& quella che e communicante al secondo e secondo,& cosi anchora delli altri ma quando la linea communica a uno residuo solamente in potentia quella anchora e necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che vna linea communicante solamente in potentia a vn residuo primo,ouer secondo,ouer terzo,ouer quarto,ouer quinto caschi insieme con quello sotto la medesima specie ma ben e necessario che ambe cadano insieme sotto alle tre prime specie ouer ambe insieme sotto alle tre vltime. e per tanto sia la linea.a.residuo alla qual communichi la linea.b.in longhezza,dico che la linea.b.sera residuo de quella medesima specie con la.a.sia aggionta la linea.c. alla linea.a.& sia quella per la abcisione della quale la linea.a.e residuo & alla b.ne sia aggionta vnaltra,laquale sia la.d.alla quale cosi sia la.b.si come la.a. alla.c.& cosi la composita della.a.&.c.sia la.e.& la composita della.b.&.d.sia la.f. &(per la premutata proportionalita)la.a.alla.b.sera si come la.c.alla.d.&(per la terzadecima del quinto)la.e.alla.f.sera si come la.a.alla.b.ouer si come la.c.alla.d.conciosia adonque,che la.a.communichi con la.b.(per la decima quinta)la.e.sera communicante con la.d.&.e.anchora sera communicante con la.f.& perche anchora e necessario(per la premutata proportionalita)della.e.alla.c.esser si come della.f.alla.d.seguita(per la sestadecima)che se la.e.sera piu potente della.c.in el quadrato duna linea a se communicante in longhezza,ouero se la sua per anchora incommensurabile,sera similmente la.f.piu potente della.d.ma perche ogni linea communicante in longhezza.a.vna linea rationale,quella similmente rationale,similmente dico , perche ambedue seranno ouer in longhezza,ouer ambedue solamente in potentia,seguita(per le diffinitione di residui)che la.b.sia residuo della medesima specie che e.a.ma se la.b. communica con.a.solamente in potentia,quella anchora sera residuo tamen necessariamente non sera de quella medema specie,ma sera si come e detto la demostratione della quale(per quelle cose che sono state detto in la sexagesima quinta)del binomio e da esser raccolta.

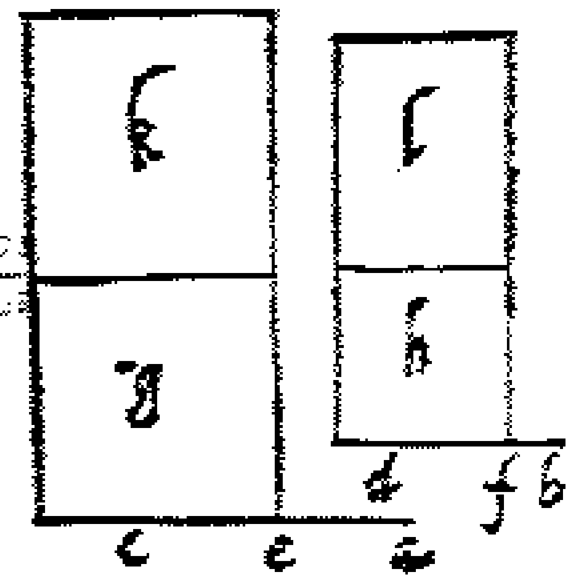
Theorema.lxxx. propositione.ciiii.

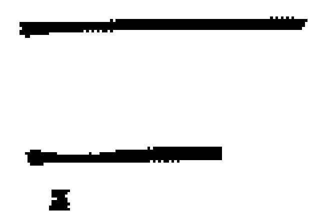
94 Ogni linea communicante a qual si voglia residuo mediale e residuo

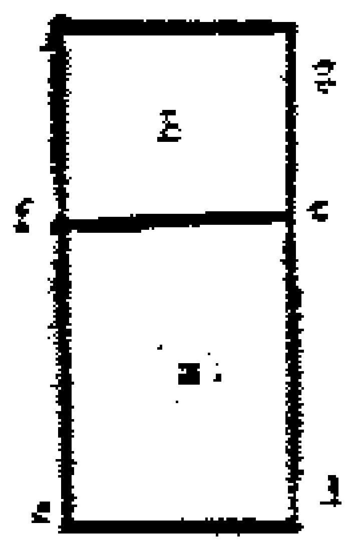
mediale

mediale sotto el termine & ordine di quello.

VNa linea, over communicante con qual si voglia residuo mediale in lunghez-za, over in potentia, eglie el vero quello che se dice, hor sia la .a. qual si vo-glia residuo mediale alla quale communichi la .b. in longhezza over in poten-tia. Dico che la .b. e etiam residuo mediale tal qual sera la .a. hor sia aggionta la linea .c. alla linea .a. & sia la .e. per la incisione della quale la .a. fu residuo mediale & alla .b. ne sia aggionta un altra laqual sia .d. & sia della .b. alla .d. si come della .a. alla .c. & sia la composita della .a. & .c. sia la .e. & della .b. & .d. sia la .f. sia descrit-to adonque li quadrati della .c. & della .d. liquali siano .g. & .h. & la superficie della [illegible] & per che eglie come prima della .e. alla .g. & della .l. [illegible] come della .a. alla .b. & la .e. & .c. sono mediale solamente in potentia communicante (per la .74. & .75.) seguita (per la .75.) che la .f. & .d. (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & e manifesto (per la prima del sesto) che la .K. alla .g. sia si come la .e. alla .c. & la .l. alla .h. si come la .f. alla .d. & perche eglie dalla .e. alla .c. si come dalla .f. alla .d. seguita che dalla .K. alla .g. sia si come dalla .l. alla .h. & permutatamente dalla .K. alla .l. si come dalla .g. alla .h. co-[illegible] adonque che la .g. communichi con la .h. seguita che la .K. communichi con la .l. adonque se la .K. sera rationale (che e el residuo medial primo) etiam la .l. (per la diffinitione) sera rationale, per laqual cosa (per la .74.) etiam la .b. e residuo me-dial primo, & se la .K. sera mediale (che e nel residuo medial secondo) etiam la .l. (per la .25.) sera mediale, e pero etiam la .b.) per la .75.) sera residuo medial secondo, per laqual cosa e manifesto il proposito. A demostrar el medemo altramente sia la linea .b. communicante con la linea .a. (laqual e qual si voglia residuo mediale) in lon-ghezza over in potentia, & aggionta alla linea .c. d. rationale la superficie .c. e. e-quale al quadrato della .a. & la superficie .f. g. equale al quadrato della .b. e per questo la .c. e. & .f. g. seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee .a. & .b. a quelle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decimaquarta di que-sto) la .d. e. & .e. g. sono communicante in longhezza & perche se la .a. e residuo me-dial primo, & la linea .d. e. sera el secondo residuo (per la .98.) & se la .a. e residuo medial secondo la linea .d. e. e residuo terzo (per la .99.) ma quando la linea .d. e. e residuo secondo la linea .e. g. e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & questa e el terzo (per la .103.) seguita adonque (per la .91. & .92.) che la .b. sia el residuo medial primo over el secondo si come sera la .a. che e il proposito.



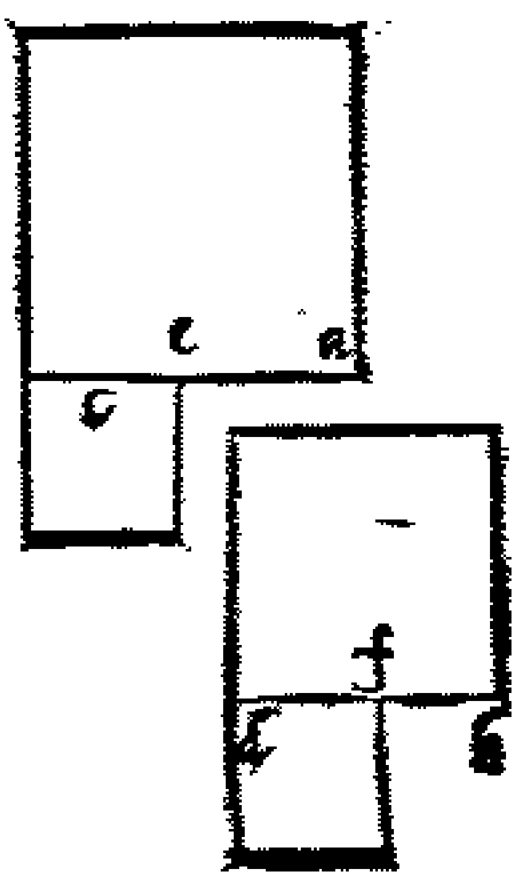




Theorema .lxxxi. Propositione .cv.

100 Se alcuna linea communichara alla linea minore anchora quella sera linea minore.

EGlie facile a provare questa per dui modi si come la precedente, over sia che alcuna linea communicante con la linea minore in longhezza over in potentia & posto questo quanto al primo modo che quando sia della .f. alla .d. si come della .e. alla .c. (per la prima parte della .22. del sesto) lo quadrato della .f. al quadrato della .d. sera si come lo quadrato della .e. al quadrato della .c. & coniunctamente li qua-drati delle due linee .f. & .d. al quadrato della .d. sera si come li quadrati delle due linee .e. & .c. al quadrato della .c. & permutatamente li quadrati delle due linee .f. & .d. alli quadrati delle due linee .e. & .c. sera si come lo quadrato della .d. al quadra-to della .c. & lo quadrato della .d. communica al quadrato della .c. adonque li quadrati delle due linee .f. & .d. tolti insieme communicano con li dui quadrati delle due linee .e. & .c. tolti insieme & perche (per la .76.) li quadrati delle due linee .e. & .c. tolti insieme sono rationale & (per la diffinitione) etiam li dui quadrati delle due linee .f. & .d. tolti insieme sera rationale, & quando la superficie .K. sia mediale etiam la .L. a quella communicante sera mediale, adonque (per la .76.) la .b. e linea minore, ma inquanto al secondo modo (per la .100.) la linea .d. e. sera residuo quarto e pero etiam (per la .103.) la linea .e. g. sera etiam residuo quarto e pero etiam (per la nonage-sima quarta) la linea .b. e linea minore.



Il Tradottore.

LE superficie .K. & .l. se debbe intendere si come nella figura della precedens re cioe la superficie.K.se piglia per la superficie della.a.e.in la.b.e.& per la superficie.l.se intende per la superficie della.f.nella.d.& similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo adiene.

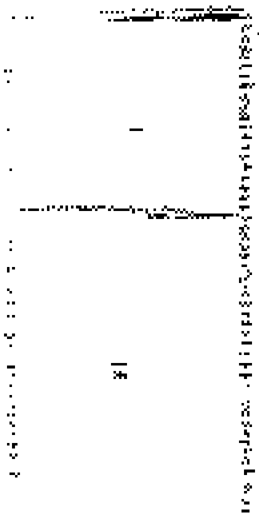
Theorema.lxxxii. Propositione.cvi.

101 Ogni linea communicante alla linea con rationale cōponente me
106 diale, e con rationale componente mediale.

Anchora questa non e difficile approvare al predetto modo p che vi conver sia intesa della communicantia in longhezza, over della cōmunicantia in potentia solamente, ma quanto al primo modo li duoi quadrati delle due linee. f.&.d.tolti insieme seranno mediale (per la vigesima quinta) si come sono li dui quadrati delle due linee. e.&. c.tolti insieme (per la settuagesima settima) alle quale esse cōmunicano & la superficie.l.sera rationale (per la diffinitione) si come e la superficie.k.(per la settuagesima settima) cōmunicante con quella, adunque (per la.77.) la.a.b.e com rationale cōponente mediale, quanto al secōdo modo la.d.e.sera residuo quinto (per la.74.) e pero etiam la.e.g.(per la.105.) per la qual cosa la.b.e com rationale componente mediale (p la nonagesima quinta)

Il Tradottore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo parla over se ferma sopra la seconda figura della anteciana alla precedente.



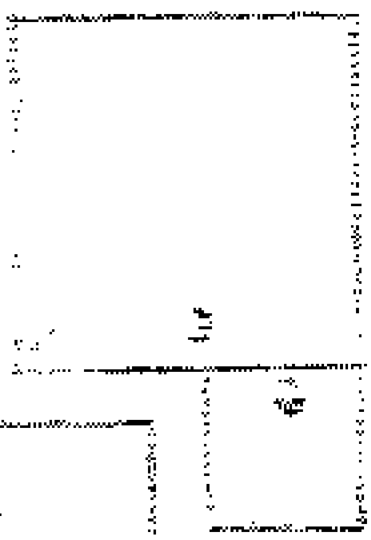
Theorema.lxxxiii. Propositione.cvii.

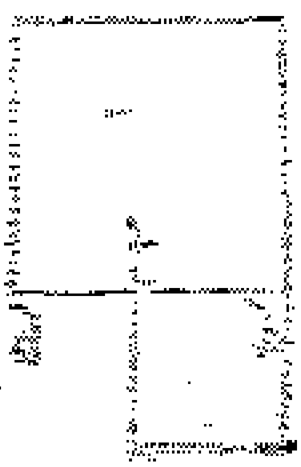
102 Ogni linea commensurabile alla linea com mediale constituente
107 mediale e com mediale constituente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea cōmunicante con quella che co mediale cōpone mediale, indifferentemente in longhezza over solamente in potentia come vorai, & con due argumentationi al premisso modo senza difficulta concluderai anchor questa esser cō mediale cōponente mediale, quanto al primo modo la superficie.l.sera anchora mediale si come era la.k.& anchora li dui quadrati delle due linee.f.&.d.tolti insieme seran mediale si come e(ra)no li dui quadrati delle due linee.e.&.c.& perche anchora li dui delle due linee.e.&.c.al la.k.si come li dui delle due.f.&.d.alla.l.& per cosa che li dui primi nō cōmunicano con el doppio della.k.(per la settuagesima sexta) ne li dui secōdi cōmunicarano cō el doppio della.l.(p la.14.) adonque (per la.78.) la.a.e cō mediale cō ponente mediale, ma quāto al secōdo modo la.d.e.sera residuo sesto (p la.102.) e pero & etiā la.e.g.(per la.103.) per laqual cosa la.b.e com mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

Il Tradottore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma nel arguire sopra le figure della ppositione.104.& della.105.& po a qlla recorrerai p mo exempio.



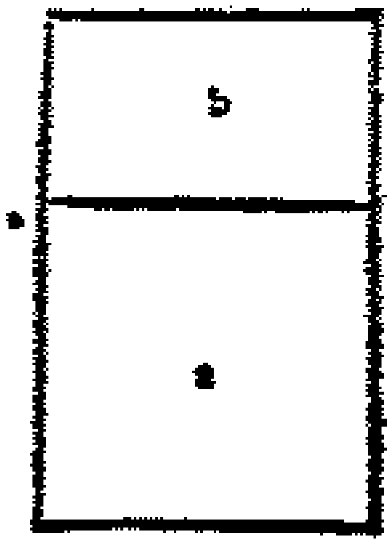


Theorema.lxxxiiii. Propositione.cviii.

103 Se da una superficie rationale sera tagliata una superficie, mediale,
108 la linea potente in la superficie restante, sera l'una delle due linee irrationale overo residuo, overo minore.

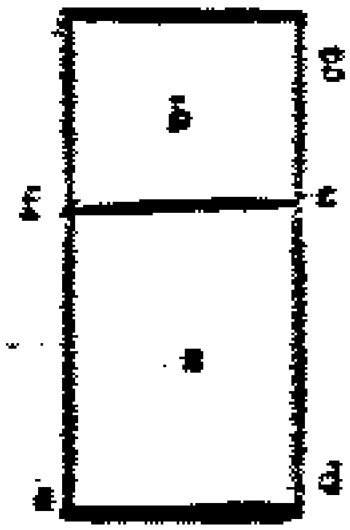
Sia tutta la superficie composta dalla.a.&.b.rationale, dalla quale sia tagliata la.b.laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante.a.over residuo

residuo ouero linea minore, sia adonque la linea. c. d. rationale & la superficie. c. e. a quella aggionta sia tanto quanto la. a. & la. f. g. tanto come la. b. & tutta la. c. g. sera si come tutta la. a. b. & la. c. g. sera rationale e pero etiam la linea. d. g. (per la vigesima proposition) sera rationale in longhezza & la. e. g. sera medias le e pero (per la vigesima quarta propositione) etiam la. e. g. sera rationale solamente in potentia, adonque la linea. d. e. (per la diffinitione) e residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonagesima quarta) la linea potente in la superficie. c. e. e pero etiam in la superficie. a. (a quella equale) e residuo ouer linea minore che e il proposito.



Theorema. lxxxv. Propositione. cix.

104/107 Se de una superficie mediale sera detratta una superficie rationale la linea potente in la superficie restante sera l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale componente mediale.



Anchora questa si approua si come la precedente, perche se tutta la. a. b. sera mediale, & la. b. rationale, Dico che la linea potente in la restante superficie a. ouero e residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale, perche conciosia che la. c. g. sia equale alla. a. b. (per la vigesima quarta) la linea. d. g. sera rationale solamente in potentia, & conciosia che la. f. g. sia equale alla. b. per (la vigesima) la linea. e. g. sera rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea. d. e. sera el residuo secondo, ouero el quinto per laqualcosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) o lato tetragonico della superficie. c. e. e pero etiam della superficie. a. e residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che e el proposito nostro.

Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel arguire se referissemo alla figura della precedente.

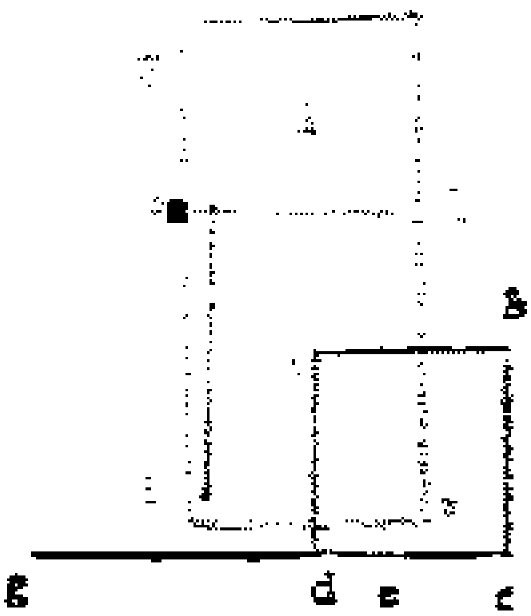
Theorema. lxxxvi. Propositione. cx.

105/109 Se una superficie mediale sera detratta da una superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante sera l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo medial secondo, ouer la con mediale componente mediale.

Se tu non te desuiarai dalla demostratione delle due precedente senza difficultà considerarai el proposito, hor sia tutta la. a. b. & la. b. mediale & sia la restante. a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la. a. seria mediale (per la vigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la vigesima terza) al presente dico che la linea potente in la. a. e residuo medial secondo ouer la con mediale componente mediale, perche conciosia che la. c. g. sia equale alla. a. b. (per la vigesima quarta) la linea. d. g. sera rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conciosia che la. f. g. sia equale alla. b. etiam la. e. g. sera rationale solamente in potentia, & conciosia che la. a. sia incommensurabile a tutta la. a. b. la. f. g. sera incommensurabile alla. c. g. e pero (per la prima del sesto & per la decima quarta de questo) la. e. g. sera etiam incommensurabile alla. d. g. adonque (per la diffinitione) la linea. d. e. sera residuo terzo ouero sesto, per la qual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) el lato tetragonico della superficie .c.e. e pero della superficie .a. e residuo medial secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema.lxxvii. Propositione.cxi.

Delle linee irrationale lequale sono, el residuo & quelle che seguita dapoi quella, e impossibile alcuna star sotto all'altra in termine e ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non e possibile conuegnire al residuo. 106 — 117



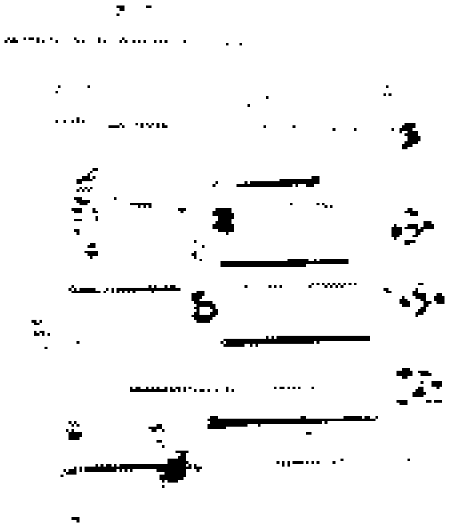
Anchora per questa .11. 2. el vole che'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quello siano differente fra loro in specie & in diffinitione & niuna linea vna pol esser sotto a due ouero a piu specie de queste sei linee irrationale, lequale sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne e possibile alcuna linea esser insieme residuo e binomio, de qualunque specie de residuo, ouero binomio, la prima parte in questo modo e manifesta. perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne, quando siano aggionte a vna linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diuersi fra loro (per la nonagesima settima propositione & le cinque sequente quella) & li secondi lati sono el residuo primo & lo secondo & da qui in ordio fina al sesto, la seconda parte e manifesta in questo modo, se una medesima linea pol esser insieme residuo e binomio sia .a. al quadrato della quale alla linea rationale .b.c. sia aggionta vna superficie equale & sia la .b.d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea .c.d. sera binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque in quanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial portioni al ponto .e. & sia la .c.e. la sua maggiore portione laquale sera rationale in longhezza (per la diffinitione) ma in quanto che e residuo primo sia aggionto a quello la .d.g. per la incisione della quale quel sera residuo primo & (per la diffinitione) etiam la .c.g. sera rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee .c.g. & .c.e. sia rationale in longhezza etiam la linea .e.g. (per la duodecima propositione) sera rationale in longhezza, ma perche la linea .d.e. e rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) sie la minore portione del binomio primo, la linea .d.g. (per la settuagesima terza propositione) sera residuo e se perche quella era rationale solamente in potentia conciosia che per la incisione di quella la linea .c.d. fosse stata residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) laqual cosa accioche piu chiaro appara sia aggionta alla linea .b.c. rationale la superficie .b.d. equale al quadrato della linea .d.g. conciosia adonque che la linea .d.g. sia rationale solamente in potentia (per la vigesima propositione) la linea .c.d. sera rationale in longhezza, & conciosia anchora che la linea .d.g. sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea .c.d. sera residuo primo la qual cosa non pol essere conciosia che la linea laquale e detta residuo e irrationale (per la settuagesima terza propositione).

Theoma.lxxviii. Propositione.cxii.

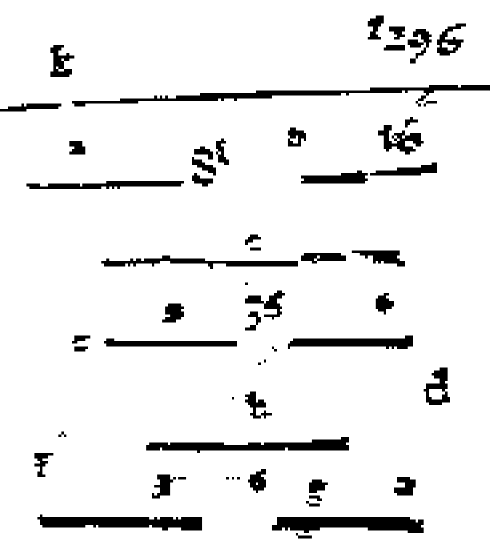
107 La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono da poi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sotto al termine

to al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drio al binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile esser prodotto in infinito, non e possibile alcuna di quelle convenire in termine & ordine con quella che precedera.

EL vole per questa propositione che le tredese linee irrationale delle quale in questo decimo e stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue cinque compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che alcuna linea, una possi essere insieme sotto a due, overo a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser produtte in infinito, delle quale niuna conviene con l'altra in diffinitione e ordine, & che queste tredese linee (cioe la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le cinque compagne di quello) sian irrationale ancora che egli e stato dimostrato di sopra della mediale in la vigesima terza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le cinque che seguitano quella, & del residuo & delle sue .5. compagne in la septuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredese linee irrationale possi convenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se apprende, poniamo che a una medesima linea rationale in longhezza, siano aggiunte le superficie equale alli quadrati delle predette tredese linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine & (per la vigesima quinta) lo lato secondo della prima di queste tredese superficie sara rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredese superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomii per ordine cioe el binomio primo, secondo & da li in drio per fina al sesto & questo se ben te aricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona & in le cinque che seguitano drio a quella, & li secondi lati della terza superficie & delle cinque che seguitano quella sono le specie di residui per ordine, cioe el residuo primo, & lo residuo secondo, & da li in drio per fina al sesto la qualcosa lo haverai (dalla nonagesima seconda & dalle cinque che seguitano quella) conciosia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non convenga con alcuna specie di binomii overo con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la septuagesima terza) e linea irrationale e in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui convenga con alcuna specie de binomii (per la seconda parte della precedente) seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie siano fra loro diverse e pero (per la prima del sesto) tutte queste tredese superficie sono diverse conciosia che la altezza de ognuna di quelle sia una medesima per la qualcosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diverse, ma le specie di queste tredese linee irrationale possono esser produtte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, & ancora infinite quelle di binomii, & cosi de grado in grado la qualcosa si manifesta in questo modo. sia la linea .a. mediale & sia tolta la unita & quali si voglia numeri primi come, 3, 5, 7, & siano assunte le linee .b.c.d. quanto sono li numeri primi tolti & siano a quadrati de queste linee .b.c.d. al quadrato della .a. si come li numeri primi alla unita & (per la vigesima quinta) le linee .b.c.d. seranno mediale, perche esse communicano in potentia con la linea .a. mediale, ma saranno diverse dalla .a. in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unita, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimaseptima & ottava & per el contrario della seconda del ottavo & per lo presente presupposito) e si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la .a. & ciascuna a quella communicante in longhezza sera sotto la prima specie delle linee mediale, & la .b. & ciascuna a lei communicante in longhezza sera sotto alla seconda: & la .c. & tutte le communicante overo commensurabile a quella medesima sera sotto alla terza, anchora la .d. & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza sera sotto alla quarta, & per li tutti

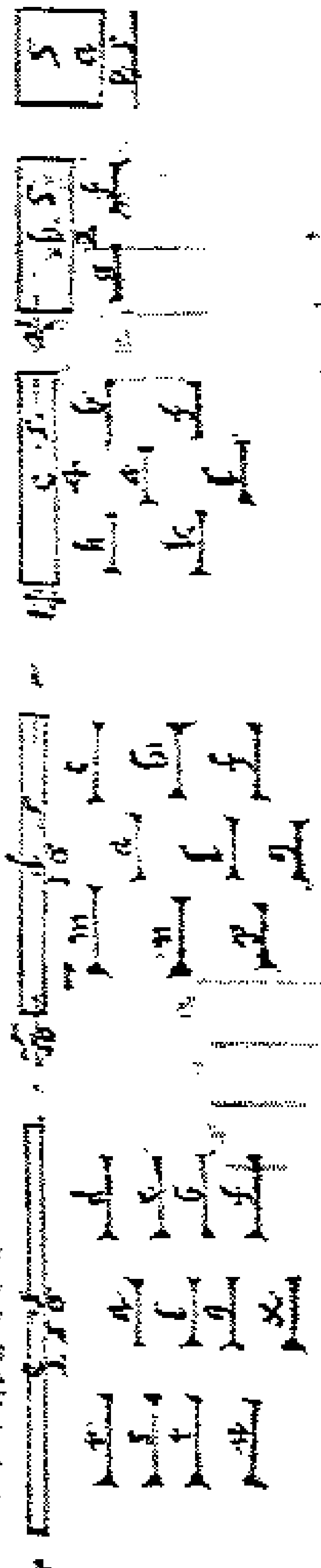


meri primi sono infiniti (come per la .21. del .9. fu dimostrato) e necessario le specie delle linee mediale esser infinite, et quello che e detto della linea mediale intende del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea commensurabile alla mediale, e mediale ouero communichi a quella in longhezza ouer in potentia come e prouato (in la vigesima quinta) cosi etiam ogni linea communicante al binomio ouero ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in longhezza ouer in potentia e sotto la medesima specie con seco (come se prouado in la sexagesima quinta & in le quattro che seguita dopo a quella & in la .103. & in le quattro che seguitano quella) adonque le specie di queste tredece linee irrationale sono infinite delle quale niuna conuiene con la precedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un altro modo le specie delle linee irrationale differentemente conuiengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato e irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) conciosia adonque che tali numeri siano infiniti anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, puo aucnire la seconda parte de questa conclusione esser ispositiua cosi come se noi digano da cadauna linea rationale solamente in potentia esser produtto infinite specie de linee irrationale delle quale niuna e possibile communicare in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che precederanno quella, verbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta ouer nominata da uno numero non quadrato (come seria a dir da cinq.) & lo lato tetragonico de quella sera irrationale in longhezza, perche quello e incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione dico adonque che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un altra volta el lato di questo terzo lato, & cosi in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle conuien in diffinitione ouer in specie con alcuna che habbia precedeno quella in ordine & lo lato tetragonico de cadauna precedente superficie laquale sera detta da uno numero non quadrato e si come radice e principio de tutte le altre, & qual si voglia de quelle e principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale vengono da alcuno lato tetragonico de cadauna de tale superficie sono diuerse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie, & questo dico quando la proportione de queste superficie non sera si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo intendere la ferma demostratione el bisogna mandare inanti a quella uno antecedente & sia questo.

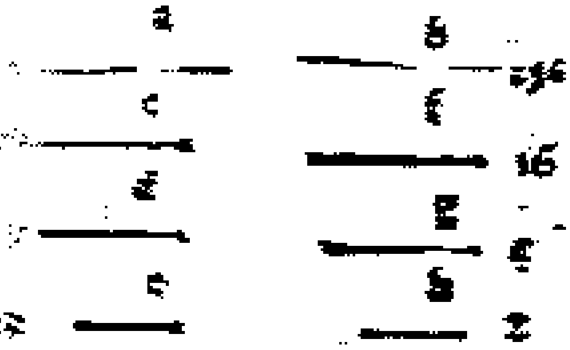


Se alcuna quantita sia produtta da due quantita dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle detti due quantita dutti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

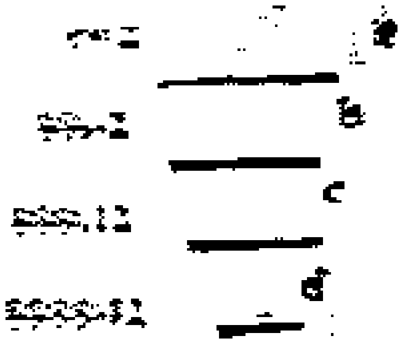
VErbi gratia ponamo che dal .a. in .b. sia produtto .k. & che .c. & .d. siano li lati tetragonici de .a. & .b. & dal .c. in .d. sia fatto .e. & di nuouo .f. & .g. siano li lati tetragonici de .c. & .d. & dal .f. in .g. sia fatto .h. dico che .h. e el lato tetragonico de .e. & similmente .e. e el lato tetragonico de .k. perche conciosia che .c. & .h. siano fatti dal .f. in se medesimo et in .g. sera dal .c. al .h. si come dal .f. al .g. et cosi dal .h. al .d. si come dal .f. al .g. imperoche dal .g. in .f. & in se medesimo vien fatti .h. et .d. adonque .c. h. d. sono continuamente proportionali, adonque tanto e il produtto del .h. in se medesimo quanto quello del .c. in .d. per la quel cosa .h. e el lato tetragonico de .e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal .c. in se medesimo sia fatto .a. et in .d. sia fatto .e. et dal .d. in se sia fatto .b. seranno etiam a.e.b. continuamente proportionali in la proportione che e dal.e.al.d. conciosia adonque che dal.a.in.b.sia fatto.k. seguita etiam che dal.e. in se medesimo sia fatto.k.per la quinta.e.e el lato tetragonico de.k.adonque manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie.a.rationale detta da vno numero che non sia quadrato (come.5.) & sia la linea.a. el lato tetragonico di quella & siano tolte quante linee si voglia rationale in longhezza le quale siano.b.c.d.e. & siano dette da numeri di quali ciascun precedente sia el lato tetragonico del prossimo sequente, come se.b. fia.dui.e.c. sia quattro el.d.sedeci & lo.e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggionto vna superficie equale alla.a.& li secondi lati di ciascuna seranno rationali in longhezza (per la vigesima) come lo secondo lato della.b.e dui e mezzo lo secondo della.c.e vno e vno quarto & lo secondo della.d.e vno e vn quarto e vno sedicesimo (cioe un e cinque sedicesimi) & lo secondo lato della superficie.e. sera vno.64.esimo & uno.256.esimo.(cioe in summa cinque.256.esimi) sia adonque.f.lo lato tetragonico della.b.& la.g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie.b.& (per lo premesso antecedente) sera che dal.f.in.g.sia fatto.a. vnaltra volta sia la.h.lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.c.& sia anchora.K.el lato tetragonico de.h. & per lo predetto antecedente sera che dal.b.in.h.sia fatto.a.& dal.f.in.K. sia fatto el lato tetragonico de.a.) qual sia.l. sia da recapo.m. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.d.& quando che.n.sia el lato tetragonico de.m. & .p. el lato tetragonico de.n. & (per lo predetto antecedente) sera che dal.c.in.m.sia fatto.a.& dal h.in.n.sia fatto.l.& dal.K.in.p.sia fatto el lato tetragonico del.l. (qual sia.q.) anchor sia.r.el lato tetragonico del secondo lato della superficie.e. anchora sia.s. lo lato tetragonico de.r.& .t. lo lato tetragonico de.s. & .u. sia lo lato tetragonico de.t.& seguira (per lo detto antecedente) che dal.d.in.r. sia fatto.a.& dal.c.in.s. sia fatto.l.& dal.h.in.t.sia fatto.q.& etiam dal.K.in.u.sia fatto el lato tetragonico de.q. (qual sia.x.) & cosi in infinito. Dico adonque queste linee.a.l.q.x. (delle quale la.a.e come radical principio) esser irrationale la.a. solamente in longhezza, tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che niuna di quelle concorra con alcuna altra in diffinitione ouer in ordine, perche conciosia che dal.f.in.g.& .K. vengono fatti.a.& .l. sera dal.a.al.l.si come dal.g.al.K.& perche (come e manifesto dalli detti presupposti) g.& .k. sono incommensurabili in longhezza & in potentia seguita etiam che.a.& .l. siano incommensurabili in longhezza & in potentia & per la medesima ragione etiam.a.& .q. perche dal.a.al.q.e si come dal.g.al. p.& per la medesima causa etiam.a.& .x. conciosia che siano si come.g.& .u.& per questa via anchora e necessario che.l.& .q. siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza, perche conciosia che dal.f.in.K.& .p. siano fatti.l.& .q. sera del.l.al.q. come del.K.al.p. ma.k.& .p. non sono commensurabili in longhezza ne in potentia, perche essendo commensurabili.h.& .n. seriano commensurabili & non sono, anchora.l.& .x.e necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal.l.al.x.e si come dal.K.al.u. imperoche dal.f. in.K.& .u. sono fatti.l.& .x.& .K.& .u. sono incommensurabile in l'uno e l'altro modo, perche ponendo che fussero per l'aduersario seguiria.n.& .h. esser commensurabili che e inconueniente.



Ma che.q.& .x. siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo e manifesto che dal.q.al.x.e si come dal.p.al.u.& e manifesto che.p.& .u. sono incommensurabili, perche se non sono.n.& .t. seranno commensurabili e pero etiam.m.& .s.& non sono, adonque e manifesto dalla linea.a. rationale solamente in potentia esser prodotte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e pero etiam differente in diffinitione e in specie, ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano generate per questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diuerse si in longezza come in potentia da tutte quelle lequale siano generate per questa via medesima da qualunque altra linea rationale solamente in potentia, e qua-



drato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano .a. & .b. rationali solamente in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proportione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa via dalla .a. siano .c.d.e. & quelle che procedeno dalla .b. siano .f.g.h. dico che niuna delle linee .c.d.e. communica in longhezza ouer in potentia con alcuna delle linee .f.g.h. perche conciosia che .c. & .f. sian li lati tetragonici de .a. & .b. & .d. & .g. sian li lati tetragonici de .c. & .f. & .e. & .h. siano li lati tetragonici de .d. & .g. non e possibile che alcuna de queste .c.d.e. communichi con la sua comparata delle .f.g.h. ouer in longhezza, ouer in potentia, perche posto che .e. communichi con l'uno o l'altro modo con .h. seguita che .d. communichi con .g. & .c. con .f. per la qual cosa & etiam .a. con .b. in longhezza che contra al presupposito, & e vniuersalmente vero dire qual se voglia de queste esser incommensurabile in l'uno e l'altro modo a qual si voglia de queste, imperoche dato che .d. communichi con .h. etiam in potentia solamente, seguita che anchor .c. communichi con .g. & .a. con .f. la qual cosa non e possibile, ma bisogna aduertire che quando dico el lato del lato non intendo altro che el lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea .a. chiamo quella linea che po in la superficie detta ouer denominata dalla linea .a. & tal superficie e quella laquale e contenuta dalla linea .a. & da vna linea rationale in longhezza detta ouero denominata da uno, adonque sel te pare de trouare el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea .a. della quale voglio trouare el lato tetragonico & sia .b. vna linea rationale in longhezza denominata dalla vnita (& questa e la minima de tutte le linee rationale numerate da interghi,) & la .c. sia nel medio luoco proportionale fra queste adonque .c. (per la [illegible] del sesto) e el lato tetragonico de .a. perche dal .a. in .b. & dal .c. in .c. vien fatto vna medesima superficie & la superficie fatta dal .a. in .b. e detta dal .a. perche cadauna quantita laquale sia produtta da qual si voglia quantita detta l'uno e denominata da quella che multiplica vno, & nota che quando .c. sera el lato tetragonico della linea .a. indifferentemente la linea .c. accade esser maggiore & minore della linea .a. si come sera essa .b. maggiore ouer minore.



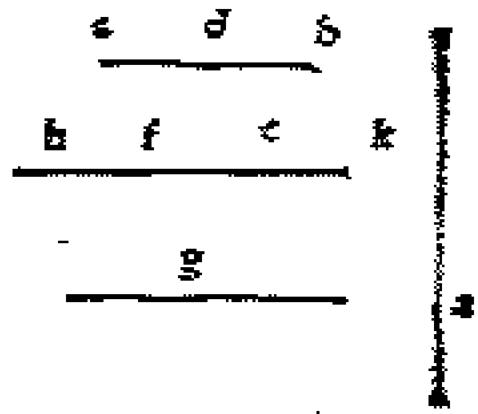
Il Tradottore.

Questa soprascritta propositione in la prima tradottione e la vltima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in vltimo de questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamente in la seconda tradottione anchora bisogna notare che lo espositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramente esprime il suo contento ma in sentenza non vol inferir altro saluo che sel sera vna linea rationale solamente in potentia (che da pratici le chiamano radice sorde) ponemo .a. laqual sia radice quadra di dodeci piedi superficiali & di questa .a. essendo trouato il lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea .a. & di un altra linea longa vn pie) laqual superficie veria a esser per la radice di dodeci cioe terme vnaltra volta la radice qual sia .b. el qual .b. (parlando praticalmente) sera la radice della radice di dodeci laqual veria a esser una linea mediale incommensurabile alla .a. in longhezza & in potentia, & diuersa da quella in diffinitione, hor tolendo unaltra volta la radice del .b. (per il detto modo) qual sia .c. el qual sera detto [illegible] dodeci & questo c sera differente in diffinitione dal .a. & dal .b. & cosi procedendo cioe tolendo la radice del .c. qual sia .d. & cosi se potra procedere in infinito il medesimo seguita tolendo la .a. vna delle .3. linee irrationale e procedere come di sopra e detto.

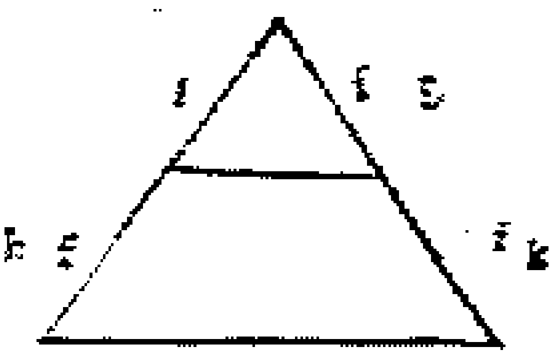
Theorema.lxxxix. propositione.cxiii.

o
u

Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella di quella fera un residuo, li nomi del quale feranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione, & oltra di questo quello che vien produtto dal detto residuo hauera un medemo ordine, a quello che vien produtto dal detto binomio.



Sia la linea. a. rationale & la. b. c. sia uno binomio, el nome maggiore del quale sia. b. d. & lo rettangolo che se contiene sotto delle due linee. b. e. e. f sia equale al quadrato della. a. hor dico che la detta. e. f. e uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti. c. d. & d. b. & in una medesima proportione, & oltra di questo la. e. f. ha una medesima proportione alla detta. b. c. per dimostrar questo sia un altra volta quello che e contenuto sotto della. b. d. & della. g. equale al quadrato della. a. adonque quello che contenuto sotto delle. b. c. & e. f. e equale a quello che contenuto sotto delle. b. d. & g. adonque (per la seconda parte della sextadecima del sesto) si come e la. c. b. alla. b. d. cosi e la. g. alla. e. f. & la. c. b. e maggior della. b. d. adonque (per la decimaquarta del quinto) & la. g. e maggiore della. e. f. sia la. e. h. equale alla. g. adonque (per la settima & undecima del quinto) si come e la. c. b. alla. b. d. cosi e la. h. e. alla. e. f. adonque per la decima settima del quinto) e manifesto che si come la. c. d. alla. d. b. cosi e la. h. f. alla. f. e. & si come la. h. f. alla. f. e. cosi sia fatta la. f. K. alla. K. e. adonque tutta la. h. K. (per la terzadecima del quinto) a tutta la. K. f. e si come la. f. K. alla. K. e. perche si come uno de antecedenti a uno di consequenti, cosi e tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la undecima del quinto) si come la. f. K. alla. K. e. cosi e la. c. d. alla. d. b. adonque per la detta undecima del quinto) & si come la. h. K. alla. K. f. cosi e la. c. d. alla. d. b. & lo quadrato della. c. d. e commensurabile a quello della. b. d. adonque (per la decima quarta de questo) & lo quadrato della. h. K. e commensurabile a quello della. f. K. & (per la decima ottaua del sesto) si come e lo quadrato della. h. K. a quello della. K. f. cosi e la. h. K. alla. K. e. perche quelle tre linee. h. K. K. f. & K. e. sono continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la. h. K. e commensurabile in longhezza alla. K. e. per la qual cosa (per la duodecima di questo) & la. h. e. e commensurabile alla. e. K. in longhezza, & perche (dal presupposito) lo quadrato de. a. e equale a quello che contenuto sotto delle due linee. e. h. b. d. & lo quadrato de. a. e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee. e. h. b. d. e rationale & e posto sopra a quella. b. d. rationale, adonque etiam la. e. h. e rationale & commensurabile in longhezza alla detta. b. d. per la qual cosa la. e. K. (a quella commensurabile) e rationale e commensurabile alla medesima. b. d. in longhezza, adonque perche si come e la. c. d. alla. d. b. cosi e la. f. K. alla. K. e. & le dette. c. d. d. b. sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette. f. K. K. e. (per la decima quarta de questo) sono commensurabili solamente in potentia, etiam la. K. e. e rationale & commensurabile in longhezza alla. b. d. adonque la. K. f. e rationale & alla. c. d. commensurabile in longhezza, adonque le due. f. K. K. e. sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima quarta di questo) adonque la. f. e. e uno residuo & e certo che la. c. d. e piu potente della. d. b. over in el quadrato d'una linea a se commensurabile ouero a se incommensurabile, certamente se la. c. d. po piu della. d. b. in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la. f. K. (per la sextadecima de questo) po piu della. K. e. in el quadrato d'una linea a se commensurabile, & se la. c. d. sera commensurabile a una posta rationale in longhezza etiam la. f. K. & se la sera la. d. b. etiam la. K. e. & se ne l'una ne l'altra delle dette. c. d. & d. b. etiam ne l'una ne l'altra delle dette. f. K. K. e. ma se la. c. d. po piu de essa. b. d. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile, etiam la. f. K. po piu de essa. K. e. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile & se la. c. d. e commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la. f. K. & se la. b. d. & la. K. e. & se ne l'una ne l'altra delle. c. d. d. b. etiam ne l'una ne l'altra delle. f. K. K. e. per la qual cosa la detta. f. e. e residuo della quale li nomi. f. K. K. e. sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe a essi .c.d. d.b. & in la medesima proportione, & ha el medesimo ordine a essi. il che era da demostrare.



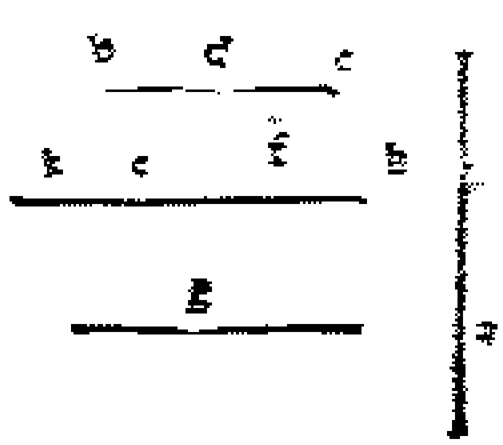
Il Tradottore.

PEr trouar la linea .f.K. che sia in proportione al .e.K. come e la .h.f. al .f.e. cauarai la .f.e. dalla .h.f. (perche la .h.f. e maggiore della .f.e. perche etiam la .a.d. e maggiore della .d.b. per el presupposito) & notai la differentia de ditte .h.f. & .f.e. qual ponemo sia .l. poi si come la .l. alla .h.f. trouerai la quarta in quella proportione al .f.e. qual pongo sia .f.K. dal qual ne cauaremo la .f.e. restara .e.K. per suo consequente come vedi in figura.

Anchora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioe che il produtto del residuo in se hauere uno medesimo ordine al produtto del binomio in se laqual cosa facilmente demostraremo in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & la larghezza del primo (per la quinquagesima nona) sera binomio primo & del secondo (per la nonagesima settima) sera residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo haueranno uno medesimo ordine fra loro perche (per la prima del sesto) le loro superficie haueranno il medesimo ordine che e il proposito.

Theorema.xc. Propositione.cxiiii.

115 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza forma uno binomio li nomi del quale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quello che e generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.



SIa la rationale .a. & lo residuo sia la .b.d. & al quadrato della .a. sia equale quello che se contiene sotto delle .b.d. & .k.h. (conciosia che quella superficie rationale fatta dalla .a. posta sopra essa .b.d. (residuo) a larghezza di quella faccia la detta .k.h.) dico che la .k.h. e uno binomio li nomi del quale sono commensurabili alli nomi del detto .b.d. & in una medesima proportione & che la medesima .k.h. hauera uno medesimo ordine alla .b.d. sia la .d.c. la linea conueniente alla .b.d. (per la settuagesima nona di questo) adonque le due linee .b.c. & .c.d. (per la settuagesima terza di questo) sono rationali commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta dalla .a. sia equale a quella che contenuta sotto delle due linee .b.c. & .g. & posta sopra alla .b.c. rationale adonque (per la vigesima de questo) la .g. e rationale & commensurabile in longhezza alla detta .b.c. adonque perche quello che contenuto sotto delle due linee .b.c. & .g. e equale a quello che contenuto sotto delle due .b.d. & .k.h. (per la sestadecima del sesto) sono proportionale cioe si come la .b.c. alla .b.d. cosi e la .k.h. alla .g. & la .b.c. e maggiore della .b.d. adonque etiam la .k.h. e maggiore della .g. sia posta .e.h. equale alla .g. adonque la .e.h. e commensurabile alla .b.c. in longhezza & perche si come e la .c.b. alla .b.d. cosi e la .h.k. alla .h.e. conuertendo adonque (per lo correlario della decima nona del quinto) si come e la .b.c. alla .c.d. cosi e la .k.h. alla .k.e. hor si come la .k.h. alla .k.e. cosi sia fatta la .h.f. alla .f.e. adonque & la .k.h. alla [illegible] la rimanente .k.f. alla .f.h. e si come .k.h. alla .h.e. & questo e si come la .b.c. alla .c.d. & le dette .b.c. & .c.d. sono commensurabile solamente in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) le due linee .k.f. & .f.h. sono commensurabile solamente in potentia, & perche si come la .k.h. alla .h.e. cosi e la .k.f. alla .h.f. adonque (per la undecima del quinto) [illegible] la .k.h. alla .h.e. cosi e la .h.f. alla .f.e. per laqual cosa (per el correlario della decima nona del sesto) si come la prima alla terza cosi e el quadrato della

prima

prima al quadrato della seconda, adonque (per la vndecima del quinto) & si come la .k.f. alla .f.h. & la .h.f. alla .f.e. cosi e el quadrato della .k.f. al quadrato della .f.h. & lo quadrato della .k.f. e commensurabile al quadrato della .f.h. perche le dette .k.f. & .f.h. sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) la .k.f. e commensurabile alla .f.e. in longhezza, per la qual cosa etiam la .e.k. (per la duodecima di questo) e commensurabile in longhezza alla .f.e. & (per la decima di questo) la .k.f. e rationale & commensurabile in longhezza alla .b.c. & perche si come la .b.c. alla .c.d. cosi e la .k.f. alla .f.h. anchora permutatamente (per la sestadecima del quinto) si come e la .b.c. alla .k.f. cosi e la .d.c. alla .f.h. & la .b.c. e commensurabile alla .k.f. adonque etiam la .f.h. e commensurabile alla .c.d. & esse .b.c. c.d. sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque etiam esse .k.f. & .f.h. sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque la .k.h. e vno binomio, adonque (per la sestadecima di questo) se la .b.c. e piu potente della .c.d. nel quadrato duna linea a se commensurabile etiam la .k.f. sera piu potente della .f.h. nel quadrato duna linea a se commensurabile & se la .b.c. e commensurabile in longhezza a vna posta rationale & la .f.h. anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due .b.c. & .c.d. etiam ne l'una ne l'altra delle due .k.f. & .f.h. ma se la .b.c. e piu potente della .c.d. nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, similmente la .k.f. sera piu potente della .f.h. nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la .b.c. e commensurabile in longhezza a vna posta rationale, similmente etiam la .k.f. & se la .c.d. etia la .f.h. & se ne l'una ne l'altra delle due .b.c. c.d. similmente ne l'una ne l'altra delle due .k.f. h. adonque la .k.h. e vno binomio del quale li nomi .k.f. f.h. sono commensurabili alle due .b.c. c.d. nomi del detto residuo & in vna medesima proportion & oltra di questo la .k.h. alla .b.c. hauera vn medesimo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

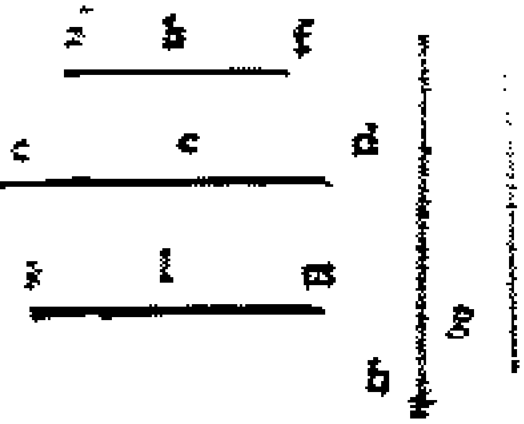
Doue che di sopra dice (per la vndecima del quinto) & si come la .k.f. alla .f.h. & la .f.h. alla .f.e. cosi e il quadrato della .k.f. al quadrato della .f.h. vol intendere che quelle due proportioni che giaceno fra quelle tre linee continue proportionale, in summa sono quanto che quella sola proportione che e del quadrato della .k.f. al quadrato della .h.f. (per la vndecima del quinto) Anchora doue che di sopra concluide che (per la decima di questo) la .k.f. e rationale & commensurabile alla .b.c. in longhezza tal conclusione se verifica in questo modo, perche di sopra fu demostrato che la .k.e. era rationale (per esser equale alla .g.) & commensurabile alla .b.c. in longezza & la .k.f. vien a esser commensurabile alla medesima .k.e. (per la duodecima di questo) adonque (per la decima di questo) le due linee .b.c. & .k.f. vengono a esser commensurabili & perche la .b.c. e rationale (largo modo) etiam la .k.f. sera rationale (per largo modo) cioe in longhezza, ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a voler trouare la .h.f. alla .f.e. si come la .b.h. k. alla .h.e. bisogna (per la terzadecima del sesto) far della .h.e. due tal parti proportionali come e anchora la .h.k. al la .h.e. lequal se pone che la sia la .e.f. & .f.h. & la .h.f. alla .f.e. sera si come la .k.h. alla .h.e. poste in longo luna drieto al l'altro.

Anchora bisogna notare chel pare che la specificatione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioe doue che'l dice che quello che vien generado, ouero prodotto dal binomio, ordene vno medesimo ordine a quello che vien generado, ouer prodotto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno di tai produtti e denominato secondo la denominatione e ordine del binomio primo, & l'altro secondo la denominatione & ordine del residuo primo liquali ordini sono simili ideo &c.

Theorema.xci. Propositione cxv.

b 114 Se una area sera compresa sotto a uno residuo & a uno binomio del quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo & in una medesima proportione, la linea potente in detta superficie sera rationale.



Sia compresa una area sotto al residuo.a.b.& al binomio.c.d.& siano li nomi de quel binomio.c.e.e.d.(per la.11.j.questo) commensurabile alli nomi.a.f.f.b.de quel residuo & in una medesima proportione & sia la.g.la linea potente in questa superficie contenuta sotto delle.a.b.c.d. dico che la detta linea.g.e rationale perche essendo posta sora la linea.h.rationale & sia posta sopra alla linea.c.d.una superficie equale al quadrato della.h.laqual faccia la larghezza.k.l.adonque la.k.l.e uno residuo (per la.113.di questo) li nomi del quale (siano.k.m.m.l.) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono.c.e.&.e.d.& in una medesima proportione perlaqualcosa & le medesime.k.m.m.l.m.(per la decima di questo) sono commensurabile alle medesime.a.f.f.b.& in una medesima proportione, adonque si come e la.a.f.alla.f.b.cosi e la.k.m.alla.m.l.permutata adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la.a.f.alla.k.m.cosi e la.f.b.alla.l.m.adonque etiam la restante.a.b.(per la decima nona del quinto) alla restante.k.l.e si come la.a.f.alla.k.m.& la.a.f.e commensurabile alla.k.m.adonque (per la decima quarta de questo) etiam la.a.b.e commensurabile alla.k.l.& per la costruttione si come e la.a.b.alla.k.l.cosi e quello che e contenuto sotto delle.c.d.&.a.b.a quello che contenuto sotto delle.c.d.&.k.l.adonque etiam quello che contenuto sotto delle.c.d.&.a.b.e commensurabile a quello che contenuto sotto delle.c.d.&.k.l.ma quello che contenuto sotto delle.c.d.&.k.l.e equale al quadrato de.h.adonque quello che contenuto sotto delle.c.d.&.a.b.e commensurabile al quadrato de.h.ma quello che contenuto sotto delle.c.d.a.b.e equale al quadrato della.g.adonque etiam lo quadrato della.g.e commensurabile al quadrato de.h.& lo quadrato de.h.e rationale adonque etiam lo quadrato de.g. adonque (per la diffinitione de questo) la linea.g.e rationale & quella e la potente in la area contenuta sotto delle due linee.c.d.&.a.b.adonque se una area sera compresa sotto a uno residuo, & lo restante che segue, che era da demostrar.

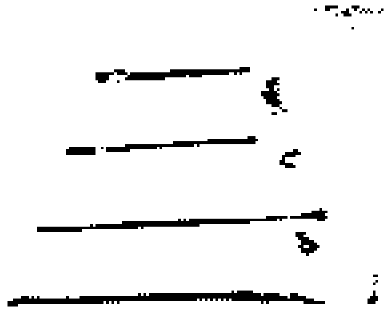
Il Tradottore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee.a.b.&.c.d.alla superficie contenuta sotto delle due.k.l.&.c.d.sia si come la linea.a.b.alla linea.k.l.facilmente se verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale e la linea.c.d.

Correlario.

b 114 Per laqualcosa a noi e fatto manifesto che eglie possibile una area rationale esser contenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema.xcii. Propositione.cxvi.



b 115 Infinite linee irrationale, vengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile over medesima a niuna di quelle che erano per avanti.

Sia la.a.una linea mediale, dico che dalla.a.vengono fatte infinite irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia posta sora la linea.b.rationale

& a quello

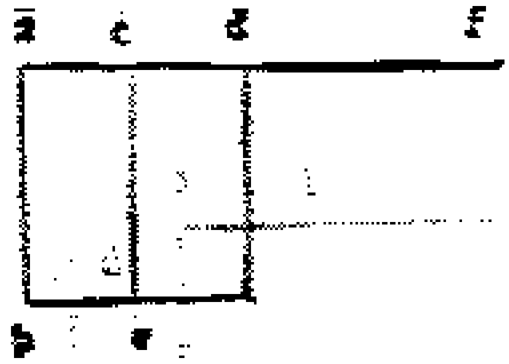
sia quello che e contenuto sotto delle due. a. b. (per la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della. c. adonque la linea. c. e irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale (per la lemma del la vigesima terza de questo) e irrationale & non e simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una. rationale la larghezza fara una mediale, hor sia un altra volta quello che contenuto sotto delle due. b. c. equale al quadrato della. d. adonque el quadrato della. d. e irrationale & similmente la. d. & non e simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a una rationale la larghezza di quella sera simile alla. c. similmente anchora seguitata questo ordine, procedendo in infinito: adonque e manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle e simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

IL procedere di questa Espositione overo propositione e simile a quello per noi posto sopra la. 112. propositione & e un procedere sufficiente e chiaro el qual si puo applicare a cadauna altra delle 13 irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.

SIa la linea. a. c. mediale. Dico che dalla. a. c. vengono fatte infinite linee irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia dritta la linea. a. b. a angoli retti (per la undecima del primo) sopra alla. a. c. & la. a. b. sia rationale & sia compito lo rettangolo. b. c. adonque il detto rettangolo. b. c. (per la vigesima terza di questo) e irrationale & la linea potente in quello e irrationale, anchora per lo lemma avanti la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la. c. d. adonque la. c. d. e irrationale & non e simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational fara per larghezza una linea mediale, un altra volta sia compito lo rettangolo. e. d. adonque lo detto rettangolo. e. d. e irrationale & la linea potente in quello e irrationale & sia la detta potente in quello la. d. f. adonque la. d. f. e irrationale, & non e simile ad alcuna delle prime perche essendo posto el quadrato de alcuna di quelle: cioe d'una simile sopra una rationale fara la larghezza una simile alla. c. d. adonque di una linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.



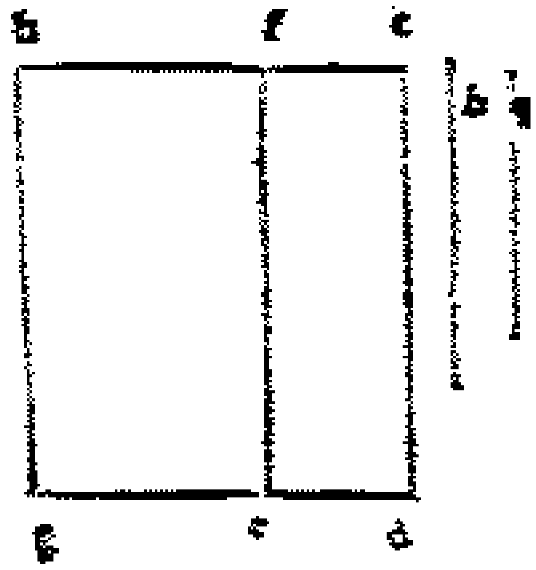
Il Tradottore.

COn questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si pol dimostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle sera simile ad alcuna delle anciane il medesimo se approvera del residuo & di cadauna altra delle sue compagne.

Theorema.xcii. Propositione.cxvii.

116 Ogni linea commensurabile alla linea minore e linea minore.

SIa. a. una linea minore & a questa. a. sia commensurabile la. b. Dico che la. b. e una linea minore & per dimostrare questo sia posta la. c. d. rationale & sopra quella (per la vigesima terza di questo) sia posta la superficie. c. e. equale al quadrato della. a. che sia la larghezza. c. f. adonque la. c. f. e uno residuo & sopra la. f. e. sia posta la. f. g. equale al quadrato della. b. che faccia la larghezza. f. h. adonque perche la. a. e commensurabile alla. b. etiam lo quadrato della. a. e commensurabile al quadrato della. b. & al quadrato della. a. e equale la superficie. c. e. & al quadrato della. b. e equale la superficie. f. g. adonque la superficie. c. e. e com



mensurabile alla.f.g.& si come la.c.e.alla.f.g.cosi e la linea.c.f.alla.f.h.adonque la.c.f.e commensurabile alla.f.h.in longhezza & la.c.f.(per la centesima di questo)e residuo quarto adonque etiam la.f.h.e residuo quarto (p la sexagesima quinta di q̃sto)& la.f.c.e rationale & se una area sia cōpresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto,la linea potente in quella area e linea minore(per la nonagesima quarta di questo)& la linea potēte in la detta area.f.g.e la linea.b.adonque la.b.e linea minore che era da demostrare.

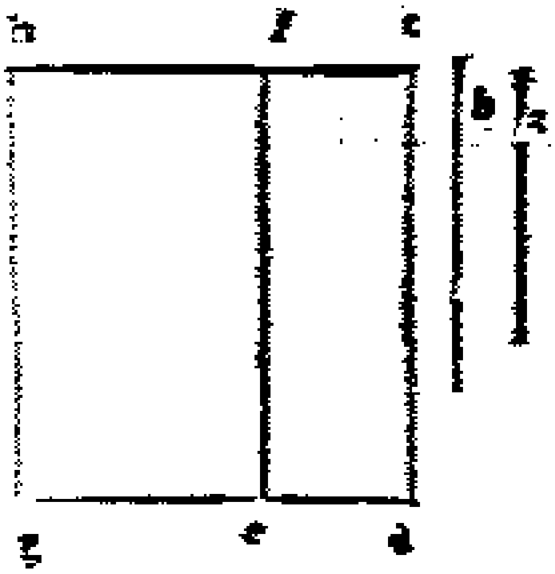
Il Tradottore.

A volere mettere sopra la linea.c.d.la superficie.c.e.equale al quadrato del la.a.ta problema non se puol esequire (per la vigesima ottava del sesto)come dice lo espositore anci alle due linee.c.d.&.a.bisogna (per la decima del sesto)ritrouarvi una terza in continua proportionalita quale sia la.c.f.onde la superficie.c.e.sera equale al detto quadrato della.a.

Theorema.xciiii. Propositione.cxviii.

Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale com-
117 ponente el tutto mediale,e linea gionta con rationale componen
te el tutto mediale.

Sia.a.la linea gionta con rationale co[m]ponente el tutto mediale & la.b.sia commensurabile a quella,dico che la.b.e una linea gionta con rationale componente el tutto mediale,sia exposta la linea.c.d.rationale & sopra la detta.c.d.sia messa la superficie.c.e.equale al quadrato della.a.che faccia la larghezza.c.f.adonque la.c.f.(per la.[illegible] di questo)e residuo quinto,& sopra la.f.e.sia messa la.f.g.equale al quadrato della.b.(per la vigesima ottava del sesto)che faccia la larghezza.f.h.adonque perche la.a.e commensurabile alla.b.adonque lo quadrato de.a.e commensurabile al quadrato de.b.& al quadrato de.a.la superficie.c.e.e equale & al quadrato della.b.e equale la.f.g.adonque la superficie.c.e.e commensurabile alla superficie.f.g.perche la linea.c.f.e commensurabile in longhezza alla.f.h.& la.c.f.e residuo quinto,adonque & la.f.h.e residuo quinto & la.[illegible] e rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale & a uno residuo quinto la linea potente in quella area,e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale(per la nonagesima quinta di questo) & la linea.b.e potente in la detta superficie.f.g.adonque.b.e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale che era da demostrare.



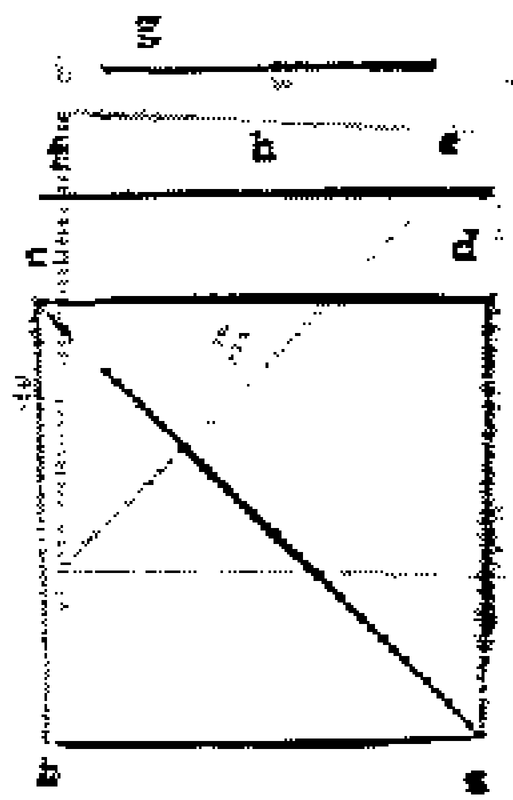
Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo espositore vole che se esequisca per la vigesima ottava del sesto bisogna seruirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta vigesima ottava propositione nō e a proposito.

Theorema.xcv. Propositione.cxix.

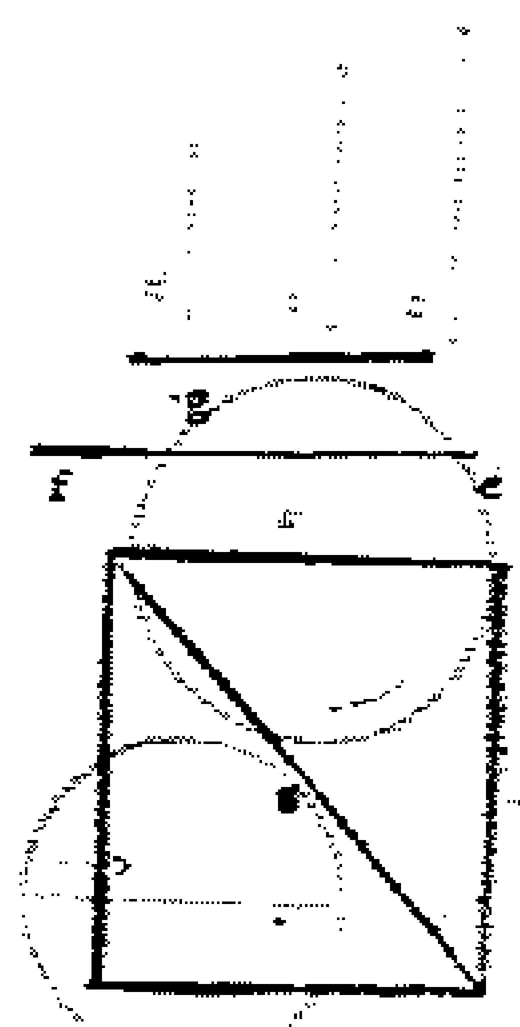
Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate el
118 diametro e incommensurabile in longhezza al lato.

Sia el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quello sia.a.c.dico che lo diametro a.c.e incommensurabile in longhezza al lato.a.b.perche se egli e possibile (per l'adversario)che sia commensurabile,dico che'l adiuenira che'l numero paro,& lo dispare lo disparo sarano un medesimo, certamente egli e manifesto (per la penultima del primo) che el quadrato del .a.c. e doppio al quadrato del .a.b. & perche la .a.c. e commensurabile alla .a.b. adonque la .a.c. alla .a.b. ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero .e.f. al numero .g. & siano .e.f. & .g. li minimi numeri che habbiano la medesima proportione de quelli adonque .e.f. non e la vnita perche se .e.f. e la vnita & ha la proportione al .g. che ha la .a.c. alla .a.b. & la .a.c. e maggiore della .a.b. adonque la vnita .e.f. e maggiore del numero .g. che e impossibile, adonque .e.f. non e la vnita, adonque e numero, & perche e si come la .a.c. alla .a.b. cosi e .e.f. al .g. adonque (per la vndecima del quinto) si come lo quadrato del .c.a. al quadrato del .a.b. cosi e el quadrato del .e.f. al quadrato de .g. & lo quadrato de .a.c. e doppio al quadrato de .a.b. adonque etiam lo quadrato de .e.f. e doppio al quadrato de .g. adonque el quadrato de .e.f. e numero paro per la qual cosa etiam .e.f. e paro perche se el fusse disparo el suo quadrato seria disparo (per la vigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara, etiam el tutto sera disparo, adonque .e.f. e paro sia segato (per la decima del primo) .e.f. in due parti equali in ponto .h. & perche li duoi numeri .e.f. .g. sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la vigesima terza del settimo) sono fra loro primi, & la .e.f. e paro adonque .g. e disparo, perche se el fusse paro lo numero binario misuraria ambiduoi .e.f. & .g. perche el numero paro ha le parti medie & sianti primi fra loro la qual cosa e impossibile, adonque .g. non e numero paro & perche .e.f. e doppio de .e.h. adonque el quadrato de .e.f. e quadruplo al quadrato de .e.h. & lo quadrato de .e.f. e doppio al quadrato de .g. adonque el quadrato de .g. e doppio al quadrato de .h.e. adonque el quadrato de .g. e paro, adonque per le cose dette el .g. e paro & disparo la qual cosa e impossibile e per tanto lo diametro .c.a. non e commensurabile in longhezza al .a.b. adonque egli e incommensurabile.



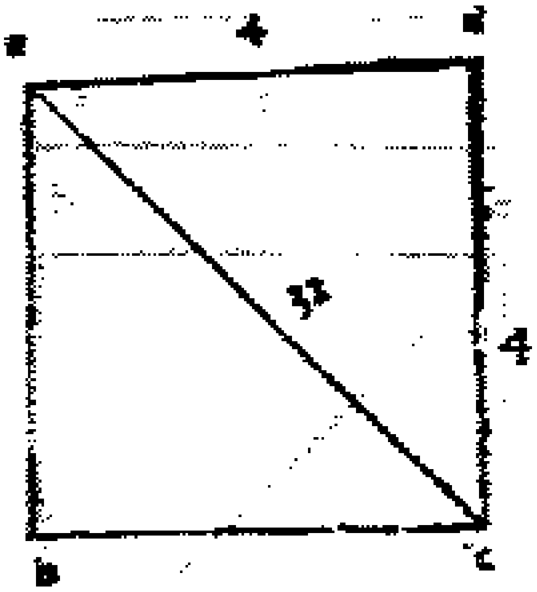
A demostrare il medesimo altramente

Altramente e da esser demostrato che el diametro del quadro e incommensurabile al lato, per el diametro sia .a. & per el lato sia .b. dico che .a. e incommensurabile in longhezza al .b. perche se possibile e (per l'aduersario) sia commensurabile & sia fatto vnaltra volta si come .a. al .b. cosi sia el numero .e.f. al numero .g. & sian li detti numeri .e.f. .g. li minimi di quelli che hanno la medesima proportione, adonque li duoi numeri .e.f. .g. sono primi fra loro, primamente dico che .g. non e la vnita perche se fusse possibile, sia la vnita & perche si come .a. al .b. cosi .e.f. al .g. adonque (per la vndecima del quinto) etiam si come el quadrato del .a. al quadrato de .b. cosi e el quadrato de .e.f. al quadrato de .g. & lo quadrato de .a. e doppio al quadrato de .b. adonque & lo quadrato de .e.f. e doppio al quadrato de .g. & .g. e la vnita adonque el numero binario e numero quadrato la qual cosa e impossibile e per tanto .g. non e la vnita adonque e numero & perche e si come el quadrato de .a. al quadrato de .b. cosi e el quadrato de .e.f. al quadrato de .g. vnaltra volta si come el quadrato de .b. al quadrato de .a. cosi e el quadrato de .g. al quadrato de .e.f. & lo quadrato de .b. misura el quadrato de .a. & lo quadrato de .g. misura el quadrato de .e.f. & per esser supposto per l'aduersario che il lato del quadrato de .b. cioe .b. sia commensurabile al lato del quadrato de .a. cioe al .a. per la qual cosa etiam lo lato del medesimo .g. misura lo lato de .e.f. etiam .g. se misura se medesimo, adonque .g. misura ambidui .e.f. .g. liquali sono primi fra loro la qual cosa e impossibile e per tanto .a. non e commensurabile al .b. adonque e incommensurabile, che bisognaua dimostrare.



Il Tradottore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona laqual nona e la settima in la prima tradottione &c.



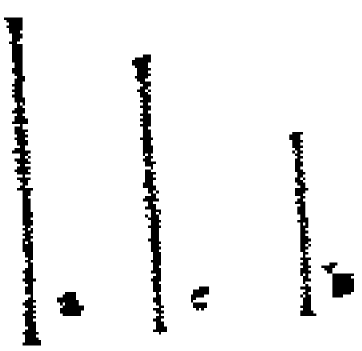
¶ Le infrascritte sono alcune postille over Espianationi sopra la precedente.

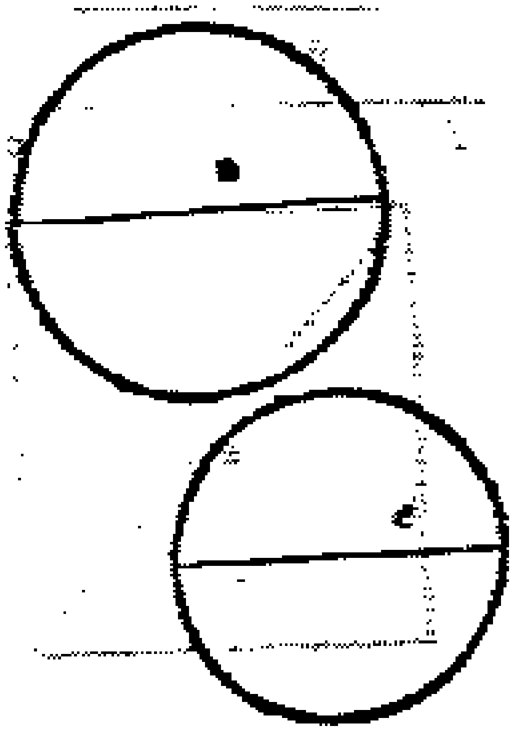
SIa el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quello sia.a.c. & e manifesto che lo triangolo.c.d.a.e isoscelo cioe che quello ha lo lato.d.a.equale al lato.d.c.& similmente lo triangolo.a.b.c.e isoscelo, sia adonque el lato.d.a.de quattro vasi ta,over de quattro piedi,& sia etiam.c.d.quattro,per laqualcosa e manifesto che el quadrato de.d.a.e.16.vasita over.16. piedi & cosi etiam el quadrato de.c.d.e sedeci vasita o ver piedi ma perche el quadrato de.a.c.e equale a quelli duoi quadrati de.d.a.& d.c.si come e stato demostrato in la penultima del primo & e manifesto che el quadrato de.a.c.e doppio al quadrato de.d.a.& lo quadrato de.d.a.e de sedeci vasita adonq el quadrato del diametro sera trenta duoi cioe sedeci doppio,ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantita li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato,ma facendo.32.alcuna quantita non lo misura per il lato ne etiam li quadrati di quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato,perche niun numero quadrato e doppio d'uno altro. adonque lo diametro e incommensurabile in longhezza al lato: perche quello che fa trentaduoi il lato de.5.vasita e de minuti,come lequale cinque vasita con trenta noue e quattro non hanno alcuna commune misura per laqualcosa trenta duoi a sedeci si come detto non ha proportione,come de numero quadrato a numero quadrato,

Il Tradottore.

LA sopradscritta demostratione e assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta dui & cinque vasita e.39. minuti lequale cinque vasita & trenta noue minuti & quattro vasita non hanno alcuna commune misura laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non lo dice in sustantia che el lato del quadrato di trentaduoi sia cinque vasita,e trenta noue minuti & se pur fusti cosi (laqualcosa non e) el detto lato de cinque vasita & trenta noue minuti seria commensurabile alle quattro vasita & la commune loro misura sera uno minuto laqualcosa e fora del proposito,ideo &c.

AL presente delle trouate retre linee.a.b.incommensurabile in longhezza piu altre sorte quantita overo grandezze per le due dimensione vengono trouare,cioe delle superficie incommensurabile fra loro,perche se trouaremo la.c. media proportionale fra le due rette linee.a.b.adonque si come e la.a.alla.b. cosi e qualunque specie de superficie descritta sopra la.a.a la simile descritta sopra la.c.o siano quadrati over altre figure rette linee simile,ouero etiam circhii atorno alli diametri.a.& c.perche certamente li cerchii fra loro sono si come li quadrati delli loro diametri,adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.





Il Tradottore.

ANchora in questa altra sopradscritta Esposizione tal commentatore preuertisse alquanto l'ordine di l'authore massime in quella parte doue dice che li cerchii fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri,laqualcosa per le cose dette & dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa,vero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta,ma non e licito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha notitia ne a vsar di quello che propone il testo.

E Per tanto per le demostrate differentie di due dimensioni delle superficie commensurabili,demostraremo quelle speculationi che sono pertinente alle qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile,perche

si sopra

& sopra quelli quadrati de .a. & .b. costituiremo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouero pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi costituiti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili & se da li dui propositi cerchii destrineremo coni ouero cylindri de equal altezze, seranno fra loro si come le base, cioe si come li cerchii .a. b. & se essi cerchii sono commensurabili, similmente & essi coni e cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchii seranno incommensurabili, anchora li coni e cylindri seranno incommensurabili, & a noi e fatto manifesto che non solamente in le linee, & in li superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se ritroua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le soprascritte cose sono fora de ordine, cioe a voler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscono nel sequente libro.

Fine del libro decimo de Euclide.

INCOMINTIA

LO VNDECIMO LIBRO DI EVCLIDE DI CORPI IN GENERE DA NICOLO TAR- talea Brisciano reintegrato secondo le due tradottioni, & per commune vtilita dal latin in volgare tradotto con espositioni chiare sopra a tutte le diffinitioni, & altri passi oscuri.

Diffinitione prima.

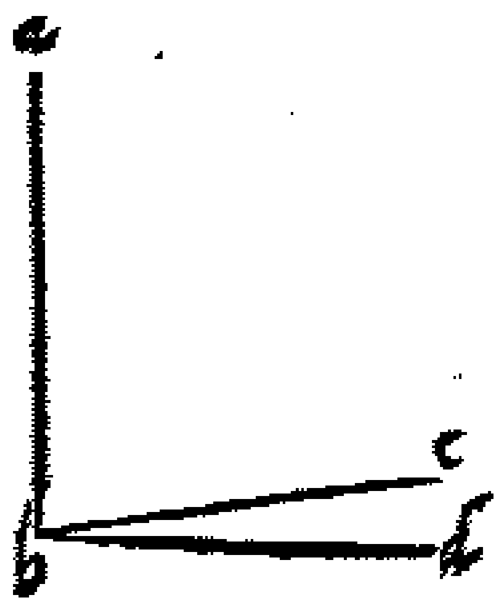
1 El corpo e quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termi-
1 ni dil quale sono superficie.

Il Tradottore.

Questa prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la espongo.

Diffinitione .ii.

2 La linea eretta sopra una superficie e quella che fa li angoli retti, con
2 cadauna delle linee a se contermenale che se ispandano in quella superficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.

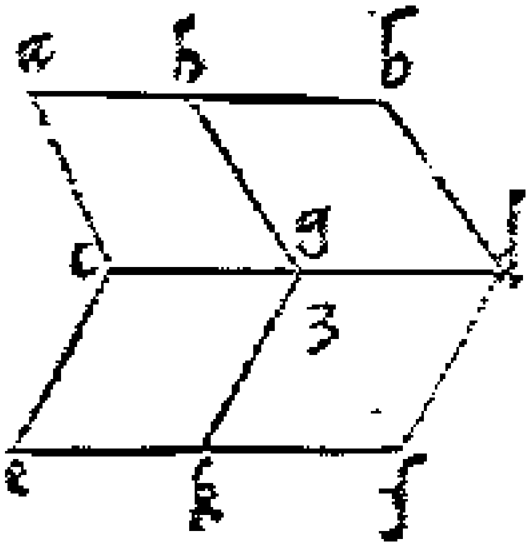


Sia intesa la linea .a.b. elleuata sopra el piano, e dimettemo che'l ponto .a. sia imaginato in aere & .b. in piano & dal ponto .b. sian date piu linee ne medesimo piano, come la .b.c. & .b.d. & quante altre si voglia, a donque se la [illegible] così che la linea .a.b. con la linea .b.c. & con la linea .b.d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto .b. in quel piano contenga angolo retto quella e detta esser perpendicolare a quelle superficie in la quale sono protratte quelle linee cioe .b.c. & .b.d. & altre con le quale quella e posta contenere angolo retto.

Diffinitione .iii.

3 Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo ponto, della linea che e commun termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale contenenti angolo retto lequale sano [illegible] in quelle superficie.

Verbi gratia sia imaginata la superficie .a.b.c.d. [illegible] in aere & la superficie .c.d.e.f. giacere in piano & intendemo la linea .c.d. [illegible] el commun termine de ambedue, e per [illegible] in quella sia signato el ponto .g. dal quale sian [illegible] due linee perpendicolare alla linea .c.d. [illegible] in la superficie .c.d.e.f. laqual sia la .g.k. & l'altra in la superficie .a.b.c.d. la qual sia la .g.h. se adonque l'angolo che contien queste due linee perpendicolari cioe .g.h. & .g.k. sera retto la superficie .a.b.c.d. e detta orthogonalmente eretta sopra la superficie .c.d.e.f.



Diffinitione .iiii.

4 La inclinatione d'un piano a un piano e la comprehensione de l'angolo accuto sotto a quelle linee che sono [illegible] ad angoli retti sopra al commun segmento a uno medesimo ponto in l'uno e l'altro di quelli piani.

Il Tradottore.

La soprascritta diffinitione ne advertisse (per le cose che seguita) che cosa sia [illegible], over che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie la quale inclinatione non e altro che la comprehensione dell'angolo [illegible] a quelle due linee .k.g. & .h.g. della figura della precedente, [illegible] se le dette due linee contenerano angolo retto la superficie .a.b.c.d. sera eretta sopra alla superficie .c.d.e.f. come fu detto sopra alla precedente. Ma quando le dette due linee contenerano uno angolo acuto, la superficie .a.b.c.d. [illegible] esser inclinata sopra alla superficie .c.d.e.f. & la detta inclinatione non e altro (come detto di sopra) che la comprehensione del detto angolo acuto [illegible] che questa diffinitione [illegible] solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione .v.

5 Uno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un altro, a un altro, quando li angoli delle predette inclinationi seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, overo equale delle superficie over piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali [illegible] ouer e equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimile ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione.vi.

4 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte
6 si voglia non concorreno, etiam se quelle siano produtte in infinito.

QVello che e stato detto ci se intende, tamen tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero ch'elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno luoco & se segaranno sopra vna retta linea, ma in le linee rette questo non e necessario, cioe ouero esser equidistante, ouero in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non son in vna medesima superficie, non sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorranno.

Diffinitione.vii.

5 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simi
7 li de numero equale.

Il Tradottore.

VErbi gratia se fusse duoi corpi luno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambiduoi fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamen li detti corpi non seriano simili, perche bisogna che'l numero de le superficie che contien l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fusseno contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambiduoi sotto a otto e pero dice de numero equale.

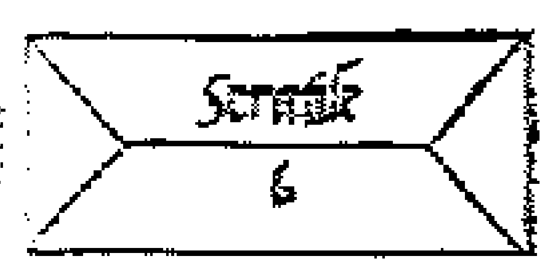
Diffinitione.viii.

5 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono si
8 mili & de numero & quantita equale.

Il Tradottore.

DVoi corpi simili poso esser equali & inequali perche quantunque ambiduoi fusseno contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli di l'uno poso esser di maggiore superficie de quelli de l'altro e pero quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fusseno equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & cosi si debbe intendere se fusseno contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simili de numero & de quantita equale.

Diffinitione.ix.



9 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre so
11 no paralellogramme & due triangole, e detto seratile.

VNo tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & equidistante alli lati delle due superficie di sopra, ha la istessa similitudine del corpo seratile

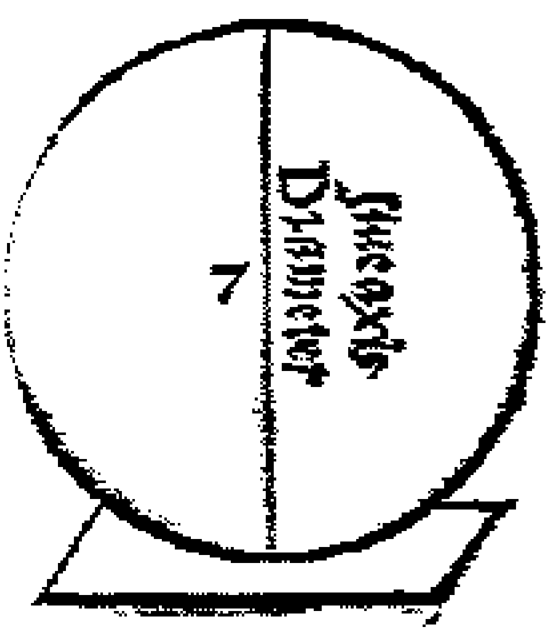
Il Tradottore.

QVesto corpo che di sopra e detto seratile, in la seconda tradottione e detto prisma, vero e che questo nome prisma e piu generale del seratile come per la diffinitione appare in la detta seconda tradottione laquale dice in questa forma.

PRisma e una figura solida compresa da superficie piane delle quale le due che sono dai capi oppositi equale, sono simile & equidistante, le altre sono paralellogramme.

PEr il che seguita che non solamente il seratile se chiama prisma, ma etiam ogni colona laterata, onde seguita che ogni seratile e prisma ma ogni prisma non e seratile, perche prisma e nome generale, e seratile e nome speciale.

Diffinitione.x.



10/12 La sphera e il transito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluersi (stante il diametro fermo e fisso)

Il Tradottore.

CIoe fatto un semicerchio sopra qual si voglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio se meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel se retorni al luocho doue si dette principio a moverlo, quella figura over corpo che vien compreso, over descritto, sotto a tal revolutione se chiama sphera, & questa diffinitione ha insegnato alli artefici il modo di formare le palle di pietra, o daltra materia, & che'l sia il vero el si ha che se uno artefice vol fare una palla di pietra che sia perfettamente al sesto tonda lui forma prima un mezzo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, over di legno, over daltra materia grande, over piccolo secondo la qualita della palla, over palle che desidera formare, poi va scarpellando attorno attorno secondo l'ordine del detto vacuo di mezzo cerchio cioe girando spesso quella forma secondo che va scarpellando & cosi pian piano la reduce a perfettione.

Diffinitione.xi.

11/13 Assis della sphara e la linea che sta ferma, attorno laquale e stato revoltato, el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

QVesta diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual se da ad intendere qualmente quella linea attorno dilla quale vien circondutto el mezzo cerchio (nella descrittione della sphera) se adimanda assis della detta sphera laqual assis vien a essere el diametro del detto mezzo cerchio circondutto

Diffinitione.xii.

El centro della sphera e quello che e etiam centro del mezzo cerchio.

12/14 Il Tradottore.

QVesta diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara altramente non la sponzo.

Diffinitione

Diffinitione.xiii.

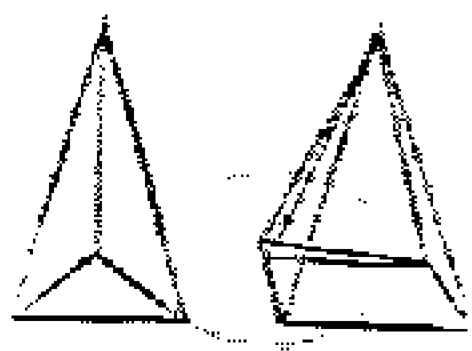
15 Dimetiente della sphera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di essa sphera

Il Tradottore.

Questa diffinitione similmente si ritrova solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra assis de sphera & dimetiente over diametro di sphera, havendo di sopra nella vndecima diffinitione diffinito lassis della sphera, & in questa diffiniendo lo dimetiente over diametro perliche tengo che la intentione di l'auttore sia che dimetiente di sphera sia nome generale & assis de sphera sia speciale cioe che ogni assis di sphera e etiā diametro, over dimetiente di tal sphera ma non e converso cioe che ogni diametro, over dimetiente di sphera nō e assis di tal sphera ma solamente lassis e quello sopra dil quale gira over si volta la detta sphera, perlicha ha voluto diffinir lassis differentemente dal diametro over dimetiente.

Diffinitione.xiiii.

11 Piramide laterata e una figura corporea laquale le superficie che la
10 contien da una restante delle quale sono in suso erette a uno ponto opposito.

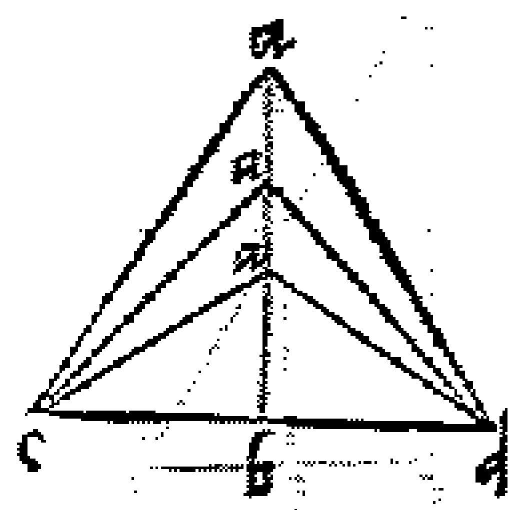


IN ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla basa della detta pyramide sono sublevate a vnpōto elqual e detto cono della pyramide, & tutte queste superficie laterale sono triangole: & la basa frequentemente non e triangola.

Diffinitione.xv.

15 Piramide rotonda e una figura solida, & e el transito del triangolo
16 rettangolo (stante fermo e fisso l'uno di suoi lati continenti l'an-
17 golo retto) & circondutto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al luoco doue comincio a esser mouesto, & sel lato fisso sera equale al lato circondutto la figura sera rettangola: & sel sera piu longo sera acutiangola, & sel sera piu corto sera ottusiangola, & lassis de detta figura e il lato fisso, & la basa sua uno cerchio & questa figura e detta piramide della colonna rotonda.

Sia el triangolo.a.b.c.elqual habbia vno angolo retto elqual sia.b. & sia ficando & fermado l'uno di duoi lati continenti l'angolo retto.b.& sia lo lato che e ficado.a.b.elqual fisso sia circondutto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comincio a mouersi, la figura corporea laqual vien descritta dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, della quale sono tre differentie, perche vna e rettangola laltra e acutiangola la terza obtusiangola, & la prima e quando il lato.a.b.sera equale al lato.b.c.hor sia come la linea.a.b.c.quando dal tocato triangolo peruien al sito della linea.b.d.talmente che el ponto.c.cada sopra el ponto.d.& sia fatto vna sol linea cioe come quella allhora sia congionta al sito dal quale comincio a mouersi secondo la rettitudine, & sera la linea in questo luoco come la.b.c.d.& perche (per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo) l'angolo.c.a.b.e la mita del retto e pero l'angolo.c.a.d.sera retto perliche questa pyramide e detta rettangola ma sel lato.a.b.sia piu longo del lato.b.c.sera acutiangola perche allhora (per la trigesima



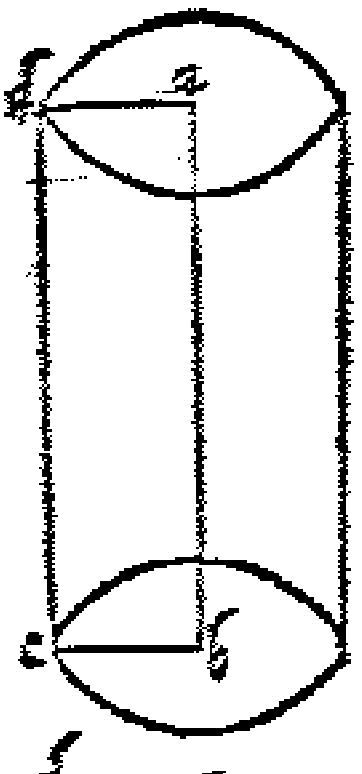
seconda del primo & per la decimanona del medesimo) l'angolo.c.a.b. sera minor della mita del retto e pero tutto l'angolo.c.a.d.e minor del retto cioe acuto. per laqual cosa la pyramide e acutiangola. Ma se l'asse.a.b. sera piu corto del lato.b.c.sera lo angolo.c.a.b.maggiore della mita di uno retto (per la trigesima seconda del primo & (per la decima nona del medemo) & tutto l'angolo.c.a.d. elqual e doppio al detto.c.a.b.e maggiore del retto, adonque e obtuso & la pyramide convenientemente al presente se dice obtusiangola, & la linea.a.b.e detta asse de questa pyramide, & lo circolo che descrive la linea.c.b.sopra el centro.b.e detto basa de quella, anchora questa e detta pyramide della colonna rotonda, cioe di quella che descriveria (dal moto suo) il parallelogrammo che perviene dal lato.a.b.&.b.c.stante fermo & fisso il lato.a.b.

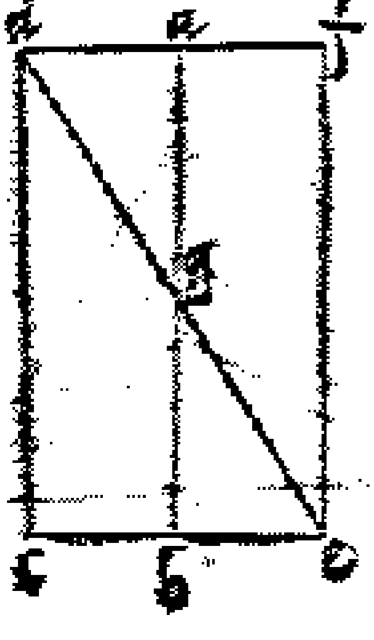
Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda nella seconda tradottione e detta cono & non pyramide, & medesimamente da Appollonio pergeo & da Archimede Syracusano sono per dette coni & non pyramide le specie di questi coni dal detto Appollonio pergeo sono altramente diffinite & insieme come nella opera sua appare, & similmente da Archimede.

Diffinitione.xvi.

14 La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cer
15 chii piani in le estremita e crassitudine cioe le altezze equale fa il vestigio del parallelogrammo rettangolo fermato el lato che contene l'angolo retto, & la detta superficie circondutta per fin a tanto che la torni al luogo suo & chiamase questa figura colona rotonda Onde della colonna rotonda & della sphera & del cerchio sia uno medesimo centro.





Sia lo parallelogrammo rettangolo.a.b.c.d.& sia fermado lo lato.a.b.& quello fisso sia circondutto tutto lo parallelogrammo per fina a tanto che'l ritorni al loco suo adonque la figura corporea descritta dal moto di questo parallelogrammo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchii sono di quali e quello che descrive la linea.c.b. nel moto suo el centro del quale e il ponto.b.& l'altro e quello che designa la linea.d.a.nel moto suo el centro del quale e il ponto.a.& la linea.a.b.(laqual rimane ferma nel moto del parallelogrammo) vien detta asse di questa colonna, & quando haveremo immaginato lo parallelogrammo.a.b.c.d.quando quello sera pervenuto (nel suo giro) al sito.a.b.e.f.esser congionto al sito (dal qual comincio a moverse) secondo la continuatione d'una superficie piana cioe che tutto sia lo parallelogrammo.d.c.e.f.& che in quello haveremo protratto lo diametro.d.e. sera anchora lo diametro.d.e. diametro della colonna, & perche el se dice esser uno medesimo el centro della colonna & della sphera & del circolo, questo debbe esser inteso conciosia che de questi la linea diametrale e una medesima, verbi gratia perche havemo detto che la.d.e.e necessario havere il medesimo con el centro della colonna, perche conciosia che la linea.d.e.seghi la linea.a.b.in ponto.g.&.g.sera el centro della colonna, perche la divide l'asse della colonna in due parti equale & lo diametro della colonna per in due parti equali laqual cosa e manifesta (per la.26.del primo) perche li angoli che sono al.g.sono equali per la quintadecima del primo & li angoli che sono al.a.& al.b.sono retti (dal presupposito) anchora la linea.a.d.e equale alla linea.b.e.adonque.d.g.e equale al.e.g.&.a.g.e equale al.g.b. conciosia che li angoli.e.&.d.sono posti se sopra el ponto.g.sera descritto uno cerchio secondo el spatio d.g. sopra la linea d.e. quel transira (per lo conuerso della prima parte della trigesima del terzo) per li ponti c.a.f. adonque el ponto g. e centro del cerchio el diametro del quale e el diametro della colonna e pero e diametro etiam della sphera, per la qual cosa e manifesto che el cerchio & la sphera de ogni colonna rotonda eser circonscriuibili a ogni parallelogrammo rettangolo & cosi e manifesto quello che uol questo theorema.

Il Tradottore.

Questa figura colunnale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda tradottione se chiama cylindro pero bi sogna notare che tanto vol dire vno cylindro quanto vna colonna rotonda & similmente da Archimede e per detta cylindro vocabol greco.

Diffinitione.xvii.

0 L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa la quale se uol

19 ta lo parallelogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli opposti lati circondanti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione.xviii.

15 Lo angolo corporeo ouer solido e quello che compreso sotto a piu

5 de doi angoli piani constituidi a uno medesimo ponto, liquali non siano situati in una medesima superficie.

Doi angoli piani non ponno constituire vno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, anchora li angoli piani constituenti vno angolo solido conuien che questi non siano situati in vna medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente vno angol piano a quelle non conuien eser applicate secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione.xix.

16 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le piramide de

20 quelle sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde sera la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua basa, si come l'assis dell'altra al diametro della sua basa, quelle due colonne ouer pyramide sono dette eser fra loro simile.

Diffinitione.xx.

0 El cubo e una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

21

Il Tradottore.

El dado con el qual se gioca e fabricato de figura cubica.

Diffinitione.xxi.

21 Lo otto base e una figura solida contenuta sotto di otto triangoli e-quali & equilateri.

Diffinitione.xxii.

23 El dodeci base e una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione.xxiii.

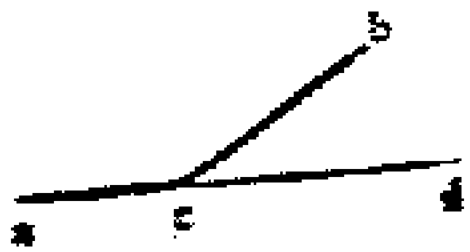
24 Lo vinti base e una figura solida compresa sotto di vinti triangoli equali & equilateri.

Il Tradottore.

QUeste quattro ultime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda tradottione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte volte si ispriméno (per breuitate [illegible]) secondo il sermon greco cioe al vintibase se gli dice icocedrum al dodecibase diodecedron, ouer dodecahedrum al otto base, octahedrum ouer octocedrum al cubo, exedrum ouer exaedron alla pyramide di quattro base o triangoli equilateri, tetrae drum ouer tetraedron ouer tetracedron & pero bisogna in cio auertire.

Theorema prima Propositione prima.

1/1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto

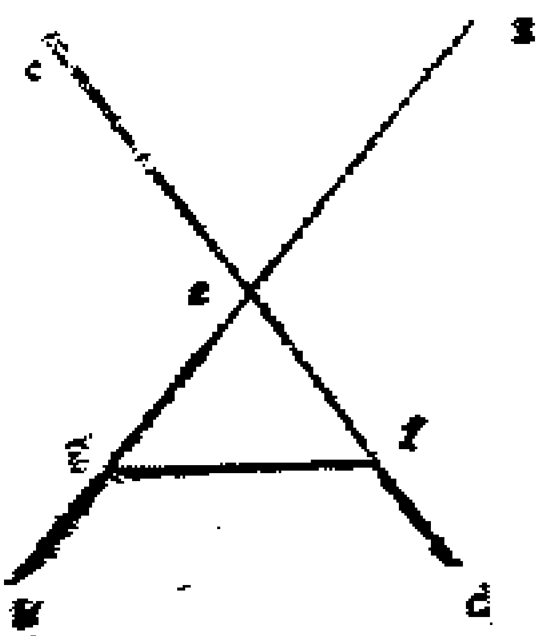


SIa la linea retta.a.b.dico chel non e possibile che parte di quella sia in piano & parte eleuata in suso, perche segue possibile sia la parte.a.c.di quella sta in piano, & parte di quella laqual e.c.b.posta in alto & sia protratta la.a.c.directamente inel piano nel quale esta e sia per fino al.d.& sera che a una & a quel la medesima linea laqual e la linea.a.c. sian aggionte, due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee.c.b.&.c.d.) in vna medesima parte direttamente: laqual cosa e impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema.ii. Propositione.ii.

Ogni due linee delle quale l'una sega l'altra sono site in una superficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.

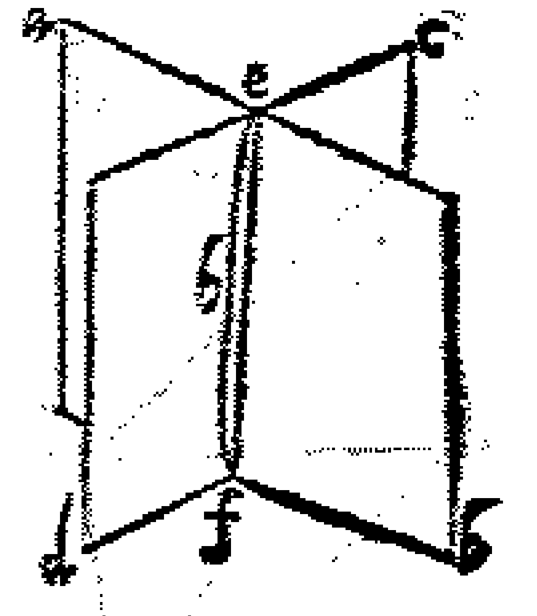
2/2 SIano le due linee rette.a.b.&.c.d.segandose fra loro in ponto.e.dico quelle esser in vna superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in vna superficie. & per dimostrar questo sia signato il ponto.f.in la linea.c.d.& lo ponto.g.in la linea.a.b.& sia dutta la linea.f.g.La causa adonque cioe perche el sia impossibile che del triangolo.e.f.g.esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche anchora l'una ouer piu delle sue linee terminale: similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto & conciosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora sera impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo.e.f.g.e in vna superficie, e per tanto da questa seconda parte, & dalla premessa e manifesta la prima parte de questa seconda propositione.



Theorema.iii. Propositione.iii.

La communa settione d'ogni due superficie piane fra lor segante e una linea retta.

3/3 SIano adonque le due superficie piane.a.b.&.c.d.lequale se seghino fra loro, Dico che la commuma settione de quelle sera vna linea retta, hor sia li duoi ponti.e.&.f.li termini della commune settione de quelle liquali sian continuati per linea retta laqual sia.e.f.se adonque la linea.e.f.non sera l'altra delle due superficie

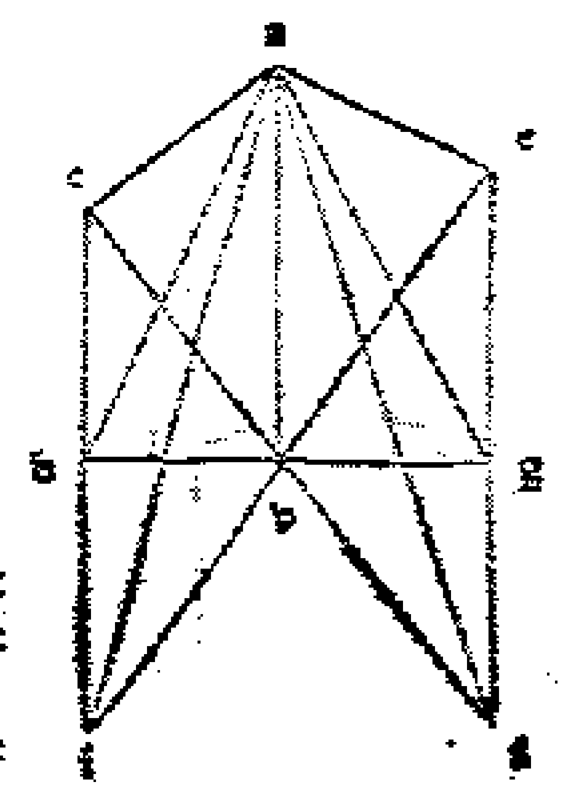


perficie.a.b.&.c.d.e manifesto el proposito,ma se la nõ e in l'una ne in l'altra over che la sia in l'una o l'altra di quelle,concossia che ambidui li ponti.e.&.f.siano in l'una e l'altra delle superficie.a.b.&.c.d.in quella superficie in laquale essa nõ sera,sia protratta vna linea retta laqual sia la.e.h.f.adonque seranno due linee rette.e.f.&.e.h.f.lequale hanno dui termini communi che e impossibile, perche essendo cosi due linee rette inchinderiano superficie laqualcosa e contra alla vltima petitione del primo libro.

Theorema.iiii. Propositione.iiii.

4 Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante,sera erreta
4 una linea orthogonalmente quella sera perpendicolare alla medesima superficie.

Sia la linea.a.b.orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee.c.d.&.e.f.fra lor segante in ponto.b.delle quale e manifesto(per la auanti alla precedente)che elle sono site in vna superficie,dico che la linea.a.b.e perpendicolare alla superficie di quelle,& per dimostrar questo siano fatte le.c.b.&.b.d.equale & la.f.b.& la.b.e.equale & siano protratte le linee.e.d.&.c.f.lequale seranno equale(per la quarta del primo)& equidistante per la vigesima settima del medesimo,adonque da alcun signato ponto in la linea.c.d.(el qual sia.g.)sia dutta la linea.g.b.h.&(per la.26.del primo)e.g.sera equale al.f.h.adonque dal ponto.a.(over da qual si voglia ponto in la linea.a.b.)siano protratte vniuersalmente le linee.a.c,a.d,a.e,a.f,a.g,a.h.&(per la quarta del primo)la.a.c.sera equale alla.a.d.& la.a.e.eqle alla.a.f.anchora(per la.8.del medesimo)l'angolo.a.c.d.sera eqle all'angolo.a.f.e.adonque(per la.4.del medesimo)sera la.a.g.equale alla.a.h.e pero(per la.8.del medesimo)l'angolo.a.b.g.sera eqle all'angolo.a.b.h.per laqualcosa(p la diffinitione)l'un e l'altro e retto & la linea.a.b.perpendicolare alla linea.g.h.anchora cõ simel modo se approuera la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto.b.in la superficie delle due linee.c.d.&.e.f.adonque(p la diffinitione)e manifesto la linea.a.b.esser perpendicolare alla superficie in la quale sono site le due linee.c.d.&.e.f.fra loro secante che e il proposito.



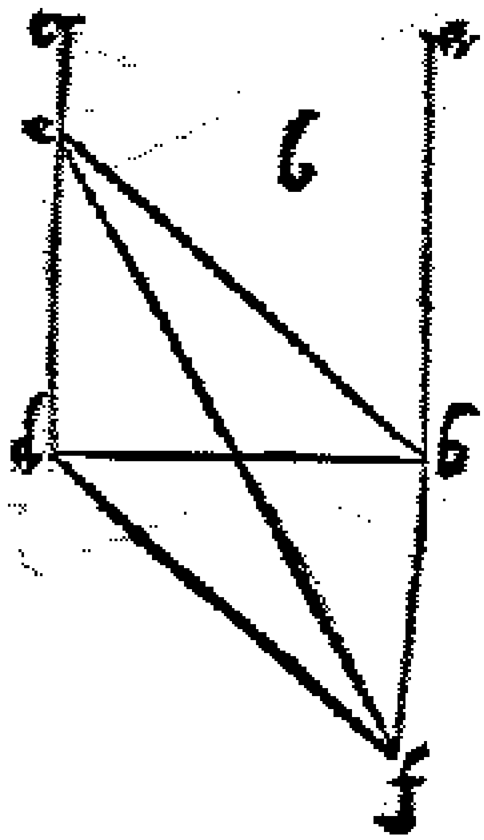
Theorema.v. Propositione.v.

5 Se alcuna linea retta stara eretta orthogonalmẽte sopra tre linee ret
5 te dal cõmmun termine di qlle,quelle medeme tre linee serãno poste in una superficie.

Sia la linea.a.b.eretta orthogonalmente sopra el cõmun termine delle tre linee.b.c.b.d.b.e.congiongente fra lor angolarmente in põto.b.delle qle niuna sia applicada all'altra directamente che e el medemo & fra lor insieme se segaria no in põto.b.pche protratte se segariano.Dico che le tre linee.b.c.b.d.b.e.son poste in vna supficie hor pche egli e manifesto che qlunque due di qlle che son poste in vna supficie(p la secõda di qsto)over(per la prima parte della.2.di qsto)adonq se la linea.b.d.(p l'aduersario)nõ sera in la supficie delle due linee.b.c.b.e.ma qle due in piano e qlla in alto,sera che qlle supficie in laqle sono poste le due linee.a.b.&.b.d.se seriano protratte(& p quello che e noto sopra la.6.diffinitione)segaria qlla in laqle son poste le.b.c.&.b.e.&(p la.3.di qsto)la commune settione de qlle sera una linea retta & qlla sia.b.f.adonq pche(p la pncedẽte)la linea.a.b.e pperndicolare alla supficie delle due linee.b.c.&.b.e.seguita(p la diffinitione)che qlla sia pperndicolar alla linea.b.f.p laqlcosa l'angolo.a.b.f.e retto p il che anchora che l'angolo.a.b.d.sia retto dal pposito seguita l'impossibile cioe la parte esser equale al suo tutto.

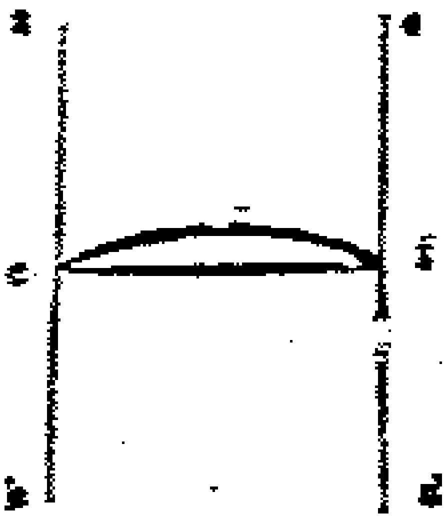
Theorema.vi. Propositione.vi.

6 Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie e necessa-
6 rio quelle esser equidistante.



Siano le due linee.a.b.&.c.d.perpendicolari a vna superficie, Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea.b.d.(per la diffinitione) li duoi angoli.a.b.d.&.c.d.b.seranno retti adonque se le due linee.a.b.&.c.d.sono in vna superficie quelle sono equidistante(per la seconda parte della vigesima ottaua del primo)& cosi se apprende quelle esser in vna superficie dal ponto.b. sopra la linea.b.d.(nel piano al qual stanno perpendicolarmente. a.b.&.c.d. protrahe orthogonalmente la linea.b.f.& dalla linea.d.c.torrai.d.e.equale alla b.f.& protrahe le linee.e.b.&.e.f.&.d.f.adonque li duoi lati.e.d.&.d.b.del triangolo.e.d.b.seranno equali alli duoi lati.f.b.&.d.b.del triangolo.f.d.b.& l'angolo.e.d.b.equale all'angolo.f.b.d.(conciosia che l'uno e l'altro sia retto)adonque per la quarta del primo la linea.b.e.e equale alla linea.d.f. anchora conciosia che li dui lati.e.b.&.b.f.del triãgolo.e.b.f.siano equali alli dui lati.f.d.&.d.e.del triangolo.f.d.e.& la basa.e.f.communa(per la ottaua del primo)l'angolo.e.b.f.sera equale all'angolo.f.d.e.conciosia che l'uno e l'altro sia retto perche adonque l'angolo.f.d.e.e retto(per la diffinitione)etiam langolo.e.b.f.sera retto adonque la linea.f.b.sera perpendicolarmente e eretta sopra el cõmune termine delle tre linee.b.a.b.d.b.e.contingente fra loro angularmẽte in ponto.b.per laqualcosa (per la precedente)quelle sono in vna superficie adonque conciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea.c.d.sia in la medesima superficie cõ luna e laltra delle linee.e.b.&.b.d.seguita le due linee.a.b.&.c.d.esser in vna superficie adonque e manifesto el proposito.

Theorema.vii. Propositione.vii.



7 Se da duoi ponti signati in due linee equidistante sia dutta vna li-
7 nea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser costituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono costituide quelle due linee.

Siano le due linee.a.b.&.c.d.equidistante delle quale e manifesto(per la diffinitione)che esse sono in vna superficie, sia signato in quelle li duoi ponti.e.& f.& sia produtta la linea retta.e.f.Dico adonque la linea.e.f.esser posta ouero sita in la superficie delle due linee.a.b.&.c.d.& essendo altramente(per l'aduersario) sia.e.f.in vna altra superficie che depende di sopra laqual superficie se la sera protratta necessariamente segara la superficie in laquale sono site le due linee b.&.c.d.&(per la terza di q̃sto)la cõmune settione di quelle sera vna linea retta terminata alli medesimi ponti,laqualcosa e impossibile perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.

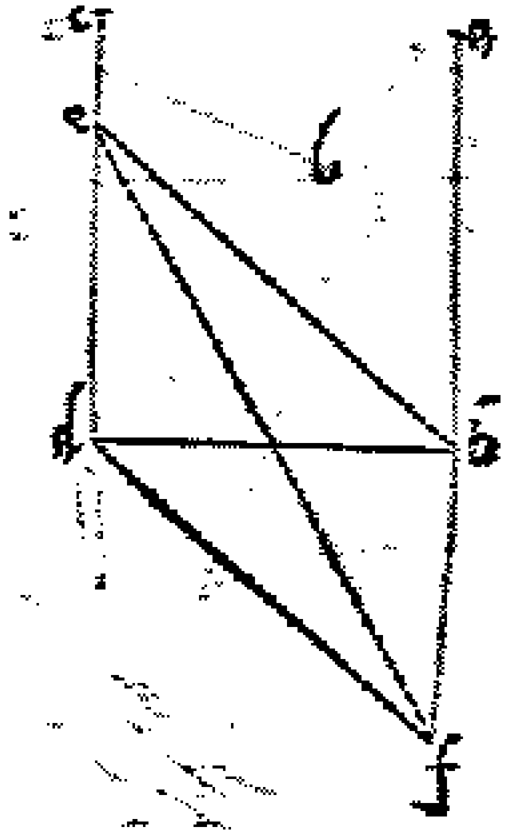
Theorema.viii. Propositione.viii.

Se seranno due linee rette,equidistante,& una di quelle sia perpen-
8 dicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conuien essere perpen-
8 dicolare al medesimo piano.

Questa e quasi el conuerso della sesta,hor siano le due linee.a.b.&.c.d.equidistante & sia vna di quelle poniamo la.c.d.perpendicolarmente sopra a qual si voglia superficie.Dico che l'altra di quelle laqual e.a.b.esser perpendicolar alla medesima superficie,perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione che in ella sesta,& sera(come in quella)che l'uno e l'altro di duoi angoli.e.d.b.&.f.b.e.sia retto,el primo per la positione & lo secondo per la ottaua del primo per laqualcosa(per la quarta de questo) la linea.f.b.e perpendicolarmente

erecta

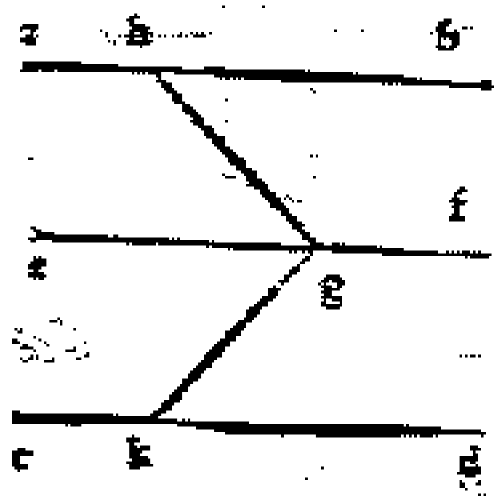
erretta sopra la superficie in laquale sono le due linee.b.d.&.b.e.conciosia che per la precedente le due linee.a.b.&.c.d.siano in la medesima superficie con le due linee.b.d.&.b.e.seguita la linea.f.b.esser perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale e la linea.b.a.(per la diffinitione)adonque sera langolo.f.b.a.retto.& perche etiam l'angolo.d.b.a.e retto(per la ultima parte della vigesima nona del primo)seguita(per la quarta de questo)la linea.a.b.esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee.b.d.& b.f.per laqual cosa e manifesto el proposito.



Theorema.ix. Propositione.ix.

9 Se due linee seranno equidistante a una medesima linea & non in
9 una superficie, anchora quelle e necessario esser fra lor equidistante

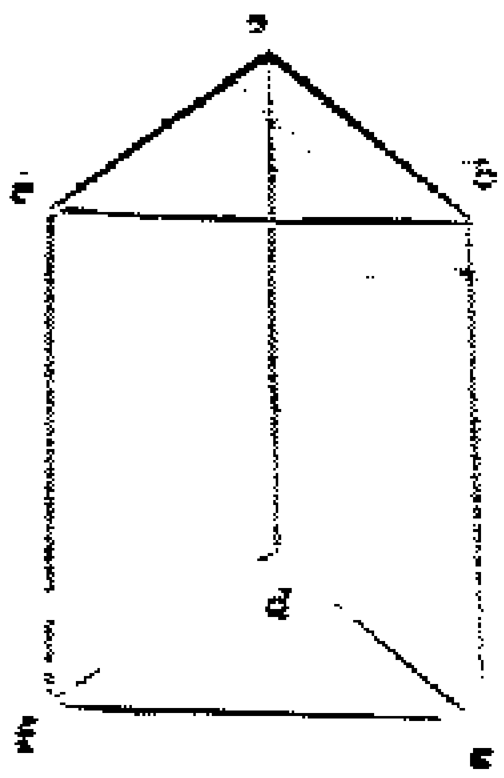
Sia l'una e l'altra delle due linee.a.b.&.c.d.equidistante alla linea.e.f.ne siano tutte in vna superficie. Dico che le medesime anchora fra loro insieme sono equidistante(de quelle che sono tutte in vna superficie eglie stato approuato per la trigesima del primo)hor in questo loco ci resta ad approuar de quelle che non sono in vna superficie come in questo che la.e.f.e messa de sito eretta in alto, adonque sia signato in quella el ponto.g.dal qual siano dutte le due perpendicolare alle due linee.a.b.&.c.d.lequale siano.g.h.&.g.k.&(per la quarta di questo)la linea.e.f.sera perpendicolare alla superficie(cioe a quella in laquale sono situate le due linee.g.h.&.g.k.)adonque(per la precedente tolta due volte)l'una e l'altra de quelle due linee.a.b.&.c.d.e perpendicolare alla medesima superficie cioe a quella in laquale sono situade le dette due linee.g.h.&.g.k.(per la sesta propositione di questo)adonque quelle sono fra loro equidistante che e il proposito.



Theorema.x. Propositione.x.

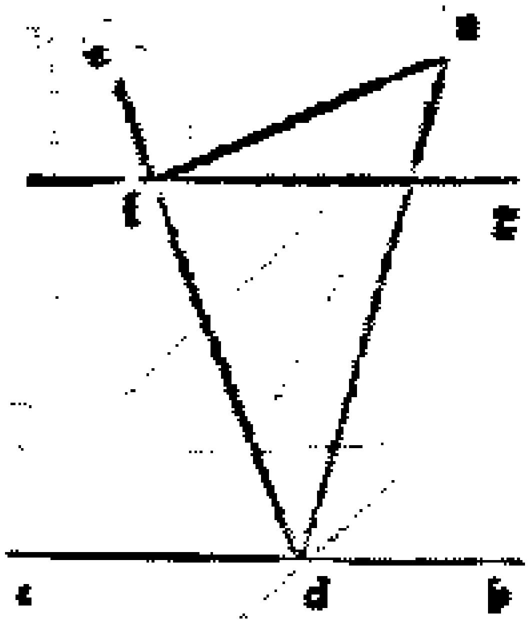
10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equi-
10 distante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, & non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se prouano fra loro esser equali.

Siano le due linee.a.b.&.a.c.che si tocchino fra loro angularmente in ponto.a.equidistante a altre due lequale siano.d.e.&.d.f.fra loro anchora si tocchino in ponto.d.ne siano con quelle in vna superficie. Dico l'angolo.a.esser equale all'angolo.d.hor sia tatta la linea.d.e.equale alla linea.a.b.alla quale e posta esser equidistante,& la.d.f.equale alla.a.c.alla quale etiam e posta equidistante da quella & siano dutte le linee.d.a.&.e.b.&.f.c.&(per la trigesima terza del primo)seguitara due volte l'una e l'altra delle due linee.b.e.&.c.f.equale & equidistante alla linea.a.d.(adonque per la concettione & per la precedente)le medesime sono fra loro equale & equidistante adonque(per la trigesima terza del primo de nouo repetita)& le due linee.b.c.&.e.f.sono etiam equale & equidistante, adonque(per la ottaua del primo e manifesto il proposito)



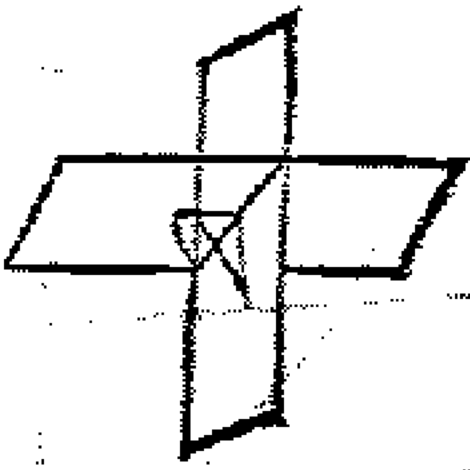
problema primo. Propositione.xi.

11 Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condure una per-
11 pendicolare a una data superficie.



SIa el ponto.a.di sopra in aere del quale volemo condure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, adonque in quello piano sia dotta la linea.b.c.(come a caso cadera) alla quale dal detto ponto.a. sia dutta la perpendicolare.a.d.secondo la dottrina della.12.del primo, & vnaltra volta dal ponto.d.in questo piano (al quale e da esser dutta la perpendicolare dal ponto.a.) sia ciratta la linea.d.e.laqual sia ppendicolare alla linea.b.c.(cõe insegna la.11.del p°io) Anchora a questa linea.d.e.sia dotta vnaltra linea perpendicolare dal ponto.a. laqual sia.a.f.questa dico esser quella laquale intendamo, & per dimostrar questo sia tirata la linea.f.g.equidistante alla linea.b.c. & perche l'uno e l'altro di duoi angoli.b.d.a.&.b.d.f.e retto (per la quarta de questo) la linea.b.d.sera perpendicolare alla superficie in laquale e el triangolo.a.d.f. e pero etiam (per la ottaua de questo) la linea.g.f.sera perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo.g.f.a.sera retto, & concesso anchora che l'angolo.d.f.a.sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea.a.f.esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee.d.f.&.f.g.che e il proposito.

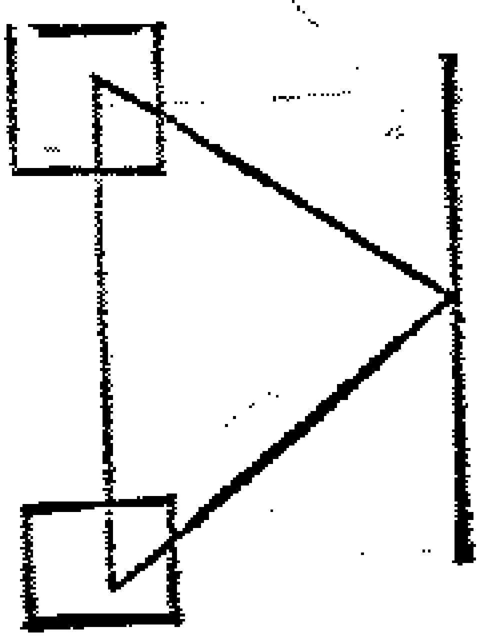
Problema.ii. propositione.xii.



12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella potemo
12 da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.

QVando da vn ponto signato in vna proposta superficie desiderarai di condur vna perpendicolare, da vn altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai vna perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la caschara nel ponto assignato lei sera quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto, da quello medesimo assignato ponto tu ducerai vna equidistante alla condutta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) te apparera esser quella che tu cerchi.

Theorema.xi. Propositione.xiii.



13 Eglie impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonal
13 mente a una superficie.

PErche seglie possibile (per l'aduersario) che due linee rette a vna medesima superficie siano perpendicolarmente sopra vn ponto, la superficie in laquale esse perpendicolare sono sitate sia intesa esser produtta per fina a tanto che la giri la superficie alla quale le dette linee siano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la commune settione di quelle, sera vna linea retta, & perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune settione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqualcosa e impossibile, & si come che di sopra hauemo dimostrado esser impossibile da vno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie cosi anchora demostraremo esser impossibile, da vno medesimo ponto fora d'una superficie signato protrare due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo possibel fusse (per l'aduersario) quelle sariano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqualcosa e impossibile (per la diffinitione delle linee equidistante) adonque da questa e manifesto che se alcuna superficie piana segara vna altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dutta vna perpendicolare alla superficie segata quella e necessario cadere in la commune settione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta vna ppendicolare alla commune settione de quelle come insegna

insegna la duodecima del primo, & dal ponto nel qual taglia con la commune settione vnaltra perpendicolare sia dutta alla medesima commune settione in la superficie segata come insegna la vndecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra vnaltra, l'angolo che contieneno quelle due linee perpendicolare, e retto, per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de quelle due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie segata, adonque da vno ponto sono protratte due linee perpendicolari a vna medesima superficie laqualcosa e impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

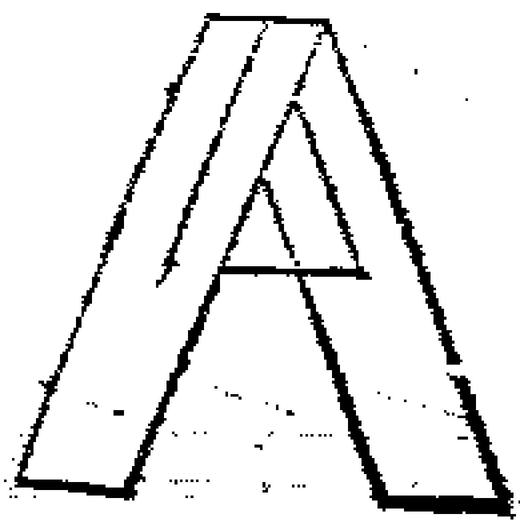
Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mai si pol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol con parole se depinge siche non e difficile.

Theorema.xii. Propositione.xiiii.

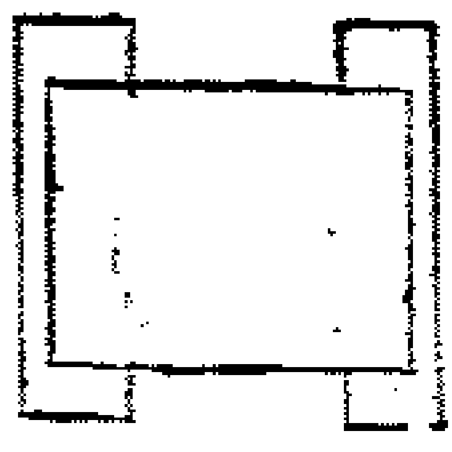
14 Se una linea stara orthogonalmente sopra due assignate superficie
14 Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.

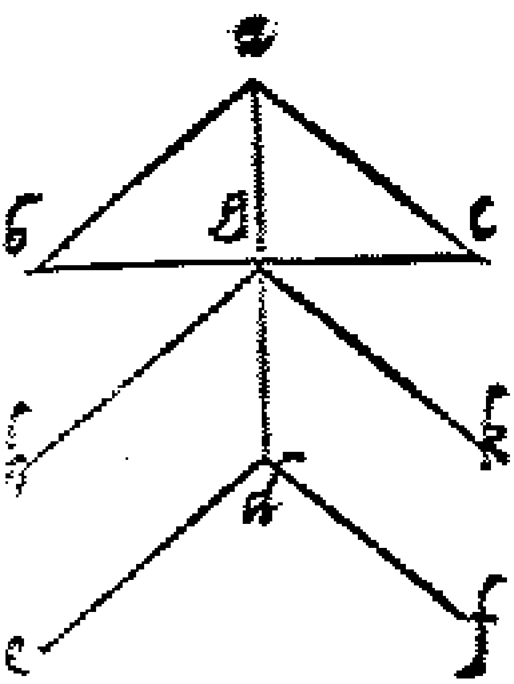
Sia posta vna linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile e (per l'adversario) quelle due superficie concorrere in la commune settione de quelle laquale (per la terza di questo) sera una linea retta, & sia signato vno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale superita perpendicolarmente sopra a quelle, & sera constituito vno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno e l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li sono sopra la perpendicolare) e retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra vna superficie, & questo e impossibile (per la trigesima seconda del primo.



El converso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti cascara una linea retta laqual sia perpendicolare a una di quelle anchora quella sera perpendicolare all'altra.

Sia intesa due superficie poste equidistanti vna linea retta penetrante ambe due quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sia perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrare tal cosa sia intesa vna superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune settione de questa superficie segante & dell'una delle segate cioe de quelle alla quale la linea penetrante e posta stare perpendicolarmente contenera angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendiculare ad una superficie, adonque se l'altra commune settione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenera angolo retto (per la vigesima settione del primo) seguira che quelle due commune settioni in vna parte protratte necessariamente concorreranno per laqualcosa etiam le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno & perche questo e impossibile seguira che quel angolo e retto, & per lo medesimo seguira de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistante sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, & per questa decima quarta e manifesto essere il vero quello havemo detto.

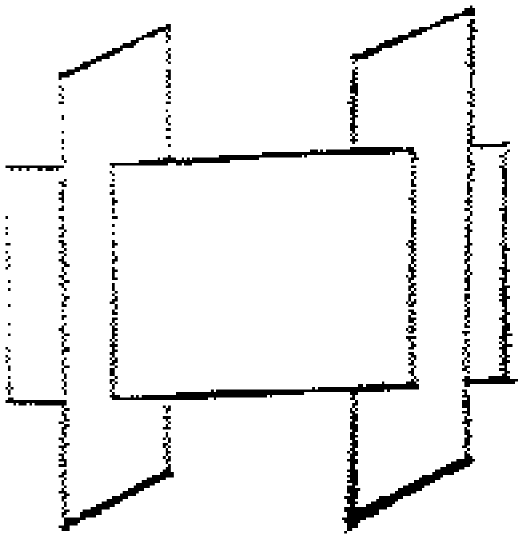




Theorema.xiii. Proposicione.xv.

15 Se feranno due linee che fra loro si tocchino angolarmente, equidi
15 stante a altre due che pur si tocchino angolarmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo prodotte quanto si voglia in niuna parte potran concorrere.

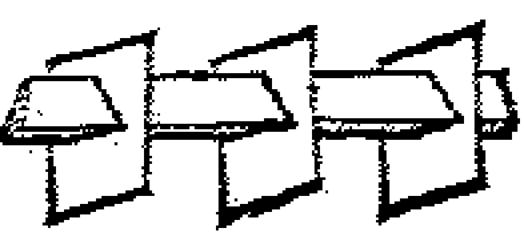
Siano le due linee.a.b.&.a.c.lequale se tocchano angolarmente in ponto.a.equidistante alle due linee.d.e.&.d.f.lequale si tocchano angolarmente in ponto d.& non siano in una superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia e necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia protratta dal ponto.d.(come insegna la quinta de questo) una perpendicolare alla superficie delle due linee.a.b.&.a.c.& sia la.d.g.& dal ponto.g.sia ducta.g.h.equidistante alla.a.b.& la.g.k.equidistante alla.a.c.&(per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli.d.g.h.&.d.g.k.sera retto & (per la nona) la linea.d.f.sera equidistante alla linea.g.k.& la linea.d.e.sera equidistante alla linea.g.h.(per laqual cosa per la ultima parte della vigesima nona del primo l'uno e l'altro di duoi angoli.e.d.g.&.f.d.g.sera retto e pero (per la quarta di questo) la linea.d.g.sera perpendicolare alla superficie delle due linee.d.e.&.d.f.& conciosia che quella sia anchora (per el presupposito) perpendicolare alla superficie delle due linee.a.b.&.a.c.adonque per la precedente e manifesto, che e el proposito.



Theorema.xiiii. proposicione.xvi.

16 Se una superficie segara due superficie equidistante le commune se
16 ctioni feranno equidistante.

E manifesto (per la terza) che una superficie segante qualunque due superficie equidistante, le commune sectioni de quelle serano due linee rette, lequale conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non serano equidistante (per l'adversario) sia supposto concorrera qual si voglia ponto adonque sera che uno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune sectioni, conciosia che una di quelle commune sectioni e in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, seguita adonque quelle superficie (che sono supposte esser equidistante) concorrere & questo e impossibile, adonque le commune sectioni de quelle erano equidistante che e il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare una conclusione simile alla trigesima del primo cioe questa se serano due superficie a una equidistante quelle medesime anchora serano fra loro equidistante, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano seghate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro seghante, & per questa sestadecima le commune sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli sectioni della media, per laqual cosa per la trigesima del primo quelle sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune sectione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente evidentemente e manifesto quello che havemo detto.

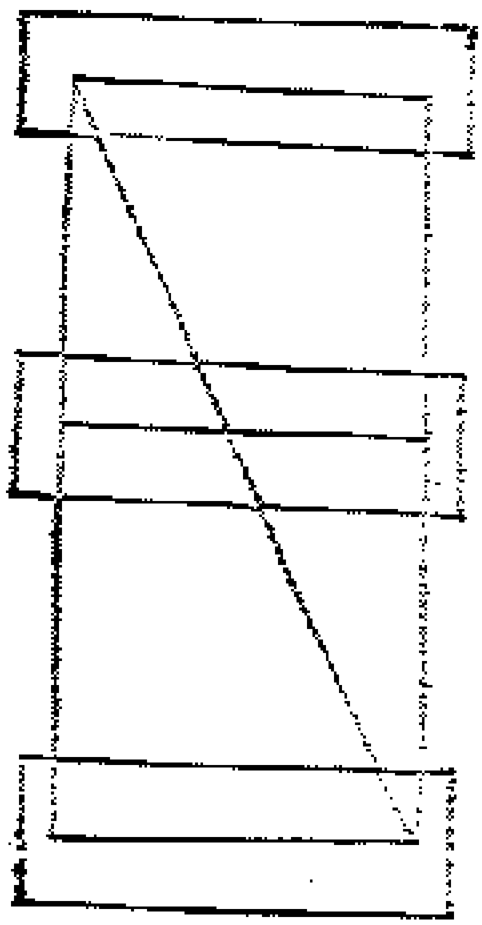


Theorema.xv. Proposicione.xvii.

17
17 Se due linee rette che si tocchino fra loro overo che siano equidi-

stante

stante seghino trei over piu superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

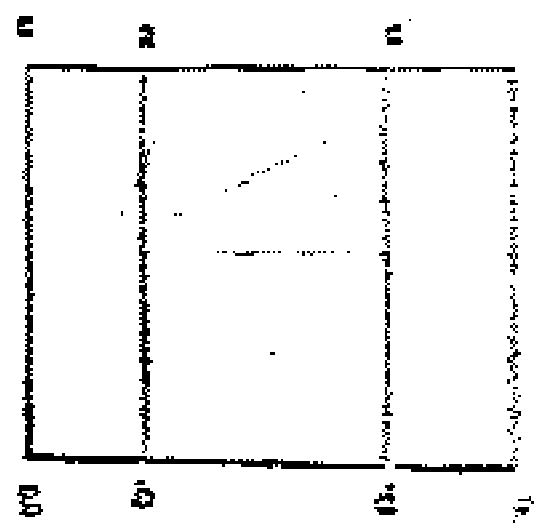


Siano intese due linee rette penetranti a qualunque modo si voglia, tre superficie equidistante over etiam piu di tre, adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre intercette da quelle superficie equidistante, et per dimostrare questo siano congionte le due estremita di quelle due linee, ducta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, et questa diagonale sera con l'una e l'altra di quelle due penetrante le superficie proposte in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante, adonque se con la mente tu procurarai le commune settioni di queste superficie, le quale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) sera manifesto il proposito.

Theorema.xvi. Propositione.xviii.

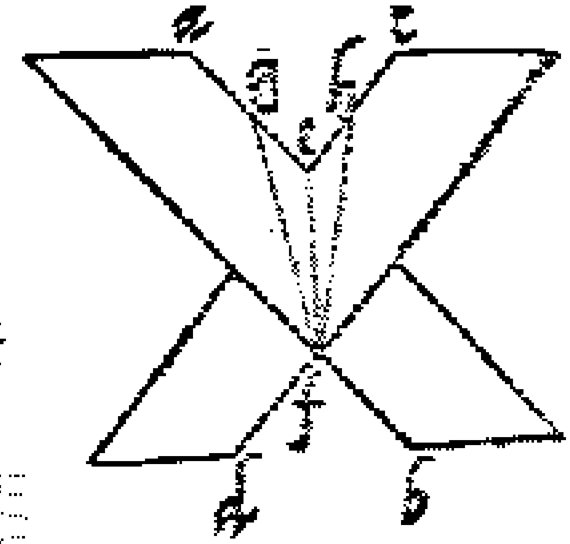
18 Se una linea stara orthogonalmente in una assignata superficie, ogni
18 superficie ducta da quella linea per qual uerso ne pare, sera orthogonalmente erecta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea .a.b. erecta perpendicolarmente sopra alla signata superficie, et dalla linea .a.b. sia producta una superficie per qual verso si voglia, hor sia la .c.d. laqual dico esser perpendicolarmente erecta sopra la assignata superficie perche conuenira che la seghi la superficie assignata in commune settione de quelle sera una linea retta (per la terza di questo) et sia la .f.g. adonque signato qual si uoglia ponto in questa commune settione (qual sia .c.) et da quello sia tirato in la superficie che e producta dalla linea .a.b. una perpendicolare alla linea .f.g. laqual sia .d.c. et (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) la linea .c.d. sera equidistante alla linea .a.b. e pero (per la ottaua di questo) la linea .c.d. e etiam perpendicolare alla superficie proposita, adonque perche per questo modo qual si voglia linea protratta orthogonalmente da qual si uoglia ponto della linea .b.d. ad essa linea .b.d. in esse superficie .e.f. che e producta per la linea .a.b. e perpendicolare alla proposita superficie (per la diffinitione della superficie e retta orthogonalmente sopra a una superficie) e manifesto esser el vero quello che e proposto.



Theorema.xvii. Propositione.xix.

19 Se due superficie che fra loro se seghino seranno erecte orthogonal
19 mente sopra a una superficie la commune settione di quelle sera perpendicolare alla medesima superficie.

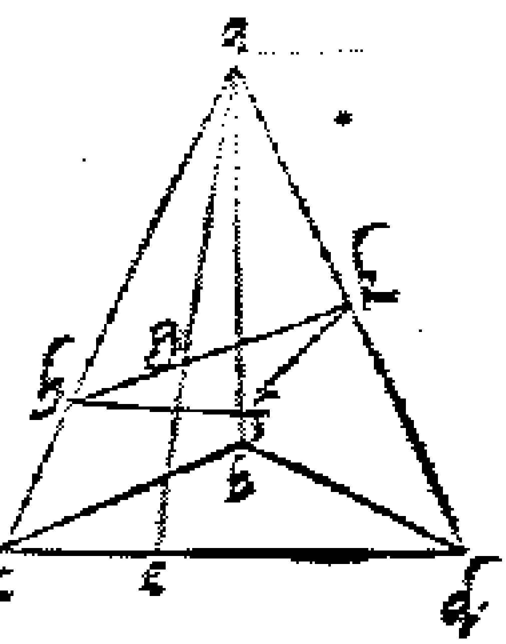


Siano le due superficie .a.b. et .c.d. che insieme si seghino e rette orthogonalmente sopra una assignata superficie, et sia la commune settione di quelle la linea retta .e.f. hor questa .e.f. Dico esser perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto .f. elquale e commun termine delle settioni delle due superficie insieme segante, et della terza superficie secta, sia producta una linea retta in la superficie .a.b. (laqual sia .f.g.) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia ducta un'altra perpendicolare alla medesima superficie che sia situata in la superficie .c.d. et quella sia .f.h. et le due linee .f.g. et .f.h. seranno situate orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto et questo e impossibile per la .13. di questo & nō bisogna d.

bitur che'l nõ possi esser perame tai linee dal põto.f.in l'ũa e l'altra delle due sup ficie.a.b.&.c.d.quãdo che.e.f.non fusse ppendicolare alla assignata superficie. sia in essa la linea.f.b.cõmuna settione della superficie.a.b.& della superficie assignata,& la linea.f.d.della superficie.c.d.& della superficie assignata, adonque se la linea.e.f.sera perpendicolare all'una e l'altra delle due linee.f.b.&.f.d.quella anchora sera perpendicolare alla superficie assignata(per la quarta di questo) ma se la non sera perpendicolare all'una ne l'altra(per l'aduersario)sia la.f.g. perpendicolare alla.f.b.& la.f.h.perpendicolare alla.f.d.dapoi dal ponto.f.protrarai in la superficie assignata,vna linea perpendicolare alla linea.f.b.laquale(per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra vnaltra)contenera angolo retto con la linea.f.g.adonque(per la quarta di questo)la linea.f.g.sera perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta vnaltra linea dal ponto.f.in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea.f.d.seguita(per la diffinitione predetta & per la quarta di questo) la linea.f.h.esser perpendicolare alla superficie assignata,laquale cosa e impossibile(per la terzadecima de questo)ma se l'aduersario concessa la linea.e.f. essere perpendicolare alla linea.f.b.ma non alla linea.f.d. seguita per simel modo le due.e.f.&.f.h.esser perpendicolare alla superficie assignata che niente di manco e impossibile.

Theorema.xviii. Propositione.xx.

20 Se trei angoli superficiali contengano un angolo solido, ciascuni dui di quelli tolti insieme sono maggiori dell'altro.



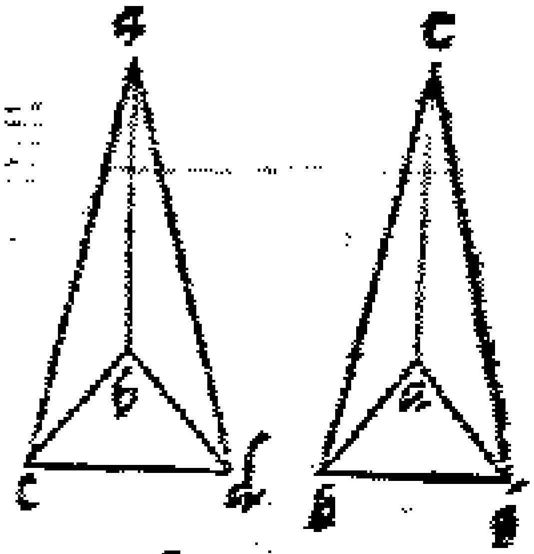
SIano le tre linee.a.b,a.c,a.d.pyramidalmente erette sopra alla superficie.b.c.d.continente tre angoli superficiali delle quale vien cõposto l'angolo solido in ponto.a.Dico quali duoi angoli si voglia de quelli angoli superficiali(contenenti l'angolo solido in ponto.a.)tolti insieme esser maggiori del terzo,perche se quelli trei angoli superficiali seranno fra loro equali, ouer se duoi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno e l'altro di duoi equali e manifesto p comuna scientia esser il vero quello che fu detto, ma se vno de quelli sera maggiore di qual si voglia delli altri duoi restanti,o siano posti equali, ouero nõ equali al presente e manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri duoi restanti tolti insieme esser maggiore del terzo,ma de quelli duoi minori tolti insieme cosi se apprende esser maggiori di quello terzo che fu supposto esser maggiore di qual si voglia delli altri duoi. sia che delli trei proposti angoli superficiali l'angolo.c.a.d.sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti,adõque tagliaro de quello.c.a.d.equale all'angolo.b.a.d.protratta la linea.a.e.& tagliando da quella linea.a.e.la linea.a.g.& dalla linea.a.b.la linea.a.f.lequale ponero essere fra equale & protratto dal ponto.g.vna linea in la superficie delle due linee.a.c.&.a.d.cascante come si voglia per fin a tanto che quella seghi.a.c.in ponto.h.&.a.d.in ponto.k.& quella sia la.h.g.k.& produtto le linee.f.h.&.f.k.conciosia adonque che.a.f.sia equal al.a.g.posta.a.k.commune(per la quarta del primo)la.f.k.sera equale alla.k.g.& perche(per la vigesima del primo)le due linee.h.f.&.f.k.sono maggiori della linea.h.k.(per la quarta concettione) la.h.f.sera maggiore della.h.g.e pero(per la vigesima quinta del primo conciosia che la linea.a.f.sia equa e alla linea.a.g.)sera l'angolo.f.a.h.maggiore dell'angolo.h.a.g.adonque(per la concettione)e manifesto li duoi angoli.h.a.f.f.a.k.tolti insieme esser maggiori del angolo.h.a.k.laqual cosa era da demostrare.

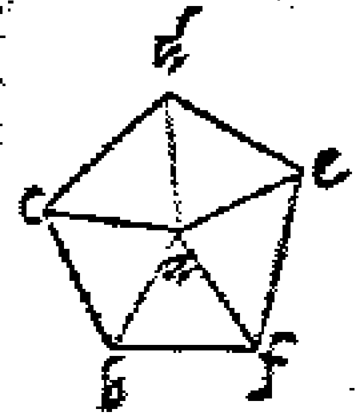
Theorema.xix. Propositione.xxi.

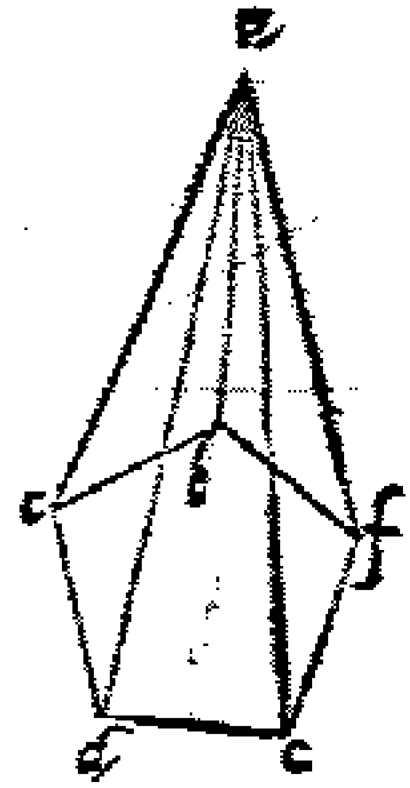
21 Ogni angolo solido el se approua esser minore de quattro ãgoli retti.

La quarta

LA quantita dell'angolo solido se determina dalla quantita delli angoli superficiali che contengheno quel angolo solido. adonque questa vigesima prima proporcionalmente propone anchora che qual si voglia angoli superficiali che contenghino qualonque angolo solido tolti insieme esser minori di quatro angoli retti, hor siano li triangoli della pyramide.a.b.c.d. della quale concio sia che l'angolo supremo possi esser qual si voglia di suoi angoli niente in questo luoco sia.a. Dei qual dico che li trei angoli superficiali che conteneno il detto angolo.a. sono minori de quattro retti. perche eglie manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li nuove angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono.a.b.c.a.c.d.a.d.b.) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che e il triangolo.b.c.d. e manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a duoi angoli retti, conciosia adonque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale diputemo del supremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri trei angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolti tre volte siano maggiori di tre angoli del triangolo della basa, seguita adonque quelli sei angoli esser maggiori de duoi angoli retti adonque levado via dalli nove angoli di tre triangoli circondante la pyramide, quelli sei angoli li trei restanti seranno minori de quattro retti, & quelli sono quelli che constituiscono l'angolo.a. solido, ma se l'angolo.a. supremo in la nostra pyramide sera contenuto de piu che tre angoli superficiali laqualcosa sera secondo la moltitudine delli angoli della sua basa, conciosia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima seconda propositione del primo) siano equali a tanti angoli retti quanto e el numero delli angoli della sua basa duplicado: imperoche tanti e necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto seranno li angoli della sua basa, & conciosia che tutti li angoli della sua basa siano a tanti angoli retti equali, quanto e el numero duplicado delli suoi angoli e da quelli tratone quattro (come in la trigesima seconda propositione del primo e stato dimostrado) conciosia adonque che tutti li angoli di triangoli circondanti la pyramide, che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come evidentemente e manifesto (per la precedente) repetita tante volte quanti angoli havera la basa, hor seguita necessariamente (per commune scientia) li angoli superficiali continenti l'angolo.a. solido tolti equalmente insieme essere minori de quattro angoli retti, Dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinariamente sopra di lati della basa della pyramide eccedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.







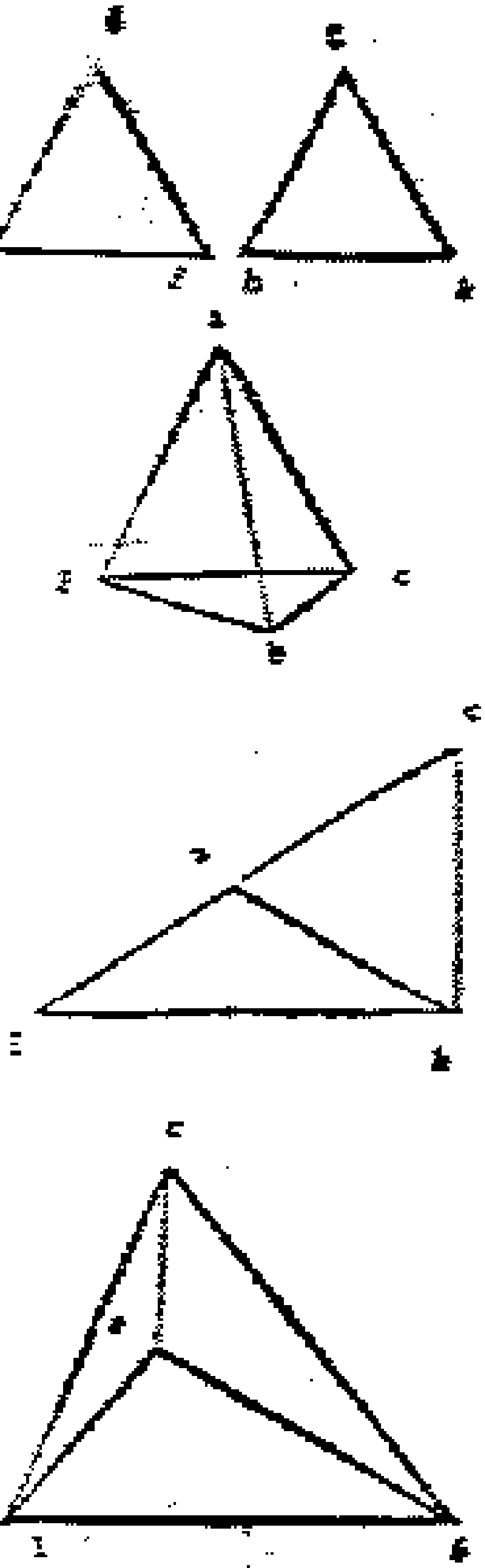
Il Tradottore.

QUesta presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

Theorema.xix. Propositione.xxi.

Ogni angolo solido e compreheso sotto men de quattro angholi piani.

LA qual propositione parla piu correttamente di l'altra perche in vero l'angolo solido non e comparabile a angoli piani pero non possiamo dire (senza reprehensione) che uno angolo solido sia minore ne maggior ne equale a quattro angoli retti ideo. &c.



Theorema.xx. Propositione.xxii.

22 Se feranno tre angoli superficiali di quali ciascuni duoi tolti insieme
22 sian maggiori del terzo. & tutti fra loro siano contenuti de linee equale: delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (dalli termini di dette linee equale) eglie possibile a essere constituido uno triangolo.

Siano li tre angoli superficiali b.a.c. e.d.f. h.g.k. come se propone cioe tali che ciascuni duoi di quelli siano maggiori del terzo, & siano li soi lati continenti quelli equali, liquali siano.a.b. a.c. d.e. d.f. g.h. g.k. & sian protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano.b.c. e.f. h.k. Dico adonque che da queste tre base pol eser costituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo.b.a.l. equale all'angolo.d & la linea.a.l. alla linea.d.e. & sian protratte le.l.b.l.c. & (per la quarta del primo la linea.l.b. sera equale alla linea.e.f. & dal presupposito) e manifesto lo total angolo.a. eser maggiore dell'angolo.g. perche, ciascuni duoi (delli tre) angoli.b.a.c.d. & g. feranno maggiori del terzo adonque (per la vigesima quarta del primo) la linea.l.c. e maggiore della linea.h.K. & conciosia che (per la vigesima del primo) le due linee.l.b. & b.c. sian maggiori della linea.l.c. seguita le due linee.l.b. & b.c. eser molto piu forte maggiore della linea.h.k. adonque perche.l.b.e equale alla.e.f. le due linee.e.c. & e.f. feranno maggiori della linea.h.K. adonq per questo modo e manifesto ciascune due linee delle tre linee.b.c. e.f. h.k. eser piu longhe della terza, adonque (per la vigesima seconda del primo) e manifesto eser il vero, quello che e stato detto, solamente aggiongemo questo che se li dui angoli.b.a.c. & d. tolti insieme siano equali a duoi retti, le due linee.l.a. & a.c. (per la decima quarta del primo) feranno una sol linea laqual conciosia che la sia equale (dal presupposito) alle due linee.g.h. & g.K. lequale (per la vigesima del primo) sono piu longe della linea.h.K. & conciosia che (per la medesima) le due linee.l.b. & b.c. siano piu longe della linea.l.c. seguita come prima.b.c. & e.f. tolte insieme eser piu longe della.h.k. ma se li duoi predetti angoli sono maggiori de duoi retti (per la vigesima prima del primo) le due linee.a.l. & a.c. e pero & le due.g.h. & g.K. feranno piu corte delle due lequal sono.l.b. & b.c. per laqual cosa come prima.b.c. & e.f. tolti insieme sono piu longe della linea.h.K.

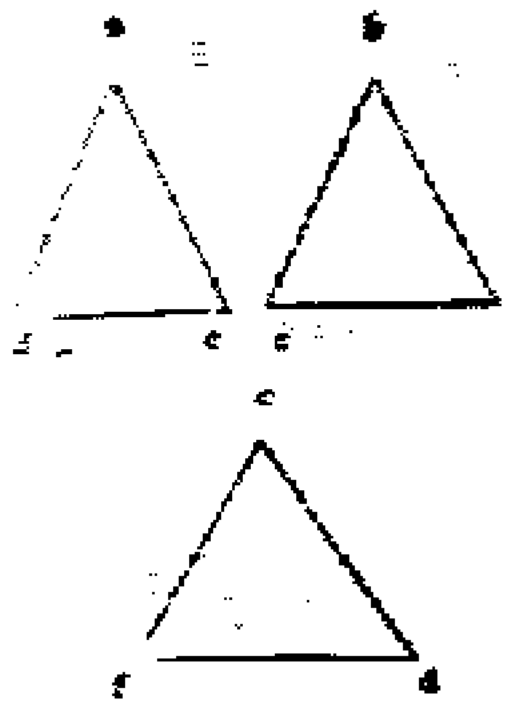
Problema.iii. Propositione.xxiii.

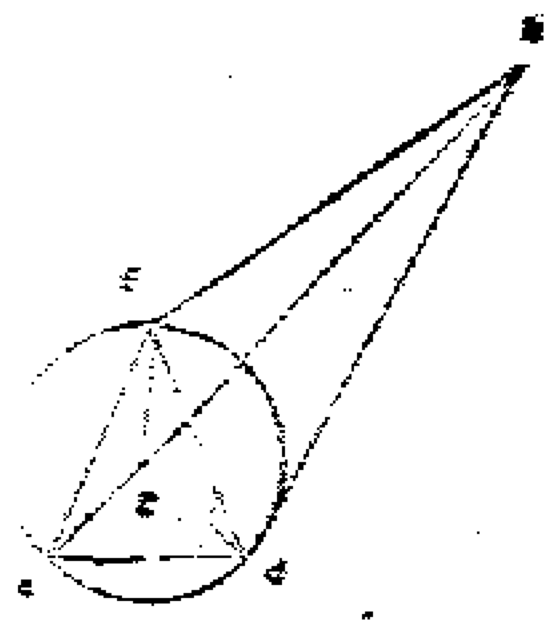
23 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insie-
23 me sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti, con altri tre che siano a quelli equali potremo constituire uno angolo solido.

Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano.a.b.c. con tre altri a quelli equali volemo costituire uno angolo solido, el bisogna adonque (per la vigesima propositione di questo) che qualunque duoi de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo) che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti: adonque siano tutte queste cose in quelli, & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli sian sotto tendute tre base & queste siano.d.e. e.f. & f.d. & (per la precedente) de tre linee equale a queste base sera possibile essere costituido uno triangolo.

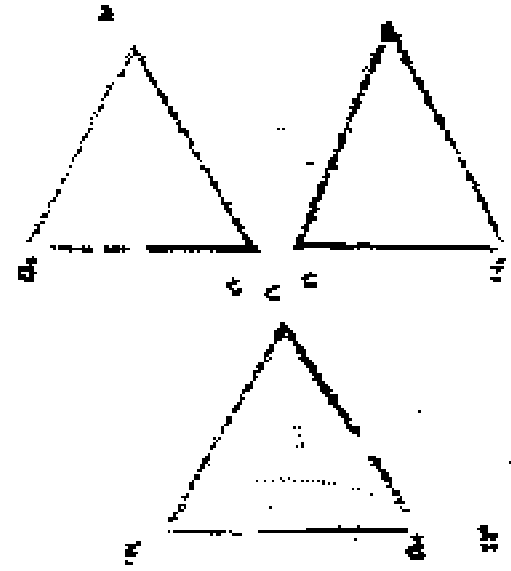
Sia adonque

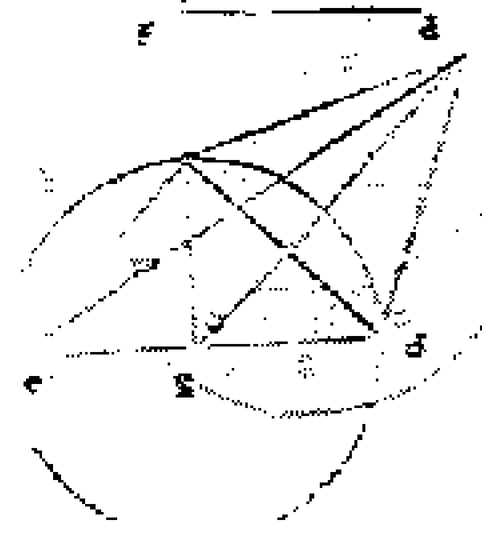
Sia adonque da queste (secondo la dottrina della vigesima seconda del primo) costituto lo triangolo .d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo .d.e.f. sopra il centro .g. & siano protratte le .g.d. .g.e. .g.f. lequale conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre propositi angoli) sono etiam equali (dal presupposito) egli e necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauno di quelli lati, & e impossibile esser equale ouer maggiore, perche se la linea che vien dal centro .g. alla circonferentia del cerchio .d.e.f. fusse equale ad alcuno di lati .a.d. .a.e. .b.e. .b.f. .c.f. .c.d. seguitaria (per la ottaua del primo) li tre angoli propositi .a.b.c. esser equali alli tre angoli .d.g.e. .e.g.f. .f.g.d. & conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmente e manifesto dalla terzadecima del primo) protratta per un poco una delle linee che escono dal centro alla circonferentia in continuo & diretto) seriano etiam li tre angoli .a. .b. .c. anchora equali a quattro angoli retti che e contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son .a. .b. .c.) sopra alli tre triangoli che dividono el triangolo .d.e.f. cioe ciascun de quelli sopra quello con el quale communica in basa talmente che le base equale siano poste sopra alle base equale & li angoli .a.b.c. cadano alla parte del ponto .g. seguitaria (per la vigesima prima del primo) li trei angoli .a.b.c. esser maggiori delli tre liquali sono .d.g.e. .e.g.f. .f.g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che e molto piu contrario delle cose supposite. adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li trei propositi angoli esser maggiore della linea che vien dal centro .g. alla circonferentia .d.e.f. pero e piu potente, sia adonque piu potente in el quadrato della linea .g.h. laquale (secondo la duodecima di questo) sie orthogonalmente eretta sopra la superficie del triangolo ouer del cerchio .d.e.f. & siano protratte le tre ypotumisse .h.d. .h.e. .h.f. lequale dico contenere trei angoli superficiali (equali alli trei propositi) costituenti lo angolo solido in ponto .h. perche conciosia chel quadrato della linea .a.d. sia equale alli duoi quadrati delle due linee .d.g. & .g.h. dal presupposito & lo quadrato della linea .d.h. sia equale alli medesimi (per la penultima del primo) e necessario la linea .a.d. esser equale alla linea .d.h. e p lo medesimo modo etiam la linea .a.e. alla linea .e.h. adonque (per la ottaua del primo) conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo .a. sera equale all'angolo .d.h.e. similmente anchora l'angolo .b. sera equale all'angolo .e.h.f. & l'angolo .c. equale all'angolo .f.h.d. per laqual cosa e manifesto esser fatto quello che hauemo disposto di fare.



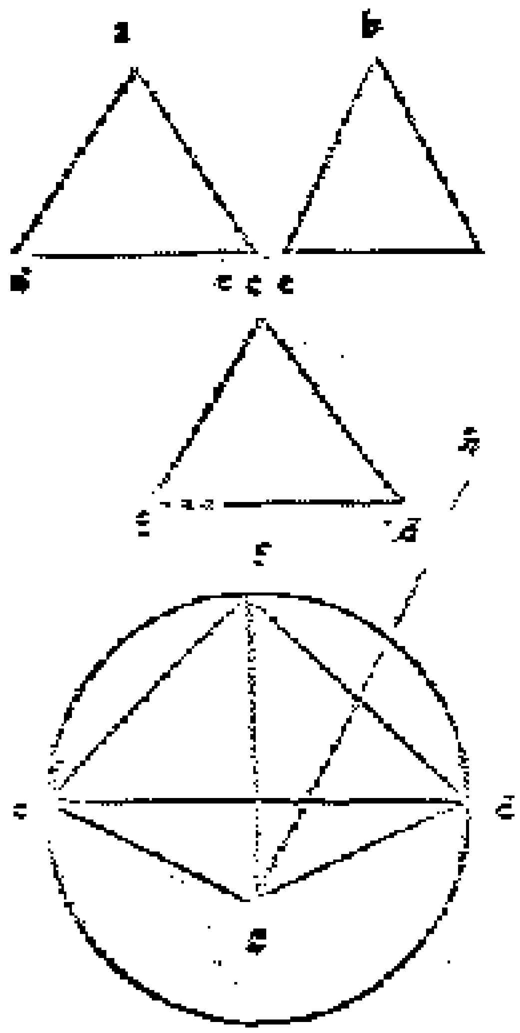


o 23 Ma se per caso el centro del cerchio sera in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato .e.d. & che sia .g. & sia tirata la linea .f.g. dico un altra uolta che lo lato .a.d. e maggiore di .f.g. & sel non e maggiore ouer che il detto .a.d. e equale al detto .f.g. ouer che eglie minore hor poniamo (se eglie possibile) che prima sia equale. adonque le due linee ouer lati .a.d. .a.e. (che sono quanto che .b.e. & .b.f. ouero .c.f. & .c.d.) sono equali alle due linee .e.g. & .g.f. che e come tutta la .e.g.d. ma la detta .e.g.d. e supposta equale alla basa .d.e. (del triangolo .a.d.e.) adonq; li dui lati .a.d. & .a.e. del triangolo .a.d.e. sono equal alla basa .d.e. laqual cosa e impossibile, adonq; lo lato .a.d. non e equale alla .g.f. similmente anchora se potra dimostrare chel non e minore, adonque la detta .a.d. e maggiore della .g.f. hora similmente se la .a.d. e maggiore della .g.f. lei sera anchor piu potente, hor sia anchora piu potente nel quadrato della linea .g.h. laquale sia posta perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto .g. & protratte medemamente le tre Ypotumisse .h.f. .h.e. .h.d. & sera costituido il problema.



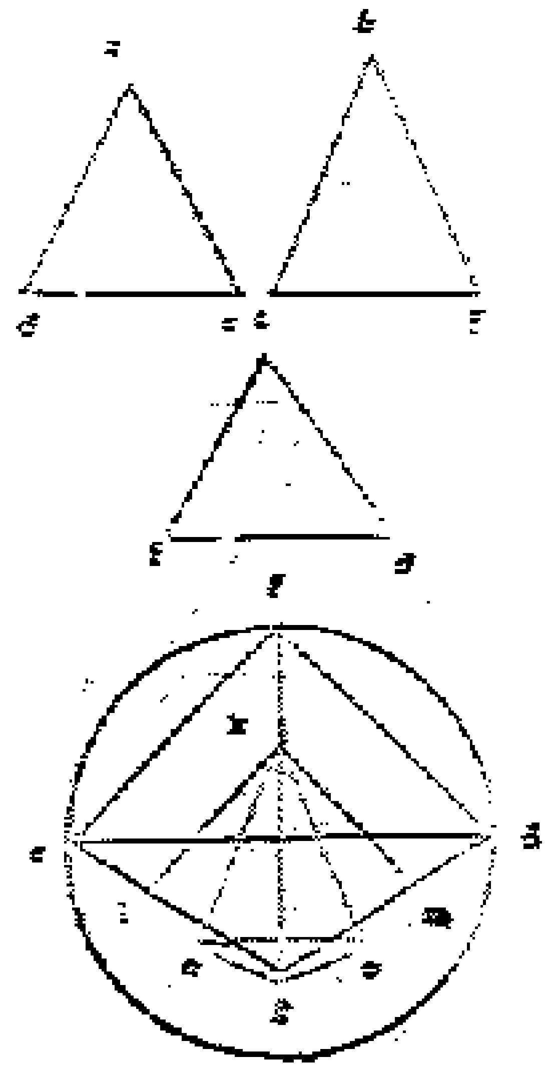


Il Tradottore.



Che il lato .a.d. non possa essere minore della .g.f. se verifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa .d.e. fusse maggiore delli duoi lati .a.d. & .a.e. laqual cosa e impossibile (per la vigesima propositione del primo.

Ma se per sorte il centro del cerchio sera fuora del triangolo .f.e.d. ponias mo anchora nel ponto .g. & sia tirata la .g.f. & similmente le .e.g. & .d.g. Dico anchora che la .a.d. e maggiore della .g.f. & se la non e maggiore (per l'aduersario) over che la e equale over che la e minore, hor sia prima quella equale, adonque le due linee .a.d.a.e. etiam le due .b.e. & .b.f. sono equale alle due .e.g.g.f. (cioe luna alluna e laltra allaltra) & la basa .e.f. del triangolo .b.e.f. (dal presupposito) e equale alla basa .e.f. del triangolo .e.g.f. adonque l'angolo che sotto de .e.b.f. (per la ottaua del primo) e equale all'angolo che sotto de .e.g.f. per le medeseme ragioni & quello che e sotto di .f.b.d. e equale a quello che sotto di .f.g.d. adonque tutto l'angolo sotto di .e.g.d. e equale a quelli duoi sotto di .e.b.f. & .f.b.d. ma quelli che sono sotto di .e.b.f. & .f.b.d. sono maggiori di quello che sotto de .d.a.e. adonque quello che sotto di .e.g.d. e maggiore di quello che e sotto di .d.a.e. & perche le due .a.d. & .a.e. sono anchora equale alle due .e.g.d.g. & la basa .d.e. del triangolo .a.d.e. (dal presupposito) e equale alla basa .e.d. del triangolo .e.g.d. adonque l'angolo che sotto alle .e.g.d. (per la ottaua del primo) e equale a quello che sotto alle .d.a.e. & e manifesto che e anchor maggiore che e una cosa absurda, adonque la .a.d. non e equale alla .f.g. anchora demostraremo che la non e minore, adonque lei sera maggiore etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea .g.h. laquale sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto .g. e sia conchiuso il problema.



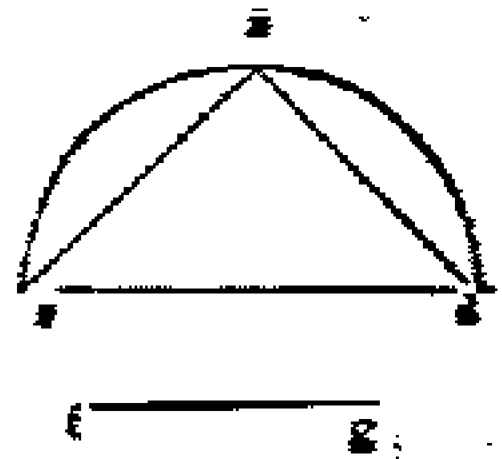
Hor dico (come di sopra e detto) che la .a.d. non e minore della .f.g. & se questo e possibile (per l'aduersario) anchora la .b.e. a lei equale sera per minore della medesima .f.g. hor sia posto over fatta la .g.K. equale alla .b.e. & la .g.l. equale alla .b.f. & sia tirata la .k.l. & perche la .b.e. e equale alla .b.f. la .g.K. sera equale alla .g.l. per laqual cosa e il restante .K.f. sera equale al restante .l.e. adonque la .l.e. (per la vigesima ottaua del primo) e paralella alla .K.l. perche il triangolo .f.e.g. e equiangolo al triangolo .g.k.l. adonque (per la sesta del sesto) si come e la .g.f. alla .f.e. cosi e la .g.K. alla .K.l. & vicissim (cioe permutatamente per la decima sesta del quinto) si come .g.f. alla .g.K. cosi e .f.e. alla .K.l. & .g.f. e maggiore della detta .g.k. adonque & la .f.e. e maggiore della .k.l. ma la .f.e. e equale alla basa .f.e. del triangolo .b.e.f. adonque & la basa .f.e. e maggiore della .K.l. (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due .b.e. .b.f. sono equale alle due .K.g. .g.l. (cioe luna a luna, & laltra allaltra) & la basa .f.e. e maggiore della basa .K.l. adonque l'angolo che sotto delle .e.b.f. (per la vigesima quinta del primo) e maggiore dell'angolo che sotto delle due .k.g.l. Similmente anchora se pigliamo la .g.m. equale all'una e l'altra delle due .g.k. .g.l. & tirata la .k.m. demostreremo che l'angolo che sotto le .f.e.d. e maggiore di quello che sotto di .K.g.m. sia adonque constituido (per la vigesima terza propositione del primo) alla linea retta .f.g. nel ponto .g. l'angolo .f.g.n. equale all'angolo .e.b.f. & l'angolo .f.g.o. equale all'angolo .f.b.d. & sia fatta luna e l'altra delle due .g.n. & .g.o. (per la terza del primo) equale alla .g.K. & siano tirate le linee .K.n. .f.o. & .n.o. & perche le due linee .b.e. .b.f. sono equale alle due .K.g. & .g.n. & langolo che sotto delle .e.b.f. e equale all'angolo che sotto delle .k.g.n. adonque la basa .e.f. (per la .4. del primo) e equale alla .K.n. & per le medesime ragioni etiam la .f.d. e equale alla .K.o. & perche le due .f.e. .f.d. sono equale alle due .K.n. .K.o. & l'angolo sotto di .e.f.d. (nel cerchio) e maggiore dell'angolo che sotto di .n.K.o. adonque la basa .e.d. (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della basa .n.o. ma la detta .e.d. e equale alla basa .e.d. del triangolo .a.d.e.

lo.a.d.e.(per la quarta del primo) adonque la detta.d.e.e maggiore della medes sima.n.o.perche adonque le due.a.d.a.e.sono anchora lor equale alle due.n.g. g.o.& la basa.d.e.e maggiore della basa.n.o.adonque l'angolo che sotto di.d.a. e.(per la vigesima quinta del primo) e maggiore di l'angolo che sotto di.n.g.o ma l'angolo che sotto di.n.g.o.e equale a quelli che sotto di.e.b.f.& f.c.d.adonq quello che sotto di.d. a. e. e maggiore di quelli che sono sotto di.e.b.f. & f.c.d. e etiam minore (dal presupposito) laqual cosa e impossibile.

Il Tradottore.

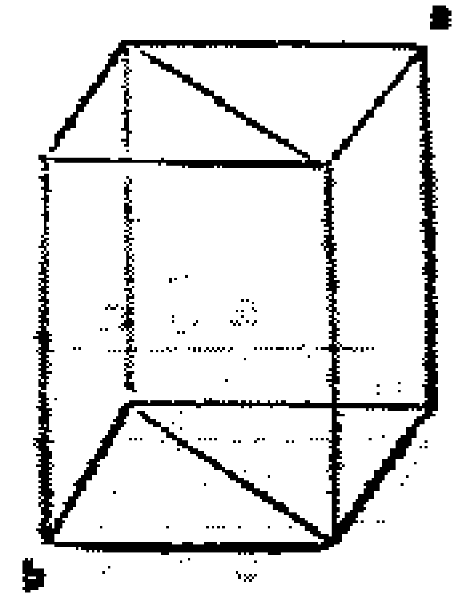
Perche el triangolo.f.e.d.(circonscritto dal cerchio) fu fatto in principio dalle tre base di tre triangoli, cioe delle base.d.a.e.f.& f.d.& la basa.d.e.del triangolo.a.d.e.e supposta equale pur alla linea over basa.e.d.posta nel cerchio & similmente la basa.e.f.del triangolo.e.b.f.se suppone equale pur alla.e.f.posta nel cerchio & cosi la.f.d.alla.f.d.perilche bisogna advertire nella soprascritta argumentatione che tal hora si parla delle base fora del cerchio & tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio ideo. ¶ Che l'angolo.e.f.d.(nel cerchio) sia maggiore dell'angolo.n.k.o.e manifesto perche lo detto angolo.n.k.o.e parte dell'angolo.l.k.m.& lo.l.k.m.e equale al.e.f.d.per le cose demostrate di sopra.

Per trovar la linea.h.g.cioe la linea potente nella differentia che il quadrato della linea.a.d.(maggiore) eccede il quadrato della.g.f.(minore) se die procedere in questo modo, sopra alla linea.a.d.sia descritto lo mezzo cerchio.a.b.d. & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto) sia coaptada una linea equale alla.f.g.laqual sia la.a.b.& dal ponto.b.al ponto.d.sia tirata la.b.d.laqual.b. d.dico esser quella che cercamo perche l'angolo.a.b.d.e retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della.a.d.(per la penultima del primo) e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.d.tolti insieme, adonque il quadrato della.a.d.e maggiore del quadrato della.a.b.nel quadrato della linea.b.d.& perche la.a.b.fu tolta equale alla.f.g.e manifesto il proposito, e pero pigliando poi la linea.g.h.equale alla.b.d.e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risolvera il proposto problema.

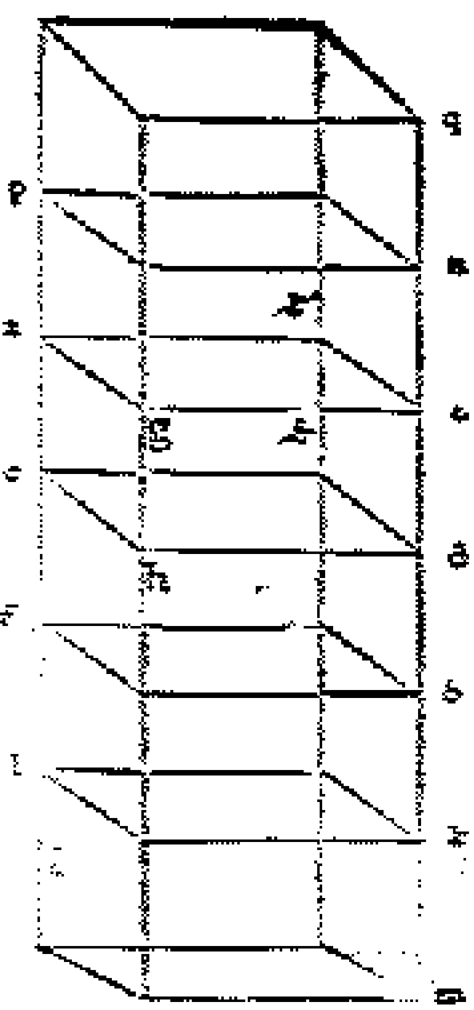


Theorema.xxi. Propositione.xxiiii.

24 Se uno solido sera contenuto de superficie equidistante le superficie
24 opposite di quello sono equale, & de lati equidistanti.



Ciascun solido che e contenuto de superficie equidistanti, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare lequale si come non ponno esser manco di sei, cosi ponno esser in ogni numero paro eccedente el senario, perche e manifesto la colonna essagona poter esser contenuta da otto superficie lequale le due e due opposite fra loro sono equidistanti, cosi anchora la ottogona da diese, la decagona da dodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti de superficie equidistanti (liquali proponeno essere infiniti) solamente quello e detto paralellogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono paralellogramme, & questo solamente e necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che propone questa vigesima quarta dover esser inteso di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo.a. b. del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te sera manifesto ciaschuna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune settione de essa segante) & delle quattro segate siano due e due di quelle quattro segate (lequale se opponeno fra loro) equidistante dal presupposito seguira (per la decima sesta mita due e fiade) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque e manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta propositione del primo) e manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie essere equali. Adonque li dui lati continenti l'angolo piano di cadauna di queste seranno equali alli dui lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli dui & dui lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per lo conuerso della penultima commune sententia posta nel libro) e necessario ciascune due superficie opposite nel solido .a.b. essere fra loro equale che e il proposito.

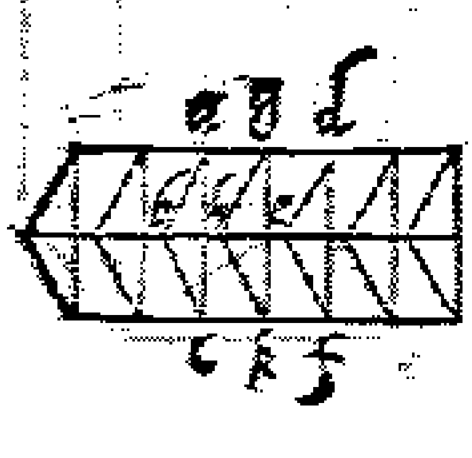


Theorema.xxii. Propositione.xxv.

25
25 Se alcuna superficie seghara alcuno solido parallelogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido, li dui corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie seghante come a commun termine) sono proportionali alle sue base.

Sia il corpo .a.b. solido parallelogrammo, & la superficie .c.d. seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello lequale sono .a.e. & .f.b. & sia la superficie .g.b. basa del detto solido .a.b. della quale e manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la commune settione delle due superficie .c.d. & .g.b. sia la linea .h.d. della quale e manifesto (per la terza) di questo che quella e una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella e equidistante al la .g.e. e pero le due superficie .g.d. & .h.b. sono de lati equidistanti, & quelle sono base di dui corpi partiali in liquali la superficie .c.d. diuide el solido .a.b. adonque dico che la proportione del solido .a.d. al solido .b.c. e si come della basa .g.d. alla basa .h.b. hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie .c.d. sopra li suoi angoli & quelle sono .a.f. & .e.b. con le altre due a quelle equidistante, & siano tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto .b. quante te pare, lequale siano poste a una per una equale alla linea .h.d. & dalla parte del ponto .e. similmente quante altre te piace, lequale sian poste equale alla linea .e.d. sopra lequale dall'una e l'altra banda siano compiuti li solidi parallelogrammi secondo la longezza delle sue, & siano dalla parte del ponto .b. li solidi .f.k. & .l.m. & dalla parte del ponto .e. li solidi .a.n. & .q.p. & (per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno di solidi .f.k. & .l.m. e equale al solido .c.b. & cadauno delli solidi .a.n. & .p.q. e equale al .a.d. adonque sia fatto l'argomento si come in la prima del sesto perche el solido .c.m. e cosi moltiplice al solido .b.c. come la basa .h.m. alla basa .h.b. & lo solido .q.c. e cosi moltiplice al solido .a.d. si come la basa .q.h. alla basa .g.d. & se la basa .h.m. e equale alla basa .q.h. lo solido .c.m. e equale al solido .q.c. (per la diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa e minore della basa & lo solido e minor del solido, & se e maggiore e maggiore, laqualcosa e manifesta (per la medesima diffinitione) reseghata dalla maggiore basa alla equalita della minore, & descritto sopra a quella el solido parallelogrammo, adonque per la diffinitione della incontinua proportionalita la proportione del solido .a.d. al solido .c.b. e si come la basa .g.d. alla basa .h.b. che e il proposito & se alcuna superficie seghara el corpo serratile equidistantemente alle due opposite superficie triangulare di esso li dui corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a commun termine) seranno proportionali alle sue base, hor sia .a.f. el corpo serratile del quale le due trigonal superficie siano .a.b.c. & .d.e.f. adonque e manifesto (per la diffinitione del serratile) cadauna di quelle tre superficie lequale sono .a.b.d.e. .b.c.e.f. .a.c.d.f. esser parallelogrammo, adonque la superficie .g.h.k. seghi questo serratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono .a.b.c. .d.e.f. Dico adonque che la proportione del serratile .a.k. allo serratile .g.f. e si come la basa .a.K. alla basa .g.f. laqualcosa se prouara si come

del solido

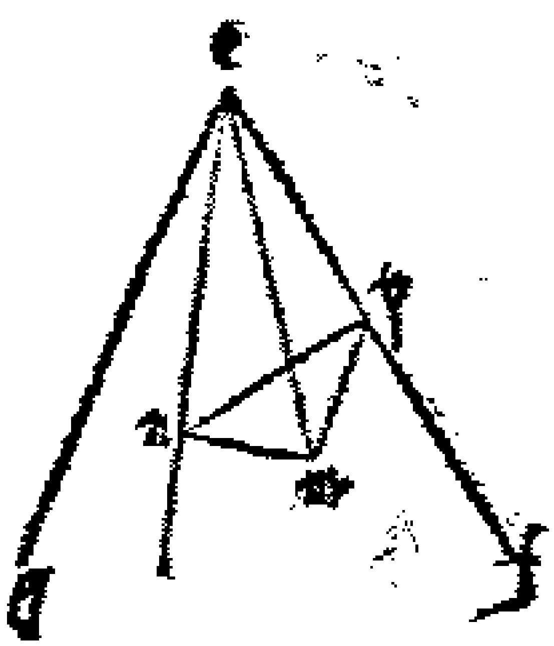


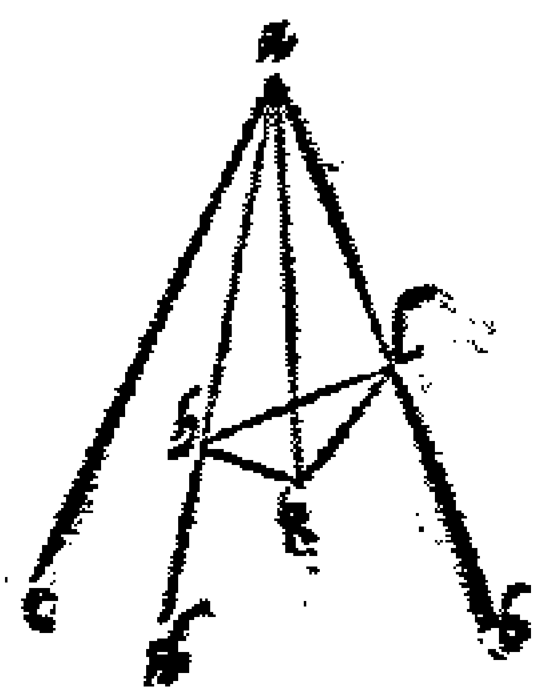
del solido parallelogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee. a. d. h. e. c. f. & fatti intra quelle dalla parte del ponto. e. li serratili equali al serratile. g. f. & dalla parte del ponto. h. altri equali al serratile. a. K. de che numero voi dall'una e l'altra banda, se con la mente vigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalita) non te sera difficile concludere quello che hauemo detto.

Operatione. iiii. Propositione. xxvi.

26 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo costituire
26 uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido. a. el quale sia contenuto dalle tre linee. a. b. a. c. a. d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) al quale (sopra el ponto. e. della proposta linea. e. f. (laquale sia come pare al preponente, cioe distesa in piano, ouero eleuata in suso) desideremo de costituire uno angolo solido equale. Sia el sito della linea. e. f. come si voglia & dal ponto. g. signato doue tu vorai producerai la linea. g. e. & (per la seconda di questo) le due linee. e. f. & g. e. seranno in una superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto. e. in la assignata linea (secondo el modo della vigesima terza propositione del primo) constituisse uno angolo equale all'angolo. b. a. c. e quel sia. f. e. g. dapoi dalla linea. a. d. taglia la linea. a. h. si come tu vorai & dal ponto. h. producerai la perpendicolare. h. K. alla superficie in laquale sono le due linee. a. b. & a. c. (laquale come se debbia fare el te lo insegna la undecima di questo) adonque a te non bisogna pigliar cura dal ponto. K. perche el non te importa o che la perpendicolare. h. K. (cōducta alla superficie in laquale sono le due linee. a. b. & a. c.) caschi fra esse linee ouer di fora via, ouer in una di quelle condurai solamente la linea. a. K. & ponerai el ponto. l. in la linea. a. b. doue vorai & protrarai la linea. K. l. & l. h. & mette l'angolo. f. e. m. (in la superficie delle due linee. e. f. & e. g.) equale all'angolo. b. a. K. & la linea. e. m. equale alla linea. a. K. & dalla linea. e. f. taglia la linea. e. p. equale alla linea. a. l. & dal ponto. m. conduce la linea. m. n. perpendicolare alla superficie in laquale sono due linee. e. f. & e. g. e pone quella equale alla. h. K. & tira le linee. e. n. n. p. & p. m. dico adonque le tre linee. f. e. g. e. n. contenere uno angolo solido in ponto. e. equale al proposto angolo. a. laqual cosa se dimostra in questo modo conciosia che (dal presupposito) li duoi lati. a. K. & K. h. del triangolo. a. K. h. siano equali alli duoi lati. e. m. & m. n. del triangolo. e. m. n. & li angoli che sono al. K. & al. m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente eretta sopra una superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee. a. h. & e. n. equale anchora (per la medesima) le due linee. K. l. & m. p. seranno equale e pero etiam (per la medesima) h. l. & n. p. seranno equale conciosia che. h. K. & K. l. siano equale alle. m. n. & m. p. & li angoli. h. K. l. & n. m. p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo. n. e. p. sera equale all'angolo. h. a. l. anchora per simel modo tu approuerai l'angolo. g. e. n. essere equale all'angolo. c. a. d. adonque e manifesto noi hauer fatto quello che volemo. O studioso lettore se ponerai ben cura a questo che hauemo operato di sopra da te senza impedimento potrai costituire il proposto angolo. a. (che se admanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.

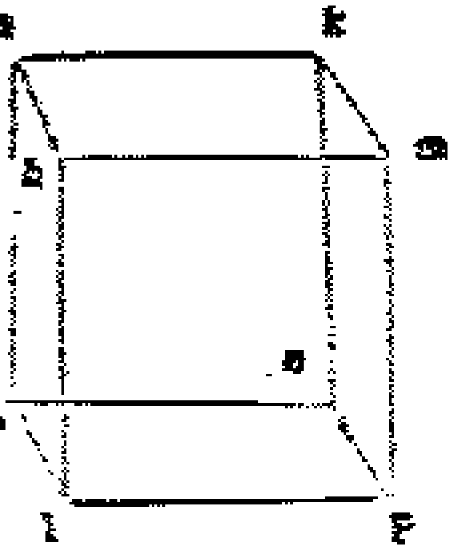




Il Tradottore.

Doue che sopra il cōmentatore dice che dal pōto. g. signato doue vorai producerai la linea. g. e. &c. A me non pare che il detto ponto. g. si possa tor doue ne pare anci tal parlar mi pare fora di proposito e superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto. e. costituire (per la vigesima terza del primo) l'angolo. f. e. g. equale all'angolo. b. a. c. e seguire poi come seguita.

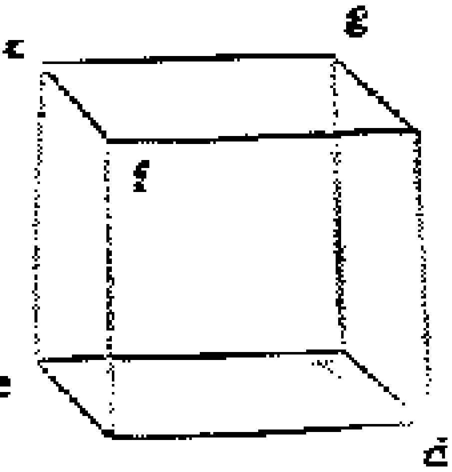
Problema.v. Propositione.xxvii.



27Sopra a una assignata linea puotemo costituire uno solido simile a
27uno dato solido de superficie equidistante.

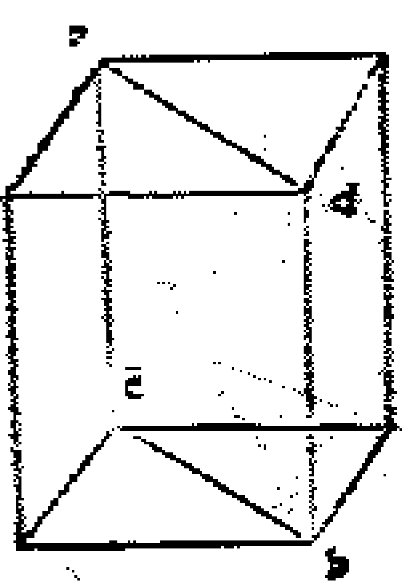
Sia la assignata linea .a.b. del sito del quale over giacente in piano, over sia in alto elevata el non importa niente, & sia lo corpo. c. d. lo solido paralellogrammo assignato al quale sopra la linea.a.b. desideremo fabricare uno solido simile, siano adonque le tre linee continente li angoli superficiali delli quali vien composto l'angolo.c. solido delle inferiore linee.c.e.c.f.c.g. & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto.a. della linea.a.b. sia costituido uno angolo solido equale al.c. sia contenuto dalle tre linee.a.b.a.h.a.K. & con lo aggiuto (della undecima del sesto) sia la proportione della. c. e. alla. a. b. & della. c. f. alla.a.h. & della.g.c. alla.a.k. una medesima proportione, dapoi delli tre ponti b.h. k. sia protratte sei linee cioe.h.l. equidistante alla linea.a.b. & h.m. equidistante alla linea.a.k. anchor.b.l. equidistante alla linea. a.h. & b.n. equidistante alla linea.a. K. anchor sia tirata la linea.k.n. equidistante alla.a.b. & k.m. equidistante alla.a.h. & piu siano protratte.m.p. equidistante al.b.l. & p.l. equidistante al.h.m. anchora sia protratta la linea.p.n. & sera compido el solido paralellogrammo.a.p. el qual dico esser simile al solido.c.d. & questo (per la diffinitione) delle superficie simile, & (per la diffinitione di corpi simili) facilmente se considerarai le cose [illegible] cordarai de quelle.

Theorema.xxiii. Propositione.xxviii.



28Se alcuna superficie segara uno solido paralellogrammo sopra queste
28le due opposite superficie terminale di quello si voglia & sopra li dui diametri di quelle, quella medesima superficie e necessario seghare quel corpo in due parti equale.

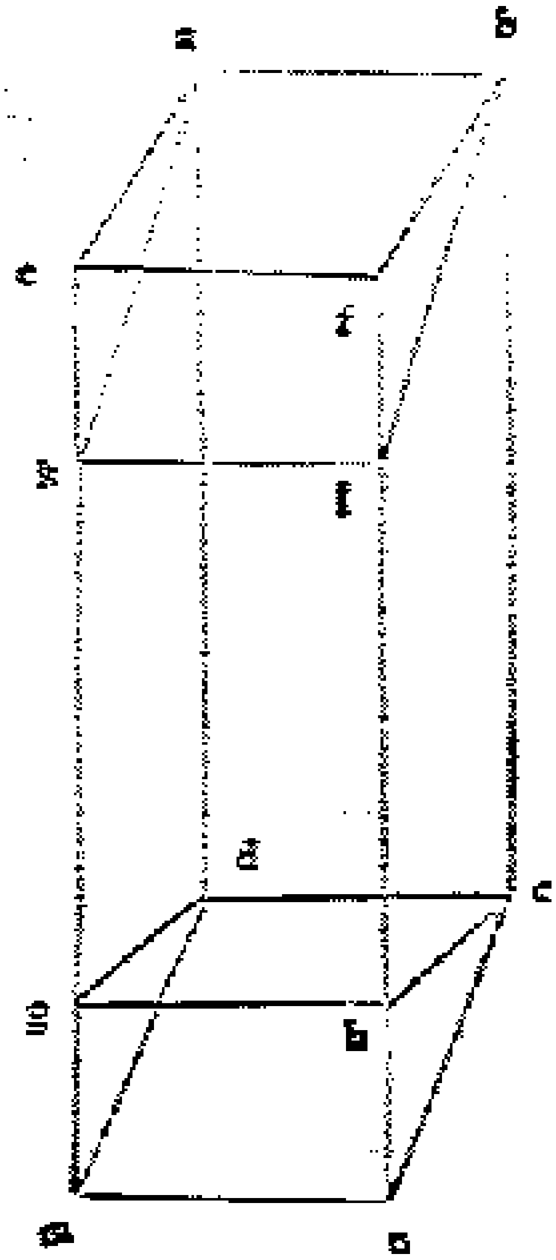
Sia el corpo.a.b. solido paralellogrammo del quale sia supposito che la superficie.a.b.c.d. seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido, liquale siano.a.d. & c. b. Dico che la detta superficie divide esso solido proposto in due piu equali perche egliè manifesto che ella divide quel solido in dui seratili di quali le due e due superficie quadrilatere comparante fra la loro, secondo che esse sono li lati oppositi del proposito solido (per la vigesima quarta de questo) e manifesto esser equale, conciosia che'l solido del qual parlemo e posto esser paralellogrammo anchora (per la medesima & per la quadragesima prima del primo) e manifesto le superficie triatere di dui seratili esser equale adonque (per la diffinitione di solidi equali) e manifesto il proposito.



Theorema.xxiiii. Propositione.xxix.

29Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una
29medesima basa, & costituti sopra una linea se provano esser equali.

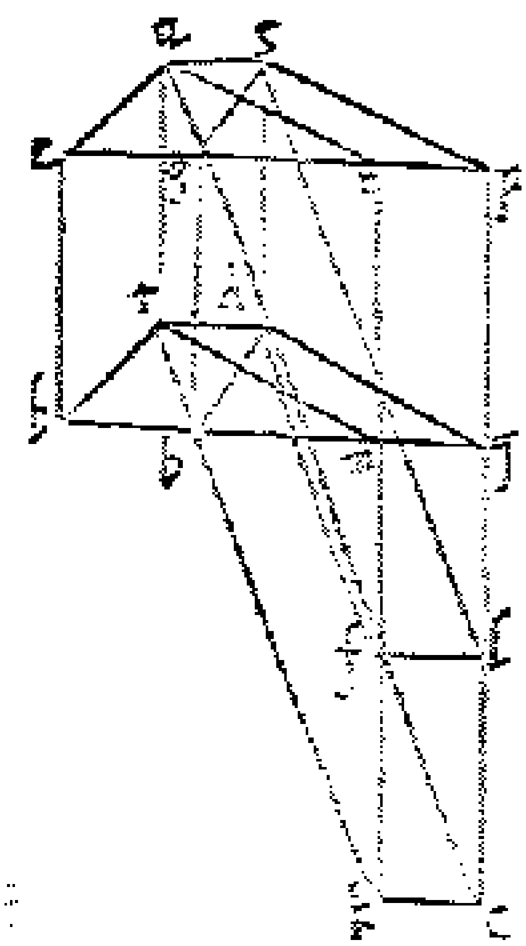
Vero e che li solidi de lati equidistanti equalmente alti costituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali. si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa & costituite fra linee equidistanti, come in la vigesima quinta del primo e stato dimostrato, ma de tai solidi alcuni sono detti esser costituidi sopra una linea, & questi tali son quelli, di quali li dui lati oppositi delle supreme superficie pertratti secondo la rettitudine sono una sol linea. & de questi tali questa vigesima nona propone de dover esser tutti quelli esser e ti esser equali fra loro, ma li altri de quelli sono quelli liquali non sono detti es ser constituidi sopra vna linea & sono quelli di quali qualunque duoi lati oppositi delle supreme superficie che siano soldi secondo la retitudine protratti non so no vna sol linea, & de tali la sequente propone da demostrare tutti quelli anchora esser fra loro equali. Siano adonque li duoi solidi paralellogrammi equalmente alti ouer constituidi fra superficie equidistanti a.b. & a.n. sopra vna basa laqual sia.a.c. di quali le supreme superficie (quando siano protratti secondo la retitudine) vna linea, & quelli siano.e.m. & f.n. Dico adonque che li solidi.a.b. & a.n. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di solidi come in quel luoco di triangoli tu poterai facilmente concludere, & la medesima diuersita a te occorre in questo luoco in li solidi, che hai visto esser occorso ivi in le superficie.



Theorema.xxv. Propositione.xxx.

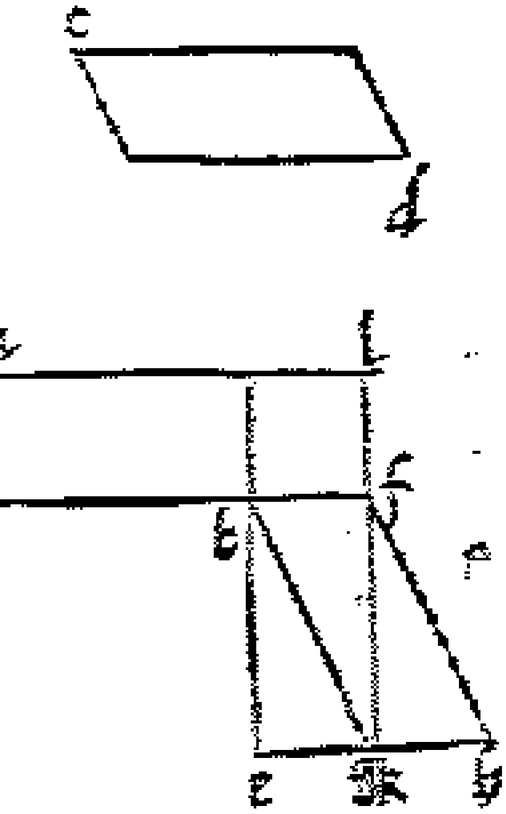
30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che seranno constituiti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere equali.

SIa al presente duoi solidi paralellogrammi equalmente alti ouer in superficie equidistante & siano sopra vna medesima basa, ma non constituidi sopra vna linea denotto: Dico quelli esser equali hor siano li duoi solidi paralellogrammi.a.b. & a.c. equalmente alti ouer intra superficie equidistanti constituti sopra vna basa laqual sia.a.d. ma non sopra vna linea & siano le supreme superficie de quelli.e.b. & f.c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la retitudine non seranno vna linea & conciosia che esse siano (dal presupposito) in vna superficie imperoche li propositi solidi sono fra superficie equidistanti, e necessario che li duoi lati de vna di quelle protratti secondo la retitudine, seghino li duoi lati dell'altra de quelle protratti secondo la retitudine, adonque siano protratti li duoi lati oppositi delle superficie.e.b. liquali siano.e.g. & h.b. & li duoi oppositi della superficie.f.c. liquali siano.h.f. & c.l. & seghino sopra li quattro ponti.m.n. p.q. & la superficie.m.n.p.q. sera de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale vna e la commune basa delli propositi solidi & quella e.a.d. & le altre due restante sono le supreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono.e.b. & c.f. adonque ducte le linee dali quattro ponti.m.n. p.q. alli quattro angoli della basa.a.d. referiti secondo la directa conuenientia lequale siano.n.a.m.r.p.s.q.d. sera vno perfetto solido paralellogrammo.a.q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra vna linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si voglia di duoi proposti solidi liquali sono.a.b. & a.c. e equale al solido.a.q. adonque (per la concettione) el solido.a.b. e equale al solido.a.c. per laqual cosa e manifesto el proposito, parendoti tu poi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si voglia duoi solidi paralellogrammi esser equali & costituti sopra vna medesima basa & tu demostrarai quelli esser equalmente alti & questa e la precedente serano el mezzo della tua demostratione, & lo impossibile al qual tu ducerai, sera la parte esser equale al suo tutto, laqual cosa euidentemente appare, se de quel solido (elquale mentisse l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, & costituti sopra vna medesima basa ne tagliarai vno solido paralellogrammo equalmente alto al piu basso, & questo tagliato tu conuencerai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso e pero (per commune sententia) etiam a quel tutto del quale tu hauerai tagliato quello.



Theorema.xxvi. Propositione.xxxi.

Li solidi de superficie equidistanti costituti in base equale, se seranno equalmente alti, & le linee angulari de quelli istaranno orthogonalmente sopra le base, seranno equali.



Et questo anchora e vero che tutti li solidi parallelogrammi costituti in base equale & intra superficie equidistanti over equalmente alti sono fra lor equali si come (in la trigesima sesta del primo) e stato provato delle superficie de equidistanti lati costituti sopra equal base & intra linee equidistanti, ma de tai solidi alcuni sono delle quale le linee angulare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de quelli tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, ma poi eglieno sono duna altra sorte delli quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di quelli altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medesimamente esser equali, adonque siano intese sopra le due base.a.b. & c.d. lequali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano duna medesima creatione, ma sia.a.b. tettangolo longo & c.d. un simile helmuayn li duoi solidi de equidistanti lati costituti equalmente alti & siano le linee rette sopra li angoli delle proposte base perpendiculare a quelle dico quelli duoi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li duoi lati della basa.a. b. (& siano quelli che contien l'angolo.b.) per fin al.f. & e. & sia fatto l'angolo f.b.g. equale all'angolo.c. della basa.c.d. & siano tolte le due linee.b.f. & b.g. equale alli duoi lati della basa.c.d. lequale contien l'angolo.c. & sia compita la superficie de lati equidistanti.b.h. laquale sera equale & simile alla basa.c.d. & da poi sia protratta la.h.g. equidistante alla.b.f. & la.f.h. equidistante alla.b.e. & la superficie quadrilatera.b.k. de lati equidistanti sera equale alla.h.b. (per la trigesima quinta del primo) & conciosia che.b.h. sia equale al.c.d. (per la constructione) la b.k. sera equale alla.a.b. adonque sia compita la superficie de lati equidistanti.b.l. protratta la linea.k.f. per fin a tanto che quella concorra in ponto.l. con [illegible] di lati continenti langolo.a. adonque fa che sopra le tre superficie de lati equidistanti (lequale sono.b.h. b.k. b.l.) siano costituidi li solidi equalmente alti al solido costituido sopra la basa.a.b. & siano le linee de tutti quelli solidi erette perpendiculare sopra le base & siano le base & li solidi costituidi sopra quelle chiamadi de medesimi nomi, adonque e manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi.b.h. & c.d. sono equali & similmente delli solidi.b.h. & b.k. e manifesto (per la vigesima nona che quelli sono equali perche sono equalmente alti & costituidi sopra una medesima basa, & questa sera la superficie erecta sopra la linea.b.f. & sopra una linea, & (per la vigesima quinta) la proportione del solido.a.b. al solido.b.l. e si come la basa.a.b. alla basa.b.l. & (per la medesima del solido.b.k. al solido.b.l.) sera si come della basa.b.k. alla basa.b.l. & conciosia che dell'una e dell'altra delle due base.a.b. & b.k. alla basa.b.l. sia una medesima proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi.a.b. & b.k. al solido.b.l. sera una medesima proportione, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi.a.b. & b.k. seranno equali, & perche el solido.b.k. e equale al solido.b.h. & lo solido.b.h. al solido.c.d. seguita (per communa scientia) el solido.a.b. essere equale al solido.c.d. che e el proposito.

Theorema.xxvii. Propositione.xxxii.

Se li solidi de superficie equidistanti costituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli e necessario esser equali.

FAbricati duoi corpi come se propone, cioe che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base per perpendicolarmente, ma ambiduoi inclinati sopra quelle & se dalli quattro anguli delle supreme superficie de quelli sian dutte le perpendicolare alli superficie doue sono fite le sue base lequale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna de lle altre sera equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna e equale, perche quelle diffiniscono la altezza di propositi solidi, & se intra quelle sian fatti solidi de equidistanti lati, sera manifesto (per la precedente) questi duoi solidi vltimamente costituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli duoi primi & delli duoi vltimi siano in medesime base, cioe le superficie supreme de quelli, e manifesto (per la vigesima nona ouer trigesima) & per quella commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el vero quello che stato proposto. per questi medesimi mezzi sel te pare tu poi demostrare li conuersi di queste & della precedente, ducendo quelle indiscretamente per lo medesimo modo & al medesimo inconueniente si come in li conuersi delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi parallelogrammi esser equali e sopra equal base, & tu conuencerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conuencerai quelli esser sopra base equale.

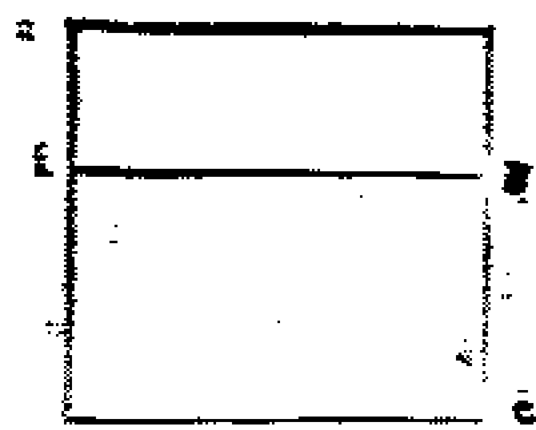
Il Tradottore.

LE due precedente propositioni nella seconda tradottione se dimostrano in vna sola propositione cioe in la trigesima prima.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxiii.

Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

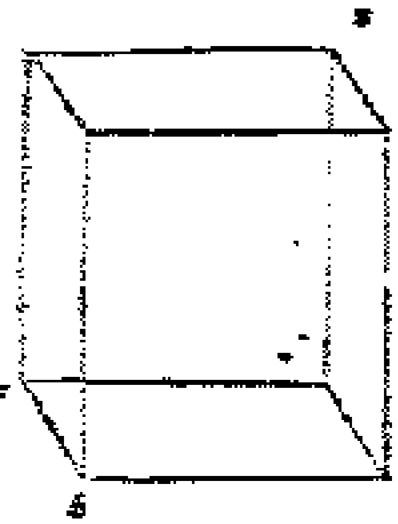
SIano duoi solidi de superficie equidistanti equalmente alti costituidi sopra le due base. a. b. & c. d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli duoi solidi, e si come la proportione delle due base (lequale sono. a. b. & c. d.) dell'una all'altra, certamente e manifesto (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li duoi lati oppositi & equidistanti in la superficie. a. b. siano protratti & fra quelli sia fatta vna superficie de lati equidistanti laqual sia. f. e. equale alla. c. d. dapoi sopra la superficie. f. e. sia compita vno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che e costituido sopra al la basa. a. b. & sia commun termine di ambiduoi quella superficie che e eleuata sopra la linea. b. f. & questi solidi & le sue base siano chiamadi de medesimi nomi perche adonque la basa. f. e. e equale alla basa. c. d. (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) lo solido. f. e. sera equale al solido. c. d. ma perche la superficie che se eleua sopra la linea. b. f. sega el total solido. a. e. equidistantemente alli duoi lati oppositi (per la vigesima quinta) la proportione del solido. f. e. al solido. a. b. sera si come la basa. f. e. alla basa. a. b. & conciosia che si le base come li solidi. c. d. & f. e. siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouero trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto tolta due volte, vna per le base & vna per li solidi) che la proportione di solidi. a. b. & c. d. & delle base. a. b. & c. d. sia vna medesima come volevamo demostrare, anchora lo conuerso di questa non e difficile de demostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo duoi solidi parallelogrammi esser proportionali alle sue base, & tu conuincerai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario ponesse esser piu alto vno solido parallelogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliato & l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) & conciosia che i

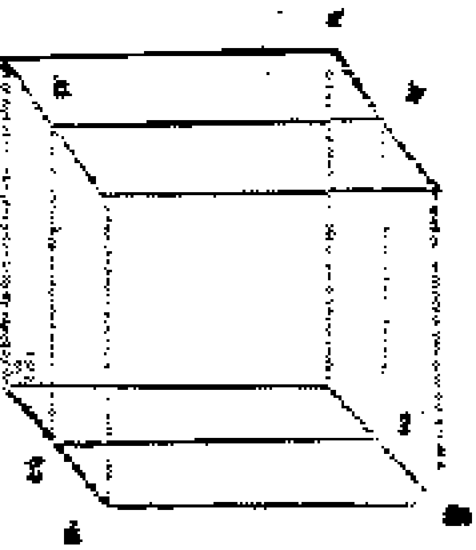


tro al piu alto (dal qual e stà tagliato el partiale) e quello che e stato supposto esser piu basso, sono proportionali a le medesime base (dal presupposito) seguira (per la prima parte della nona del quinto) el totale (che lo adversario disse esser piu alto) & lo partiale (che fu tagliato da quello esser equali laqual cosa e impossibile.

Theorema xxix. Propositione xxxiiii.

34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze sian- 34 no erette orthogonalmente sopra le base seranno equali e necessario le base de quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi e necessario esser fra loro equali.





Ogni volta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli e necessario esser mutue che se & e converso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propose la quartadecima del sesto ma questa trigesima quarta propone da demostrare di quelli solidi parallelogrammi in liquali le linee delle sue altezze sono orthogonalmente, alle sue base paralellogramme, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adonque al presente li duoi solidi parallelogrami a.b. & c.d. equali le base di quali sia no.a.e. & c.f. & le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra quelle base & sia la altezza del solido.a.b. la linea.e.b. & del solido.c.d. la linea.f.d. adonque se le due linee.e.b. & f.d. (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali, concio sia anchora che essi solidi (per el presupposito) siano equali (per el converso della trigesima prima) le base de quelli lequale sono.a. e. & c.f. seranno equali, e pero le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifestara la prima parte del presupposito, & al contrario se manifestara la seconda come se le altezze & le base sono mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale, e pero (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi e manifesta la seconda parte, ma se le linee.e.b. & f.d. non seranno equali sia maggiore.f.d. & da quella sia resegato.f.g. alla equalita della linea.e.b. & dalle altre tre linee lequale sono le altezze del solido.c.d. siano resegate alla medesima equalita in li ponti.k.h.& sia compito el solido parallelogrammo.c.g. equalmente alto al solido.a.b. & (per la precedente) dello.a.b. allo.c.g. sera si come della base.a. e. alla.c.f. adonque concio sia che lo solido.c.d. sia equal al.a.b. (per la prima parte della settima del quinto) del.c.d. al.c.g. sera si come della base.a.e. alla base.c.f. & (per la precedente la proportione del.c.d. al.c.g. e si come la base.m.f. alla base.f.l. laqual cosa e manifesta se una delle superficie di lati del solido.c.d. (& quella sia.f.m.) sia intesa base di quello, & (per la prima parte del sesto) della.f.m. alla.f.l. e si come della.d.f. alla.f.g. e pero (per la settima del quinto) si come la.d.f. alla.b.e. adonque la.a.e. alla.c.f. e si come la.d.f. alla.b.e. adonque e manifesta la prima parte, La seconda parte concio sia che la sia al contrario della prima tu la provarai per lo modo contrario, perche sia la medema dispositione stante la proportione della.a.e. alla.c.f. si come la.d.f. alla.e.b. al presente dico li solidi.a.b. & c.d. esser equali, perche (per la settima del quinto) della.d.f. alla.f.g. sera si come della.a.e. alla.c.f. ma (per la precedente) lo.a.b. al.c.g. e si come la.a.e. alla.c.f. adonque lo.a.b. al.c.g. e si come la.d.f. alla.f.g. & (per la prima del sesto) la.d.f. alla.f.g. e si come la.m.f. alla.f.l. & (per la precedente) lo.c.d. al.c.g. e si come la.m.f. alla.f.l. adonque lo.c.d. allo.c.g. e si come lo.a.b. al.c.g. adonque (per la nona del quinto) li duoi solidi.a.b. & c.d. sono equali che el proposito.

Il Tradottore.

Dove che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze siano

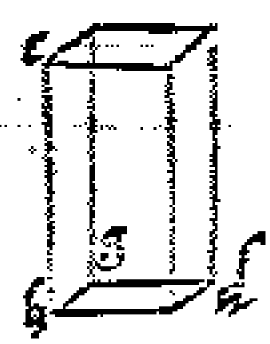
erette

erette orthogonalmente sopra le base, piu correttamente seria a dire, & le linee laterale che in alto se eleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base, perche le linee che determinano laltezza di solidi sempre sono perpendicolare alla base di tai solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue sono site le ditte base & queste tai linee della altezza non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tai solidi il medesimo si debbe intendere nel commento di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema.xxx. Propositione.xxxv.

35/34 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quelli alle altezze di medesimi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti, le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

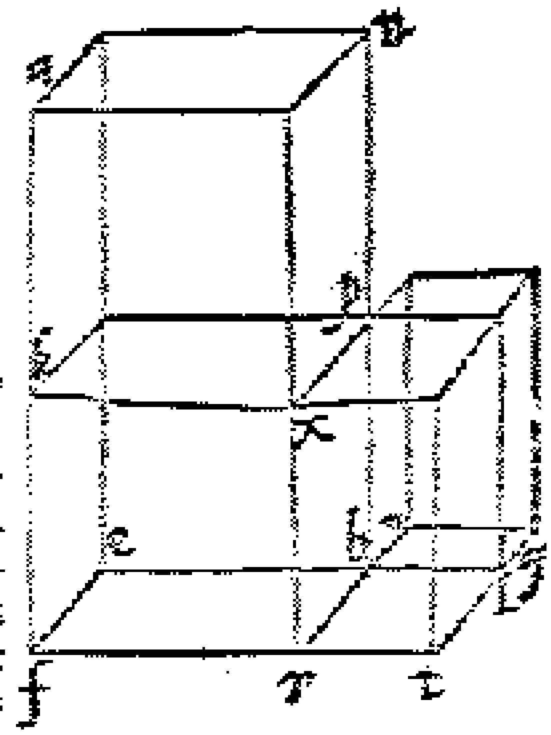
Quello che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue altezze se eleuano orthogonalmente sopra le sue base, questa trigesima quinta propone indifferentemente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima secunda & 33. perche fatti tai duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente e manifesto esser il vero quello che e detto per la precedente, ma selle non seranno orthogonalmente erette dalli quattro ponti angolari delle superficie supreme in l'uno e laltro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base, ouer dai ponti angolari delle infime superficie ne sia erigato quattro, intra lequale compiremo duoi solidi parallelogrammi equalmente alti alli solidi primi, (& per la. 29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el vero quello che propone questa trigesima quinta di questi fatti in vltima, il medesimo sera il vero etiam di primi.



Il Tradottore.

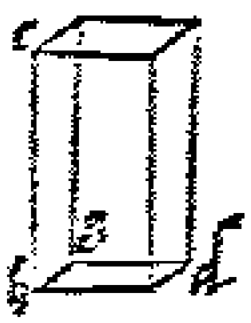
Queste due precedente propositione in la seconda tradottione se dimostrano in vna sola cioe in la trigesima quarta.

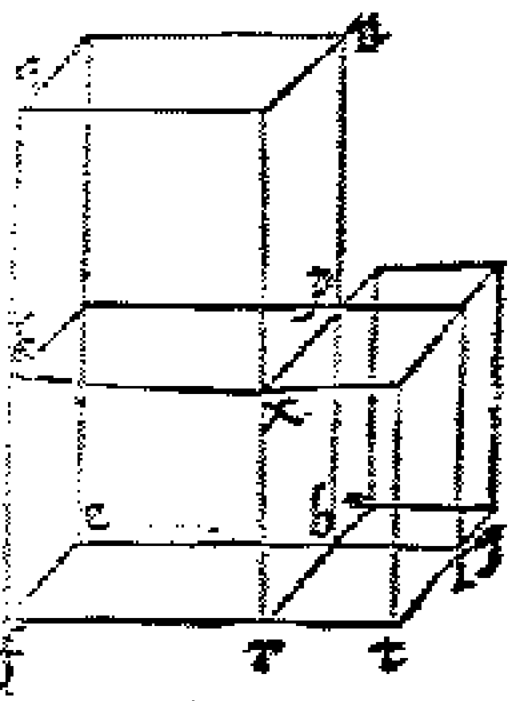
Theorema.xxxi. Propositione.xxxvi.



36/35 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportione di l'uno all'altro sera si come la proportione treplicata, di qual se voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro.

Siano li duoi solidi a.b. & c.d. parallelogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e si come la proportione treplicata di l'uno di lati di questo all'uno di lati dell'altro al suo relatiuo si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione duplicata di suoi lati relatiui, come fu dimostrado in la decima nona del sesto perche li solidi a.b. & c.d. seranno equali conciosia che sono fra pessi simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatiui dell'altro, e pero questa la che proportione treplicada de due quantita equale ouer simile quante uolte si voglia quella tuni sa saluo che proportione de equa:





fra, adonque in questo caso e manifesto esser el vero quello che se propone, ma se seranno inequali sia.a.b.maggiore del quale la longhezza sia.b.e.& la larghezza e.f.la altezza.f.a.la basa.e.r.& la sopprema superficie.a.n.& del solido.c.d.la longhezza sia.d.g.la larghezza.g.h.la altezza.h.c.adonque e manifesto (per la diffinitione di corpi simili,& p la diffinitione delle superficie simile, & per la sexta del quinto proposito) che la proportione dil.a.f.al.c.h.& del.f.e.al.h.g.& del.e.b.al.g.d. sia vna medesima,adonque sia tolto dalla linea.a.f. (laquale e manifesto esser maggiore della.c.h.) la linea.f.k.equale alla.h.c.& le altre tre (determinante la altezza del solido.a.b.) siano redutte alla equalita de quella & fra quelle sia compito el solido paralellogrammo.k.b.equalmente alto al solido.c.d.& siano protratte le due linee della basa.e.b.per fina al.l.& n.b.per fina al.m.& sia.b.l.equale al.g.d.& b.m.equale al.h.g.& sia compito la superficie.m.l.de lati equidistanti laquale sera equale & simile alla.h.d.adonque sopra di quella sia erigato lo solido.p.q.paralellogrammo secondo la predita altezza del solido.c.d.& sera.p.q.equale & simile al solido.c.d.vnaltra volta fra le linee.r.b.&.b.l.sia compita la superficie.b.t.de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia erigato lo solido paralellogrammo.x.l.equalmente alto a luno e laltro di duoi solidi.k.b.&.p.q. reimpiando luno e laltro ei doi angoli che sono dentro quella, & conciosia che li duoi solidi.k.b.p.q.siano simili imperoche ambiduoi sono posti simili al solido c.d.& li corpi simili a vno medesimo corpo in fra loro sono simili,come e manifesto (per la diffinitione di corpi simili,& per la vigesima del sesto, & e manifesto per la vigesima quinta o ter nona) che fra li duoi solidi.k.b.&.p.q.secondo la continua proportionalita cadeno necessariamente li duoi solidi.k.b.&.x.l. adonque collatera ouer cossimata la figura, & con la memoria ferma alli fondati presupposti (per la prima del sesto) facilmente concluderai il proposito, discerne el corpo & attende diligentemente le superfi (per la vigesima quinta de questo) la proportione del solido.a.b.al solido.k.b.esser si come della superficie.a.r. alla superficie.k.r.e pero (per la prima del sesto) si come della linea.a.f.alla linea k.f.& la proportione del solido.k.b.al solido.x.l.si come della superficie.k.r.alla superficie.x.r.e pero si come della linea.f.r.alla linea.r.x.& la proportione del solido.x.l.al solido.p.q.si come della superficie.l.x.alla superficie.l.m.e p tanto e si come della linea.r.b.alla linea.b.m.& pel presupposito e chiaro che la proportione della linea.f.r.alla linea.r.x.& della linea.r.b.alla linea.b.m.e si come della linea.a.f.alla linea.k.f.e per tanto (per la diffinitione della proportione triplicata posta in lo prohemio del.5.) e manifesto che la pportione del solido.a.b.al solido.p.q.e po etiam al solido.c.d.e si come della linea.a.f.alla linea.k.f.triplicata, & perche la linea.k.f.e posta equale alla linea.c.h.e manifesto esser il vero quello che detto e. ma bisogna saper che cio che e stato dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa trigesima sexta & per le sette continue precedente a quella) il medesimo anchora se verifica nelli seratili di quali le base communamente sono trigone ouer communamente tetragone, & questo sera manifesto allo ingenioso speculatore (p la vigesima ottaua & per questa trigesima sexta & per la sette a quella continuamente precedente) perche se seranno quai si voglia seratili equalmente alti sopra vna medesima basa ouer sopra base equale tamen communamente trigone ouer communamente tetragone, conciosia che quelli siano la mita di solidi paralellogrammi delle sue altezze (per la vigesima ottaua quelli seranno equali p la vigesima nona.& per le tre. che seguitano quella) perche di quelli e manifesto li solidi paralellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se saranno dui seratili sopra base communamente trigone, ouer communamente tetragone equalmente alti quelli seranno proportionali alle sue base, si come (per la trigesima terza) se ha di solidi paralellogrammi, perche quelli (per la vigesima ottaua) sono la mita di solidi paralellogrammi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de quelli e vna medesima proportione (per la trigesima terza) conciosia adonque che la proportione di solidi paralellogrammi sia si come quella de seratile perche si come el seragio al plo al sempio cosi e el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto) & la proportione delle base di solidi paralellogrammi, e si come delle base di seratili, perche over che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi paralellogrammi, & questo sera quando le base di seratili seranno tetragone, perche altro ra seranno da esser compidi li solidi paralellogrammi dalli seratili sopra le medesime base, over le base di seratili seranno sor duple alle base di solidi paralellogrammi, & questo sera quando le base delli seratili seranno communamente trigone, perche alli totali solidi paralellogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili, le superficie trigone accioche le base de seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportione di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communamente sopra base triangulare over communamente sopra le base quadrangulare, le base de quelli seranno mutue alle altezze de quelli, ma se le base de quelli seranno mutue alle altezza de quelli, essi seratili seranno equali si come proponeno la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi paralellogrammi, & questo facilmente e manifesto, per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta, ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno all'altro, e si come la proportione del lato de uno al suo relativo lato dell'altro dupplicata si come di solidi paralellogrammi (propone la trigesima sesta) che per la medesima trigesima (sesta) facilmente a te se manifestara dalli paralellogrammi compidi dalli seratili simili quelli solidi provarai esser simili la qualcosa e facile esser negotiata (per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile, per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

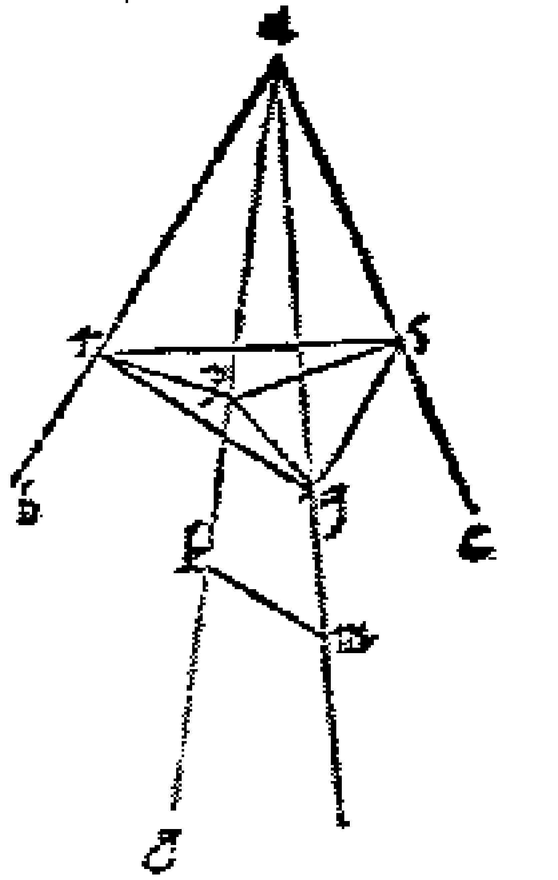
Dico che da questo e manifesto, che se seranno quattro rette linee proportionale, si come sera la prima alla quarta cosi sera el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

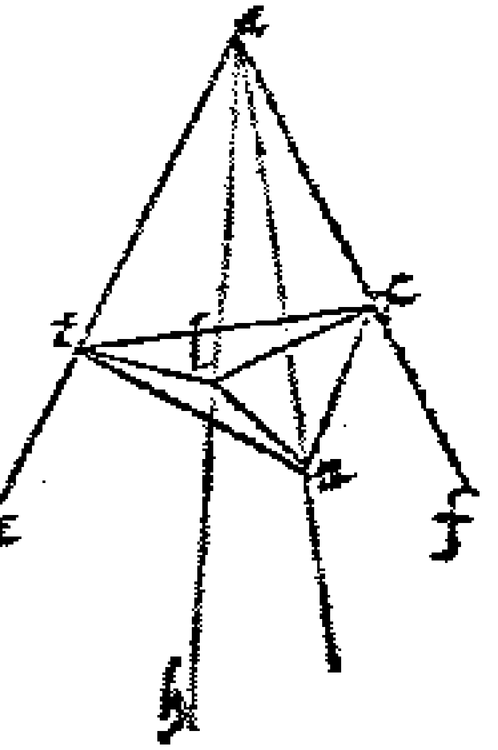
Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione el quale per esser da se chiaro altramente non lo espongo, advertendoti solamente che li detti solidi descritti sopra alla prima & seconda el non basta che quelli siano simili, ma bisogna etiam che siano similmente posti over descritti cioe che le base descritte dalle dette due linee dove essi corpi se riposano siano simile & relative de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla vigesima del sesto delle superficie simile.

Theorema.xxxii. Propositione.xxxvii.

37 Se seranno duoi angoli piani equali sopra li quali siano statuide in
35 aere due Ypotumisse che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciascaduno di lati di angoli subgiacenti, & in quelle Ypotumisse siano signati duoi ponti, dalli quali siano protratte due perpendicolare alla superficie delli proposti angoli & dalli ponti sopra liquali cascaranno le perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli piani, Li duoi angoli che seranno contenuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumisse se provano fra lor esser equali.



Siano li duoi angoli piani .a. & .d. equali contenuti dalle linee .a.b. & .a.c. & .d.e. & .d.f. & sopra quelli sian erigiate due linee (ypotenuse [illegible]) .a.g. & .d.h. & sia l'angolo .g.a.c. equale all'angolo .h.d.f. & l'angolo .g.a.b. equale all'angolo .h.d.e. in le due ypotenuse .a.g. & .d.h. siano signati li duoi ponti (come si voglia) .k. & .l. dai quali secondo li precetti della undecima di questo) siano lassate due perpendicolare alla superficie de angoli .a. & .d. lequale siano .k.m. & .l.n. & siano protratte le due linee .a.m. & .d.n. dico adonque l'angolo .g.a.m. esser equale all'angolo .h.d.n. [illegible] la linea .a.k. e equale alla .d.l. [illegible] quella [illegible] della linea .a.g. [illegible] la linea .a.p. equale alla .d.l. & dal ponto .p. sia lassata una linea perpendicolare alla superficie del angolo .a. laqual sia .p.q. adonque e manifesto che'l ponto .q. e in la linea .a.m. laqual cosa per la sesta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistante, lequale e necessario esser in una superficie [illegible] e manifesto a colui che ben studiosamente e considera, dapoi dal ponto .q. siano dutte due perpendicolare una alla linea .a.b. laquale sia .q.r. & l'altra alla linea .a.c. laquale sia .q.s. similmente anchora dal ponto .n. siano dutte due altre perpendicolare una alla linea .d.e. laqual sia .n.t. & l'altra alla linea .d.f. laqual sia .n.x. & siano protratte .r.s. & .t.x. & anchora dalli ponti .p. & .l. siano tirate le ypotenuse .p.q. .p.r. .p.s. & .l.n. .l.t. .l.x. adonque poste queste cose, & depenta prudentemente la figura, cosi se apprende la demostratione del proposito, egli e manifesto (per la penultima del primo) che'l quadrato della linea .a.p. e equale alli quadrati delle due linee .a.q. & .p.q. & (per la medesima) che'l quadrato della .a.q. e equale alli quadrati delle due linee .a.s. & .s.q. adonque el quadrato della .a.p. e equale alli quadrati delle tre linee .a.s. .s.q. & .q.p. Ma per la medesima el quadrato della .s.p. e equale alli quadrati delle due linee .s.q. & .p.q. adonque el quadrato della .a.p. e equale alli quadrati delle due linee .a.s. & .s.p. e pero (per la ultima del primo) lo angolo .a.s.p. e retto & per simel modo se approvara cadauno di tre angoli .d.x.l. .a.r.p. .d.t.l. esser retto, concludese adonque che l'angolo .s.a.p. (per el presupposito) sia equale all'angolo .x.d.l. & la linea .a.p. alla linea .d.l. (per la vigesima sesta del primo) la linea .d.x. sera equale alla .a.s. & la .x.l. equale alla .s.p. anchora per lo medesimo modo, concioſia che (per el presupposito) l'angolo .r.a.p. sia equale all'angolo .t.d.l. (per la medesima) la linea .a.r. sera equale alla .d.t. & la .r.p. equale alla .t.l. per laqual cosa per la quarta del primo la linea .r.s. sera equale alla linea .t.x. & l'angolo .a.r.s. equale all'angolo .d.t.x. & l'angolo .a.s.r. all'angolo .d.x.t. perche l'angolo .a. (dal presupposito) e equale all'angolo .d. adonque (per la con[illegible]) l'angolo .s.r.q. sera equale all'angolo .x.t.n. et l'angolo .r.s.q. all'angolo .t.x.n. perche sono li residui de duoi retti per li duoi equali tolti via, adonque (per la vigesima sesta del primo) e necessario che la linea .r.q. sia equale alla .t.n. & la .q.s. equale alla .n.x. & concioſia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea .r.p. sia equale alli quadrati delle due linee .r.q. & .p.q. & lo quadrato della linea .t.l. equale alli quadrati delle due linee .t.n. & .l.n. & essendo le due linee .r.p. & .t.l. equale, & anchora le due lequale sono .r.q. & .t.n. equale, seguita (per commune sententia) le due che sono .p.q. & .l.n. esser equale, per lo medesimo modo, concioſia che'l quadrato della linea .a.p. sia equale alli quadrati delle due linee (che sono .a.q. & .q.p.) similmente el quadrato della linea .d.l. alli quadrati delle due linee che sono .d.n. & .n.l. & essendo .a.p. equale alla .d.l. & la .p.q. equale alla .l.n. seguita per commune sententia la .a.q. esser equale alla .d.n. adonque (per la ottava del primo) concludo el proposito, cioe l'angolo .p.a.m. esser equale al angolo .l.n.d.



Correlario.

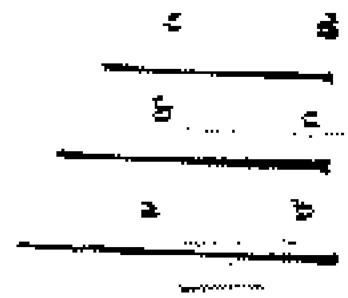
Da questo e manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equali, e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale con[illegible]nente equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in le quale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

Il Tradottore.

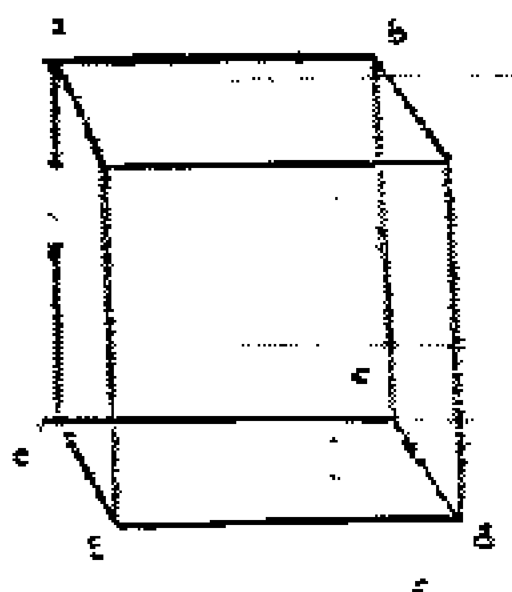
Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual correlario dice che per le cose demonstrate nella sopraiscritta propositione che egliè manifesto che se saranno duoi angoli piani de linee rette (si come li dui angoli soprascritti .a. & .b.) contenuti da linee rette equale, quale siano per le linee .a.r.a.s. & .d.n.d.x. & sopra li lor termini .a. & .d. siano le due linee .a.p. & .d.l. equale & constituente equali angoli con luna e laltra de quelle prime poste, dico che le perpendiculare dutte da quelle alle superficie in le qle sono posti li detti angoli sono fra loro equale, le quale perpendicolare in questo caso sono le .p.q. & .l.n. la qual cosa per le cose demonstrate di sopra e manifesta.

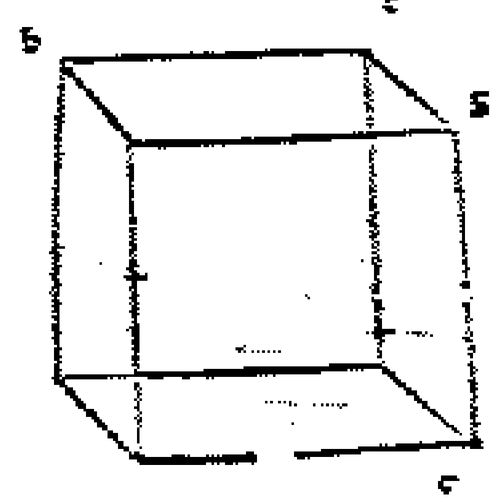
Theorema.xxxiii. Propositione.xxxviii.

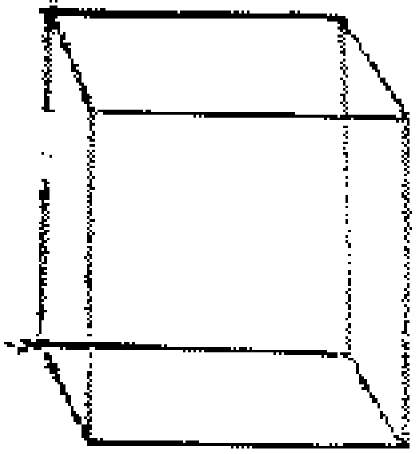
Se saranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto da quelle tre linee, sara equale al solido de superficie equidistante equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.



Siano adonque le tre linee .a.b. .b.c. & .c.d. contine proportionale, & sia fatto dal quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito el solido de lati equidistanti del quale la linea .a.b. sia la longhezza & la .b.c. la altezza, & la .c.d. la larghezza & questo solido sia detto .a.d. anchora sia tolta unaltra linea equale alla .b.c. laquale sia etiam chiamata .b.c. & sopra la stremita di quella (la quale e .b.) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido .a. secondo che insegna la vigesimasesta & tutte le altre linee continente langolo solido .b. siano relegate alla equalita della linea .b.c. & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza larghezza, & altezza sia la linea .b.c. & quello sia detto .b.c. Dico adonque li duoi solidi .a.d. & .b.c. esser equali. Perche egliè manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relative superficie di laltro laqual cosa se poi sustentare (per la vigesimaquarta propositione del primo libro) et concio sia che langolo solido .b. sia posto equale al solido angolo .a. e necessario che langolo di qual si voglia delle superficie del solido .a.d. sia equale a langolo della superficie a se relativa del solido .b.c. Adonque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi saranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascheduna superficie quadrilatera sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo libro) egliè necessario che li duoi remanenti di luno siano equali alli duoi remanenti di laltro a se relativi. Et concio sia che essi duoi remanenti in quale si voglia (di dette superficie) siano etiam fra loro equali, el se conviene necessariamente che ciascuna delle superficie del solido .a.d. sia equiangola alla sua relativa in el solido .b.c. Per la qual cosa (per la seconda parte della decimaseptima propositione del sesto libro) le base di duoi proposti solidi saranno equali, Perche sono equiangole & de lati mutui, Adonque se le linee delle altezze, stanno orthogonalmente sopra le base de quelli e manifesto (per la trigesimaprima propositione) quelli esser equali. Perche concio sia che queste linee siano equale, & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi saranno equalmente alti. Ma se le linee delle altezze de quegli non stanno orthogonalmente alle sue base, protratte le perpendicolare dalle summita di quelle alle base. Queste perpendicolare (per la precedente) saranno fra loro equale, perche quelle sarano si come erano in la figura della demonstratione della precedente, le due linee .p.q. & .l.n. le quale demonstrassimo) bisognar esser equali, Perche adonque la altezza

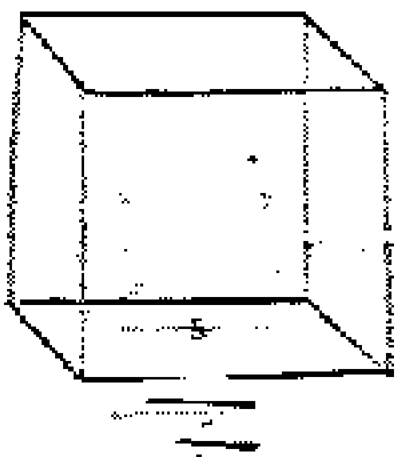






a

di tutti li solidi se diffinisse per le perpendicolare descendente dalle sommita di quelli alle sue base li duoi solidi .a.d.&.c.b.(per la trigesima seconda) saranno equali. anchora possemo demonstrare (pתendone) lo conuerso di questa per lo modo contrario come sel corpo parallelogrammo .a.d. sia equale, & equiangolo al corpo parallelogrammo .b.c. & lo corpo .b.c. sia contenuto dalla media de le tre linee continente el corpo .a.d. le tre linee continente el corpo .a.b. saranno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi parallelogrammi .a.d. & .c.b. siano equali & equalmente alti (dal presupposito) essi sarano sopra base equale (per li conuersi della trigesimaprima & trigesima seconda) & perche queste base de questi sono equiangole, seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati mutui, adonque la proportione della .a.b. alla .b.c. e si come della .b.c. alla .c.d. per la qual cosa e manifesto il proposito.

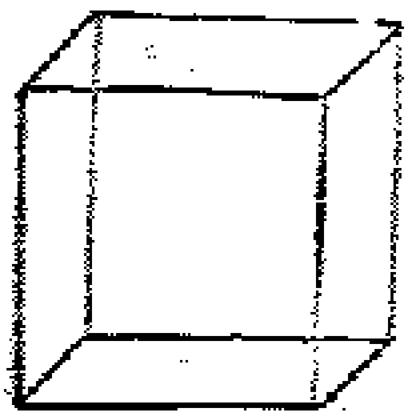


b

c

Il Tradottore.

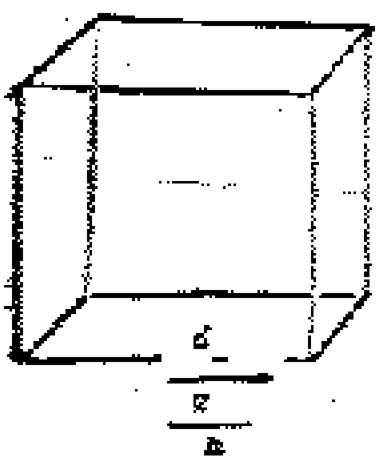
IL testo della soprascritta propositione lo hauemo tolto dalla seconda tradutione per esser piu corretto.



c

Theorema.xxxiiii. Propositione.xxxix.

Se saranno quante se uogliano linee proportionale, li suoi solidi de
35 superficie equidistante e simili di ciascuna creatione saranno ancho
36 ra proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di cia
scuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle qua
le sono contenuti li detti solidi saranno proportionale, El simile la
trigesimaseconda del sesto propone delle superficie.

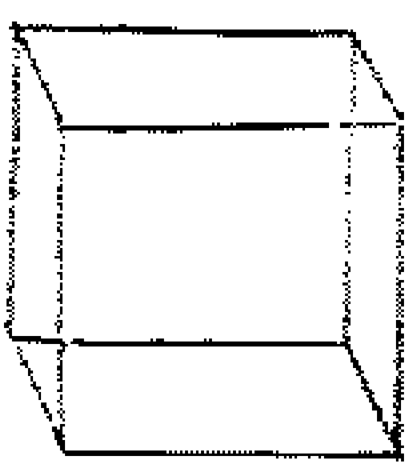


d

g

h

HOr siano le quattro linee .a.b.&.c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi parallelogrammi (dalli medesimi nomi nominati) li quali siano espressamente simili. Perche dalli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee .a.&.c. & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della trigesimasettima. Dico questi quattro solidi esser proportionali & e conuerso, & per demonstrar questo siano fatto aggionte alle due linee .a.b. in continua proportionalita le due (le quale siano .e.f. si come insegna la decima del sesto, & alle due linee .c.&.d. altre due le quale siano .g.&.h. adonque e manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione triplicata, la quale e posta nel principio del quinto & per questi presupposti) che li solidi .a.&.b. & li solidi .c.&.d. fra loro insieme sono espressamente simili, che la proportione del solido .a. al solido .b. e si come la proportione della linea .a. alla linea .f. Anchora del solido .c. al solido .d. e si come della linea .c. alla linea .h. & perche (per la trigesima seconda del quinto) la proportione della linea .a. alla linea .f e si come della linea .c. alla linea .h. (per la undecima del quinto) el solido .a. al solido .b. e si come el solido .c. al solido .d. adonque e manifesta la prima parte. La seconda se demostra in questo modo. Siano li duoi solidi .a.&.b. simili fra loro & li duoi li quali siano .c.&.d. fra loro espressamente simili, & siano tutti parallelogrammi & siano posti proportionali. Dico che le linee .a.b.&.c.d. (sopra le quale sono constituidi) sono proportionale & per demostrar questo sia (per la decima



del sesto) si come la linea.a. alla linea.b. cosi sia la linea.c. alla linea.K. e sia fatto (secondo la uigesima settima de questo) sopra la linea.K. un solido specialmente simile al solido.d. el quale sia etiam detto.K. & (per le diffinitioni di corpi simile & delle superficie simile & per la uigesima del sesto) el corpo.K. sara specialmente simile al corpo.c. e pero (per la prima parte de questa trigesimanona gia dedutta per ragioni) la proportione del solido.a. al solido.b. sara si come del solido.c. al solido.K. Et perche la medesima era del solido.c. al solido.d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido.K. sara equale al solido.d. Et concio sia che quelli siano specialmente simili, seguita la linea.K. esser equale alla linea.d. Perche la equalita non e produtta da alcuna proportione triplicata (ouer tolta quante uolte si uoglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) e manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi.a.b.c.d. esser simile a qual si uoglia delli altri, perche tu te ingannaresti. Ma li duoi solidi.a.&.b. e ben necessario esser simili fra loro, & similmente, li duoi.c.&.d. Ma li solidi.c.&.d. egli e accadente esser simili alli duoi solidi.a.&.b. ma el non e necessario, Il medesimo (per questa trigesimanona) poterai concludere facilmente di serratili.

Il Tradottore.

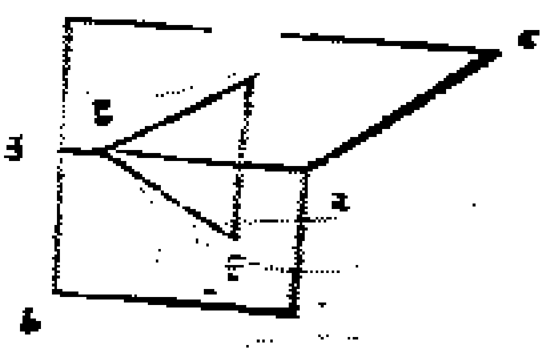
LA soprascritta propositione patiria oppositione perche sopra alla linea.b. se potria descriuere un solido simile al solido.a. & similmente un altro sopra alla linea.d. simile al.c. & tamen li detti solidi non sariano proportionali (quantunque le date quattro linee fusseno proportionale) e pero il testo della seconda tradottione e piu corretto assai el qual paria in questa forma.

SE saranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quelle saranno proportionale. Et se li solidi de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali, & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

SI che el non basta che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie) fu detto sopra alla uigesima seconda del sesto altramente la propositione patiria oppositione ideo &c.

Theorema.xxxv. Propositione.xl.

Se un piano sara retto a un piano, & da uno ponto (stante in uno de detti piani) sara dotta una perpendicolare in laltro piano, essa
38 perpendicolare cadera in la communa sectione de quelli medesimi piani.

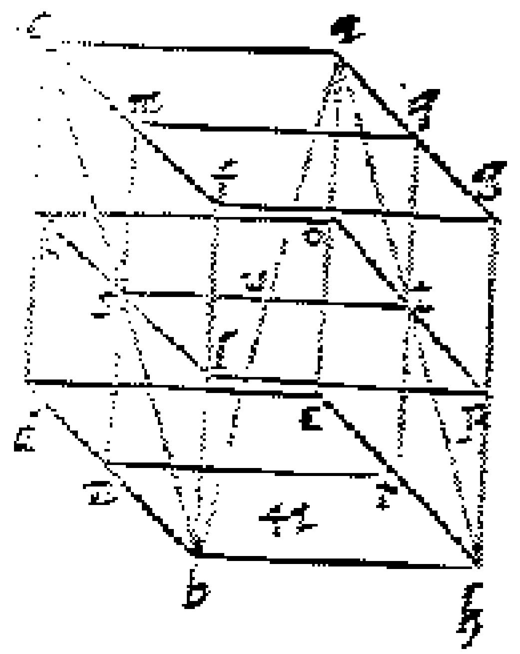


HOr sia el piano.c.d. retto al piano.a.b. & la commune settione de quelli sia d.a. & sia tolto a caso el ponto.e. in esso piano.c.d. Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto.e. in el piano.a.b. quella cadera in essa settione.d.a. Perche sel fusse possibile (per lauersario) poniamo che quella cadi fuora si come la.e.f. & quella cascasi in el detto piano.a.b. in ponto.f. & da questo ponto.f. sia protratta la.f.g. in el piano.a.b. perpendicolare alla detta settione d.a. (per la undecima del undecimo) la quale sara ad angoli retti al detto piano.c.d. & sia protratta la.e.g. Adonque perche la.f.g. e ad angoli retti al detto piano.c.d. & la.e.g. (stante in el piano.c.d.) tocca quella. Adonque langulo contenuto sotto.f.g.e. e retto. Ma etiam la.e.f. a esso piano.a.

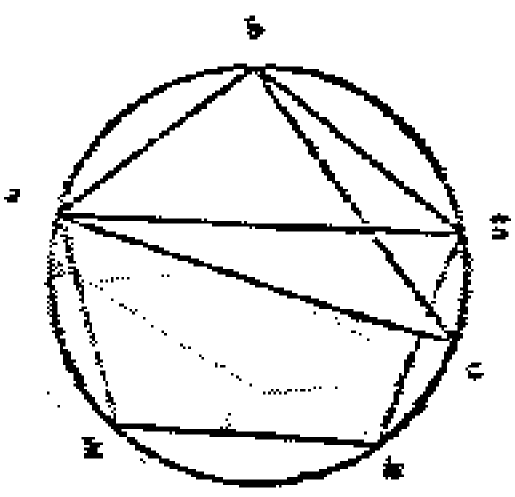
he ad angoli retti, adonche langolo che forma.e.f.g.e retto. Per laqual cosa doi angoli de quel triangolo.e.f.g.sono equali a doi angoli retti, la qual cosa e impossibile (per la decima settima del primo) Adonque la perpendicolare dutta dal ponto.e.in el piano.a.b.non cade fora di essa settione.a.d.adonque cade in quella che era da demostrare.

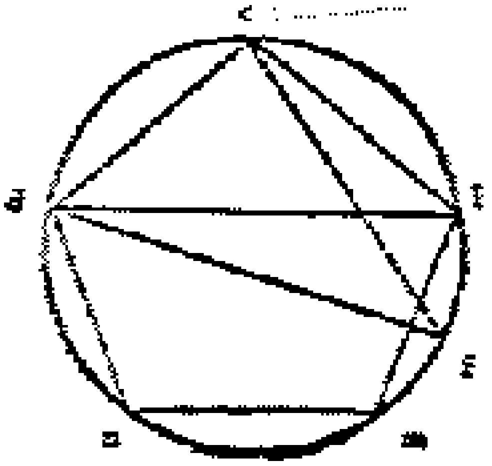
Theorema.xxxvi. Propositione.xli.

Se li lati de due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due
40 parti equali, & dalli ponti delle settioni, usciranno due superficie se-
39 gante el cubo etiam fra loro, la commune settione de quelle e neces
sario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella simil
mente e necessario esser segata dal diametro in due parti equali.



Stabilisse un cubo el qual sia.a.b.del quale e manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che lo contiene sono equale & le sue superficie rettangole, perche a un tal corpo diremo cubo. Adonche la basa di questo cubo sia la superficie.a.c. d.e.& la superficie suprema di questo sia.b.f.g.h.& la destra di questo sia.a.e.g.h. & la sinistra sia la superficie.b.f.c.d. Anchora quella de qua sia la.d.e.b.h.& quella di la sia.a.c.g.f.& lo diametro di questo sia la.a.b.adonche siano divisi tutti li lati de due qual si vogliano superficie opposite di questo in due parti equali & siano (al presente) le superficie delle quale li lati sian divisi la destra, & la sinistra. Dico che siano divisi li quattro lati, della destra, sopra li quattro ponti, li quali sono.o.p.q.r. Et la sinistra sopra li quattro li quali sono.K.l.m.n.& siano congiunti li ponti in queste superficie opposite dutte le linee.o.p.& q.r.lequale se segano fra loro in ponto.t. Anchora dutte le.K.l.& m.n.lequale se segano fra loro in ponto.s.& siano anchor compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee.o.K.& p.l.q.m.& r.n.& sia la commune settione di queste due superficie la.s.t. Dico adonque che la linea.s.t.divide il diametro.a.b.& quella e divisa dal medesimo diametro in due parti equali, laqual cosa e manifesta perche luna e laltra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente e bisogna demostrare quello che e proposito. Hor siano produtte le due linee.t.a.& t.h.similmente le due.s.c.& s.b.& (per la.4.del primo) la.a.t.sara equale alla.t.h.& la.s.c.equale alla.s.b.& e manifesto (per la prima parte della.29.del primo) che langolo.p.t.q.e equale al angolo.a.q.t.& (per la quarta del primo) langolo.h.t.p.e equale al angolo.t.a.q. Adonque per la.32.del primo) sumo langolo.h.t.q.con langolo.q.t.a.vale per doi retti. Per laqual cosa (per la.14.del primo) la linea.a.h.sara una sol linea. Similmente anchora la linea.c.b.sara una sol linea. & perche (per la nona di questo) la linea.a.c.e equidistante alla linea.b.h.perche luna e laltra e equidistante alla linea.d.e.& concesso che quelle siano equale perche sono lati del cubo, seguita per la.33.del primo le due linee.a.h.& c.b. esser equale & equidistante & pero per la conversione) le mita di quelle le qual sono.a.t.& b.s.saranno equale. & (per la settima di questo) e manifesto che la linea.s.t.e in superficie delle due linee.a.h.& b.c.& (per la medesima) la linea.a.b.la quale e il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie paralellogramma a.c.b.h. Adonque la linea.s.t.sega lo diametro.a.b. Seghi adonque quello in ponto.u. Dico adonque la linea.s.u.esser equale alla linea.u.t.etiam la linea.a.u.alla linea.u.b. Siano intesi li doi triangoli.a.t.u.b.s.u.di quali li angoli che sono al.a. & .b.sono equali fra loro, similmente li angoli di medesimi che sono al.t.& .s.sono equali fra loro (per la prima parte della vigesimanona del primo) per questo che la linea.a.t.e equidistante alla linea.s.b. Et perche anchora loro sono equale seguita (per la vigesimasesta del primo) il proposito. Il medesimo anchora se concludera per el medesimo modo se il solido.a.b.non sia cubo. ma solamente





corpo

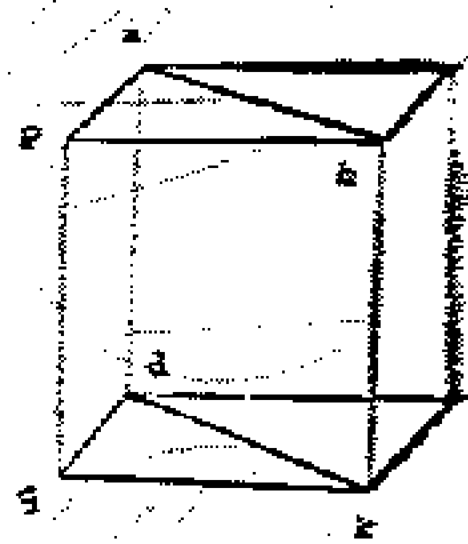
corpo parallelogrammo, over contenuto da linee equale, over non equale, over anchora sel sera eretto orthogonalmente sopra alla basa over anchora sopra quella inclinato, onde el se applica la figuratione (in questa quadragesima prima) del cubo a tutte le figure solide parallelogramme.

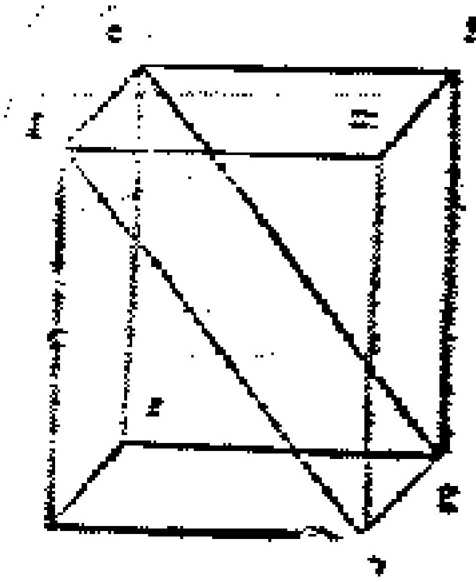
Il Tradottore.

Quello che se propone nella soprascritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra vno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioe tal propositione e piu generale.

Theorema.xxxvii. Propositione.xlii.

41/40 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, & laltro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare, seranno equalmente alti: quelli duoi corpi e necessario esser equali.





Sia la superficie.a.b.c.d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera.e.f.g. & sopra queste due superficie siano fatti duoi corpi seratili equalmente alti, & siano li seratili che e sopra la basa quadrangola.a.b.c.d.h.k. la basa del quale e la superficie proposta de lati equidistanti.a.b.c.d. l'altra superficie de lati equidistanti de quello e la.a.b.d.K. & la terza.c.b.h.c.k. & le due superficie triangulare di quello, luna e il triangolo.a.b.h. & l'altra il triangolo.d.c.k. & lo seratile che e sopra la basa triangola.e.f.g. sia.e.f.g.l.m.n. del quale luna delle due superficie triangulare e la predetta basa el altra il triangolo.l.m.n. & delle tre superficie de lati equidistanti di quello la prima e la.e.f.l.m. e la seconda.e.g.l.n. & la terza la.f.g.m.n. adonque dico questi duoi seratili proposti esser fra loro equali & per dimostrar questo sian compidi li duoi solidi parallelogrammi aggiongendo all'uno e l'altro di duoi proposti seratili vnaltro seratile a se medesimo equale, & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggionto lo seratile.a.p.h.d.q.K. del quale le due superficie trilatere sono.a.p.h.d.q.K. & le tre quadrilatere, la prima e.a.h.d.K. (laquale e termine commune a se medesima & a quella alla quale e stata aggionta) & la seconda.a.d.p.q. anchor la terza.p.q.h.K. ma allo secondo seratile sia aggionto vnaltro seratile a se medesimo equale in questo modo: sia aggionto al primo triangolo.e.f.g. vnaltro triangolo a lui equale dequale sia.e.g.r. talmente che tutta la superficie.e.f.g.r. sia de lati equidistanti, & sopra questo triangolo sia fatto el seratile.e.g.r.l.n.s. el quale con quello al quale e aggionto compisse vno corpo parallelogrammo, le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono.e.g.r.l.n.s. & le tre parallelogramme sono, la prima.e.l.r.s. la seconda.e.l.g.n. (& questa e commun termine a se & a quella alla quale e aggionta) & la terza.g.r.n.s. adonque egli e manifesto per la diffinitione di solidi equali & simili, che li duoi seratili componenti lo solido parallelogrammo.a.K. & similmente li duoi componenti lo solido parallelogrammo.e.n. fra loro in insieme sono equali & (per la trigesima prima & trigesima seconda de questo) li duoi solidi.a.k. & e.n. sono equali fra loro, adonque perche le mita di questi solidi sono li seratili proposti (per communa sententia) e manifesto quelli essere equali perche tutte le cose che seranno equale le mita di quelle e necessario essere equale: per tanto e manifesto quello che fu proposto.

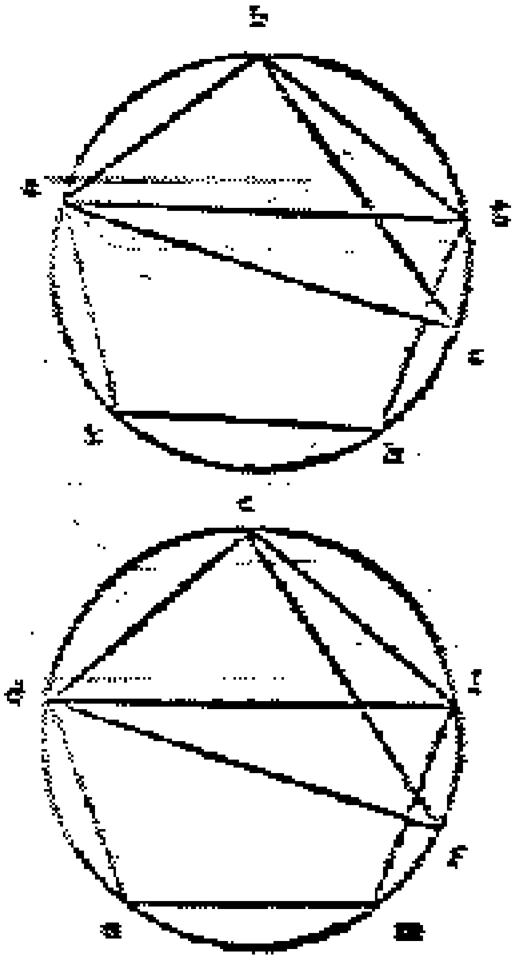
Fine del vndecimo libro.

INCOMINCIA

Il DVODECIMO LIBRO DI EVCLIDE

MEGARENSE PHILOSOPHO PER-

spicacissimo, da Nicolo Tartalea, Brisciano, re-
assettato & integrato, secondo le due
tradottioni, & per commu-
na vtilitade
dal latino in volgar
retradotto &
reinte
grado & in molti
passi essemplificato per el detto,
con somma diligentia, dechiarito.



Theorema prima. Propositione prima.

1 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dentro di doi
1 cerchii, la proportione di l'una all'altra, e si come la proportione de
li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchii circonscriben-
ti quelle.

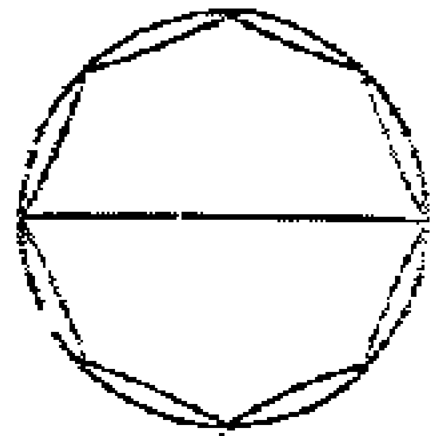
Siano li doi cerchii a.b.c.d.e.f. alli quali siano inscritte due figure come si vo
glia de molti angoli liquali siano posti simili fra loro & siano per el presente
inscritte penthagone come insegna la vndecima del quarto, & quelle siano a.b.
g.h.k. l'altro penthagono d.e.l.m.n. anchora li diametri di cerchii siano a.c. &
d.f. Dico anchora che la proportione del penthagono a.b.g.h.k. al penthagono
d.e.l.m.n. e si come el quadrato del diametro a.c. al quadrato del diametro d.f.
& p dimostrar questo sia protratto due linee in l'uno e l'altro circolo dalla stremita dal
diametro alla stremita dell'un di lati del penthagono, non terminante con el
diametro intersecandosi fra loro dentro del detto penthagono in l'uno sia la a.g.
& c.b. & in l'altra d.l. & e.f. & (per la sesta del sesto) el triangolo. a.b.g. sera equi
angolo al triangolo d.e.l. perche concio sia che li penthagoni siano sta posti si
mili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo b. equa
le all'angolo e. & li lati continenti quelli proportionali, cioe la proportione del
a.b. al d.e. si come del b.g. al e.l. & conciosia che (per la vigesima prima del ter
zo) li doi angoli c. & g. siano fra loro equali & similmente li altri doi l. & f. e
quali fra loro li doi che sono c. & f. seranno fra loro equali (per questa commu
ne sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora e necessario quel
le esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del
terzo) l'uno e l'altro di doi angoli a.b.c. d.e.f. e retto, seguita (per la trigesima se
conda del primo) li doi triangoli a.b.c. d.e.f. esser equiangoli per laqual cosa (p
la quarta del sesto) la proportione del diametro a.c. al diametro d.f. e si come
del lato a.b. al lato d.e. e per tanto conciosia che (per la seconda parte della de
cimanona del sesto) la proportione di doi penthagoni sia si come la proportio
ne dupplicata del lato a.b. al lato d.e. & (per la medesima) la proportione del
quadrato del diametro a.c. al quadrato del diametro d.f. sia si come la propor
tione del diametro a.c. al diametro d.f. dupplicata (per questa commune sen
tentia) quelle cose delle quale le loro mita sono equale: quelle anchora fra loro
sono equale, e manifesto quello che fu proposto.

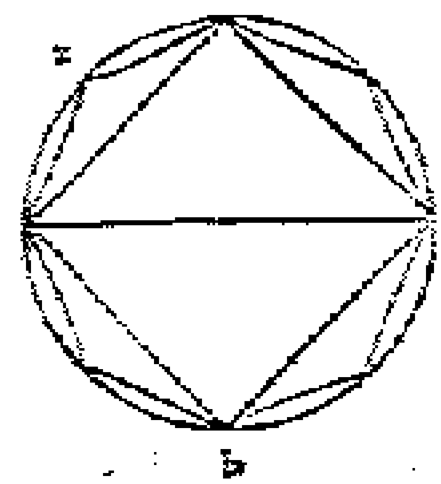
Theorema

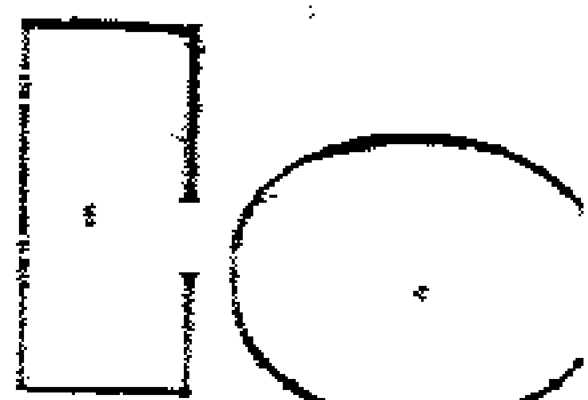
Theorema .ii. Propositione .ii.

2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e si come la
2 proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dil'altro.

Siano li duoi circoli .a.b. & .c.d. li diametri di quali siano detti .a.b. & .c.d. dico adonque che la proportione del circolo .a.b. al circolo .c.d. e si come del quadrato del diametro .a.b. al quadrato del diametro .c.d. perche e gia manifesto (per questa commune sententia, quanta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tanta e necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro .a.b. al quadrato del diametro .c.d. e si come del circolo .a.b. ad alcuna superficie laqual sia .e. laqual si supponi sia di qual figura over forma si voglia, & questa e impossibile esser maggior over minore del circolo .c.d. perche se egli e possibile quella esser minore del circolo .c.d. sia adonque minore in la superficie .f. e per tanto il circolo .c.d. sie equale alle due superficie .e.f. tolte insieme adonque e manifesto (per la prima del decimo) che si puo dal circolo .c.d. (& delli suoi residui) sottrazere tante volte il piu della mita per fina a tanto che rimanga alcuna quantita minore de .f. adonque a quello sia inscritto (come insegna la sesta del quarto) lo quadrato .c.d.g.h. del qual e manifesto esser piu della mita del circolo, perche el quadrato che e doppio a questo, e quello che circonscrive il cerchio come e manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme seranno minori della superficie .f. el basta, ma se le non seranno minore siano divisi li quattro archi che stanno sopra li detti lati in due parti equali, & li ponti dividenti li detti archi siano continuati per linee rette con le estremita di lati continenti, verbi gratia, lo archo .c.g. sia diviso in due parti equali in ponto .k. & siano protratte le linee .k.c. .k.g. & cosi procedere in li altri, & cadauno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato sera maggiore della mita della portione in laquale sia descritto, perche ogni triangolo (...) e la mitade del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie .f. perche se egli non fusseno minori, potremmo di dividere li archi (di quali li lati della figura della vicina descrittione sono corde) in due parti equali & inscriver una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sottrazere da esse portione del circolo maggiore della mita per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che seranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta nel circolo tolte insieme seranno minore della superficie .f. adonque per el precedente siano quelle che sono dette, & (per la concettione) lo ottogono .c.d. sera maggiore della superficie .e. adonque sia inscritto in lo circolo .a.b. per la medesima via un simile ottogono, el qual sia detto .a.b. e cosi (per la precedente) la proportione del ottogono .a.b. al ottogono .c.d. e si come del quadrato del diametro .a.b. al quadrato del diametro .c.d. e pero (per la undecima del quinto) si come la proportione del circolo .a.b. alla superficie .e. adonque permutatamente del poligonio .a.b. al circolo .a.b. sera si come del poligonio .c.d. alla superficie .e. & conciosia che'l poligonio .c.d. sia maggiore della superficie .e. sera el poligonio .a.b. maggiore del circolo .a.b. laqual cosa e impossibile, adonque la superficie .e. non e minore del circolo .c.d. ne etiam e maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore adonque conciosia, che la proportione del quadrato del diametro .a.b. al quadrato del diametro .c.d. sia si come del circolo .a.b. alla superficie .e. sera al contrario del quadrato del diametro .c.d. al quadrato del diametro .a.b. si come della superficie .e. al circolo .a.b. & e manifesto (per la commune sententia posta nel principio di questa demostratione) che la medesima e del circolo .c.d. ad alcuna superficie (laqual sia .f.) & (per la decima quarta del quinto) la superficie





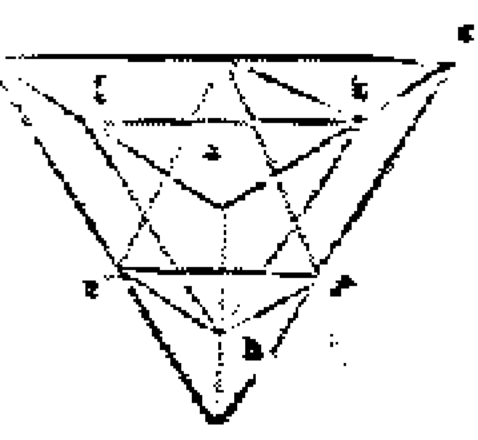


f.sera minore del circolo.a.b. adonque la proportione del quadrato del diametro.c.d. al quadrato del diametro.a.b. sera si come del circolo.c.d. alla superficie minore del circolo.a.b. ma per quello che hauemo demostrado poco auanti seguitaria lo impossibile cioe lo polygonio inscritto in lo circolo esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie.e. non puol esser minore del circolo.c.d. ne etiam maggiore, necessariamente adonque sera equale per il qual sia (per la seconda parte della settima del quinto) e manifesto el proposito.

Theorema.iii. Propositione.iii.

3 3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser diuisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide. Et in duoi seranti, equali liquali ambiduoi tolti insieme e necessario esser maggiori della mita di tutta la piramide.

Sia la pyramide.a.b.c.d. sopra la basa triangolare.b.c.d. & l'angolo solido de la vertice di quella sia.a. dal quale siano dutte le tre ypothenuse.a.b.a.c.a.d. alli tre angoli della basa, & siano diuisi tutti li lati della basa in due parti equale in li tre ponti.e.f.g. & similmente anchora le tre ypothenuse siano diuise in due parti equali in li tre ponti.h.k.l. & siano protratte (in la basa) le due linee.e.f. & e.g. & la basa di detta pyramide sera diuisa in tre superficie delle quale due sono li duoi triangoli.b.e.f.e.g.d. liquali (per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile) e manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottaua del primo) la terza e quadrangola & parallelogramma & quella.c.e.f.g. la quale e manifesta esser doppia al triangolo.e.g.d. (per la quadragesima & quadragesima prima del primo) siano adonque vn'altra volta dal ponto.h. protratte le due ypothenuse.h.e.f.h. & dal ponto.k. la ypothenusa.k.g. & siano protratte le linee.h.k.k.l.& l.h. adonque tutta la pyramide.a.b.c.d. e diuisa in due pyramide che sono.h.b.e.f.& h.a.k.l. & in dui seranti li quali sono.e.c.h.f.g.k. & e sopra la basa quadrangola.e.f.g.c. & l'altro.e.g.d.h.k.l. & e sopra la basa triangola.e.g.d. ma delle due pyramide.h.b.e.f. a.h.k.l. che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la pyramide.a.b.c.d. e manifesto per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del vndecimo libro, & per la seconda parte della seconda del sesto, ma per li duoi seranti che quelli siano equali e manifesto (per la vltima dello vndecimo) ma che ambiduoi li seranti tolti insieme siano maggiori della mita di tutta la pyramide da questo e manifesto, che l'uno e l'altro di quelli e diuisibile in dui pyramide delle quale luna e triangola equale a vna delle due in le quale fu diuisa la total pyramide con li detti duoi seranti, etiam l'altra quadrangola laqual e doppia alla restante, per la qual cosa e manifesto che ambiduoi li seranti tolti insieme, esser li tre quarti di tutta la total pyramide diuisa, se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di questo duodecimo libro, ma in quanto al proposito a te basta a saper quelli duoi seranti tolti insieme, eccedere le due partiale pyramide (in lequale se diuide la total pyramide, con li detti dui seranti) tolte insieme per que quantita si voglia.

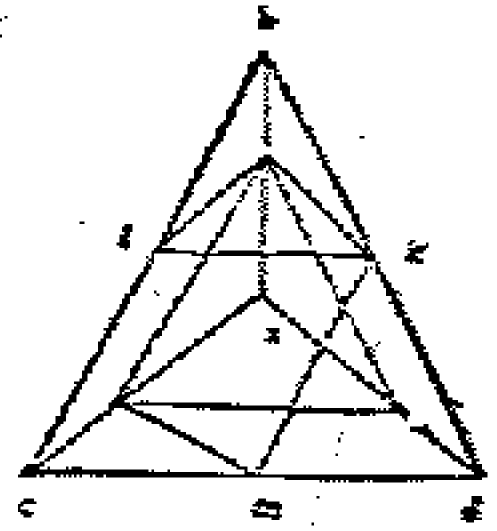


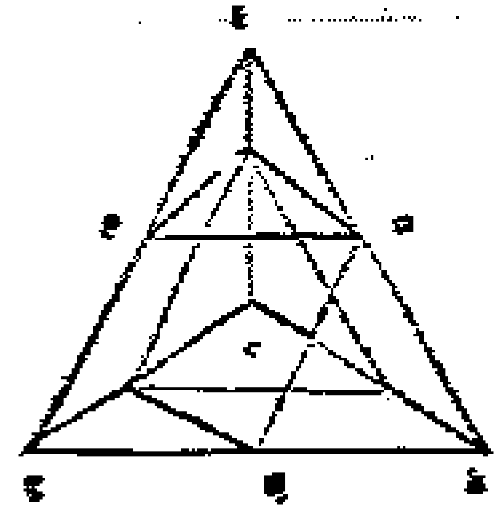
Theorema.iiii. Propositione.iiii.

4 Se due piramide equalmente alte, le basa delle quale siano triangulare, siano diuise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro
4 etiam alla totale, & in duoi seranti, equali, la proportione della basa dell'una alla basa dell'altra sera si come la proportione delli suoi duoi seranti, alli duoi seranti dell'altra, & sera manifesto che tutti li

ferratili che feranno in quala si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li serratili che feranno in laltra piramide, hauere la medesima proportione, che ha la basa di quella piramide alla basa del'altra piramide.

Siano due le piramide, le base delle quale sian triangolare equalmente alte, cioe luna la.a.b.c.d.el cono della quale sia el ponto.a.& la basa el triangolo.b.c.d & le ypothenuse.a.b.a.c.a.d.& laltra la.e.f.g.h. el cono della quale e el ponto.e. la basa il triangolo.f.g.h.le ypothenuse.e.f.e.g.e.h.& queste due pyramide siano diuise si come in la precedente cioe protratte nella prima le linee diuidente li lati di essa basa in due parti equali, lequale siano.k.l.&.k.m.& nellaltra protratte similmente le linee.n.p.n.q. Dico adonque che la proportione della basa.b.c.d.alla basa.f.g.h.e si come di duoi serratili della pyramide.a.tolti insieme alli duoi serratili della pyramide.e.tolti insieme, & e manifesto (per la seconda parte della decima ottaua del sesto) che la proportione del triangolo.b.c.d.al triangolo.k.m.d.e si come della linea.b.d.alla linea.k.d.doppiicata & (per la medesima anchora) la proportione del triangolo.f.g.h.al triangolo.n.q.h.e si come della linea.f.h.alla linea.n.h.doppiicata, & conciosia che la linea.b.d.alla linea.k.d.sia si come la linea.f.h.alla linea.n.h.(perche di luna & di laltra la proportione e doppia) lo triangolo.b.c.d.al triangolo.k.m.d.sera si come lo triangolo.f.g.h.al triangolo.n.q.h.& permutatamente lo triangolo.b.c.d.al triangolo.f.g.h. si come el triangolo.k.m.d.al triangolo.n.q.h.& lo triangolo.k.m.d.al triangolo.n.q.h.e si come lo serratile che si riposa sopra esso medesimo, al serratile che si riposa sopra a quello (per la.35. del vndecimo) anchora di questo serratile a quello e si come di ambiduoi li serratili della pyramide.a.tolti insieme ad ambiduoi li serratili della pyramide.e.tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche e necessario che el doppio al doppio sia si come el semplio al semplio, adonque (per la vndecima del quinto) cōcludi quello che e sta proposto, ma se tu dubiti li serratili di vna di queste pyramide esser equalmente alti alli serratili dellaltra pyramide tu non stai in ceruello, perche conciosia che le pyramide siano equalmente alte & sia ancho all'una e l'altra de quelle diuisa in due pyramide equale fra loro & a tutta la pyramide simile & in duoi serratili equali & siano le due partiale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile & equale laqualcosa facilmente sera manifesta, protratte le perpendicolare dalle cimme delle partiale pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari (per la trigesima settima del vndecimo) e manifesto esser equale & conciosia che le altezze di queste partiale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide diuisa, & ambiduoi li serratili siano equalmente alte a una de le partiale pyramide cioe a quella laquale e composta sopra lo partiale triangolo della basa della total pyramide non e licito dubitare li serratili di vna di quelle pyramide esser equalmente alti alli serratili dellaltra, e per questo e manifesto lo corrolario che similmente le base delle partiale pyramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi serratili dell'una alli duoi serratili dell'altra, & perche le base partiale cosi sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decima ottaua del sesto) & per la permutata proportione & per la decima terza del quinto, e manifesto esser el vero quello che propone il corrolario.



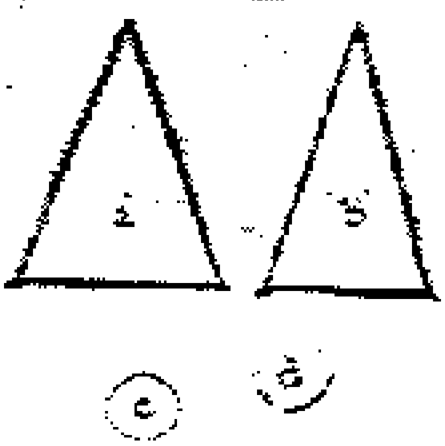


Il Tradottore.

Lo soprascritto corrolario vol inferire questo che per le ragion addutte egli e manifesto che diuidendo anchora cadauna di quelle due pyramide partiale serando il medesimo modo (cioe pur in due pyramidette, & duoi serratiletti, & da poi cadauna di quelle quattro, & quattro pyramidette diuidere anchora in el predetto modo, & cosi andar procedendo in quelle altre otto & otto pyramidet te, sempre tutti li serratili di quala si voglia di queste due pyramide total (fra grandi e piccoli) tolti insieme a tutti li serratili dellaltra (per fra grandi e piccoli) tolti insieme hauere la medesima proportione che ha la basa di quella total pyramide alla basa dellaltra total (si che per la decima ottaua del sesto) & per la decima terza del quinto se verifica.

Theorema .v. Propositione .v.

5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangu-
5 lare, sono proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del vndecimo, di solidi paralellogramii & in fine della trigesima sesta del vndecimo hauemo dimostrato il medesimo esser di serratili, questa quinta del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare, per il che siano anchor le due pyramide equalmente alte le basi delle quale sono li dui triangoli .a. & .b. Dico che la proportione della pyramide .a. alla pyramide .b. e si come della basa .a. alla basa .b. la qual cosa se dimostra per lo medesimo genere de demostratione, ouer argumentatione, con el quale demostrassemo la seconda de questo, per il che sia che della basa .a. alla basa .b. sia come della pyramide .a. al corpo .c. del quale dico che quello non sera ne meno ne piu della pyramide .b. perche se gli possibile che sia meno, sia minore in lo solido .d. acioche la pyramide .b. sia equale alli duoi corpi .c. & .d. tolti insieme adonque diuisa la pyramide .b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li duoi serratili, liquali (per la medesima terza) sono maggiori della mita di essa pyramide, similmente dall'una & dall'altra delle due partial & residual pyramide siano detratti (al predetto modo di quelle diuise) li duoi serratili, & questo sia fatto tante volte per sina a tanto che l'aduersario sia costretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (dalla pyramide .b.) manco del solido .d. & (per commune scientia) li serratili detratti seranno maggiori del corpo .c. adonque dalla pyramide .a. sia fatta la medesima detratione de serratili & intendamo esser tanti li serratili detratti della pyramide .a. quanto quelli che detrahessimo dalla pyramide .b. & (per lo correlario della precedente) si come della basa .a. alla basa .b. cosi sera li serratili detratti dalla pyramide .a. alli serratili detratti dalla pyramide .b. ma cosi era similmente della pyramide .a. al corpo .c. e per tanto li serratili della pyramide .a. alli serratili della pyramide .b. e si come della pyramide .a. al corpo .c. & permutatamente, li serratili della pyramide .a. alla pyramide .a. sera si come li serratili della pyramide .b. al corpo .c. & concosia che li serratili della pyramide .b. siano maggiori del corpo .c. li serratili della pyramide .a. seranno maggiori della pyramide .a. & perche questo e impossibile, lo corpo .c. non sera minore della pyramide .b. & similmente non sera maggiore, perche posto che sia maggiore, concosia che la proportione della basa .a. alla basa .b. sia si come della pyramide .a. al corpo .c. al contrario sera della basa .b. alla basa .a. si come del corpo .c. alla pyramide .a. & (per commune scientia) la medesima sera della pyramide .b. ad alcun corpo, el qual sia .d. & seguitara (per la decima quarta del quinto) che el corpo .d. sia minore della pyramide .a. imperoche la pyramide .b. e posta menore del corpo .c. adonque della basa .b. alla basa .a. sera si come della pyramide .b. al corpo minore della pyramide .a. ma da questo e stato dimostrando seguir lo impossibile, cioe li serratili detratti da alcuna pyramide esser maggiori de quella pyramide dalla quale sono detratti, pero rimane il corpo .c. esser equale alla pyramide .b. concosia che el non pol esser ne minore ne maggiore, & la proportione della pyramide .a. alla pyramide .b. esser si come della basa .a. alla basa .b. & questo era da demostrare.

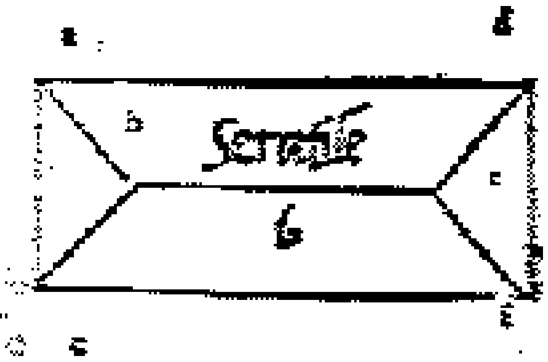
Il Tradottore.

Consequentemente a questa soprascritta propositione nella seconda tradottione se tione se ppone qualmente le pyramide che hanno le base moltiagole & che sia no sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particularita havemo proposta quella.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6/7 Ogni corpo seratile, e divisibile in tre piramide equale, & che hanno le base triangolare.

Sia lo seratile a.b.c.d.e.f. dico quello esser divisibile in trei pyramide equale che haueranno le base triangolare, & per dimostrar questo siano pertratte in caduna delle sue tre superficie paralellogramme le diagonale talmente che una di quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come se tu protrazzi le linee b.e. b.d. f.d. & f.a. (lequale non ho voluto protracte perche generariano confusione) & tutto lo seratile sara diviso in trei pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due volte sera manifesto esser equale.



Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formi vno prisma, over seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale come di sopra se propone, e considerare poi bene con la mente lo andar de quelle se trouara (come di sopra e detto) el detto seratile esser diviso in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per un verso se cognoscera esser fra loro equale perche se vedera che riposaranno sopra due base triangolar equale (cioe sopra le due mita de una di quelle superficie parallelogramme giacente in piano) e haueranno una medesima altezza perche ambedue termineranno nel angolo b. del seratile, laltra poi considerandola per unaltro verso cioe che la sua basa sia l'uno di duoi triangoli del seratile & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime pyramide possede l'altro capo triangular del seratile, & dandoli quel per basa havera per sua altezza pur la medesima longhezza del seratile, e pero sera equale a quella (per la precedente) onde (per commune scientia) seran tutte tre equale che e el proposito.

Correlario.

6/7 Etiam da questo e manifesto che ogni piramide e la terza parte d'una prisma, che habbia la basa, & la altezza equale a quella medema perche se la basa della prisma hauera altra figura rettilinea che triangulare, sia divisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangulare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, vero e che questo commentatore interpone piu propositioni, lequale pare che siano da lui aggionte, la prima delle quale propone in parte quello che concinde il soprascritto correlario laquale dice in questa forma videlicet.

Theorema.xii. Propositione.xii.

6/8 Se duoi solidi (di quali luno sia seratile, & laltro piramide la basa del laquale sia triangola) seranno costituti equalmente alti sopra una medesima basa, ouer sopra base equale triangulare ouer il seratile sopra una quadrangola & la piramide sopra una triangola laqual sia la mita della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla piramide.

SE il proposto seratile sera sopra una basa triangulare, allhora dalla pyramide proposita sopra la propria basa sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta pyramide, ma sel seratile sera sopra una basa quadrangola allhora alla basa della pyramide sia gionto un triangolo dal quale etiam sia compido alla basa della pyramide una superficie de lati equidistanti sopra alla quale da essa pyramide sia compido uno seratile equalmente alto alla pyramide, adonque perche questo seratile e equalmente alto al primo seratile & le basa de luno e di laltro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra loro equali & questo fu dimostrado in la quadragesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo secondo seratile e triplo alla proposta pyramide perche quella e una delle tre pyramide in lequale se diuide quel seratile: adonque (per commune scientia) lo proposto seratile sera treppio alla proposta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa, ouer sopra base equale seranno costituide quante piramide si uoglia equalmente alte, delle quale le base siano triangole, quelle e necessario esser fra loro equale.

PErche fabricaremo uno seratile equalmente alto alle pyramide proposite, sopra una basa triangola equale a una delle base delle proposite pyramide ouer sopra una basa quadrangola doppia a una delle base delle medesime, esso seratile sera treppio a ciascaduna di quelle pyramide, & questo e manifesto (per la precedente aggionta ouer interpolata) adonque (per commune scientia) tutte le proposte pyramide sono (come hauemo detto) fra loro equale.

6 Tutte le piramide equalmente alte delle quale le base sono triangole sono proportionale alle sue base

SIan fatti sopra le base delle proposite pyramide, ouer sopra altre triangulare equale ouer sopra paralellogrammi doppie li seratili equalmente alti a quelle pyramide, & per questo li seratili seranno fra loro equalmente alti, & perche li seratili sono proportionali alle sue base come e prouado in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo, & conciosia che (per la prima de queste aggionte) sia manifesto questi seratili esser treppi alle proposite pyramide, cioe ciascuno alla sua relatiua, & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio cosi e il simpio al simpio seranno anchora le proposite pyramide proportionale alle sue base.

Il Tradotore.

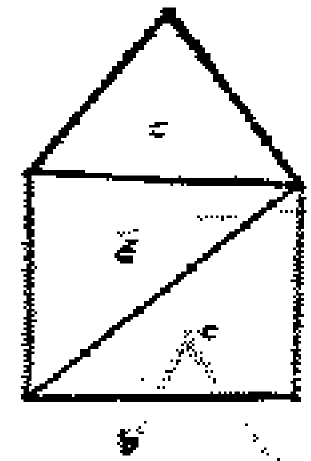
QVesta soprascritta propositione e simile alla quinta ma la demostratione e diuersa da quella & questo e perche in quella non era anchor noto che un seratile fusse trepio a una pyramide de equal basa & di equal altezza cō lui.

Se qualunque due piramide seranno equalmente alte, & la basa de
6 l una sia triangola, & de l altra quadrangola, ouer de piu lati, quel
o le piramide conuien esse proportionale alle sue base.

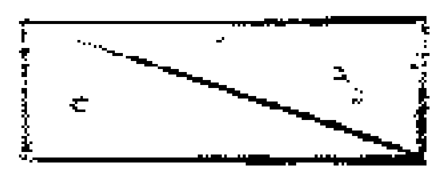
Exempli

Essempi gratia. siano insieme due pyramide equalmente alte. sopra le due base.a.& b.& sia la basa.a.triangola & la.b.penthagona, & siano queste pyramide det te.a.& b. Adonque dico la proportione delle due pyramide.a.& b.esser si come delle base.a.& b.& per demostrar questo sia diuiso il penthagono.b. in li tre trian goli.c.d.e.& tutta la pyramide.b.sara diuisa in tre pyramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli.c.d.e.le quale siano etiam chiamate dalli nomi delle sue base, Adonque perche (per la precedente interposita) la propor tione della pyramide.c.alla pyramide.a.e si come del triangolo.c.al triangolo a.& della pyramide.d.alla pyramide.a.si come del triangolo.d.al triangolo.a.& similmente della pyramide.e.alla pyramide.a.si come del triangolo.e.al trian golo.a.seguita adonque (per la uigesimaquarta del quinto tolta due uolte) che la proportione del aggregato de tutte le pyramide.c.d.e.(& questo e la total pyra mide.b.)alla pyramide.a.e si come del aggregato de tutti li triangoli.c.d.e.(& questo e il penthagono.b.)al triangolo.a.adonque e manifesto el nostro intento.

6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser pro
6 portionale alle sue base.



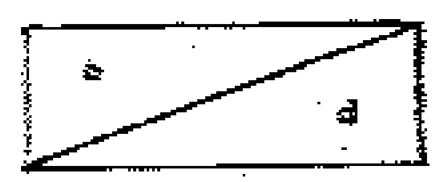
Se luna di queste sara sopra una basa triangola, per la precedente interposita e manifesto quello che e detto: ma se le base de luna & di laltra sara di mol ti angoli resoluta quale si uoglia delle sue base in triangoli, & quella pyramide in pyramide triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di ciascuna di queste pyramide triangolare (intra le quale e diuisa luna delle proposte) a laltra e si come della basa alla basa di laltra, e per tanto (per la uigesimaquarta del quinto tolta quante uolte bisogna) e manifesto esser il ue ro quello che hauemo detto.



Il Tradottore.

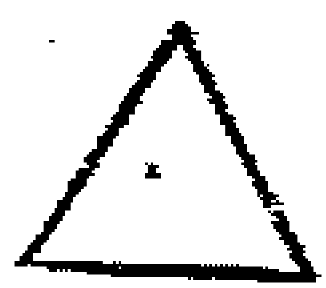
La sopradetta interpositione ouer agionta in la seconda traduttione. Lauto re ne fa una propositione laquale e la sesta come di sopra uedi in margi ne notado.

Theorema.vii. Propositione.vii.



Se due piramide de base triãgulare sarãno equale, le base de quelle
7 sarãno mutue alle altezze delle medeme, Et se le base, & le altezze sa
9 rãno mutue, le medeme piramide e necessario esser fra loro equale.

Quello (che la trigesimaquarta & trigesima quinta del undecimo) propo se di solidi parallelogrammi, & noi demostrassimo in la trigesimasesta del medemo di serratili, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare, Hor, siano insieme due pyramide equale sopra li duoi triangoli.a.& b.le quale siano pur dette.a.& b.E per tanto dico che la propor tione della basa.a.alla basa.b.e si come la proportione della altezza della pyra mide.b.alla altezza della pyramide.a.& se questo sara dico che le pyramide.a.& b.esser fra loro equale. Et per demostrar questo siano agionti alli duoi triangoli a.& b.duoi altri triangoli li quali siano.c.& d.accio che facciano ambidue le su perficie.a.c.& b.d.de equidistanti lati, & da quelle pyramide (sopra le base.a.c. & b.d.) siano compidi solidi parallelogrammi equalmente alti alle proposte py ramide li quali similmente siano detti.a.c.& b.d. Adonque (per la sesta de que sto duodecimo) e manifesto che la pyramide.a.e la sesta parte del solido.a.c.& la pyramide.b.la sesta del solido.b.d. adonque (per la trigesimaquinta del un decimo) arguisse il proposito, cioe la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.

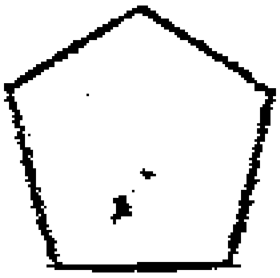


Ma se qualunque due piramide laterate saranno equale: le base di quelle alle altezze delle medesime sarāno mutue, & se le base de quel le alle altezze delle medesime saranno mutue, le medesime piramide bisogna esser equale.

SE le base de luna & de laltra saranno triangole egli se stato dimostrato esser il vero quello che hauemo detto: ma se solamente una sia triangolare sia la.a. & la basa de laltra pyramide sia.b. & sia fatto lo triangolo.c. equale al poligonio.b. & sopra.c. sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide che e sopra.b. & siano.a.b.c. nomi equoci delle pyramide & delle base. Adonque perche le due pyramide.a.&.b.(dal presupposito) sono equale & (per la ultima della interposte alla sesta di questo) le due pyramide.b.&.c. sono equalente (per commune scientia) le due pyramide.a.&.c. saranno equale. Adonque le base de quel le sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo)

& concio sia che le base.b.&.c. siano equale, & anchora le altezze delle pyramide.b.&.c. equale (per la prima parte & seconda della settima del quinto) le base.a.&.b. saranno mutue alle altezze delle pyramide.a.&.b. La seconda parte se approua per el contrario modo. Perche se della basa.a. alla basa.b. sara come la altezza della pyramide.b. alla altezza della pyramide.a. (per la seconda parte & prima della settima del quinto) della basa.a. alla basa.c. sara si come la altezza della pyramide.c. alla altezza della pyramide.a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due pyramide.a.&.c. sono equale per la qual cosa (per commune scientia) anchora le due pyramide.a.&.b. sono equale. Ma se ne luna ne laltra delle proposte pyramide sara triangola ma che luna e laltra sia poligonia, uerbi gratia luna sia penthagona e laltra essagona le quale al presente siano dette.a.&.b. sia similmente tolto lo triangolo.c. equale allo essagono

b. sopra el quale sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide.b. & le due pyramide.b.&.c. saranno equale, e pero etiam le due che sono.a.&.c. (per la concettione) saranno equale per la qual cosa si come della basa.a. alla basa.c.



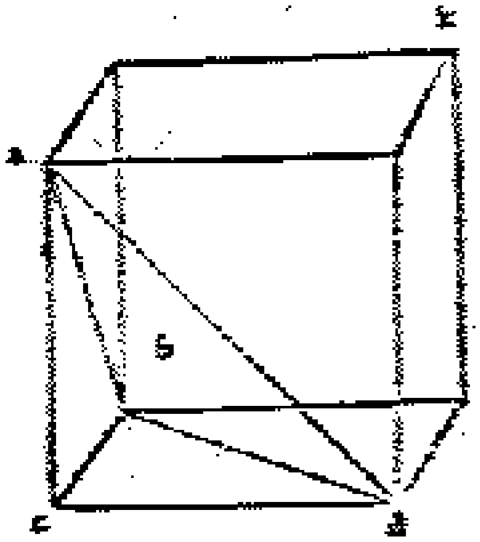
cosi sara laltezza della pyramide.c. alla altezza della pyramide.a. & questo per auanti e stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa.a. alla basa.b. e si come laltezza della pyramide.b. alla altezza della pyramide.a. lo conuerso e manifesto per lo modo contrario, perche se della basa.a. alla basa.b. sara si come laltezza della pyramide.b. alla altezza della pyramide.a. sara anchora (per la settima del quinto) della basa.a. alla basa.c. come laltezza della pyramide.c. alla altezza della pyramide.a. e pero (come e manifesto dalle prime) due pyramide.a.&.c. sarāno equale per la qual cosa, etiam (per commune scientia) & le due che sono.a.&.b. saranno etiam equale & questo e il proposito.

Theorema.viii. Propositione.viii.

8 **De ogni due piramide simile che habbiano le base triangolare, la**
8 **proportione di luna a laltra, e si come la proportione triplicata dun lato di luna al lato relatiuo di laltra.**

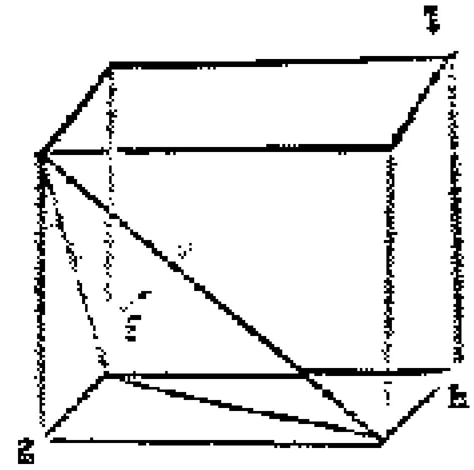
PRoposte due pyramide che habbiano le base triangolare simile, da quelle compisse duoi solidi parallelogrammi si come e detto in la demonstratione della precedente, & questi duoi solidi saranno simili imperoche le pyramide sono sta poste simile fra loro, Perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrāmi, sono contenuti da angoli superficiali equali di numero e quantita. Et anchora li lati che contieneno quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi che constituiscono li angoli solidi come me [illegible] sono equiangole, & de lati proportionali, e pero sono simile (per la diffi.

nitione delle superficie simile) per la qual cosa (per la vigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi paralellogrammi sono simile fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) questi solidi saranno simili, per la qual cosa conciosia che la proportione di solidi, & delle pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sexcupli alle pyramide (per la sesta di questo) Et concio sia che la proportione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relatiui triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sara si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati che e il proposito.



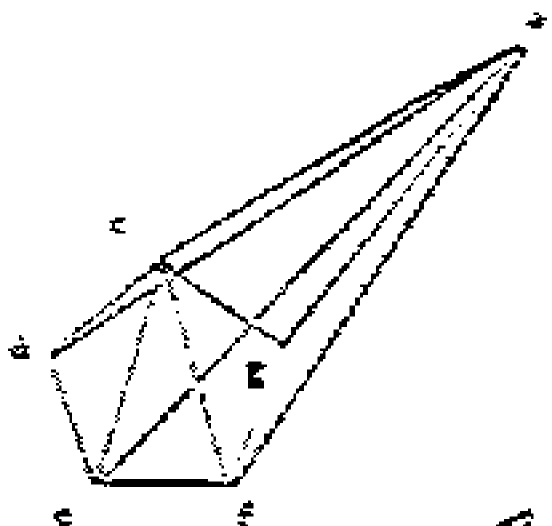
Il Tradottore.

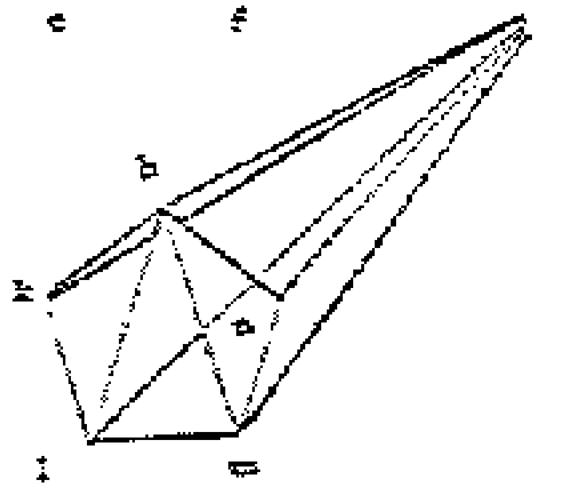
Per essempio figurale della soprascritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile. a.b.c.d.e.f.g.h. le base delle quale sono li triangoli b.c.d.&.f.g.h.& la loro cima over angolo supremo a.&.e. & li loro solidi siano. c.k.&.g.l. sopra le qual figure arguendo come di sopra facilmente uien concluso il proposito.



Ma se qualunque due piramide laterate saranno simile, la proportione di luna a laltra, sara si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di laltra.

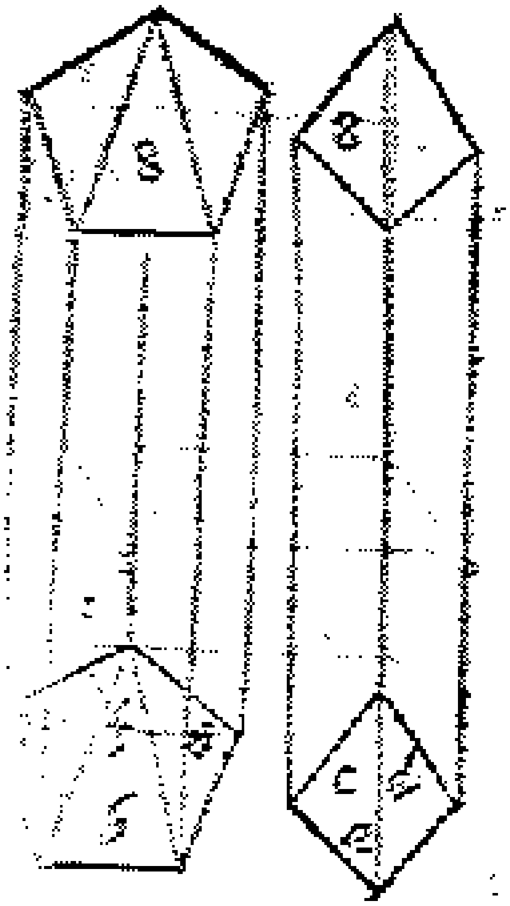
Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale siano.a.&.b. & siano sopra base pentagonale, le quale sono.c.d.e.f.g.h.K.l.m.n. Dico che la proportione di quelle e si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui perche egli e manifesto (per la diffinitione delle superficie simile & di corpi) che li pentagoni che sono base delle proposte pyramide, & tutti li altri triangoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone) la decimanona del sesto) esser possibile protratte in quella le linee.c.e.&.c.f.& in quella.h.l.&.h.m. Dico adonque queste pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche paragonate fra loro le due pyramide.a.c.d.e.b.h.K.l. delle quale li coni sono.a.&.b. &e manifesto dal presupposito) lo triangolo.c.a.d. esser simile al triangolo.b.h.K.& lo triangolo.d.a.e.al triangolo.k.b.l. et perche, anchora (dal presupposito) lo angolo.d. e equale al angolo.K.& li lati.c.d.&.d.e. (contenenti langolo.d.) sono proportionali alli lati.h.K.&.K.l.(contenenti langolo.K.) li duoi triangoli.c.d.e.&.h.K.l.(per la sesta del sesto) saranno equiangoli, e pero (per la quarta del sesto) la proportione del.c.d.al.h.K. sara si come del.c.e.al.h.l. & concio sia che (dal presupposito) la proportione del.c.a.al.h.b. & anchora del.a.e.al.b.l. sia si come del.c.d.al.h.K.(per la undecima del quinto) del.c.a.al.h.b.& del.a.e.al.b.l. sara si come del.c.e.al.h.l. adonque (per la quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo.c.a.e. sara simile al triangolo.h.b.l. adonque (per la diffinitione di corpi simili) e manifesto che la pyramide.a.c.d.e. e simile alla pyramide.b.h.K.l. Similmente anchora e manifesto la pyramide.a.c.e.f. esser simile alla pyramide.b.h.l.m.& la pyramide a.c.f.g. alla pyramide.b.h.m.n. adonque perche (per la ottaua) la proportione della pyramide.a.c.d.e. alla pyramide.b.h.K.l. e si come quella del lato.c.d.al lato.h.K. triplicata. & anchora della pyramide.a.c.e.f. alla pyramide.b.h.l.m. si come del.e.f.al.l.m. triplicata, & anchora della pyramide.a.c.f.g. alla pyramide.b.h.m.n. si come del.e.g.al.h.n. triplicata, concio sia che (dal presupposito) la proportione del.e.f.al.l.m.& del.e.g.al.h.n. sia si come del.c.d.al.h.K. seguita (per la decimaterza del quinto) che la proportione delle totale pyramide.a.&.b. sia si come di una di quelle partiale ad una altra adonque (per questa ottaua & per la undecima del quinto) e manifesto esser il vero quello che hauemo detto.





Il Tradottore.

DI questa sopraseritta propositione interposita nella seconda tradottione se ne fa un corrolario.



Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale alle sue base.

SOpra qualunque specie di base de molti angoli siano le colonne: se ben si nota quello che e dechiarato chiamamo colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono equali & equidistanti, & tutte le altre superficie circondante sono de lati equidistanti, & la prima specie de tali corpi e il serratile, conciosia che il serratile e fatto sopra una delle sue superficie trilatere & la seconda specie e la colonna della quale la basa e quadrilatera la quale e necessario esser composta da duoi serratili, & la terza e quella della quale la basa e pentagona, & questa se compisse da tre serratili, & simplicemente dico che ogni colonna laterata puol esser divisa in tanti serratili in quanti triangoli puol esser divisa la sua basa, & per tanto siano adonque le due colonne laterate a. & b. constituide sopra le due base a. & b. equalmente alte. Dico che la proportione delle colonne a. & b. e si come quella delle due base a. & b. perche essendo divise queste base in triangoli & queste colonne in serratili, la basa a. (la quale sia posta esser quadrangola) in li duoi triangoli cioe c. & d. & la colonna a. in duoi serratili c. & d. & la basa b. (laqual sia pentagona) sia divisa in li tre triangoli e. f. g. & la colonna b. in tre serratili li quali similmente siano chiamati e. f. g. Adonque per quelle cose che sono state dette in la trigesima ... del undecimo) e manifesto che la proportione del serratile c. al serratile e. e si come della basa c. alla basa e. & similmente del serratile d. al serratile e. si come della basa d. alla basa e. per laqual cosa (per la vigesimaquarta del quinto) della colonna a. al serratile e. sara si come della basa a. alla basa e. per la medesima ragione della colonna a. al serratile f. sara si come della basa a. alla basa f. Et similmente della colonna a. al serratile g. si come della basa a. alla basa g. Adonque (per la vigesimaquarta del quinto ... quante volte sara necessario) se concludera facilmente il proposito.

Adonque da questo e manifesto che tutte le colonne laterate constituide sopra una medesima basa, over sopra base equale, se saranno equalmente alte saranno equale.

PErche conciosia che di sopra e stato provato, qualmente le colonne laterate siano proportionale alle sue base, & essendo posto esser le medesime base over equale e necessario (per la vigesimaquarta del quinto) che etiam le colonne siano equale.

Anchora e manifesto tutti li solidi parallelogrammi, serratili, & colonne laterate, se serano equalmente alte, quelle anchora se approvano esser necessariamente proportionale alle sue base.

PErche tutte queste sono specie di colonne laterate, delle quale di sopra e stato universalmente provato esser il vero quello che e detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

SIa divisa la basa della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli sia divisa la colonna in serratili, & la pyramide della colonna, in py-

ramide.

ramide che habiano le base triangole, cioe quelle che sono base di seratili, E per tanto e manifesto cadauno seratile esser treppio a quella pyramide la qual e sta sopra la medesima basa con esso seratile, & questo e stato dimostrato in la sesta di questo duodecimo libro, adonque (per la duodecima del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le pyramide tolte insieme, e necessario esser treppii & conscio sia che da tutti li seratili tolti insieme se compie la colonna, & da tutte le pyramide tolte insieme vien compita la pyramide della colonna, e manifesto esser il vero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quelle saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quelle & le altezze saranno mutue le medesime colonne e necessario esser equale.

Perche se le colonne sono equale, le pyramide di quelle saranno equale perche ogni laterata colonna e treppia alla sua pyramide, & se le pyramide saranno equale le sue base saranno mutue alle sue altezze, si come e stato dimostrato in la sestina di questo, adonque perche la base delle colonne & delle sue pyramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime e manifesta la prima parte del proposito, hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colonne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conscio sia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue pyramide, le base & le altezze delle pyramide delle proposte colonne saranno mutue. Se questo che stato posto delle colonne, sara il vero, adonque le pyramide saranno equale, come in la sestina di questo e stato dimostrato, adonque anchora le colonne saranno equale, conciosia che quelle siano el treppio alle sue pyramide, per laqual cosa e manifesto la seconda parte di questo che stato proposto.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di luna a laltra e si come del lato al suo relativo lato la proportione triplicata.

Se le le colonne saranno simile (per la diffinitione di corpi simili) la base di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile e per tanto siano divise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decimanona del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano divise in seratili statui sopra quelli triangoli, adonque studia di provare li seratili di luna esser simili alli seratili di laltra [illegible] relativo, la qual cosa facilmente approverai (per el presupposito & per la sexta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile & per la diffinitione di corpi simili) & provato questo (per la [illegible] del undecimo) la proportione di cadauno di seratili di luna, al suo relativo seratile di laltra, sara si come la proportione del suo lato al lato di quello) triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati e una medesima conciosia che tutti li seratili di una siano simili al li suoi seratili relativi di laltra, seguita (per la [illegible] del quinto) che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relativi di laltra per la qual cosa (per la decima terza del quinto) la proportione che e del seratile di una al suo seratile relativo di laltra, questa medesima e de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme & perche tutti li seratili di luna & di laltra tolti insieme compongono le colonne, & li lati relativi di seratili sono li lati relativi delle colonne (per la [illegible] del quinto) e necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relativi che e il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente e manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportio della proportione di lati delle medesime perche divise quelle in piramide che habbiano le base triangolare (perche le ba

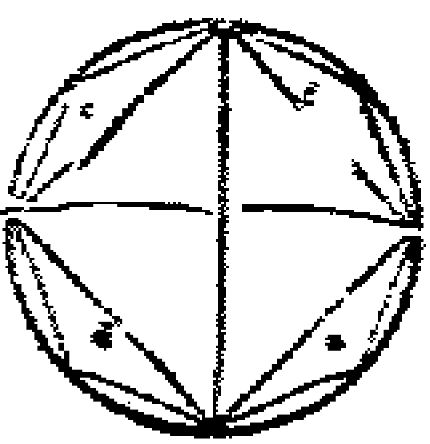
le poligonie simile (per la decimanona del sesto) se dividono in triangoli simili, & in equal multiplicita, & della medema proportione di tutti) sara si come una delle piramide che ha la basa triangolare in luna a quella una a se relatiua che ha la basa triangolare in laltra piramide, & cosi e tutte le piramide che ha le base triangolare che stano in luna a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che stano in laltra (per la duodecima del quinto) & questo e quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triangolare e in treppia proportione de la proportione di lati delle medesime (per la precedente) adonque & quella che ha la basa poligonia a quella che la basa similmente poligona ha treppia proportione, che il lato al lato.

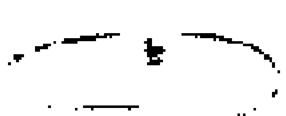
Il Tradottore.

Lo sopra scritto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual concluide quello che fu interposto in principio Ideo &c.

Theorema .ix. Propositione .ix.

Ogni colona rotonda, sapproua esser treppiata alla sua piramide.





Sopra il cerchio .a. sia inalzata una colonna & una pyramide erette, secondo una medesima sua altezza. & siano dette (rotonde) quella pyramide & la colonna, & il cerchio di uno medesimo nome cioe .a. Dico adonque che la colonna .a. e treppia alla pyramide .a. la prouatione della quale e perche la non puol esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (se possibile e) sia maggiore che treppia in la quantita del corpo .b. talmente che il dit corpo .b. sia cauado fuora della colonna .a. el residuo di quella sara treppio alla pyramide .a. Sia adonque inscritto un quadrato in lo cerchio .a. sopra il quale siano descritti doi seratili equalmente alti alla colonna .a. di quali doi seratili tolti insieme e manifesto che sono piu della mita di la colonna .a. si come e manifesto esso quadrato esser piu della mita del cerchio .a. Perche se da questi seratili saranno compidi li solidi parallelogrammi di quali essi sono la mitade essa colonna sara parte di essi solidi tolti insieme, & da poi sopra li lati del quadrato inscritto descriuemo quatro triangoli de doi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di quelle portioni in doe parti equali, & siano quelli triangoli .c.d.e.f. sopra li quali etiam erigemo li seratili alla altezza della colonna .a. & e manifesto che questi seratili sono maggiori della mitade delle portioni delle colonne stante sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mita delle portioni del cerchio. & questo sia fatto tante uolte per fina a tanto (che per la prima del decimo) sara necessario sia costretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme esser meno del corpo .b. Hor ponimo adonque che sia la colonna laterata octogona la qual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le basi sono li triangoli diuidenti lo poligonio inscritto in lo cerchio .a. maggior del treppio della pyramide rotonda .a. & perche essa colonna laterata e treppia alla sua pyramide .a. si come e stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedente, seguita (per la seconda parte della decima del quinto) che la pyramide rotonda .a. sia minore della pyramide laterata della colonna laterata della quale la basa e lo poligonio inscritto in la basa della pyramide rotonda .a. la qual cosa e impossibile. perche la pyramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide

non e

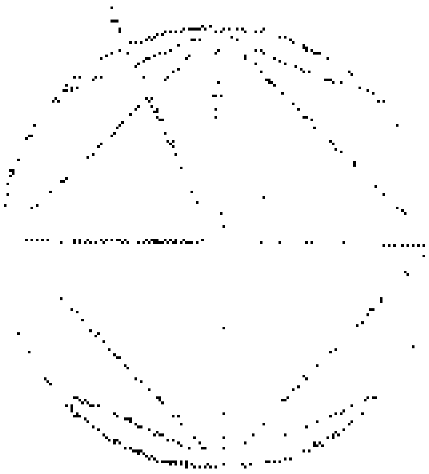
non e meno della terza parte della sua colonna, ne etiā e piu della terza parte. Perche (se egli e possibile) sia la pyramide .a. piu della terza parte della colonna .a. in la quantita del corpo .b. talmente che dettratto il corpo .b. della pyramide .a. lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna .a. Dico adonque (si come prima) dalla pyramide .a. sia intēso esser dettratta la pyramide laterata a se equalmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .a. la qual pyramide laterata e manifesto esser piu della mitade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide .a. intēda ogni fiata esser dettratte le pyramide equalmente alte consistente sopra li triangoli .c. d. e. f. li quali sono in le portioni della basa, & questo sia fatto tante volte (per la prima del decimo) che dalla pyramide .a. rimanga meno del corpo .b. Adonque la pyramide laterata (sopra stante allo inscritto poligonio) la quale compongono le pyramide laterate dettratte dalla rotonda pyramide sara maggiore della terza parte della colonna .a. Et perche questa pyramide laterata (come approuamo in le precedente) e la terza parte della sua colonna laterata .a. finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda .a. esser minore della colonna laterata della medesima altezza: la basa della quale e il poligonio inscritto in la basa della rotonda pyramide. Et questo e impossibile: perche questa colonna laterata e parte della colonna rotonda: Et per tanto sia adonque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam piu, sara necessariamente treppia a quella che e quello che volevamo demostrare.

Theorema .x. Propositione .x.

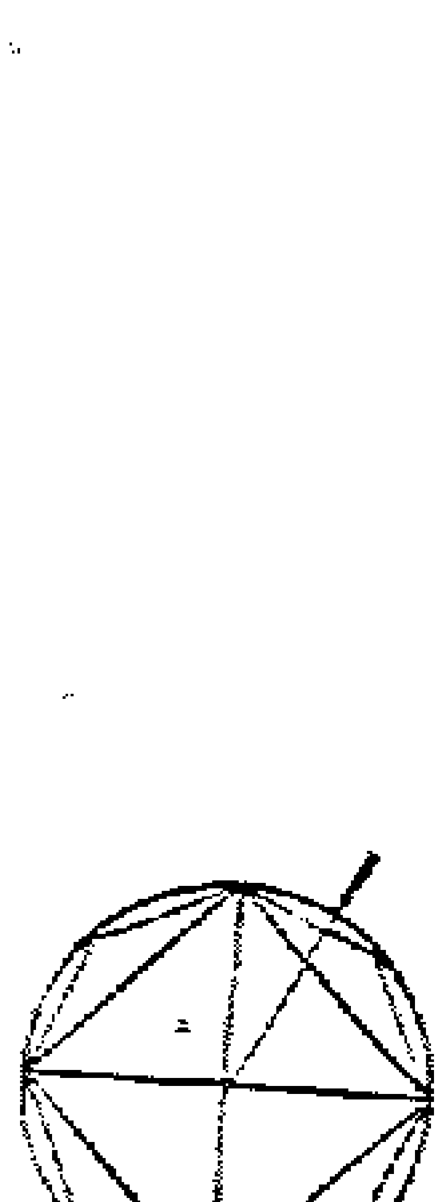
La proportione di luna a laltra di ogni due piramide rotonde simili, & colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa: al diametro della basa di laltra.

10 / 12

Siano li doi cerchii .a. & .b. sopra li quali siano consistente due pyramide rotonde simile: & due colonne rotonde simile & siano detti li cerchii, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchii, da questi nomi .a. & .b. equiuoce. Dico adonque che la proportione delle due pyramide .a. & .b. & delle due colonne .a. & .b. e si come la proportione triplicata di doi diametri .a. & .b. & se questo de le pyramide sien conosciuto etiam quello delle colonne sara manifesto (per la decimaquinta del quinto) conciosia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide sara manifesto per la demostratione che induce alo impossibile: perche (per quella commune scientia posta in el principio della demonstratione della seconda di questo duodecimo libro) la proportione che e del diametro .a. al diametro .b. triplicata, la medesima e della pyramide .a. ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo .c. del qual dico che quello non puol esser minore ne maggiore della pyramide .b. sia primamente minore (se sara possibile) in la quantita del corpo .d. talmente che li doi corpi .c. & .d. tolti insieme siano quanto la pyramide .b. Adonque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide .b. sia dettratta la pyramide laterata a se equalmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio .b. & dal residuo di quella, sian dettratte le pyramide della medesima altezza stante sopra li triangoli delle portioni del cerchio .b. Adonque sia fatto questo tante volte per fin a tanto che se constringa la residuo a conoscere (per la prima del decimo) che lo residuo della pyramide .b. sia minore del corpo .d. (per commune scientia) la laterata pyramide che compone le partiale pyramide dettratte sara maggiore del corpo .c. adonque sia inscritto in lo cerchio .a. uno poligonio simile a quello che e basa della pyramide laterata dettratta della pyramide .b. & alli angoli di quello poligonio inscritto in lo



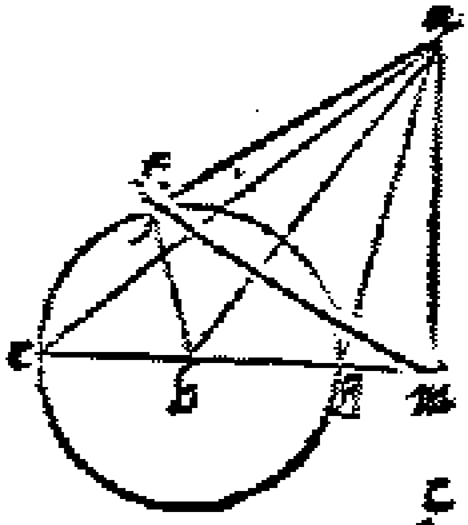
cerchio.a.fra le linee dal cono del la pyramide.a.compiendo sopra quello poligonio, la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda.a. Adonque sforzisi di demonstrare questa esser simile alla pyramide laterata destratta dalla pyramide rotonda.b.la qual cosa farai per questo modo. in luna e laltra pyramide tu erigerai laxis di quella la quale (per la diffinitione) sara la recta coniungente la vertice over cima della pyramide con il centro di la basa, & sara perpendicolare alla basa, & da poi dalli centri delle base in luno e laltro cerchio producerai li semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, & concio sia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del axis di luna al axis di laltra, sia si come del diametro della basa di luna al diametro della basa di laltra & pero etiam (per la decimaquinta del quinto: & per la equa proportionalita) si come della mita del diametro alla mita del diametro: & siano tutti li angoli (che contiene li axis (in luna e laltra) con li semidiametri) retti (per la sesta propositione del sesto libro, & per la quarta del medesimo, per la diffinitione delle superficie simile & per la diffinitione di corpi simili) e necessario che la pyramide laterata.a. sia simile alla pyramide laterata.b.per la qual cosa (per la propositione agionta alla ottava di questo) la proportione della pyramide laterata.a. alla laterata.b. e si come la proportione triplicata del lato di luna: al suo relativo lato di laltra e pero etiam si come del diametro.a.al diametro.b.triplicata. E per tanto anchora si come della pyramide rotonda.a. al corpo.c. (per la undecima del quinto) per la qual cosa permutatamente, la proportione della pyramide laterata.a. alla pyramide rotonda.a.sara si come della pyramide laterata.b. al corpo.c.& perche la pyramide laterata.b.e maggiore del corpo.c.la pyramide laterata.a. sara maggiore della pyramide rotonda.a.la qual cosa e impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo.c.non e minore della pyramide rotonda.b. Resta adonque di provare chel non puo esser maggiore. Perche se laversario dicesse quel esser maggiore allhora sia seguido (per la converse proportionalita) la proportione del diametro.b.al diametro.a.triplicata esser si come della pyramide rotonda.b. al alcun altro corpo il quale sia.d. (& perche (dal presupposito) el corpo.c.e maggiore della pyramide rotonda.b.seguita (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda.a.sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo.d.dalla pyramide rotonda.a.[illegible] manga il corpo.e.& seguitar come prima. Adonque la proportione [illegible] pyramide.b.al corpo che e minore della pyramide rotonda.a.[illegible] la proportione triplicata del suo diametro.b.al diametro di laltra, & questo e impossibile: Perche havemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque concio sia chel corpo.c.non possi esser minore ne maggiore della pyramide rotonda.b. necessariamente sara alla equale. E per tanto per la seconda parte della seconda del quinto e manifesto il proposito. Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne etiam pyramide rotonde delle quale li axis siano perpendiculare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno concio sia che la passione dimostrata in questo loco consegua comunamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile over quando le axis furono erette orthogonalmente sopra le sue base, over quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate quelle colonne, & pyramide rotonde delle quale le axis siano orthogonalmente sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo non sono state diffinite le colonne, over pyramide rotonde salvo solamente quelle che chiamamo erette, & quelle per el movimento dun paralellogrammo rettangolo: & quelle per el movimento dun triangolo rettangolo. Et pero havemo pensado esser conveniente diffinire le colonne rotonde & le pyramide con diffinitioni (comunamente universe) convenienti alle colonne rotonde, & pyramide erette & inclinate. Adonque quando fora della superficie di

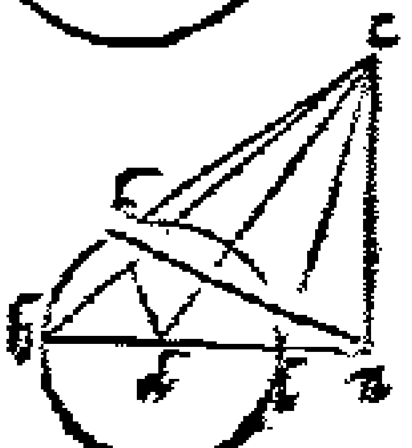


cie di alcun cerchio, Sia signato un ponto el quale sia continuado per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se questa tal linea dal ponto signato stante fermo e fisso sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tãto che ritorni al loco doue incominciara a mouersi el corpo che sara contenuto dalla curua superficie che descriuera questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual e circondotta io chiamo pyramide retonda. & lo cerchio al quale e circondutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto fisso signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis, ouer sagitta della pyramide. & quando che questa sagitta sara perpendicolare alla basa. Dico la pyramide esser erretta & quando sara inclinato dico etiam la pyramide inclinata. Ma quando saranno duoi cerchii equali descritti in due superficie equidistante, li quali una piana superficie (transiente per li centri di quelli) li segara. & le due relatiue settione delle due circonferente di essi cerchii seranno continuate per linea retta, Se questa linea sia circondutta in le circonferentie di essi cerchii equidistantemente al loco del quale incominciara a mouersi per fina a tanto che la retorni al loco suo, El corpo che e contenuto dalla superficie curua (che descriue questa linea nel moto suo) & dalli duoi proposti cerchii lo chiamo colonna retonda, lo assis, ouer sagitta della quale e la linea retta continuante li centri delli duoi cerchii. & quando questa sagitta sara perpendicolare alla superficie di luno e laltro di duoi cerchii, Dico la colonna esser retta, & quando sara inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata. & quando saranno due pyramide retonde ouer colonne dalle base delle quale per lassis usciscano due superficie orthogonalmente erette sopra le base di quelle & li angoli che contiene le commune settioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione della assis di luna al assis di laltra, sara si come della mita del diametro di la basa di luna alla mita del diametro della basa di laltra. Allora quelle due pyramide fra loro ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Dopo queste diffinitioni egli e de dimostrare che de ogni due pyramide retonde simile, ouer colonne retonde simile, ouer se saranno rette ouer inclinate la proportione di luna a laltra e si come la proportione triplicata del diametro della basa di luna al diametro della basa di laltra la qual cosa delle erette sole e stato dimostrato. & per questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

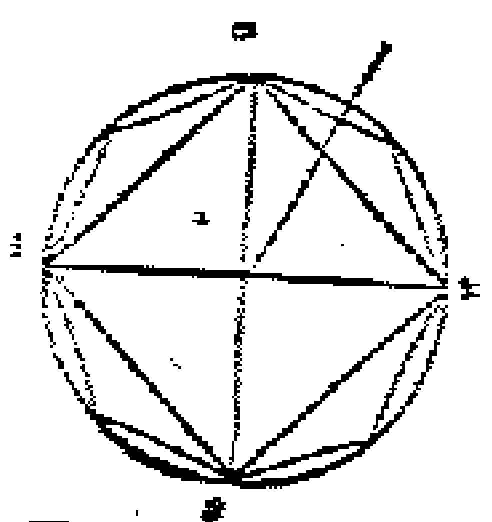
10 Se saranno due piramide retonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino luna e laltra di quelle sopra lo assis: & che luna de quelle due superficie, in luna e laltra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune settioni delle base & di quelle superficie che sono state poste non orthogonalmente erette sopra le base saranno fra loro equali.

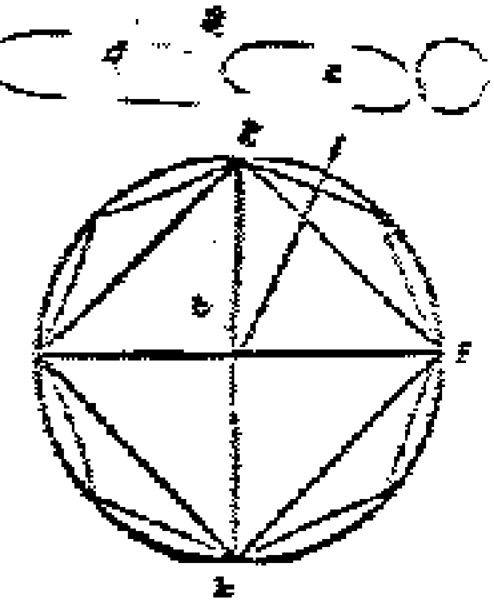
Sia le due pyramide retonde .a.b. & .c.d. (delle quale le base sono li cerchii .e.f.g. & .h.k.l. & le assis le due linee .a.b. & .c.d. & li diametri delle base .e.g. & .h.l. li centri delle base sono li duoi ponti .b. & .d. li coni delle pyramide .a. & .c.) simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base le quale sono .a.m. & .c.n. & siano continuati li ponti .m. & .n. con li centri delle base protratte le linee .b.m. & .d.n. & la superficie .a.b.m. laqual uien fora della assis .a.b. (per la .18. del .11.) sara eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie .c.d.n. la qual uien fora della assis .c.d. sara eretta orthogonalmente





sopra la basa della pyramide. c.d. & per tanto li duoi archi. f. g. & . K. l. sono simili: & siano intese le due superficie. a. b. f. c. d. K. segar fora da li assis, & segar le pyramide. a. b. & c. d. simile. Dico adonque li duoi angoli a. b. f. c. d. K. esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee f. m. & K. n. adonque perche le due pyramide. a. b. & c. d. sono simile, & le due superficie a. b. m. c. d. n. che sono orthogonalmente sopra le base congionte fora dal le assis di quelle, & (per la diffinitione delle pyramide simili) langolo. a. b. m. sara equale al angolo. c. d. n. & perche (dalla diffinitione delle linee perpendicularmente erette sopra una superficie) luno & laltro di duoi angoli. a. m. b. c. n. d. e retto, (per la. 32. del primo & per la. 4. del. 6.) li duoi primi triangoli. a. b. m. & c. d. n. saranno de lati proportionali cioe che la proportione della linea. a. b. alla linea c. d. sara si come della. b. m. alla. d. n. & si come della. a. m. alla. c. n. & perche (dalla diffinitione delle pyramide simile) la proportione del assis. a. b. al assis. c. d. e si come del mezo diametro. b. f. al mezo diametro. d. k. (per la. 11. del quinto) la proportione del. b. f. al. d. K. sara si come della. b. m. alla. d. n. & conciosia che li duoi angoli. f. b. m. & k. d. n. siano equali imperoche li duoi archi. f. g. & K. l. sono simili (dal presupposito) la proportione della. f. m. alla. K. n. (per la sesta seconda del sesto) sara si come della. b. m. alla. d. n. & pero & si come della. a. m. alla. c. n. & perche anchora cosi (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) luno e laltro di duoi angoli. a. m. f. c. n. K. e retto (per la sesta e quarta del sesto) la proportione della. a. f. alla. c. k. sara si come dalla. a. m. alla. c. n. e pero (per la undecima del quinto) si come della. a. b. alla. c. d. & si come della. b. f. alla. d. K. Adonque (per la quinta del sesto) li duoi angoli. a. b. f. & c. d. K. sono fra loro equali che e il proposito, il medesimo facilmente porrai delle colonne rotonde simile. adonque per questo che fu dimostrato dico che de ogni due pyramide rotonde simile siano come si voglia over erette over inclinate: la proportione di luna a laltra e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di laltra. Perche essendo come prima le due pyramide rotonde. a. & b. delle quale le base sono li cerchii. a. & b. & li diametri di questi siano anchora. a. & b. & sia la proportione della pyramide. a. al corpo. c. si come la proportione triplicata del diametro. a. al diametro. b. adonque il corpo. c. non sara minore ne maggiore della pyramide rotonda. b. & per dimostrar questo sia (se possibile e) minore in la quantita del corpo. d. talmente che li duoi corpi. c. & d. tolti insieme siano quanto la pyramide rotonda. b. Adonque dalla assis della pyramide. b. sia produtta una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra il cerchio. b. & sia la commune settione di questa superficie & del cerchio. b. la linea. e. f. transiente per il centro. b. la quale sara diametro del cerchio. b. & dentro del cerchio. b. sia protratto unaltro diametro segante questo primo orthogonalmente el quale sia. g. h. & cosi in lo cerchio. b. sia inscritto lo quadrato. e. g. f. h. & dalla pyramide rotonda. b. sia intesa esser detratta la pyramide laterata la basa della quale e il quadrato inscritto in lo cerchio. b. la quale come di sopra e stato provato sara maggiore della mita della pyramide rotonda. & dal residuo di quella siano detratte le pyramidette di quella medesima altezza, sopra li triangoli delle portioni del cerchio. b. & sia fatto questo tante volte per fina a tanto che il residuo della pyramide rotonda. b. sia minore del corpo. d. (per la prima del decimo) & (per la conversione) la pyramide laterata detratta la quale componeno le pyramide laterate partiale detratte sara maggiore del corpo. c. Adonque al presente sia produtta dal assis della pyramide. a. unaltra superficie che sia orthogonalmente eretta sopra il cerchio. a. & la linea K. l. sia la commune settione di questa superficie, & del cerchio. a. la quale per questo sara diametro del cerchio. a. & sia protratto in el cerchio. a. unaltro diametro segante questo primo orthogonalmente: el qual sia. m. n. & cosi sia inscritto in lo cerchio. a. lo quadrato. K. m. l. n. & dividendo li archi delle portioni del cerchio. a. in due parti equali componendo in lo cerchio a un polygonio simile a quello che e inscritto in lo cerchio. b. & a ciascuno



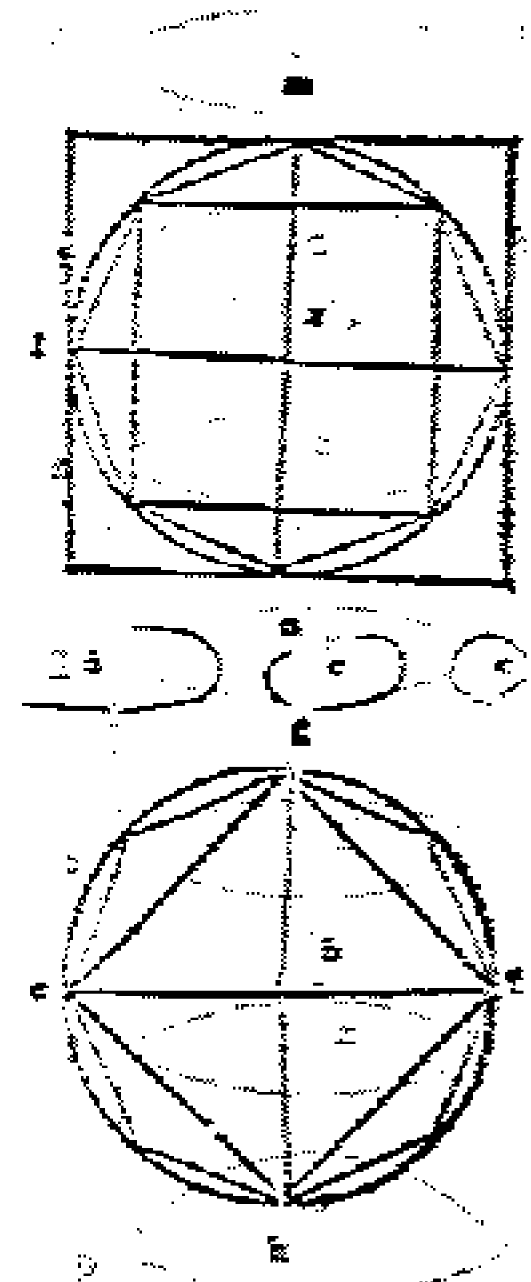


angolo

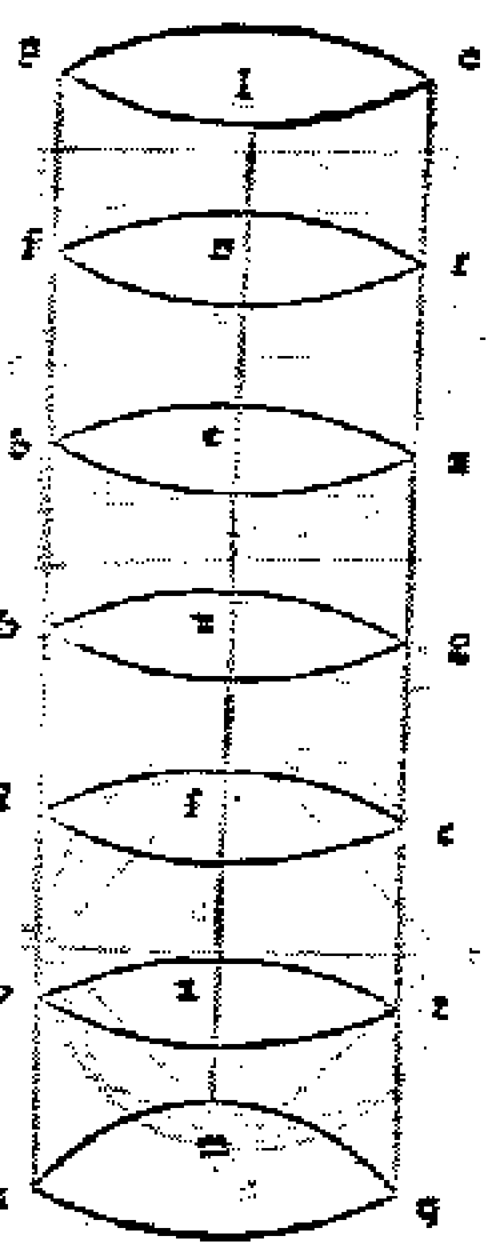
angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della pyramide .a. compiendo sopra quel poligonio la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide .a. e tu proverai questa pyramide laterata esser simile alla pyramide detratta dalla pyramide rotonda .b. laqual cosa farai in questo modo producasi cō la cogitatione over in atto li axis di luna e laltra in luna e laltra pyramide .a. & b. & dalli centri delle base protrazasi le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per lo precedente antecedente) tutti li angoli che contiene li axis della pyramide .a. con cadauna di quelle linee ducte dal centro del cerchio .a. alli angoli del poligono inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relativi, che contiene li axis della pyramide .b. con cadauna delle linee ducte dal centro del cerchio .b. alli angoli del poligono a le inscritto, e perche (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del axis della pyramide .a. al axis della pyramide .b. e si come del semidiametro del cerchio .a. al semidiametro del cerchio .b. seguita (per la .6. & .4. del sesto) & per le diffinitioni delle superficie & di simili corpi) che le due pyramide laterate .a. & .b. siano simile, tutte le altre cose argumenta si come per avanti in la decima adonque e manifesto de tutte le pyramide rotonde simile che la proportione di quelle, sia si come di diametri delle sue base triplicata, e perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua pyramide per che questo e stato dimostrato sufficientemente siano le colonne & sue pyramide erette over inclinate seguita (per la .15. del .5.) che etiā la ꝓportione di quai si voglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

Theorema .xi. Propositione .xi.

12 Ogni due piramide rotonde over colonne equalmente alte e necessario
11 esser proportionale alle sue base.



Sopra li dui cerchii .a. & .b. siano formide (come parenti) due pyramide rotonde equalmēte alte le quale siano dette similmēte .a. & .b. etiā due colōne rotonde equalmēte alte assignate dalle medesime lettere .a. & .b. dico adonque che la ꝓportione delle due pyramide .a. & .b. & delle due colōne .a. & .b. e si come di dui cerchii .a. & .b. se primamente questo delle pyramide sara dimostrato etiā quello delle colōne sara manifesto, perche ogni colōna rotonda e tripla alla sua pyramide, ma questo delle pyramide sara manifesto per dimostratione indiretta in questo modo, perche (per cōmuna scientia) la ꝓportione della pyramide rotonda .a. ad alcun corpo e si come del cerchio .a. al cerchio .b. sia quel corpo .c. Dico adōque che el corpo .c. nō puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda .b. (perche (se possibile e) sia primamente minore in la quātita del corpo .d. adonque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio .b. & sia detratto dalla pyramide rotonda .b. la pyramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto in lo cerchio .b. & dalle portioni della pyramide siano detratte le pyramide che stanno sopra li triangoli delle portioni del cerchio, et questo sia fatto tante volte per fina a tanto che il residuo della pyramide .b. sia minore del corpo .d. et la pyramide laterata detratta (che cōpone le pyramide partiale detratte) sara maggiore del corpo .c. adonque in lo cerchio .a. sia descritto un poligonio simile a quel poligonio che e basa della pyramide laterata .b. & sopra questo sia cōpido una pyramide laterata ducte le linee dalla vertice della pyramide laterata .a. alli angoli del poligonio inscritto & le due pyramide laterate .a. & .b. saranno equalmente alte perche questo e il proposito delle rotonde, per la qual cosa la proportione della pyramide laterata .a. alla pyramide laterata .b. e si come di la sua basa alla basa di quella, cioe si come del poligonio .a. al poligonio .b. & questo e stato dimostrato in la sesta di questo (& del poligonio .a. al poligonio .b. e si come del cerchio .a. al cerchio .b.) la qual cosa e manifesta (per la prima & seconda di questo) Adonque della pyramide laterata .a. alla pyramide laterata .b. e si come della pyramide retonda.a.al corpo.c.per la qual cosa [illegible] della pyramide laterata.a.alla pyramide retonda.a.e si come della pyramide laterata.b.al corpo.c.& concio sia che la pyramide laterata .b. sia maggiore del corpo. c . seguita la pyramide laterata .a . esser maggiore della pyramide retonda . a. & questo e impossibile perche lei e parte di quella,adonque el corpo .c. non sara menore della pyramide retonda.b. Ma se l'aversario potesse che sia maggiore demonstraremo un'altra volta conseguire il medesimo impossibile per che (per la conversa proportionalita) la proportione del corpo.c.alla pyramide retonda.a.sara si come del cerchio.b.al cerchio.a. sia anchora la medesima della pyramide retonda.b.a qualcun corpo el qual sia.d. Conciosia adonque che el corpo.c.sia maggiore della pyramide retonda.b.(per el presupposito) la pyramide retonda.a.(per la decimaquarta del quinto) sara maggiore del corpo.d Adonque la proportione del cerchio.b.al cerchio.a.sara si come della pyramide retonda.b.ad alcun corpo menor della pyramide retonda.a. Ma questo e stato dimostrato per avanti esser impossibile,perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto.Adonque il corpo.c.non e ne minore ne maggiore della pyramide retonda.b.ma solamente equale.E per tanto) della seconda parte del la sesta del quinto concludesi il proposito) Ma accio che piu facilmente [illegible] sia demonstrata la propositione che seguita egli e necessario di mandare avanti uno antecedente a quest'[illegible] qual e questo.



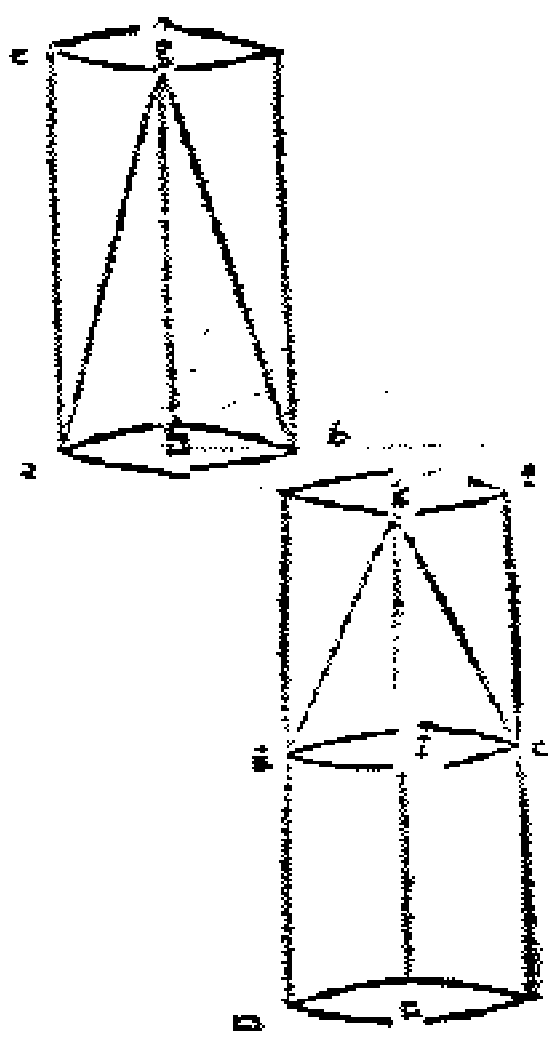
13 Se una superficie segara alcuna colonna retonda equidistantemente alla basa di quella,li duoi corpi partiali li quali terminano a quella superficie saranno proportionali alle parti de la assis della colona.

Questa e simile a quella che se pose in la vigesimaquinta del undecimo libro di solidi paralellogrammi ne solamente questo delle colonne retonde e da [illegible] piu presto semplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterate over retonde,la qual cosa (chi tenira [illegible] la argumentatione di la prima del sesto) over della vigesimaquinta del undecimo) facilmente potra dimostrare,perche in questo loco non altramente che in quello egli e di argumentare il proposito (per la diffinitione della [illegible] proportionalita la quale e posta in el principio del quinto libro) Ma bisogna avertire che qualunque superficie segara una colonna equidistantemente alla basa di quella sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella , perche ciascune superficie le quale sono equidistante a una medesima superficie,quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesi da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro) Per la qual cosa e manifesto che tutte le colonne retonde delle quale le base sono equale,sono proportionale alle sue altezze,il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle pyramide retonde etiam delle laterate la qual cosa essendo provato prima delle colone delle pyramide sara manifesto,perche ogni colonna e treppia alla sua pyramide la retonda(per la nona di questo)& la laterata(per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottava.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta particula quale pare che sia una agionta del commentatore nella seconda traduttione , Euclide ne fa due propositioni le quale sono e la decimaterza & settima e la decimaquarta.Et p la detta decimaterza figuralmente adduce la colona.a.d.segata dalla superficie.g.h.equidistantemente alle due base cioe alle due base.a.b.&.c.d.& conclude il medesimo che se fa nella soprascritta agionta cioe che si come e la colonna partiale.b.g.alla colonna partiale.g.d.cosi sara lo assis.e.k.al assis.k.f.& per dimostrar tal cosa el dice che

sia alongato



fia alongato da luna e laltra parte laxis.e.f.p fina in li ponti.l.m.& di quelle col che ne fia tolte quante parte ne pare equale alla sua contermminale. ponamo le doe.e.n.&.n.l.equale alla parte.e.k.& cosi le doe.f.x.&.x.m.(over piu) equale al la.f.K.& similmente ci uole che per li ponti.l.n.&.x.m.sia estese le superficie.p.o.s.t.t.y.q.u.equale & equidistante alle.a.b.&.c.d.& uole che siano intesi le colonne partiale.p.s.r.b.d.t.t.n.Et perche le axis.l.n.n.e.e.K.sono fra loro equale adonque le partiale colonne.p.s.r.b.b.g.(per la undecima) sono equale fra loro & similmente sono di equal multiplicita alla colonna.b.g.si come laxis.K.l.al laxis.e.K.Et per le medesime ragioni se die intendere della colonna.e.g.alla colonna.g.d.esser cosi multiplice come che e laxis.m.K.al.axis.k.f. & perche se laxis.K.l.sara equale al axis.k.m.etiam la colonna.p.g.sara equale alla colonna.g.n. & se sara maggiore sara maggiore & se sara menore sara menore,per il che(per la diffinitione delle quantita proportionale cioe per la sesta diffinitione del quinto)se concede che le quatro quantita sono proportionale cioe le due axis.e.k.&.K.f.& le doe colonne partiale.b.g.&.g.d.che e il proposito.Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda tradutione e detta cylindro.

LA decimaquarta propositione propone che li coni etiam li cylindri che siano sopra base equale che la proportione di luno a laltro e si come la altezza di luno alla altezza di laltro.

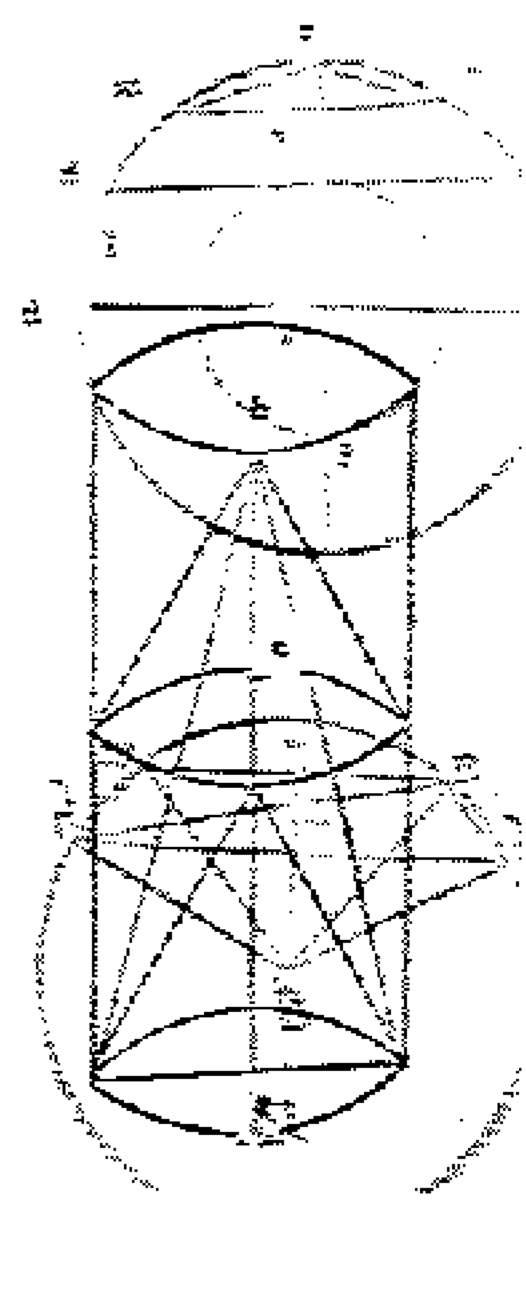
ET per essempio figurale sia sopra le due base.a.b.&.c.d.equale.li doi cylindri.f.d.e.b.Dice che il cylindro.e.b.al cylindro.f.d.e si come la axis.g.h.al axis.k.l.& per dimostrar tal cosa uol che sia estesa over alongata la axis.k.l.p fina in ponto.n.talmente che la.l.n.sia equale alla axis.g.h.& atorno al axis.l.n.uol che se gli intenda il cylindro.c.m.poi arguisse in questo modo.adonque perche li doi cylindri.e.b.&.c.m.sono di equal altezza e sopra base equale(per la.11.di questo) sono fra loro equali,& perche il cylindro.f.m.e segato dal piano equidistantemente alle due base opposite adonque(per la precedente) si come e il cylindro.c.m.al cylindro.f.d.cosi e la axis.l.n.alla axis.k.l.& perche el cylindro.c.m. e equale al cylindro.e.b.& la axis.l.n.alla axis.g.h.adonque si come e il cylindro.e.b.al cylindro.f.d.cosi e la axis.g.h.alla axis.k.l.& si come il cylindro.e.b.al cylindro.f.d.cosi e il cono.a.g.b.al cono.c.l.d.perche li cylindri de quelli sono tripli di ditti coni(per la nona di questo)adonque(p la undecima del quinto)si come la axis.g.h.al axis.k.l.cosi e il cono.a.g.b.al cono.c.l.d.& lo cylindro.e.b.al cylindro.f.d.che e il proposito.

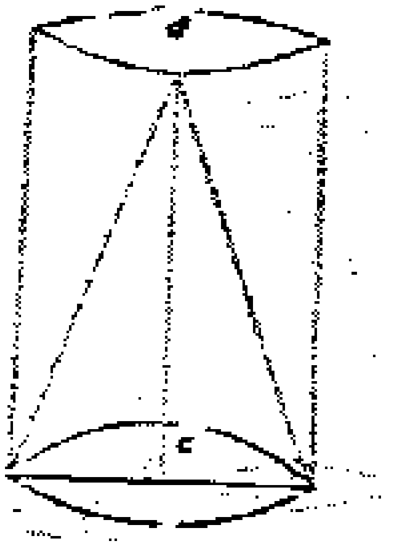
Theorema.xii. Propositione.xii.

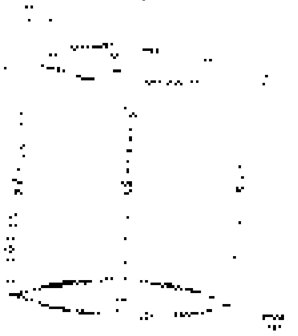
12 Se due piramide rotonde over colonne saranno equale le sue base
15 saranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze saranno mutue quelle piramide over colonne e necessario esser equale.

LE linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicolarmente determinano la altezza delle pyramide & delle colonne dalle superficie intrente di quelle alle base.siano adonque le due pyramide rotonde.a.b.&.c.d.equale,& le due colonne rotonde.a.b.&.c.d.equale.& siano le communi base li delle pyramide come delle colonne li doi cerchi.a.&.c.& sia notata le communi altezze si delle pyramide come delle colonne siano determinate per le due linee.a.b.&.c.d.Dico che la proportione del cerchio.c.al cerchio.a.e si come della altezza.a.b.alla altezza.c.d.& al contrario,& si sara provato questo delle colonne,delle pyramide sara certo.Perche ogni colonna rotonda e tripla alla sua pyramide adonque se le due altezze.a.b.&.c.d.saranno equale(per la precedente)sara

gn.....



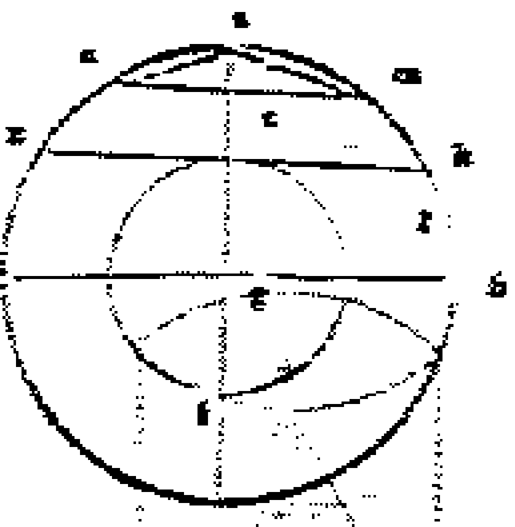


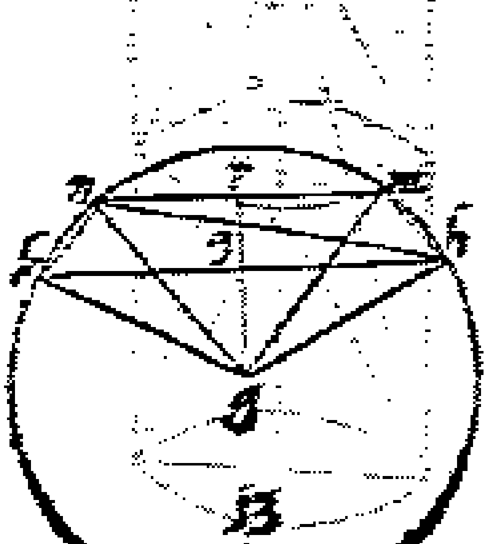


manifesto il proposito, ma se saranno inequale sia .a.b. maggiore & sia tolto la .a.e. equale alla .c.d. & sia segata la colonna .a.b. dalla superficie .e. equidistantemente alla basa .a. di quella. & (per lo premesso antecedente) la colonna .a.b. alla colonna .a.e. sara si come la altezza .a.b. alla altezza .a.e. e pero (per la prima parte della seconda del quinto) la colonna .c.d. alla colonna .a.e. sara si come la altezza .a.b. alla altezza .a.e. per la qual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) si come la altezza .a.b. alla altezza .c.d. (per la precedente) & la colonna .c.d. alla colonna .a.e. e si come il cerchio .c. al cerchio .a. adonque (per la undecima del quinto) la altezza .a.b. alla altezza .c.d. e si come della basa .c. alla basa .a. adonque e manifesto la prima parte, la seconda se manifestara (per il modo contrario) stante la medesima dispositione. Hor sia come della basa .c. alla basa .a. cosi la altezza .a.b. alla altezza .c.d. Dico che le due colonne .a.b. & .c.d. sono equale, perche (per la seconda parte della settima del quinto) la altezza .a.b. alla altezza .a.e. sara si come della basa .c. alla basa .a. Et perche (per la precedente) la colonna .c.d. alla colonna .a.e. e si come della basa .c. alla basa .a. & (per lo premesso antecedente) la colonna .a.b. alla colonna .a.e. e si come la altezza .a.b. alla altezza .a.e. seguita (per la undecima del quinto) che la colonna .c.d. alla colonna .a.e. sia si come la colonna .a.b. alla medesima .a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due colonne .a.b. & .c.d. sono equale, per la qual cosa e manifesto etiam la seconda parte.

Problema primo. Propositione .xiii.

15 Quando seranno proposti duoi cerchii circondati sopra uno me-
16 desimo centro, eglie possibile dentro il maggiore descrivere una superficie de molti angoli, de lati pari & equali la quale non tocchi il cerchio minore.





Siano li duoi cerchii .a.b.c.d. & .e.f. circondati sopra uno commun centro qual sia .g. Dico che dentro al maggior cerchio (qual sia .a.b.c.d.) eglie possibile esser descritto un poligonio che sia equilatero, che niuno de suoi lati tocchi il cerchio minore el quale e .e.f. & per far questo siano divisi questi duoi cerchii in quatro parti equali da duoi diametri fra loro segantisi orthogonalmente sopra il centro di quegli li quali siano .a.c. & .b.d. & sia .e.f. (diametro del minore) parte del diametro .a.c. che e diametro del maggiore, & cosi adonque dal ponto .e. sia dutta (da luna e laltra banda per fina alla circonferentia del maggiore) una linea orthogonalmente sopra del diametro .e.f. la qual se congionga con la circonferentia del maggiore di qua in ponto .h. e di la in ponto .k. & (per lo corelario della decimasesta del terzo) la linea .h.e.k. e contingente il cerchio minore .e.f. & da poi dividi il quadrante .a.b. del cerchio maggiore in due parti equali in ponto .l. (secondo la doctrina della trigesima del terzo) da poi un altra volta dividi larco .a.l. in due parti equali in ponto .m. & cosi sia che facendo questo piu volte di necessita se pervenira finalmente a uno arco il quale sara minore di larco .a.h. & sia in questo luoco .a.m. perche questo concludo, perche essendo due quantita inequale della maggiore di quelle sia cavato la mita di quella, & similmente dal residuo la mita (e per tal modo sempre) eglie possibile far questo tante volte per fina a tanto che finalmente rimanga una quantita minore della minore di quelle si come in la prima del decimo e stato dimostrato. Quando adonque (dividendo cosi) se sera pervenuto a uno arco equale (quanto si voglia) minore di .a.h. del qual modo (in questo luoco) sia larco .a.m. si tolto lo arco .a.n. equale a larco .a.m. & siano dutte le due linee .a.m. & .a.n. & .n.m. Adonque perche larco .a.n. e equale al arco .a.m. (il quale per la seconda parte) della .a.n. & .a.m. (per la .4. del primo, & per la .28. del terzo) e manifesto. Et perche larco .a.n. e equale al arco .a.m. (per commune scientia) larco n.K.sara equale al arco.m.h.adonche le due linee.m.n.&.k.h.sono equidistante, adonque la linea.m.n.non puol tocchare il cerchio.e.f.per la qual cosa molto piu forte ne la linea.a.m.puol toccar quello. Perche adonque e manifesto il cerchio.a.b.c.d.esser diuisibile per archi equali al arco.a.m.e pero (per la uigesima ottaua del terzo insieme) e manifesto dentro di esso cerchio poter esser coaptando continuamente cordette equale alla cordetta.a m. cordante esso cerchio di molti angoli per il che anchora e manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un poligonio equilatero del quale uno lato e la linea.a.m. & perche la linea.a.m.non tocca il cerchio minore, e manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con niuno di suoi lati tocca il cerchio minore che e il proposito. Ma tu dubiti in questo, le due linee.m.n.&.k.h.esser equidistante essendo li duoi archi.n.k.&.m.h.equali ma questo per somma uerita e proseguito per forte perche due linee in uno cerchio le quale non si seghino fra loro se dalla circonferentia equali archi da luna e laltra banda siano fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro.g.conduro la linea.g.o.perpendicolare alla linea.m.n.la qual seghi la linea.h.k.in ponto.q. & tira le linee.g.m.g.n.g.K.g.h.& alli duoi archi.n.K.&.m.h.tirarai sotto le due corde le quale etiam siano dette.n.K.m.h. & (per la uigesimanona del terzo) queste corde.n.k.&.m.h.saranno equale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea.n.p.sara equale alla linea.m.p.Concio sia adonque che luno e laltro di duoi angoli che sono al.p.sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) langolo.n.g.p.(per la quarta del primo) sara equale al angolo.p.g.m.& per la ottaua del primo) langolo.K.g.n.e equale al angolo.h.g.m. Adonque (per communa scientia, la quale e se a cose equale tu agiongi cose equale le summe saranno equale) langolo.K.g.q.sara equale al angolo.q.g.h.& pero (per la quarta del primo) la linea K.q.sara equale alla linea.q.h.per la qual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea.g.q.sara perpendicolare alla linea.k.h. Adonque (per la prima parte della uigesimanona del primo) le due linee.n.m.&.K.h.sono equidistante & questo e quello doue tu dubitaui. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per questo altro modo. Sia dutta la linea.n.h.& (per la ultima del sesto) langolo.h.n.m.sara equale al angolo.n.h.k.imperoche larco.h.m.e equale al arco.n.k.e pero (per la uigesimaseptima del primo) la linea.m.n.sara equidistante alla linea.h.k.el conuerso anchora se uorrai tu lo approuerai per lo contrario modo, perche se la linea.m.n.e equidistante alla linea.h.k.larco.n.k.sara equale al arco.m.h.perche (per la prima parte della uigesimanona del primo) li duoi angoli.h.n.m.&.n.h.k.saranno equali e pero (per la ultima del sesto) li duoi archi.n.K.&.m.h.saranno etiam equali.

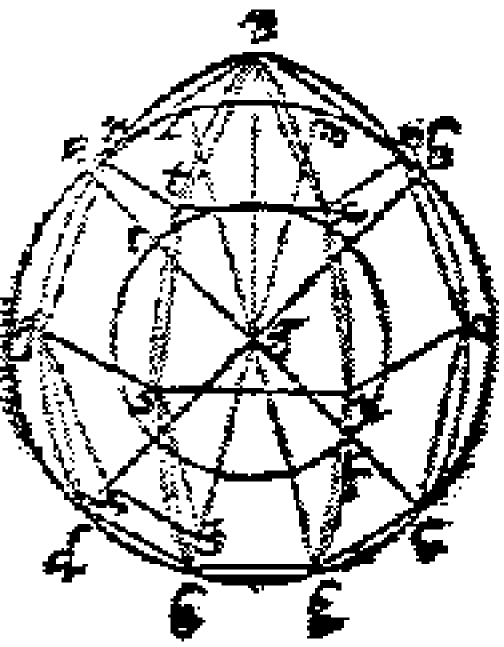
Correlario.

2 Et da qui e manifesto che la perpendicolare dutta dal ponto.m.al
16 la.a.c.non tocca il cerchio.

Problema.ii. Proposition.xiiii.

14 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, eglie possi
17 bile dentro della maggiore di quelle costituire figuralmente un solido di molte base, il quale non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, ouer in qualunche altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la propor

tione del corpo de molte base costituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base costituto dentro della minor sphera, over altra, sara si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore over daltra sphera.



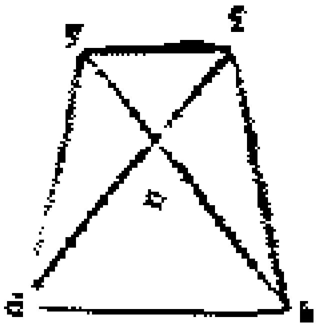
SIano le due sphere a.b.c.d. & e.f. che habbia uno istesso centro il quale sia g. & sia la maggiore de quelle la sphera a.b.c.d. & la minore la sphera e.f. & vogliamo dentro della maggiore di quelle costituire un corpo di molte base, delle quale non tocchi [illegible] che quelle base siano equale over simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adunque quando volemo far questo segaremo luna e laltra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun centro di quelle & (per la diffinitione della sphera & per la diffinitione del cerchio) le commune settioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere, faranno linee continente circuli. Adunque siano li duoi circuli a.b.c.d. & e.f. el centro di quali, e il centro della sphera del qual e sta posto che quello sia el ponto g. Questi dividaremo adonque questi duoi circuli con duoi diametri fra loro seganti orthogonalmente sopra il commun centro di quelli li quali siano a.c. & b.d. Da poi dentro del maggior cerchio (seguendo la doctrina della precedente) inscriveremo un poligonio equilatero, il quale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di exempio sia sufficiente haver scritto una figura di dodeci angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (el quale e c.a.) siano tre lati di questa figura duodecagona, li quali siano le corde a.h. h.K. K.c. le quale conviene che le siano equale. Anchora (per la prima parte della vigesima ottava del terzo) li archi di quelli saranno equali. Et da poi dalli duoi ponti h. & K. (li quali sono le estremita delle corde di mezzo) produremo duoi diametri li quali sono h.m. & K.l. & sopra il centro g. tiramo la linea g.n. perpendiculare alla superficie del cerchio a.b.c.d. la quale produremo per fina a tanto che la pervenga alla superficie della maggior sphera sopra il ponto n. & da poi intendando quattro superficie seganti le sphere proposte, delle quale ciascuna seghi quelle sopra la linea g.n. Et la prima di quelle sopra la linea g.n. & lo diametro a.c. la seconda sopra la linea g.n. & lo diametro h.m. & la terza sopra la linea g.n. & lo diametro K.l. & la quarta sopra la linea g.n. & lo diametro b.d. (per le diffinitioni della sphera, & del cerchio) le settioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore, faranno linee continenti circuli. Et le parte infrascritte, come fra el ponto n. & li quattro ponti, che sono a. h. K. faranno quadranti di questi cerchii li quali quadranti sono a.n. h.n. K.n. & c.n. e pero questo adviene impero che tutti li angoli che contieneno la linea g.n. con ciascuna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio a.b.c.d. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendiculare a una superficie) & li angoli retti in el centro e se stendano sotto alla quarta parte della circonferentia la qual cosa (per la ultima del sesto) evidentemente appare. & per la diffinitione di cerchii equali) e manifesto che ciascuno di quelli quattro cerchii e equale al cerchio a.b.c.d. Perche il diametro di ciascuno di quelli e il diametro della maggior sphera. Adunque (per la decimaquinta del quinto) li quadranti di quelli sono equali, per la qual cosa li cinque archi, li quali sono a.n. h.n. K.n. c.n. & d.c. sono equali. Adunque in ciascuno di quattro quadranti di circoli cetti siano assettade le corde ypotenusale, delle quale ciascuna sia equale alla corda del cerchio protratto le quale sono li lateri del poligonio a quel inscritto & una di quelle corde e.d. h.a. & siano in el primo, d.q. q.s. & s.n. & in lo secondo h.t. t.x. & x.n. & in lo terzo K.y. y.z. & z.n. & in el quarto b.o. o.p. & p.n. & siano protratti li catheti contingenti li capi delle corde ypotenusale, le quale sono q.t. s.x. t.y. x.z. y.o. z.p. &c. Adonque alla quarta parte della maggior sphera superiore (la qual quarta parte e a.b.c.n.)

esser scritto

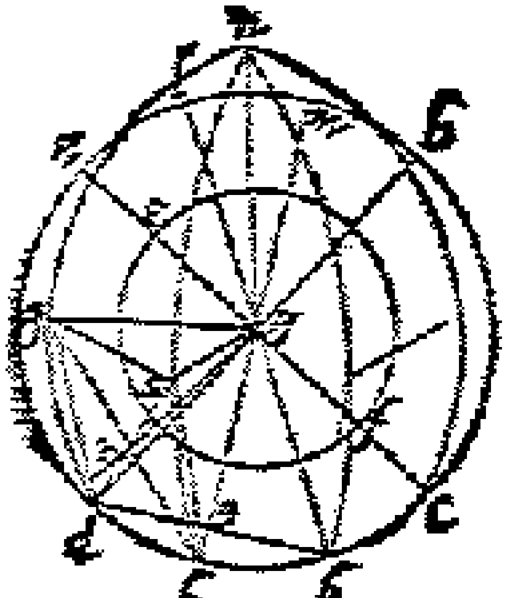
esser iscritto un corpo di .9. base delle quale, le tre che se congiongeno al ponto .n. sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypothenusali di quel le quadrangole superficie sono equali ma non equidistanti, & li corausti (tolti fra qualunque dui cerchii) & le corde del cerchio prefirato sono fra loro, equidistante ma nō sono fra loro equale, & questo saperai se protrarai le perpendicolare dalle estremita di corausti alla superficie del cerchio giacente delle quale e manifesto che esse cadeno sopra li diametri di circoli li quali corausti continuano, la qual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimaterza del undecimo verbi gratia, siano lassade le due perpendicolare .q.y. & .s.z. cadente in li diametri .d.b. & .h.m. dalli duoi termini del corausto .q.s. & siano tirate le linee .q.d. s.h. & .y.z. & li duoi triangoli .q.y.d. & .s.z.h. (per la quarta del sesto) saranno simili, per la qual cosa la proportione delle due perpendicolare .q.y. & .s.z. sera si come delle due corde .q.d. & .s.h. & concio sia che le corde siano equale, etiā le perpēdicolare sarāno eqle & qlle sono equidistanti (per la .6. del .11.) adōq; (per la .33. del primo) il corausto .q.s. e equale & equidistante alla linea .y.z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea .y.z. e equidistante alla corda .d.h. e pero e minore di quella, seguita (per la nona del undecimo) che lo corausto .q.s. sia etiam equidistante alla corda .d.h. & minor di quella (per la concettione) adonque concio sia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda .d.h.) non toccano la sphera minore, e necessario che niuno lato di queste base del corpo inscritto (o siano le quadrangole over triangole) non tocchi la medesima minor sphera concio sia che tutti questi lati siano equali over minori di esse corde & simplicemente Dico che etiam niuna di queste base (de tutte le quale e manifesto (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie) puo con alcun suo ponto toccare la minor sphera, impero che ogni linea retta dutta sopra a qual si voglia ponto di cadauna di quelle equidistantemente al corausto necessariamente e minore della corda del cerchio prefirato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggiore sphera si della meza sphera superiore come della inferiore siano sotto tesute (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatere, & alla maggior sphera sara iscritto un corpo di settantadui base le quale non toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposito. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia statuido un altro simil corpo, la proportione di luno a laltro, sera si come la proportione treppiata dal diametro di luna sphera al diametro di laltra. Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide laterate le vertice over ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & queste pyramide compirai, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (li quali sono le estremita delle corde & di corausti) produrai le linee alli centri delle sphere, e per tanto sera da provare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide di laltro, il che provato (per la .8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa di laltro sera si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere (perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le pyramide) & perche la proportione di semidiametri & di diametri e una medesima (per la decimaquinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la .12. del medesimo.

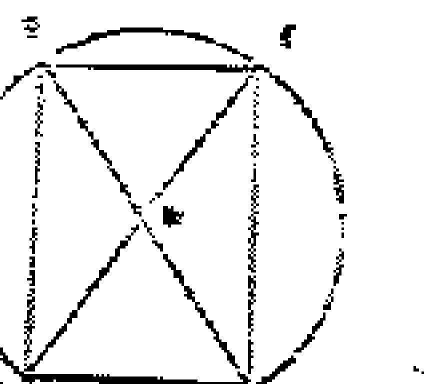
Il Tradottore.

La demostratione del soprascritto primo proposito patisse oppositione, per che la non conclude a sufficientia il detto proposito egli e ben vero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano (li quali) sono tutti equali alla linea .d.h.) non toccano la minor sphera per il che e necessario anchora che niuno lato di quelle .72. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole over triangole) tocchi la medesima minor sphera, concio sia che tutti quelli lati siano



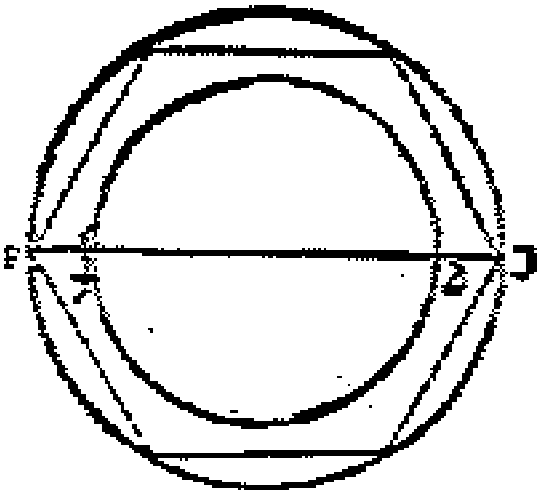
equali ouer minori a quelle corde. tamen se ben la minor sphera nõ pol toccare alcuno di detti lati (per le cose dimostrate) nõ siamo pero certi chi quella nõ possi toccar le base quadrangole nelli lor centri (massime le maggiore) nelli gratia pigliamo p essempli la basa .q.d.s.h. la quale e una delle quadrangole maggiori. Dico che se ben niun di suoi quatro lati cioe .d.h.d.q.h.s.s.q.) non puo toccar la minor sphera (p esser .d.q. & h.s. equali al .d.h. & .q.s. minore pche le linee equale sono equalmente distante dal centro della sphera, & le minore sono molto piu lontane dal detto centro (tamẽ nõ siamo per certi che la detta sphera minore nõ possa toccare la detta basa .q.d.s.h. (& le altre simile) nel centro .x. per che il detto centro .x. e molto piu propinquo al detto centro della minor sphera che nõ sono alcun di detti quatro lati. il che si manifesta tirãdo li duoi diametri .q.h. & .d.s. cadauno di quali e maggiore di qual si voglia di detti quatro lati per il che cadauno di loro e piu propinquo al centro della sphera di alcuno di detti quatro lati (per la .14. del .3.) seguita adonque che li detti diametri ponno forsi toccar la detta minor sphera e cõsequentemente la basa .q.d.s.h. nel suo centro .x. adonque la demonstratione del commentatore adotta patisse cõtradictione ma a volerlo certamente provarlo, cioe demostrare a sufficientia che la minor sphera nõ poo toccar in esso alcuna alcuna di quelle .72. base, sia tirato dal centro .g. una linea (per la .11. del .11.) perpẽdicolare a la basa .d.q.h.s. del detto corpo (come che in questa secõda figura appare) la quale sia .g.x. da poi dal põto .x. sia tirate quatro linee alli quatro angoli di detta basa le quali linee serano a esser .x.q. .x.d. .x.h. .x.s. le quale tutte cõtenerãno angolo retto cõ la ppendicolare .g.x. (per la .3. diffinitione del .11.) p il che le dette quatro linee .g.q. .g.d. .g.h. .g.s. serãno equali (per la penultima del primo & p la cõmuna sententia) pche le loro ypothenuse sono equale cioe le linee tirate mentalmẽte del centro .g. a cadauno di quatro angoli .q.d.h.s. adõque se sopra il ponto .x. sara descritto mentalmẽte un cerchio secondo la quãtita di .x. .h. la circunferentia di quello passara per li altri tre angoli .d.q.s. (come in la terza figura appare) & perche li tre lati .d.h. .d.q. .h.s. sono equali & la .q.s. e minore adonque larco .d.h. sara piu del quarto della circunferentia di tutto il detto cerchio p il che langolo .d.x.h. sara ottuso e pero il quadrato dello lato .d.h. sara piu che doppio al quadrato della .d.x. over della .h.x. & questo terrai la mente da poi imaginaremo la detta basa secondo il suo debito star nella sphera maggiore della figura che gia fu in principio descritta li circoli quadranti si della maggiore come de la minore ponimo siano li inscritti con la detta basa quadrangola .q.d.s.h. stante secondo il suo cõveniente star con la sua protratta perpẽdicolare dal ponto .g. (centro di ambedue le sphere) al ponto .x. centro della detta figura quadrilatera, da poi dal ponto .d. al ponto .k. tiraremo la linea .d.k. la quale segara la linea .g.h. orthogonalmente in ponto .q. & non toccara il cerchio .f.c. della minor sphera (per lo corelario posto sopra la .15. di questo) perche questa linea .d.k. e similmẽte posta come e la linea .n.m. in la figura della detta .15. di questo. hor dico che il põto .x. e piu remoto over lontano dal ponto .g. (centro de ambedue le sphere proposte) chi non e il põto .q. cioe che la linea .g.x. e piu longha che la linea .g.q. & se la minor sphera nõ tocca la detta linea .d.k. in ponto .q. manco toccara la basa .q.d.s.h. in põto .x. la qual cosa se dimostrara in questo modo. egli e manifesto che la linea .m.q. e piu della mita di tutta la linea .m.h. p il che la linea .m.h. vien a esser manco del doppio di la linea .m.q. & tal proportione qual e della linea .m.h. alla linea .m.q. tal sara del rettãgolo contenuto sotto della linea .m.h. & della .q.h. al rettangolo cõtenuto sotto delle due linee .m.q. & .q.h. (& questo facilmente provarai p la prima del .6.) adonque il rettangolo di .m.h. in .q.h. sara men che doppio del rettãgolo di .m.q. in .q.h. & pche il quadrato della linea .d.q. e equal al rettãgolo della .m.q. in .q.h. p la .35. del .3. seguita che il rettãgolo della .m.h. in .q.h. sia men del doppio del quadrato della .d.q. & se al quadrato della .d.q. (el qual e quanto il rettãgolo della .m.q. in .q.h.) gli agiõgi il quadrato della .q.h. tal summa (p la penultima del primo) sara equale al quadrato della .d.h. & pche il rettãgolo della .m.q. in .q.h. giõto cõ il quadrato della .q.h. e la summa





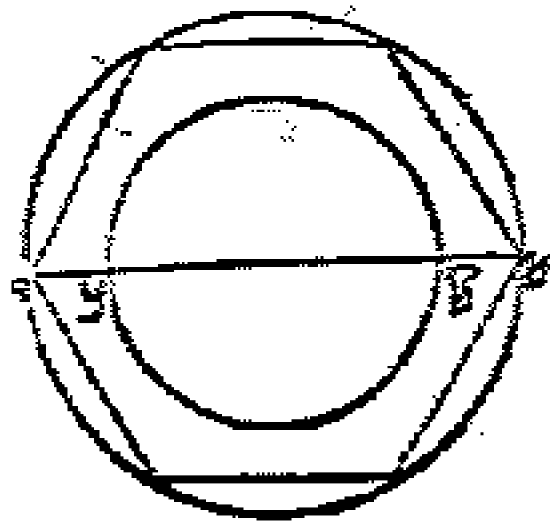
(per la .3.

(per la.5.del.2.) sara equale al rettangolo di tutta la.m.h.in.9.h.seguita adonque che il quadrato de.d.h.sia men del doppio dil quadrato di d.9 & se ben si ricorda gia fu provato che il quadrato della medema.d.h.era piu che doppio al quadrato di.d.9.over di.s.h.seguita adonque che il quadrato.d.s.sia minore dil quadrato di.d.9.& perche cadauno delli dui angoli.d.9.g.&.d.s.g.e retto sia la linea.g.d.e ypothumisa commune a luno e laltro se dil quadrato di qlla ne cavamo il quadrato della linea.d.9.lo residuo,(per la penultima del primo) sara equale al quadrato della linea.g.9.& similmente se del quadrato della medema linea.g.d.ne cavemo il quadrato della linea.d.s.questo secondo residuo sara equale al quadrato della linea.g.s.& perche lo quadrato della.d.9.era maggiore del quadrato della.d.s.(per commune scientia) lo quadrato della linea.g.s.sara maggiore del quadrato della linea.g.9.per il che la linea.g.s.e maggiore della linea.g.9.seguita adonque che il ponto.s.sia piu lontano dal centro.g.che non e il ponto.9.& se la minor sphera non tocca il ponto.9.manco toccara la basa.q.d.s.h.in ponto.s.& non toccandola in ponto.s.manco la toccara in altro ponto perche questo e il piu propinquo al centro.g.di qualunque altro & se la detta minor sphera non pol toccare la detta basa quadrangola (laqual e una delle maggiore del detto corpo) manco potra toccare alcuna delle altre minore perche le misure che sono piu remote over lontane dal centro.g.delle maggiore per le ragione adutte in la decimaquarta del terzo che e il proposito.

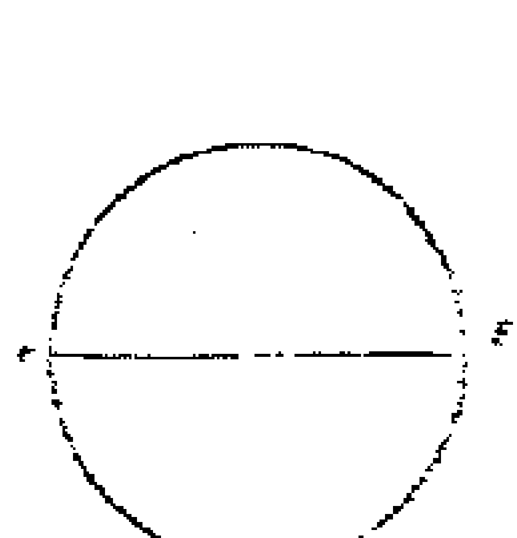


Theorema.xiii.Propositione.xv.

15 Di ogni due sphere la proportione di luna a laltra,e si come la proportione treppiata del suo diametro al diametro di laltra.



Siano le due sphere.a.b.&.c.d.delle quale li diametri siano.a.b.&.c.d. Dico che la proportione di quelle e si come la proportione di suoi diametri treppiata la demonstratione di laqual e perche ne a una sphera che sia minore della sphera.c.d.ne a una maggior ch la proportione della sphera.a.b.e si come del diametro.a.b.al diametro.c.d.treppiata. Hor sia la proportione della sphera.a.b.alla sphera.e.f.si come del diametro.a.b.(della sphera.a.b.) al diametro.c.d.treppiata. Demostraro adonque che la sphera.e.f.non puol esser minore ne maggiore della sphera.c.d.perche affirmando laversario quella esser minore imaginaro quella esser inclusa nella sphera.c.d.& esser circondata al medesimo centro,& inscrivero (con la imaginatione) in la sphera.c.d.uno corpo di molte base il qual non tocchi la sphera.e.f.el qual sia etiam detto.c.d.& inscrivero in la sphera.a.b.un altro corpo di molte base simile al corpo di molte base.c.d.el qual sia etiam chiamado dil nome della sua sphera.cioe.a.b.adonque e manifesto (dalla seconda parte della precedente & della.11.del.5.) che la proportione della sphera.a.b.alla sphera.e.f.e si come quella del corpo di molte base.a.b.al corpo di molte base.c.d.perche luna e laltra e si come quella del diametro.a.b.al diametro.c.d.treppiata (luna dal supposito e laltra per la.2.parte della precedente.) per laqual cosa permutatamente la proportione della sphera.a.b.al corpo di molte base.a.b.e si come della sphera.e.f.al corpo di molte base.c.d.concio sia adonque che la sphera.a.b.sia maggiore del corpo di molte base.a.b.etiam la sphera.e.f.sara maggiore del corpo di molte base.c.d.& questo e impossibile, perche quella e parte di quello.adonque la sphera.e.f.non e minore della sphera.c.d. Ma se laversario dicesse quella esser maggiore.lo confonderemo in questo altro modo perche (per la conversa proportionalita) dalla sphera.e.f.alla sphera.a.b.sara si come del diametro.c.d.al diametro.a.b.treppiata.& per tanto sia la medesima della sphera.c.d.alla sphera g.h.& per la.14.del quinto) la sphera.g.h.sara minore della sphera.a.b.imperoche la sphera.c.d.fu posta minore della sphera.e.f, per la qual cosa la proportione della sphera.c.d.ad alcuna sphera minore della sphera.a.b.e si come del diametro.c.d.al diametro.a.b.treppiata,& questo e impossibile,perche da questo seguita che la parte sia maggiore del suo tutto,come per avanti fu dimostrato,adonque la sphera.e.f.non e maggiore ne minore che la sphera.c.d.adonque (per la.7.del quinto) concludere la proposta conclusione la quale mette fine al duodecimo libro.



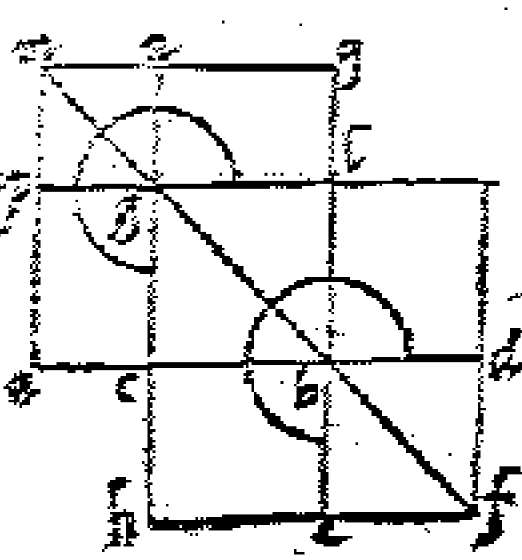
Fine del duodecimo libro.

LIBRO

INCOMINCIA IL TERZODECIMO LIBRO DI EUCLIDE DE LA ADMIRANDA VERTU E POSSANZA

de la linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi stremi & della formatione di cinque corpi regolari da Nicolo Tartalea Brisciano rassettado e integrado secondo le due tradutioni & per commune utilita dal latino in uolgar tradotto & in molti passi oscuri dilucidato.

Theorema primo. Propositione prima.



Quando sara diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi istremi, se alla sua maggior parte si agionga in longo la mita di essa linea cosi proportionalmente diuisa, seguira di necessita chel quadrato de la linea composta da quelle due esser quintuplo del quadrato della mita della medesima linea diuisa.

Sia la linea.a.b.diuisa in ponto.c.come insegna la trigesima del sesto & sia la sua maggior parte la linea.b.c.alla quale sia agionto direttamente la linea.b.d.la qual sia equale alla mita di tutta la linea.a.b. Dico chel quadrato de la linea.c.d.sara quintuplo al quadrato della linea.b.d.(cioe cinque uolte tanto) & per demostrar questo quadrato la linea.b.d.& sia il suo quadrato.d.e.& circumposto a questo quadrato un gnomone secondo la quantita della linea.b.c.protratto il diametro.f.b.g.& sia il circumposto gnomone.e.g.d.& (per la trigesima terza del sesto) la superficie composta da questo laqual sia.h.k.sara si come il quadrato della linea.c.d.Dico adonque el quadrato.h.k.esser cinque uolte tanto del quadrato.d.e.cioe quintuplo a quello. Adonq; al quadrato.c.l.(del circumposto gnomone) sia circumposto un altro gnomone alla quantita della linea.a.c.protratto el diametro.f.b.per fina al.m. & sia questo gnomone.c.m.l.& siano protratte le linee.c.o.&.p.l.equidistantemente alli lati opposti segandosi sopra il diametro.f.m.in ponto.g. Et e manifesto (per la trigesimaterza del sesto) che il composto di questo secondo gnomone & del quadrato.c.l.el quale e il quadrato.a.q.) e il quadrato della linea.a.b.el quale (per la quarta del secondo) e necessario esser quadruplo al quadrato.d.e.imperoche la linea.b.d.e la mita della linea.a.b.& concio sia che la superficie.a.n.(per la decimasettima del sesto) sia equale al quadrato.c.l.& similmente la superficie.m.l.(per la quadragesima terza del primo) perche la superficie.a.n.& similmente la.m.l.peruiene dal.a.b.in.a.c.& lo quadrato.c.l.peruien dalla.c.b.in se medesima, & concio sia che (per la prima del sesto) la.a.l.sia doppia alla.l.d.e pero sara equale alla.l.d.& c.e.tolte insieme (per la quadragesima terza del primo) Lo quadrato.a.q.(per que sta commune sententia se a quantita equale sia agionto quantita equale le sume saranno etiam equale) sara equale al gnomone.e.g.d.adonque questo gnomone e quadruplo al quadrato.d.e.si come era il quadrato.a.q. Adonque tutto il quadrato.h.k.concio sia che quello sia composto dal semplo & dal quadruplo (per commune scientia) sara quintuplo al medesimo che e il proposito. A demostrare il medesimo altramente (per la quarta del secondo) e manifesto che il quadrato della linea.a.b.e quadruplo al quadrato della linea.b.d.(& p per la

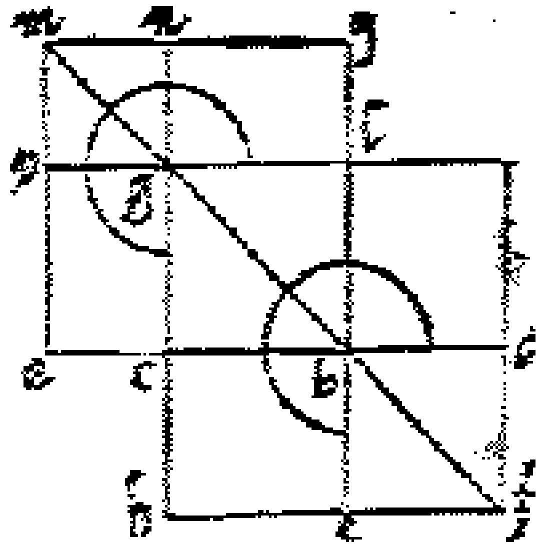
seconda

seconda del medesimo) quello che vien fatto dalla .a.b. in la .b.c. & in la .a.c. e equale al quadrato della .a.b. & quello che vien fatto dalla .a.b. in la .b.c. e equale a quello che vien fatto dalla .b.d. due volte in la .b.c. la qual cosa (per la prima del secondo, e manifesto) conciosia che la .a.b. sia doppia alla .b.d. ma quello che vien fatto dalla .a.b. in la .a.c. (per la prima parte della decimasettima del sesto) e equale al quadrato della .b.c. adonque (per commune scientia) quello che vien fatto dalla .b.d. due volte in la .b.c. & quello che vien fatto dalla .b.c. in se medesima e equale al quadrato della .a.b. pero e quadruplo al quadrato della .b.d. per la qual cosa giontovi sopra lo quadrato della .b.d. tutto lo aggregato sara quincuplo al quadrato della .b.d. cioe quello che vien fatto dalla .b.d. due volte in la .b.c. con el quadrato della .b.c. & con lo quadrato della .b.d. & perche (per la quarta del secondo) questo tutto e equale al quadrato della .c.d. e manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema .ii. Propositione .ii.

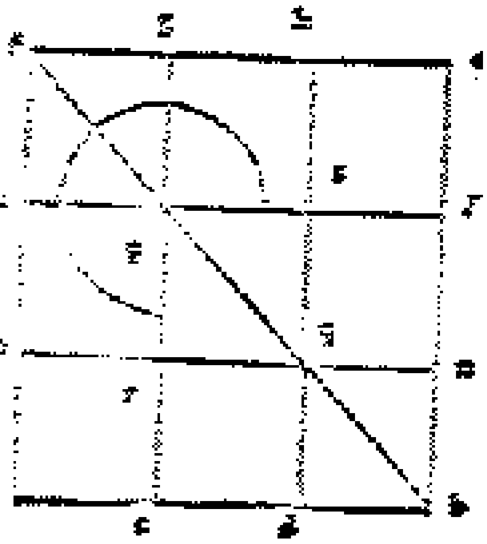
2/2 **Se a qualonque linea (divisa in due parti) della qual el quadrato sia quincuplo del quadrato de luna delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo per fina a tanto che laltra parte insieme con la linea aggionta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sara divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sara la linea media.**

Questa e il converso della precedente, & stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drio per la medesima via se dimostrara anchora in duoi modi si come quella: sia adonque gratia exempli il quadrato .n.k. quincuplo al quadrato .d.e. & la linea .a.b. doppia alla linea .b.d. Dico che la linea .a.b. e divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto .c. & la maggior parte di quella e la linea media che e la .c.b. perche egli e manifesto (per la quarta del secondo) che el quadrato .a.q. e quadruplo al quadrato .d.e. adonque el gnomone .e.g.d. e equale al quadrato .a.q. per la qual cosa li duoi supplementi .d.t. & .e.c. tolti insieme sono quanto el gnomone .e.m.k. Anchora li medesimi supplementi tolti insieme (per la prima del sesto) sono quanto .a.b. [illegible] sono quanto .c.q. seguita che .c.q. sia equale al gnomone .e.m.k. adonque levando via da luno e dalaltro la superficie .t.n. sara el quadrato .c.l. equale alla superficie .a.l. conciosia adonque che la superficie .a.l. sia fatta dalla .a.b. in la .a.c. & lo quadrato .c.l. sia lo quadrato della linea .c.b. (per la seconda parte della .17. del sesto) la proportione della .a.b. alla .b.c. sara si come della .b.c. alla .c.a. adonque (per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi posta nel principio del sesto libro) e chiaro esser il proposito. anchora se po dimostrare il medesimo per questa altra via. Conciosia che il quadrato della .c.d. sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della .b.d. & lo quadrato della .a.b. (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo. & lo quadrato della .c.d. (per la medesima) sie equale al quadrato della .c.b. & al quadrato della .b.d. & a quello che vien fatto dalla .b.d. due volte in la .c.b. seguita che quello che vien fatto dalla .b.d. due volte in la .c.b. con el quadrato della .c.b. sia equale al quadrato della .a.b. ma quello che vien fatto solamente dalla .b.d. due volte in la .c.b. e quanto quello che vien fatto dalla .a.b. in la .b.c. imperoche la .a.b. e doppia alla .b.d. adonque quello che vien fatto dalla .a.b. in la .b.c. con lo quadrato della .b.c. e equale al quadrato della .a.b. & perche (per la .2. del secondo) quello che vien fatto dalla .a.b. in la .b.c. & in la .a.c. e equale al quadrato della .a.b. seguita (per commune scientia) che il quadrato della linea .c.b. sia equale a quello che vien fatto dalla .a.b. in la .a.c. adonque (per la seconda parte della decimasettima del sesto & per la diffinitione) e manifesto il proposito.



Theorema.iii. Propositione.iii.

3 Quando una linea sara divisa secondo la proportione havente il
3 mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamen
te la mita della maggiore sara che il quadrato della linea cosi com
posta sia quincuplo del quadrato che vien descritto dalla mita del
la maggior parte.

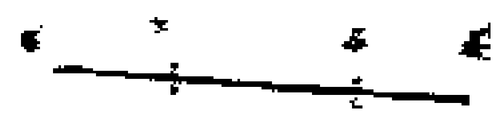


Sia la linea.a.b. divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto.c. & sia la maggior parte di quella la linea.c.b. la quale sia divisa in due parti equali in ponto.d. Dico che il quadrato della linea.a.d. e quincuplo al quadrato della linea.c.d. perche essendo descritto el quadrato della a.b. el quale sia.a.e. in el quale sia protratto lo diametro.b.f. & le linee.c.k.d.h. & simelmente le.k.l.f.&.m.n. equidistantemente alli lati oppositi segandosi fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti.p.&.q.& sara diametro in li duoi altri lochi.r.&.s. Adonque e manifesto (per la.25.del sesto, over per el corrolario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stanno in el quadrato.a.e. che il diametro divide per mezzo) sono quadrati, & le quattro superficie (che sono.a.r.m.p.p.h.&.s.e.(per la quarta [illegible] del primo, & per la prima del sesto) e manifesto esser fra loro equale, perche le due linee.p.h.& [illegible] fra loro equale (per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi: & per la prima parte della decimasettima del sesto) lo quadrato.c.l.e equale alla superficie.a.g.e pero etiam al gnomone.r.l.s. per questa causa che la superficie.a.r.e equale alla superficie.p.h. & perche (per la quarta propositione del secondo libro) lo quadrato.c.l.e quadruplo al quadrato.r.s. el quale e il come il quadrato della linea.c.d. Seguita adonque (per commune scientia) che il quadrato.m.b.sia quincuplo al quadrato.r.s. perche e composto del gnomone quadruplo & dal.r.s.sempio, & questo e il proposito. A demonstrare il medesimo altramente, Concio sia che la linea.b.c.sia divisa in due parti equali in ponto.d. & a quella sia aggionta la linea.a.c.(per la sesta propositione del secondo libro) quello che vien fatto dalla.a.b.in la.a.c.con il quadrato della interiacente.c.d. sara equale al quadrato della.a.d. Ma per che quello che vien fatto dalla.a.b.in la.a.c.e equale al quadrato della.c.b.(per la decima settima propositione del sesto libro) & questo e quadruplo al quadrato della.c.d. evidentemente e manifesto la verita di quello che e detto. Potendosi anchora ai puoi etiam in duoi modi (dal conseguente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado, perche essendo la medesima dispositione, stante il quadrato.m.h. quincuplo al quadrato.r.s. sara lo gnomone.r.l.s. sara equale al quadrato.c.l. perche sono ambidue quadruplo al quadrato.r.s. ma perche la superficie.a.g.e equale al predetto gnomone e necessario che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per la qual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro) & per la diffinitione) la linea.a.b.e divisa in ponto.c. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi: & la sua maggior parte e la linea.c.b.a demonstrare il medesimo altramente essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea.a.d. quincuplo al quadrato della linea.c.d. & (per la sesta propositione del secondo libro) esso medesimo quadrato sie equale a quel lo che vien fatto dalla.a.b.in la.a.c.con el quadrato della.c.d. Seguita che quello che vien fatto dalla.a.b.in la.a.c.con el quadrato della.c.d. sia quincuplo al medesimo quadrato della.c.d.e pero levando via quello el restante

Soc (quello che uien fatto della .a.b. in la .a.c.) sara quadruplo a quello medesimo & perche etiam (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea .e.b. e quadruplo al medesimo, e necessario che quello che uien fatto della .a.b. in la .a.c. sia equale al quadrato della .c.b. per la qual cosa un'altra uolta (per la seconda parte della decima festima del sesto & per la diffinitione) la linea .a.b. e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi in ponto .c. & la maggior parte di quella e la linea .c.b.

Theorema .iiii. Propositione .iiii.

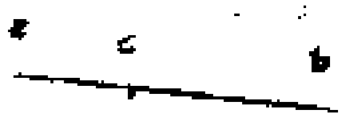
Se sia diuisa (qual si uoglia) linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & a quella sia aggionto direttamente in
4/5 longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte sara la prima linea.



Sia la linea .a.b. diuisa secondo la proportione che se suppone in ponto .c. & sia la maggior parte di quella la .c.b. & a tutta la .a.b. sia aggionto direttamente la linea .b.d. la quale sia equale alla .c.b. Dico che tutta la linea .a.d. e diuisa secondo la medesima proportione in ponto .b. & la maggior parte di quella e la linea .a.b. (che e la prima linea) perche (per la diffinitione) della .a.b. alla .b.c. e si come della .b.c. alla .c.a. Ma perche (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.d. e si come alla .b.c. adonque (per la undecima del medesimo) della .a.b. alla .b.d. e si come della .b.c. alla .c.a. per la qual cosa (per la conuersa proportionalita) della .b.d. alla .b.a. e si come della .a.c. alla .c.b. & congiontamente della .d.a. alla .a.b. si come della .a.b. alla .b.c. & secondo sia che (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.c. sia si come alla .b.d. (per la undecima del medesimo) della .d.a. alla .a.b. sara si come della .a.b. alla .b.d. Adonque (per la diffinitione) la linea .a.d. e diuisa in ponto .b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella e la linea .a.b. che e il proposito. Anchora per lo medesimo modo se dalla maggior parte di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi sia detratta una parte equale alla minore essa maggior parte sara diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sara la linea detratta, come gratia sia la linea .a.b. diuisa si come se propone in ponto .c. & la .a.c. sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la .c.d. equale alla .c.b. Dico che la .a.c. e diuisa secondo la medesima proportione in ponto .d. & che la maggior parte di quella e la linea .d.c. perche essendo (per la diffinitione) della .b.a. alla .a.c. si come della .a.c. alla .c.b. & (per la settima propositione del quinto libro) della .a.c. alla .c.b. si come alla .c.d. (per la undecima propositione del medesimo) della .a.b. alla .a.c. sara si come della .a.c. alla .c.d. & pero (per la decima nona propositione del quinto libro) sara si come lo residuo .c.b. al residuo .d.a. ma (per la settima propositione del medesimo) della .c.b. alla .d.a. e si come della .c.d. alla .d.a. Adonque della .a.c. alla .c.d. e si come della .c.d. alla .d.a. adonque (per la diffinitione) e manifesto quello che hauemo detto. adonque ne quella agiontione che propone lo autore, ne quella detrattione che hauemo proposta al contrario se discorda dalla proprieta della diuisione della primitiua linea distendasi in longo quanto ne pare quanto si uoglia.

Theorema .v. Propositione .v.

5/4 Se qualunche linea sia diuisa secondo la proportione hauente il



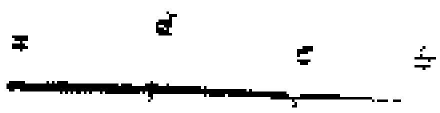
mezzo, & duoi istremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte sara treppio al quadrato della maggior parte.

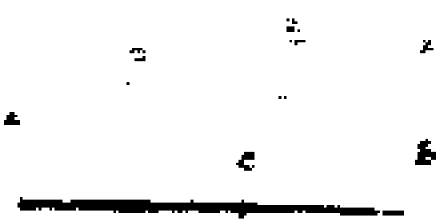
SIa la linea.a.b. divisa in ponto.c. secodo la proportione piu volte detta & sia la sua maggior parte la linea.c.b. Dico che li quadrati delle due linee.a.b. & c.a tolti insieme sono treppij al quadrato della linea.c.b. Perche questi duoi quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della.c.b & il doppio di quello che vien fatto dalla.a.b. in la.a.c. Et perche similmente quello che vien fatto dalla.a.b. in la.a.c. e equale al quadrato della.c.b. (per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sesto) e manifesto il proposito.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6/9 Luna e laltra parte, di ogni linea rationale divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi e necessario esser residuo.

SIa la linea.a.b. rationale divisa secondo la nostra solita proportione in ponto.c. Dico che luna e laltra parte di quella e residuo, perche essendo la.a.c la maggior parte di quella alla quale sia aggionto la.a.d. equale alla mita di tutta la linea.a.b. etiam la.d.a. sara rationale (per la sesta propositione del decimo libro & per la diffinitione) & e manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea.d.c e quincuplo al quadrato della linea.d.a. Adonque la linea.d.c e communicante alla linea.d.a. in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo libro) per la qual cosa (per la settuagesima terza propositione del decimo libro) la linea.a.c e residuo. Conciosia che le due linee.c.d. & d.a. sono rationale communicante solamente potentialmente. Et perche anchora se alla linea.a.b. (rationale) sia aggionto una superficie equale al quadrato de la linea a.c. (che e residuo) lo secondo lato di quella sara la linea.c.b. (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) e necessario (per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea.c.b. sia residuo primo, per la qual cosa e manifesto il proposito. Ma piu se della linea cosi divisa come se propone: la maggior parte sara rationale. la minore sara un residuo. verbi gratia sia la.a.b. come prima divisa in.c. secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (qual e la.a.c.) sia rationale: la quale sia divisa in due parti equali in ponto.d. & per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della.d.b. sara quincuplo al quadrato della.d.c. Et perche la.d.c e rationale essendo sia che essa sia la mita della.a.c. seguita che le due linee.d.b. & d.c. siano rationale communicante solamente in potentia, per la qual cosa (come prima) la linea.c.b. e residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi, anchora e necessario che luna e laltra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la.a.b. rationale solamente in potentia divisa si come le proportione in ponto.c. & sia dato alcuna linea rationale in longhezza la qual sia.d.e. la quale etiam sia divisa in ponto.f. secondo la predetta proportione, la qual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositioni che seguita non vien stabilita [illegible] demostratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro e manifesto che la proportione della.a.b. alla.d.e. e si come della.a.c. alla.d.f. & si come della.c.b. alla.f.e. Conciosia adonque che la.a.b. communichi in potentia con la.d.e.



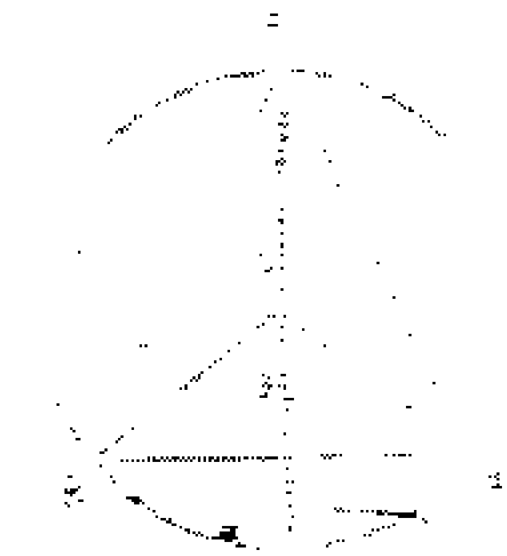


seguita

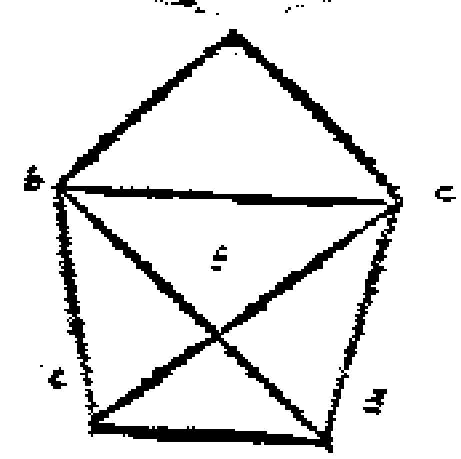
seguita (per la prima parte della decimaquarta del decimo) che la .a. c. comemunichi con la .d. f. & la .c. b. con la .f. e. in potentia, & perche luna e laltra parte della linea .d. e. e residuo come e manifesto dalle cose p̄dette, seguita (per la .109. del decimo) che luna e laltra p̄te della linea .a. b. sia etiā residuo ma nō de quella medesima specie come in q̄llo fu dimostrato. Per la qual cosa e manifesto che ogni linea rationale in longhezza ouer solamēte in potētia, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, luna e laltra parte e residuo: Et nota che la prima parte della presente dimostratione per la quale se dimostra che la maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi sia residuo (se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemente, o sia posta tutta la linea rationale in longhezza: ouer solamente in potentia, Ma la seconda parte con la quale se dimostra questo medesimo della minor parte: cioe che anchor quella sara residuo (se tutta la linea sara rationale) non se estende sufficientemente se non quando che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per la quale se approua che la minor portione e residuo. Seguita sufficientemente, o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia: adonque a concludere della maggior parte (della linea diuisa al predetto modo) che quella sia residuo: basta a poner tutta la linea diuisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minor parte per mezzo de tutta, e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza, ouer che egli e necessario seguire per la seconda del quartodecimo libro si come e stato dimostrato.

Theorema.vii. Propositione.vii.

Se alcuno penthagono, che habbia trei angoli equali, sia equilatero, anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo. $\frac{7}{7}$



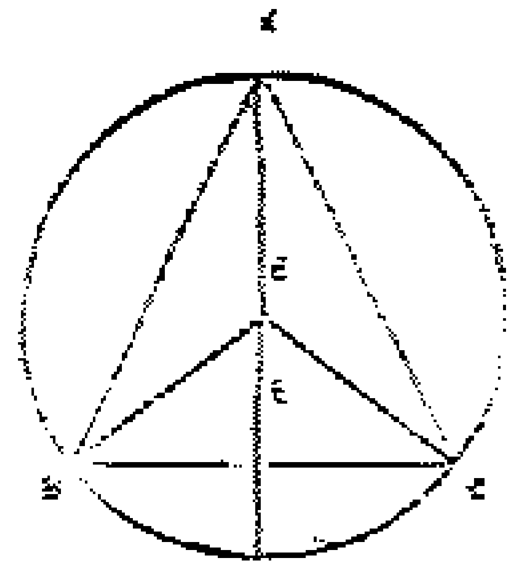
Sia el penthagono .a. b. c. d. e. equilatero, & siano equali trei angoli si voglia di quello fra loro equali (cioe o siano tolti continuamente, ouer discontinuamente) hor poniamo che prima siano tolti discontinuamente: cioe poniamo che li tre angoli .a. c. d. siano quelli trei che vengono supposti fra loro equali. Di co tutto el penthagono esser equiangolo, & per dimostrar questo siano tirate le corde .b. e. b. d. & .e. c. sotto a quelli angoli, & tutto el penthagono sara diuiso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale saranno le corde di duoi prossimi angoli equali segandose fra loro dentro di esso quadrilatero in ponto .f. & (per la quarta del primo) la basa .b. e. sara equale alla basa .b. d. & langolo .a. e. b. equale a langolo .c. d. b. & cosi sia che (per la quinta del primo) langolo .b. e. d. sia equale a langolo .b. d. e. (impero che li duoi lati .b. e. & .b. d. sono equali (per commune scientia) lo total angolo .e. sara equale al total angolo .d. Similmente tu approuerai lo total angolo .b. esser equale allo total angolo .a. perche (per la quarta del primo) la basa .b. e. e equale alla basa .c. e. & langolo .a. b. e. e equale a langolo .d. c. e. & (per la quinta di questo medesimo del primo) langolo .e. b. c. e equale a langolo .e. c. b. adonque (per commune scientia) lo total angolo .b. e equale al total angolo .c. & cosi essendo li cinq angoli .b. c. d. tolti continuamente equali: & similmente anchora lo penthagono sara equiangolo, perche (per la quarta del primo) la basa .b. d. sara equale alla basa .c. e. & langolo .c. d. b. a langolo .d. e. c. adonque (per commune scientia) langolo .e. d. b. sara equal a langolo .e. c. d. per la qual cosa (per la .6. del primo) le due linee .c. f. & .f. d. saranno equale cōciosia che li dui angoli del triangolo .f. c. d. che sono alla basa .c. d. siano equali. Adōque (per quella commune sententia le da quantita equali sia tolto quantita equale &c.) sara la linea .f. b. equale alla

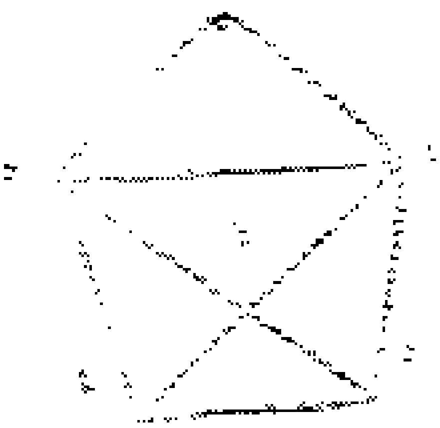


linea.f.e.perche tutta la.b.d.era equale a tutta la.c.e.e pero (per la quinta del primo) langolo.f.b.e.sara equale al angolo.f.e.b.& (per la medesima) langolo f.b.e.e.equale al angolo.a.e.b.adonque (per commune scientia) langolo.b.to tale e equale al total angolo.e.perche li trei angoli partiali componenti luno so no equali alli trei angoli partiali componenti laltro cadauno al suo relatiuo.ado que e manifesto che li trei angoli.e.b.c.tolti discontinuamente in el proposito pen tagono sono equali & concio sia che in tal modo eglie stato dimostrato tutto el pentagono esser equangolo.adonque per luno e laltro modo e manifesto el proposito.

Theorema.viii. Propositione.viii.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato e treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sara circonscritto.





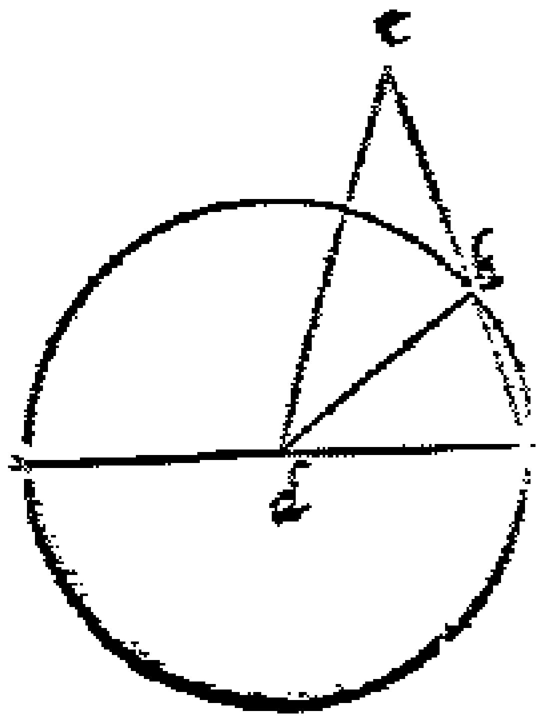
Sia il triangolo.a.b.c.equilatero al qual sia circonscritto lo cerchio.a.b.c. so pra el centro.d.(si come insegna la quinta del quarto libro) & sia protratto in quello lo diametro.a.d.e.Dico adonque che il quadrato della linea.a.b.e trep pio al quadrato del mezzo diametro.a.d.& per demostrar questo siano dutte le due linee.e.b.d.&.d.c.& a larco.b.e.sia protratto sotto la corda.b.e.& (per la ot tava del primo libro) langolo.b.a.d.sara equale a langolo.c.a.d.per la qual cosa (per la ultima del sesto) larco.b.e.e equale al arco.e.c.& perche (per la uigesimaottaua del terzo) li trei archi.a.b.b.c.&.c.a.sono fra loro equali im pero che le corde di quegli (le quale sono li lati del triangolo) sono equale (dal presuposito) larco.b.e.sara la sesta parte della circonferentia:e pero la corda b.e.sara il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio per la qual cosa (per el corelario della decimaquinta del quarto) la linea.b.e.e equale al mez zo diametro.a.d.& e manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del ter zo) che langolo.a.b.e.e retto e pero el quadrato della linea.a.e.e equale alli qua drati delle due linee.a.b.&.b.e.tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della.a.e.e quadruplo al quadrato della.b.e.(per la quarta del se condo) (concio sia che la linea.a.e.sia doppia alla.b.e.resta adonque lo quadra to della.a.b.esser treppio al quadrato della.b.e.e pero etiam al quadrato della a.d.che e il proposito.& accio che a noi sia chiaro che la linta.b.c.(che e il lato del triangolo) diuida lo semidiametro.d.e.in due parti equali sia.f.el ponto del la diuisione.Adonque e manifesto (per la quarta del primo) che la.b.f.e equa le alla.f.c.e pero (per la prima parte della terza del terzo) tutti li angoli che so no al.f.sono retti,per la qual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato del la.b.d.e equale alli quadrati delle due linee.d.f.&.f.b.ma lo quadrato della.b. e.e equale alli quadrati delle due linee che sono la.b.f.&.la.f.e.Et perche la.b.d. e equale alla.b.e.(per commune scientia) li duoi quadrati delle due linee.b.f. &.f.d.tolti insieme saranno equali alli duoi quadrati delle due linee.b.f.&.f.e. tolti insieme,leuado adonque uia da luna e laltra banda lo quadrato della.b.f. (per commune scientia) lo quadrato della.f.d.(residuo) sara equale al quadra to della.f.e.(residuo) per la qual cosa & la linea.f.d.alla linea.f.e.(per questa commune sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equa li.adonque per questo e manifesto che la perpendicolare dutta dal centro dun cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e equale alla mita della li nea dutta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello.

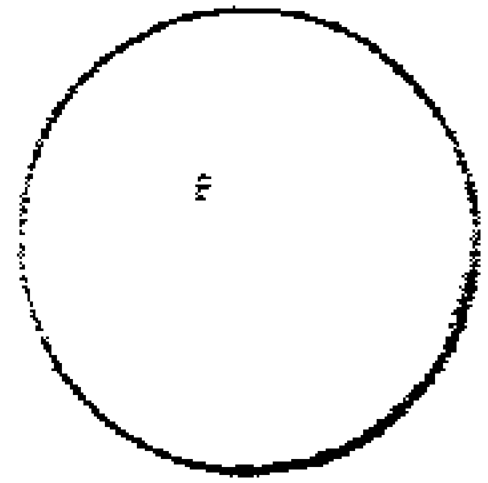
Theorema.ix.Propositione.ix.

Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equila

tero (li quali da un medesimo cerchio ambi duoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & la maggior parte di quella sara el lato del exagono.

SIa el cerchio .a.b.c. el centro del quale sia .d. & lo diametro .d.c. & sia larco .c.b. la quinta parte del arco del mezzo cerchio .a.b.c. sopra al quale sia tirata la corda .c.b. la quale e manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia agionto alla linea .c.b. in continuo & diretto la linea .b.e. la quale sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea .c.e. esser diuisa in ponto .b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella dico esser la linea .b.e. la quale e il lato del exagono. Et per demostrar questo siano dutte in el centro le due linee .e.d. & .b.d. & langolo .e. sara equale al angolo .b.d.e. (per la quinta del primo) per questo che la linea .e.b. e equale alla linea .b.d. (per el correlario della decimaquinta del quarto) Anchora langolo .d.b.c. e equale al angolo .c. (per la quinta del primo) per la qual cosa langolo .a.d.b. (per la trigesima seconda del primo) sara doppio al angolo .d.b.c. & perche (per la medesima) langolo .d.b.c. e doppio al angolo .e. Seguita che langolo .a.d.b. sia quadruplo al angolo .e. perche (per commune scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del simplo) essendo etiam il medesimo angolo .a.d.b. quadruplo al angolo .b.d.c. (per la ultima del sesto) imperoche larco .a.b. e quadruplo al arco .b.c. (per commune scientia) e necessario che langolo .e. sia equale al angolo .b.d.c. Adunque siano intesi li duoi triangoli .d.c.e. totale & .b.d.c. partiale & conciosia che langolo .e. del totale sia equale al angolo .b.d.c. del partiale: & langolo .c. sia commune a luno e laltro (per la trigesima seconda del primo) e necessario che lor siano equiangoli per la qual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di duoi lati .e.c. & .c.d. continenti langolo .c. in el total triangolo e sicome di duoi lati .d.c. & .c.b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della .e.c. alla .c.d. e si come alla .c.b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della .d.c. alla .c.b. e si come dal .e.b. alla medesima per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della .e.c. alla .e.b. sia si come della .e.b. alla .b.c. Adonque (per la diffinitione) concludo il proposito cioe la linea .e.c. esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono la qual cosa ci fu necessario di dimostrare. Anchora conuien dimostrare la conuersa, la qual cosa se fa facilmente per uia retrograda cioe tornando in drio per la medesima uia perche quella piglia Ptolomeo al nono capitolo della prima dittione del almagesto a demostrare la quantita delle corde delli archi dun cerchio. Dico adonque che essendo diuisa qual si uoglia linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi di qual cerchio che la maggior parte sara il lato del exagono, de quel medesimo la minore sara el lato del decagono, & di quello che la minore sara el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sara il lato del exagono & per demostrar questo sia la prima dispositione cioe stante la linea .e.c. diuisa in ponto .b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la .e.b. Dico che di quel cerchio il quale la linea .e.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea .b.c. e il lato del decagono & di quel cerchio che la linea .b.c. e lato del decagono di quel medesimo la linea .e.b. e lato del exagono (& questo intendo di exagoni, & decagoni equilateri) perche essendo la .e.b. el lato del exagono inscritto in lo cerchio .a.b.c. (per el correlario della decimaquinta propositione del quarto) la .e.b. sara equale alla .d.c. & perche la proportione della



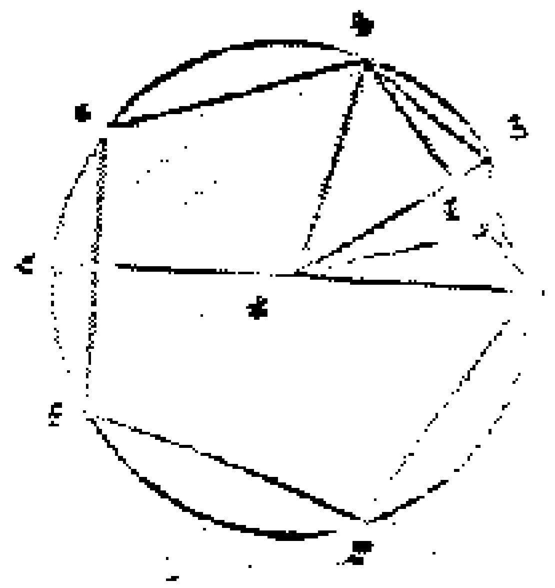


e.c.alla.c.b.e si come della.e.b.alla.b.c. (dal presupposito) sara (per la sexta del quinto) della.e.c.alla.d.c.si come della.d.c.alla.c.b. adonque (per la sexta del sexto) li duoi triangoli.e.d.c.& d.c.b.sono equiangoli. adonque langolo.e.c. equale al angolo.b.d.c.perche quelli figure hanno li lati proportionali. & concio sia che langolo.a.d.b.sia quadruplo al angolo.e. (per la trigesima seconda del primo tolta due uolte & per la quinta di quel medesimo due uolte) seguita etia che il medesimo angolo.a.d.b.sia quadruplo al angolo b.d.c.E perche per la ultima del sexto) larco.a.b.e quadruplo al arco.b.c.Adonque la linea.b.c.e il lato del decagono inscritto in lo cerchio a.b.c.Ma se la linea.b.e.sara il lato del decagono del cerchio.a.b.c.la.e.b.sara il lato del exagono de quel medesimo sendendo altramente (per lauersario) sia adonque la medesima linea.e.b.lato del exagono del cerchio.f.onde (per le cose per auanti dette) la.b.c.sara il lato del decagono di quel medesimo. Siano adonque intesi esser inscritti in li dui cerchii.a.b.c.& f.li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea.b.c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio e equiangola (come fu prouado in la decimaquinta del quarto libro) seguita luno e laltro di duoi decagoni esser equiangoli. Et concio sia che tutti li angoli di luno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di laltro tolti insieme si come euidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesima seconda del primo) e pero e necessario (per questa comuna scientia le parti decime di qualunche due quantita equale esser qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che luno di questi decagoni sia equiangolo a laltro: e pero sono simili (per la diffinitione delle superficie simile) Et perche se saranno scritte due figure simile in duoi cerchii la proportione di duoi relatiui lati di quelle figure sara si come delli duoi diametri di quelli cerchii (come appare per il correlario della decimanona del sexto lib. & per la prima del duodecimo) & concio sia che li lati di decagoni simili scritti in li duoi cerchii.a.b.c.& f.siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e pero anchora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adonque la linea.e.b.sara el lato del del exagono scritto in lo cerchio.a.b.c. si come che e lato del exagono del cerchio.f.a quello equale & questo e quello che uoleuamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro esser di nouo uenuto fuora la decima del quarto libro la quale propone de descriuere uno triangolo di duoi lati equali del quale luno e laltro di duoi angoli chi stanno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e luno e laltro di duoi triangoli.e.d.c.& d.c.b.& simplicemente ogni triangolo del quale li duoi lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi stremi, & il terzo (che e la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, ouer simelmente quello del quale li duoi lati siano equali al lato del exagono equilatero scritto in alcuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero scritto in el medesimo cerchio che e il proposito.

Theorema.x.Propositione.x.

Ogni lato dun penthagono equilatero e tanto piu potente dil lato del exagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

Sia il cerchio.a.b.c.el centro del quale sia el ponto.d.& lo diametro la linea.a.d.c.& poi sia scritto a questo uno penthagono equilatero qual sia.a.b.e.f.g.& dal centro.d.sia protratta una perpendicolare al lato.a.b.la quale sia protratta per fina alla circonferentia in ponto.h.& sia la.d.h.& siano protratte le due corde.a.h.& h.b.le quale saranno equale fra loro (per la seconda parte della terza del terzo del terzo & della quarta del primo. E pero etiam li duoi archi.a.h.&.h.b. saranno equali fra loro (per la vigesimaottaua del terzo) adunque luna e laltra delle due corde.a.h.&.h.b.e lato del decagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio. Dico adunque che il quadrato della linea.a.b.(che e il lato del penthagono) e equale alli duoi quadrati delle due linee.b.d.&.a.h.tolti insieme delle quale la prima e equale al lato del essagono (per el correlario della decimaquinta del quarto) & la seconda e lato del decagono & per demostrar questo sia protratto dal centro.d.una perpendicolare alla linea.a.h.(la quale e lato del decagono) la quale sia produtta per fina alla circonferentia, & sia la.d.k. la qual seghi la linea.a.b.(che e lato del penthagono) in ponto.l.& sia protratta la linea.h.l. Et e manifesto (per la seconda parte della terza del terzo, & per la quarta del primo & vigesimanona del terzo) che la linea.d.k.(che e perpendicolare alla corda.a.h.) diuide in duoi parti equali la corda insieme con larco, e pero larco.a.k.e equale al arco.k.h. Per la qual cosa (per la ultima del sesto) langolo.a.d.l.e equale a langolo.l.d.h. e pero (per la quarta del primo) la basa.a.l.e equale alla basa.l.h. adonque (per la quinta del primo) langolo.l.a.h.e equale al angolo.l.h.a.& concio sia che (per la medesima) langolo.h.a.b.sia equale a langolo.h.b.a.seguita che langolo.l.h.a.sia equale al angolo.h.b.a. adonque (per la trigesimasecunda del primo) li duoi triangoli.b.a.h.&.a.h.l.sono equiangoli perche langolo.b.del maggiore e equale al angolo.h.del minore, & langolo.a.e commune a luno e laltro adonche (per la quarta del sesto) la proportione della.b.a.alla.h.a.e si come della.a.h.alla.l.a. Per la qual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello che perviene dalla.b.a.in la.a.l. e equale al quadrato della linea.a.h.la quale e il lato del decagono. & concio sia che il mezzo cerchio.a.e.c.sia equale al mezzo cerchio.a.f.c. & larco.a.e.a larco.a.f. larco.e.c.(residuo) sara equale al arco.f.c.(residuo) per la qual cosa larco.e.c.e la mita del arco.e.f. E pero e equale al arco.a.h.& doppio al arco.h.k. & perche larco.e.b.e doppio al arco.b.h.(per la decimaterza del quinto) tutto larco.c.e.b.sara doppio a tutto larco.b.h.k. E pero (per la ultima del sesto) langolo.c.d.b.e doppio al angolo.b.d.l.& concio sia che il detto angolo.c.d.b.(sopra il centro) sia similmente (per la vigesima del terzo) doppio al angolo.b.a.d.(sopra la circonferentia) adonque (per la commune sententia) langolo.b.d.l.sara equale al angolo.b.a.d. onde (per la trigesimasecunda propositione del primo) lo triangolo.b.d.l.sara equiangolo al triangolo.b.a.d. Perche langolo.b.del minore e equale al angolo.b.del maggiore, & langolo.b.e commune a luno e laltro adonque (per la quarta del sesto) la proportione della.a.b.alla.b.d.e si come della.b.d.alla.l.b. per la qual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello che perviene dalla.a.b.in la.b.l.e equale al quadrato della.d.b. Et prima fu provato che quello che perviene della.a.b.in la.l.a.e equale al quadrato della.a.h. Adonque quello che perviene dalla.a.b.in la.a.l.& in la.l.b.e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.h.&.b.d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che perviene dalla.a.b.in la.l.a.& in la.l.b.e equale al quadrato della linea.a.b. Et la linea.a.b.e il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio & la linea.a.h.e il lato del decagono equilatero & la linea.b.d. (per el correlario della decimaquinta del quarto) e equale al lato del essagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per la qual demostratione viene a esser verificado quello che fu detto.

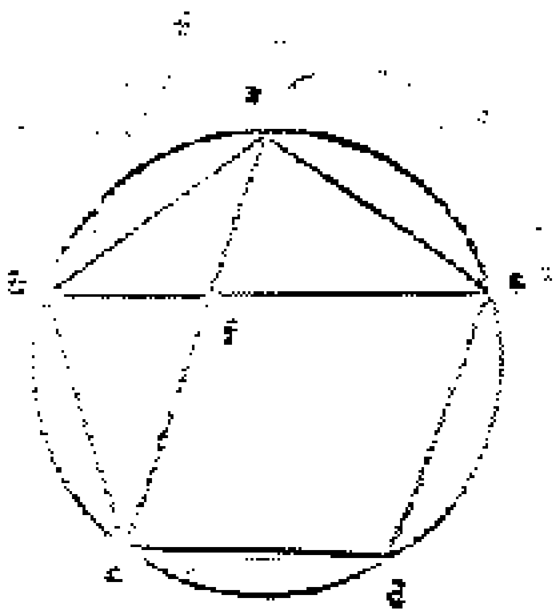


Theorema.xi. Propositione.xi.

Se a duoi propinqui angoli dun penthagono equilatero descritto dentro dun cerchio, dal li termini di suoi lati sian sotto tese ouer tirate due linee rette, luna e laltra di quelle seghara laltra secondo la pro

portione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di ca
dauna di quelle sara equale al lato di quel penthagono.

SIa lo penthagono equilatero.a.b.c.d.e.inscritto in el cerchio assignando dalle medesime lettere & a duoi propinqui angoli di quello (quali sono.a.&.b.) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette.a.c.&.b.e.segandose fra loro in ponto.f. Dico adonque luna e laltra di quelle esser diuisa in ponto.f.secondo la proportione hauente il mezzo e di duoi istremi & che la maggior parte di caduna di quelle e equale al lato del penthagono: perche (per la vigesima ottaua del terzo) e manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscriue il proposito penthagono (di quali le cordesono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E pero (per la ultima del sesto) li quattro angoli.a.e.b.a.b.e.b.a.c.&.b.c.a.sono fra loro equali. Perche li archi.a.b.a.e.&.b.c.sono fra loro equali. Et concio sia che larco.e.d.c.sia doppio al arco.b.c. Anchora (per la ultima del sesto) langolo.e.a.c.sara doppio a langolo.c.a.b.& (per la prima parte della trigesima seconda del primo) langolo.a.f.e.e doppio al angolo.f.a.b.adonque langolo.a.f.e.e equale a langolo.f.a.e.per la qual cosa (per la sesta del primo) la linea.a.e.e equale alla linea.f.e.&.li duoi triangoli.a.b.e.&.a.f.b.sono equiangoli (per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del primo) perche langolo.e.del maggiore e equale al angolo.a.del minore & langolo.b.e commune a luno e laltro, adonque (per la quarta del sesto) la proportione della.e.b.alla.b.a.sara si come della.b.a.alla.f.b. Et concio sia che la.e.f.sia equale alla.a.b.impero che quella (come fu prouado) e equale alla.a.e. Seguita (per la settima del quinto) che la proportione della.b.e.alla.e.f.sia si come della.e.f.alla f.b. Per la qual cosa (per la diffinitione) la linea.e.b.e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella e equale al lato del penthagono & se questo e il vero de la linea.e.b. Anchora (per la terza del quinto & quinta del medesimo & per la diffinitione) il medesimo sara vero della linea.a.c.perche tutta la.b.e.e equale a tutta la.a.c. (per la quarta del primo) etiam le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commune sentia) perche le parti.a.f.&.b.f.sono equali (per la sesta del del primo (e pero li residui.f.e.&.f.c.saranno fra loro equali (per la concettione) o ueramente sel te pare tu poi (& piu facilmente) dimostrare il proposito della linea.a.c. negotiando circa a quello come e stato fatto circa alla linea.e.b.

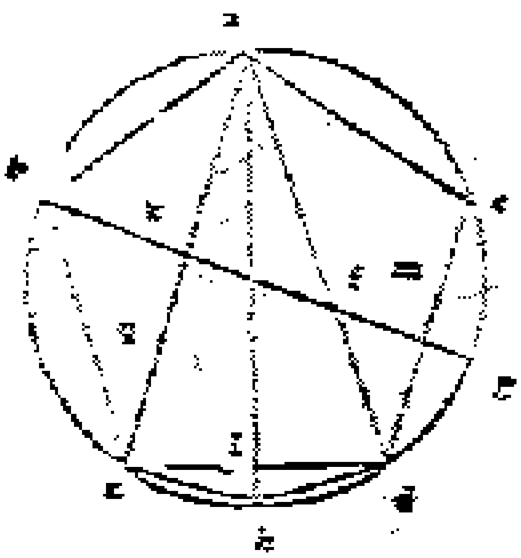


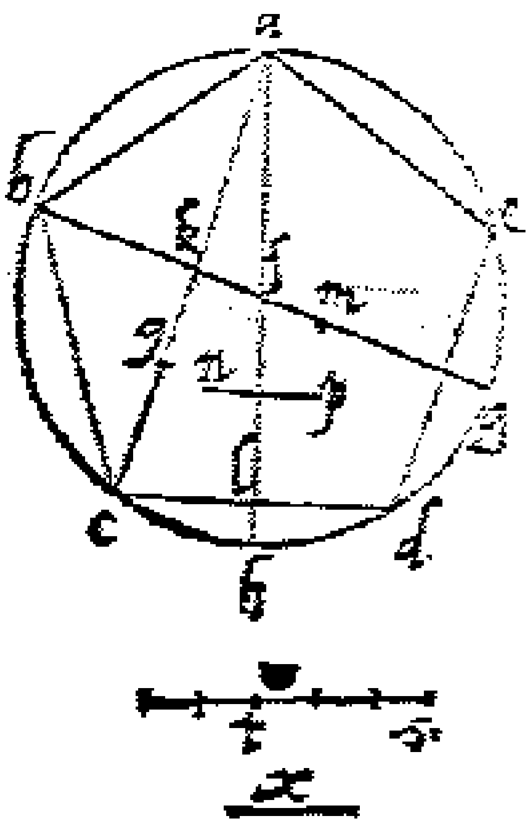
Theorema.xii.Propositione.xii.

12
11 Sel diametro dun cerchio che circonscriua uno penthagono equilatero sara rationale lo lato di quel penthagono sara una linea irrationale, cioe quella che e detta linea minore.

SIa il penthagono equilatero.a.b.c.d.e.iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto.f.& li duoi diametri.b.g.&.a.h & sia luno e laltro di quelli diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del ditto penthagono iscritto sara una linea irrationale, cioe quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta ouer tirata la linea.a.c.la qual seghi il diametro.b.g.in ponto.k.et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea.a.c.sara diuisa dal diametro.b.g.orthogonalmente & in due parti equali in ponto.k.& perche concio sia che il semicerchio.b.a.g.sia equale al semicerchio.b.c.g.& larco.b.c.al arco.b.a.si come e manifesto (per la vigesima ottaua del terzo) sara larco.a.g.(residuo) equale al arco.c.g.(residuo) & pero (per la ultima del sesto) langolo.a.b.g.sara etiam equale a langolo.c.b.g.adonque concio sia che li duoi lati.a.b.&.b.k.del triangolo.a.b.k.siano equali alli duoi lati.c.
b.&.b.k.

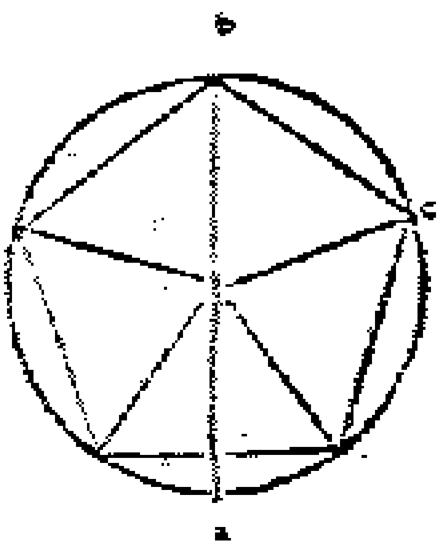
basa.b.K.de, triangolo.c.b.K.& langolo.b.de luno a langolo.b.di laltro,(per la quarta del primo) la basa.a.K.sara equale alla basa.k.c.& tutti li angoli che sono al.K.sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro.a.h. seghi lo lato del penthagono.c.d.in ponto.l.Et similmente la linea.c.d.sara diuisa da diametro.a.h.orthogonalmente & in due parti equali in ponto.l.& con cio sia che li duoi archi.a.d.h.&.a.c.h.siano equali & larco.a.c.sia equale al arco a.d.li duoi residui di semicerchii(che sono.c.h.&.d.h.) saranno equali,alli quali essendo sotto tese,ouer tirate le due corde,che sono.c.h.&.d.h.quelle anchora(p la uigesimaottaua del terzo)saranno equale, & perche larco.a.c.e equale al arco a.d.(per la ultima del sesto) langolo.c.h.l.sara equale al angolo.d.h.l.E pero (p la quarta del primo) la basa.c.l.e equale alla basa.d.l.& tutti li angoli che sono al.l.sono retti (per la prima parte della terza del terzo) adonque li duoi triangoli.a.c.l.&.a.f.K.sono equiangoli (per la.32.del primo)perche langolo.l.del maggiore e equale a lãgolo.K.del minore (impero che luno e laltro e retto) Et lãgolo.a.e comune a luno e laltro per la qual cosa(per la quarta del sesto)la pportione della.l.c.alla.c.a.e si come de la.K.f.alla.f.a.Sia tolto adonque dal diametro. b.g.la linea.f.m.eqle alla qrta pte del semidiametro,& p la equa pportionalita) la pportione de la.c.l.alla quarta pte della linea.a.c.(la quale sia.c.q.) sara si come della.K.f.alla quarta parte della linea.f.a.la quale e.f.m.& perche(per la decimaquinta del quinto)la proportione della.c.d.alla.a.K.e si come della.c.l.alla.c.q.(perche cosi e il doppio al doppio come il semplio al semplio) per la undecima del quinto) della.c.d.alla.c.K.sara si come della.K.f.alla.f.m.Et congiontamente della linea composta dalla.d.c.& dalla.c.K.alla.c.K.si come della.k.m. alla.m.f.E pero(per la prima parte della uigesimaseconda del sesto) la proportione del quadrato della linea cõposta dalla.d.c.&.c.K.al quadrato della linea c.k.e si come del quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.Et (per la precedente) e manifesto che se la linea.a.c.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella,sara equale alla linea d.c.adonque la linea che e composta dalla linea.d.c.&.c.K.e cõposta della maggior parte de la linea diuisa secondo la proportione hauẽte il mezzo e duoi estremi & dalla mita di tutta la linea cosi diuisa,perche la.c.K.e la mita della.c.a.adõque (per la prima di questo decimoterzo libro) lo quadrato della linea composta dalla.d.c.&.c.K.e anchora quincuplo al quadrato della linea.c.k.e pero lo quadrato della linea.k.m.e anchora quincuplo al quadrato della linea.m.f.con cio sia che la proportione di questi quadrati & de quelli sia una medesima.& la linea.b.m.e quincupla alla linea.m.f.Perche la.m.f.era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio,adonque el quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.e si come della linea.b.m.alla linea.m.f.& perche (per la seconda parte de la decimanona del sesto) lo quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.e si come della linea.k.m.alla linea.m.f.duplicata,&(per la undecima del quinto) la linea.b.m.alla linea.m.f.sara si come la linea.k.m.al la linea.m.f.duplicata.Adonque la linea.k.m.e media proportionale fra le due linee.b.m.&.m.f.la qual cosa cosi e manifesta,perche essendo la linea.n.p.media proportionale fra quelle,tolta secondo la dottrina della nona del sesto,&(per la diffinitione della proportione duplicata che e posta in el principio del quinto) la proportione della.b.m.alla.m.f.sara si come della.b.m.alla.n.p.duplicata.perche la.b.m.alla.n.p.e si come la.n.p.alla.m.f.Etiam (per la undecima del quinto) la pportione della.b.m.alla.m.f.sara si come della.n.p.alla.m.f.duplicata.adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee.k.m.&.n.p.sono equale,e pero (per la prima parte della seconda del quinto & per la seconda parte della medesima) la linea.k.m.e media proportionale fra la.b.m.&.m.f.per la qual cosa (per el corrolario della decimasettima del sesto) la proportione del quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.e si come e della linea.b.m.alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.e quincupla alla linea.m.f.el quadrato della linea.b.m.sara quincuplo al quadrato della linea.m.k.& la

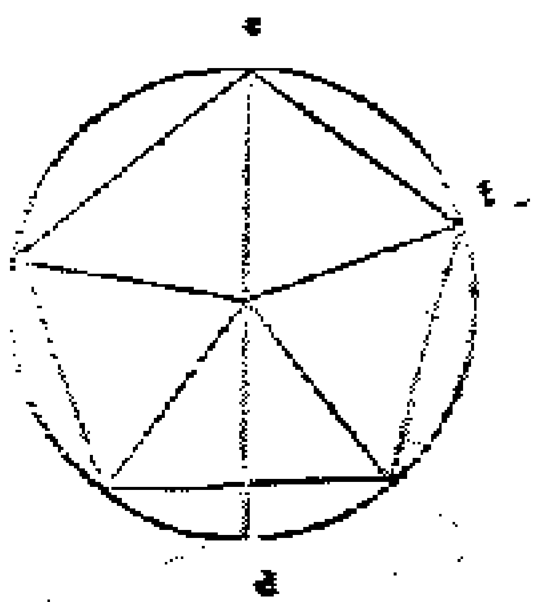




linea.b.m.e rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.m.k.e rationale solamente in potentia. Et perche la linea.b.m.e piu potente della linea.m.K.in el quadrato duna linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approuera) la linea.b.K.sara residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di prouare in questo modo se manifesta sia el numero.r.quincuplo al numero.s.Et .r.&.s. siano questi.r.sie.r.sia cinque.s.saria uno &.t.quattro. Et sia la linea.b.m.piu potente della linea.m.K.in el quadrato della linea.x. Concio sia adonque che il quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.K.sia si come el numero.r.al numero.s.(per la disgiunta proportionalita lo quadrato de la linea.b.m al quadrato della linea.x.sara si come el numero.r.al numero.t.per la qual cosa (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.x.e incommensurabile a la linea.b.m.in longhezza. Adonque non e dubbio che la linea.b.K. sia residuo quarto. Et e manifesto) per la uigesimaquarta del terzo) che quello che uien fatto dalla b.K.in la.K.g.e equale a quello che uien fatto dalla.a.K.in la.K.c. & pero etiam quel medesimo e equale al quadrato della.K.c.impero che la.a.K.e equale alla. K.c.adonque agionto a luno & laltro lo quadrato della.b.K.(per la penultima del primo) quello che uien fatto dalla.b.K.in se medesima & in la.K.g.sara equale al quadrato della.b.c. Et perche (per la prima del secondo) quello che uien fatto dalla.b.K.in se & in la.K.g.e equale a quello che uien fatto della.b.K.in la.g. b.la linea.b.c.sara il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee g.b.&.K.b.& perche la linea g.b.e rationale.& la linea.b.K.e residuo quarto, Et perche la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da uno residuo quarto,e linea minore (come e manifesto) per la nonagesima quarta del decimo libro) e necessario la linea.b.c.(che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore,che in principio fu proposto da demostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore,sel diametro del cerchio (el quale era infinito) sara rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio sara rationale solamente in potentia,anchora e necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore. Perche poniamo che la linea.a.b.sia rationale solamente in potentia, sopra la quale sia descritto un cerchio,& a quello sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia.b.c.& lo cerchio & lo penthagono siano detti.a.b. Dico che la linea.b.c.e linea minore, perche essendo tolto alcuna linea rationale in longhezza e la qual sia.d.e.& sopra a quella sia lineado uno cerchio,al quale sia inscritto uno penthagono equilatero,& sia uno lato di quello la linea.e.f.& el cerchio & lo penthagono siano detti.d.e. Adonque e manifesto (per questa duodecima) che la.e.f.e linea minore concio sia che lo diametro.d.e.sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono.a.b.al penthagono.d.e.e si come el quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.e.f. Perche luna e laltra (per la seconda parte della decimanona del sesto) e si come quella della linea.b.c.alla linea.e. f.duplicada. Et del penthagono.a.b.al penthagono.d.e.e si come del quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro.d.e.(per la prima del duodecimo) sara (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.e.f.si como lo quadrato del diametro.a.b.al quadrato del diametro.d.e. Et concio sia che li quadrati di duoi diametri.a.b.&.d.e.siano commensurabili,perche ambiduoi sono rationali (dal proposito) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee.b.c.&.e.f.saranno commensurabili,adonque la linea.b.c.commensurabile in potentia con la linea.e.f.& perche la linea.e.f.e linea minore seguita (per la centesima quarta del decimo) che etiam la.b.c.sia linea minore,che e il proposito,adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza ouer solamente in potentia e necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

El Tradottore.



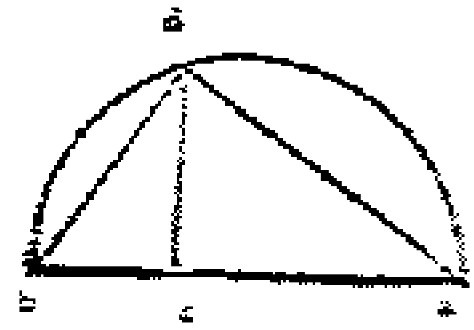


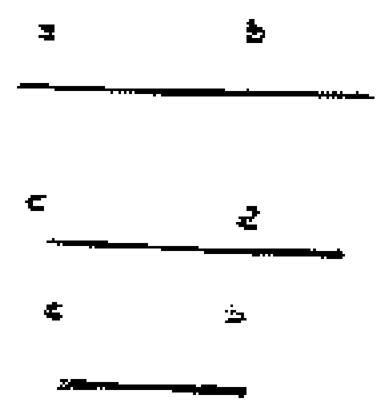
Il Tradottore.

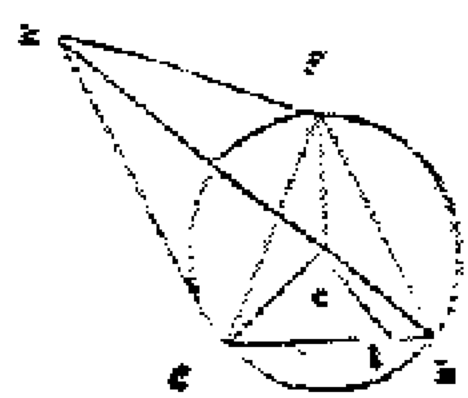
BIsogna notare che quella parte adiunta & approbata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argomentatione, cioe supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia (che cosi si debbe intendere la propositione) se concluderia il proposito.

Problema primo. Propositione .xiii.

15 Possemo fabricare una piramide di quatro base triangolare equi-
15 latere circonscrittibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa piramide





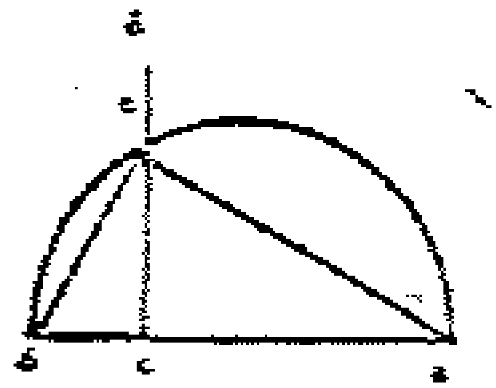


SIa la linea .a.b. el diametro della assignata sphera la quale sia divisa in ponto .c. talmente che la .a.c. sia doppia alla .b.c. & sopra quella sia lineado lo semicerchio .a.d.b. & sia producta la linea .c.d. orthogonalmente sopra la linea .a.b & siano produtte le linee .b.d. & .d.a. e da poi sia fatto el cerchio .f.g.h. sopra il centro .e. el semidiametro del quale sia equale alla linea .c.d. in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triangolo equilatero el quale sia .f.g.h. alli angoli del quale (dal centro) siano protratte le linee .e.f. e.g. e.h. e da poi sopra il centro .e. (secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea .e.k. perpendicolarmente a la superficie del cerchio .f.g.h. la quale sia posta equale alla .a.c. Et dal ponto .k. siano tirate le ypothenusse .k.f. k.g. k.h. & sara compita la pyramide di quatro base triangolare equilatere la quale, dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera, etiam dico el quadrato del diametro della proposita sphera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide perche egliè manifesto (per la prima parte del corrolario della ottava del sesto) che la linea .a.d. e media proportionale fra la .a.b. & la .a.c. per la qual cosa per el corrolario della .18. del medesimo el quadrato della linea .a.b. al quadrato de la linea .a.d. e si come la linea .a.b. alla .a.c. adonque congiontamente lo quadrato della .a.b. alo quadrato della .a.d. al quadrato della .c.d. e si come la .a.b. alla .b.c. Et pero (per la penultima del primo) el quadrato della .a.d. al quadrato della .d.c. sara si come la .a.b. alla .b.c. Conciosia adonque che la linea .a.b. sia treppia alla .b.c. (perche la .a.c. era doppia a quella) anchora lo quadrato della .a.d. sara treppio al quadrato della .d.c. & (per la ottava di questo) lo quadrato della .f.g. e treppio al quadrato della .e.f. Per la qual cosa conciosia che (dal presupposito) la linea .d.c. sia equale alla .e.f. (per commune scientia) la .a.d. sara equale alla .f.g. Et perche (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) la linea .e.k. contiene angoli retti con cadauna delle linee .e.f. e.g. e.h. delle quale cadauna e equale alla linea .c.d. & perche quella medesima e equale alla linea .a.c. & langolo .c. e retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee .k.f. k.g. k.h. sara equale alla linea .a.d. Adonque e manifesto la fabricata pyramide esser di quatro base triangolare equilatere. Ma che quella sia circonscrittibile dalla assignata sphera su lhauerai in questo modo. Sia intesa alla linea .e.k. esserui agionto (secondo la rettitudine) la linea .e.l. equale alla linea .c.b. acio che tutta la .k.l. sia equale alla .a.b. (che e il diametro della assignata sphera) Dico che questa linea .e.l. ouer la imaginarai esser sotto al cerchio .f.g.h. etiam perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto si come e la .e.k. dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee .e.f. e.g. e.h. (et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio .f.g.h.) sara media proportionale fra la .k.e. & la .e.l. si come e la .d.c. fra la .a.c. & la .c.b. Perche queste sono equale a quelle (cadauna alla sua relatiua) Adonque se sopra la linea.k.l.sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondotto per fina a tanto chel ritorni al loco doue incomincio a mouersi: la sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sara equale alla sphera assignata; perche le sphere sono equale, quando li diametri di quelle sono equali, si come fu detto di cerchii in el principio del terzo. Et questo semicerchio e necessario transire per li trei ponti.f.g.h.li quali sono li angoli della solida pyramide fabricata & finalmente dico che questo semicerchio che sara descritto sopra la linea.k.l.se sara circondutto per fin chel ritorni al loco doue quello hauera cominciato a mouersi toccara el cerchio.f.g.h.sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. La qual cosa se apporta da questa antiqua uerita. Se una linea retta stara perpendicolarmente sopra una linea retta la quale sia posta media pportionale fra le parti di quella alla quale soprasta, ouer alle due parti che li sta atorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra la quale sta la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamente transira per la estremita della linea media proportionale posta perpendicolarmente. Concio sia adonque che tutti li semidiametri del cerchio.f.g.h.siano perpendiculari alla linea.k.l.& mezzi proportionali fra le parti di quella le quale sono.k.e.&.e.l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la.k.l.essendo circondutto transira per tutti li ponti della circonferentia.f.g.h.& per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che e ditta figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide e inscriptibile a quella sphera che descriue el semicircolo (situato sopra la linea.k.l.) nel moto suo. Et perche questa sphera descritta e equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle sphere equale) seguita (per commune scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscriptibile dalla assignata sphera: che e il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Per concio sia che la linea.a.b.sia treppia alla.b.c.(per la euersa proportionalita) la.a.b.sara sesquialtera alla.a.c. E pero (per la seconda parte del correlario della ottaua del sexto & correlario della decima ottaua del medesimo) el quadrato della linea.a.b.sara etiam sesquialtero al quadrato della linea.a.d. Et perche la linea.a.d.e equale al lato della fabricata pyramide & la.a.b.e il diametro della sphera e manifesto esser il uero quello che per el correlario e detto.

¶ Et accio che non accadi in alcuno a dubitare della proposita antiqua uerita, uolemo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra alla linea.a.b.la linea.c.d.perpendicolare, la quale sia posta media proportionale fra le parti della linea.a.b.le quale sono.a.c.&.c.b.talmente che la proportione della.a.c.alla.c.d.sia si come della.c.d.alla.c.b. Et sopra la linea.a.b.sia descritto lo mezzo cerchio.a.e.b. Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transira per el ponto.d.che e la stremita della perpendiculare. & essendo altramente (per lo aduersario) ouer segara la linea.c.d.ouer transira di sopra di quella cioe transiendo & includendo & non toccando tutta quella: seghi adonque primamente quella in ponto.e.& siano ditte le linee.e.b.&.e.a.&(per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo total angolo.a.e.b.sara retto. Adonque (per la prima parte del correlario della.8.del sexto) la proportione della.a.c.alla.c.e.e si come della.c.e.alla.c.b. & (per la seconda parte della ottaua del quinto) la proportione della.a.c.alla.c.e.e maggiore che dalla.a.c.alla.c.d.imperoche la.c.e.e minore che la.c.d. Essendo adonque della.c.e.alla.c.b.si come della.a.c.alla.c.e.& della.c.d.alla.c.b.si come della.a.c.alla.c.d.(per la duodecima del quinto) della.c.e.alla.c.b.sara maggiore che della.c.d.alla.c.b. E pero (per la prima parte della decima del quinto) la.c.e.saria maggiore che la.d.c.cioe la parte saria maggiore del suo tutto, la qual cosa e impossibile. adonque la circonferentia del semicerchio non segara la linea.c.d.transisca adonque di sopra.& sia produtta la.c.d.per fin alla circonferentia.& sia tutta la.c.e.& siano protratte le linee.e.b.&.e.a.& seguitara, come prima la linea.c.d.esser maggiore che la linea.c.e.che e impossibile adonque e manifesto il proposito.& similmente

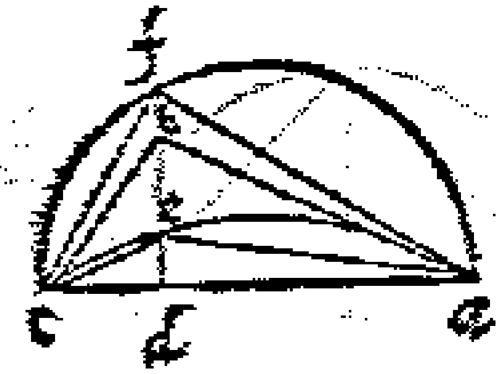
dicemo

dicemo che sel sara alcun angolo retto al quale sia sotto tesa (over tirata) una basa sopra la quale sia lineado uno mezzo cerchio, la circonferentia di quello e necessario transire per langolo retto (& la conversa di questa propone la trigesima prima del terzo) & quello che havemo detto se manifesta in questo modo. Sia langolo.a.b.c.retto al quale sia tirata sotto la basa.a.c.& sopra questa sia lineado un mezzo cerchio. Dico che la circonferentia di questo transira per il ponto b.in el qual eranno di compagnia le linee che conteneno langolo retto, la demostratione della quale e che non transira di sopra ne di sotto & essendo possibile (per lauersario) questa transisca primamente di sotto & sia la.a.e.c.& dal angolo.b.sia produtta la linea.b.d.perpendicolare alla basa.a.c.la quale segni la circonferentia del semicerchio in ponto.e.& siano protratte le linee.e.a.& e.c. Et langolo.a.e.c.sara retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) & questo e maggiore del angolo.a.b.c.(per la trigesima prima del primo) et questo e impossibile (per la terza petitione) concio sia che lu no e laltro sia retto, luno dal presupposito & laltro per la prima parte della trigesima prima del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transira di sotto langolo b.transira adonque di sopra (se e possibile) & sia la.a.f.c.& sia produtta la perpendicolare.d.b.per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio a.f.c.in ponto.f.& siano produtte le linee.f.a.f.c.& per la prima parte della trigesima prima del terzo) langolo.a.f.c.sara retto. & concio sia che etiam langolo.a.b.c.(dal presupposito) sia retto seguira lo impossibile (per la trigesimaprima del primo) si come in el principio. Rimanera adonque il proposito, & questo e necessario alla cognitione delle cose che seguitano.

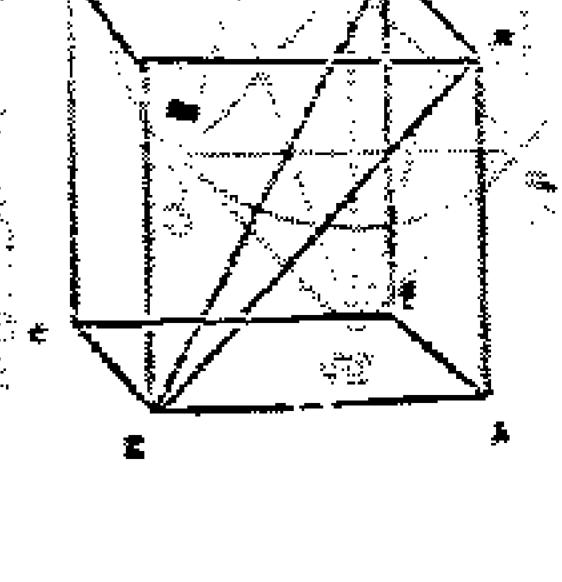


Problema.ii.Propositione.xiiii.

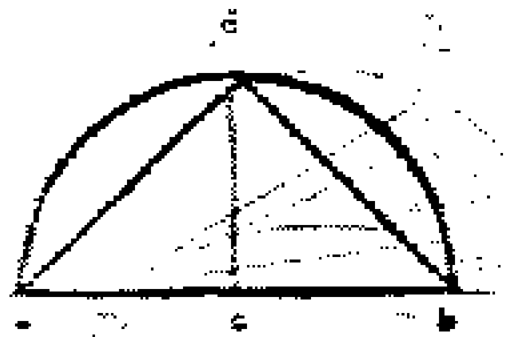
14 Egli e possibile a constituire un cubo circonscrittibile da una asfi-
5 gnata sphera, & dimostrare il diametro dalla medesima sphera esse potentialmente treppio al lato di quel cubo.



Sia la.a.b.el diametro della assignata sphera sopra la quale sia lineado lo semicerchio.a.d.b.& sia diviso il diametro in ponto.c.secondo la conditione della precedente, cioe che la linea.a.c.sia doppia alla linea.c.b.& sia produtta la.c.d.perpendicolare alla.a.b.& siano protratte la.d.b.& d.a.e da poi sia fatto uno quadrato del quale tutti li lati siano equali alla linea.b.d.& sia.e.f.g.h.sopra li quatro angoli del quale siano erigate (come insegna la duodecima del undecimo) quatro linee perpendicolare alla superficie di esso quadrato, delle quale cadauna sia etiam posta equale alla linea.b.d.& siano.e.k.f.l.g.m.h.n.& queste quatro perpendicolare cadauna a cadauna saranno equidistante (per la sesta del undecimo) li angoli che contengono con li lati del quadrato saranno retti (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) & da poi siano congionte le stremita de queste perpendicolare dalle protratte linee.k.l.l.n.m.n.m.k.& sara compido il cubo contenuto da sei superficie quadrate. Perche egli e manifesto (per la trigesimanona & trigesima quarta del primo) che le quatro superficie che circondano questo (& queste sono delle quali li lati oppositi sono le quatro perpendicolare) siano tutte quadrate, questo medesimo fu posto della basa. Ma della superficie di sopra (che e la.k.l.m.n.) che quella sia quadrato e manifesto (per la trigesima terza del primo & decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) egli e manifesto tutti li lati del medesimo cubo stare orthogonalmente in le due superficie opposite di quello. Ma accio che demostramo questo cubo esser circonscrittibile dalla assignata sphera, sia protratta la diagonale in una delle sue superficie verbi gratia in la superficie.g.h.m.n.& sia la.g.n.& da una delle stremita di questa diagonale sia protratto il diametro del cubo k.g.& (per la penultima del primo) lo quadrato della.n.g.sara doppio al qua-

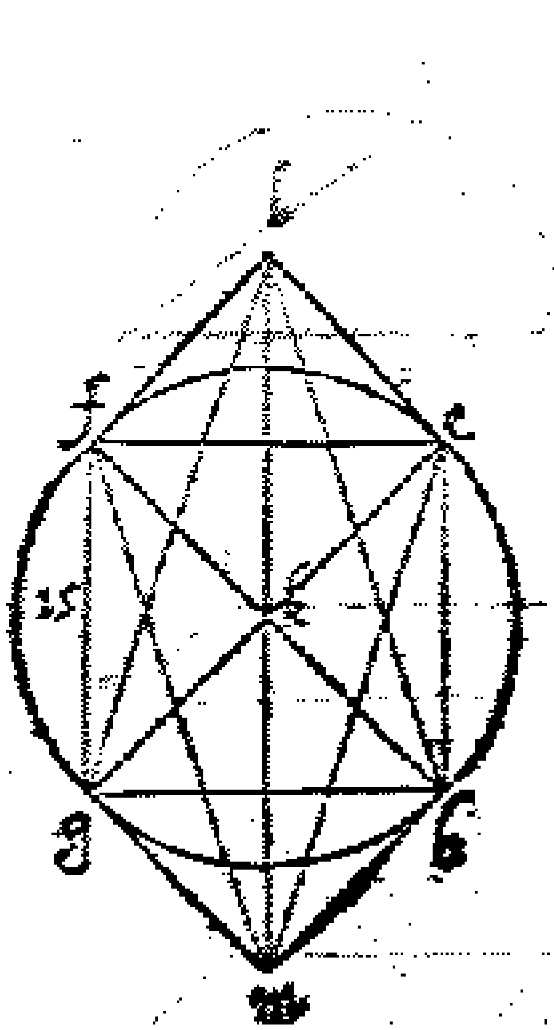


drato della.n.h.e pero etia al quadrato della.l.n. imperoche la.n.h.e equale alla n.l.(perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) & perche (mostra nola per la penultima del primo) lo quadrato della.l.g.e equale alli quadrati delle due linee.l.n.&.n.g.per questa ragione che langolo.g.n.l.e retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della.l.g. sara treppio al quadrato della.l.n.perche e composto del doppio & del sempio. Et concio sia che (per la seconda parte del corelario della ottava del sesto libro, & per el corelario della decima ottava del medesimo) Anchora lo quadrato della.a.b.sia treppio al quadrato della.b.d.imperoche la linea.a.b.e treppia alla linea.b.c.&la linea.b.d.sia equale alla linea.l.n.(dal presupposito) seguita (per communa scientia) che la.l.g.(che e el diametro del cubo) sia equale alla.a.b.(che e il diametro della sphera) Adonque se sopra la.l.g. sia linea-do un mezzo cerchio, & sia circondotto per fina che ritorni al loco donde fu il principio del moto,la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equali) sara equale alla sphera assignata, Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el p[illegible]nto.n.(imperoche langolo.g.n.l.e retto (& per la medesima ragione lo fara etiam per tutti li altri angoli retti del cubo:la qual cosa (per lo antecedente posto immediate avanti questa decimaquarta) e manifesta. Adonque egli e manifesto esser constituido el cubo circonscrittibile dalla assignata sphera (imperoche egli e circonscrittibile dalla sua equale (la qual cosa bisognava dimostrare & la demonstratione del corelario e manifesta per il processo di queste demonstrationi.



Problema.iii.Propositione.xv.

15 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere
14 circonscrittibile da una proposta sphera. Et sara manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.



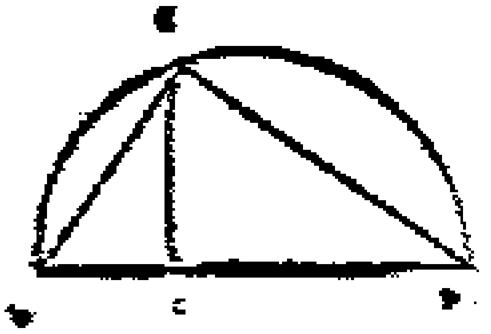
Sia el diametro della sphera proposta la linea.a.b.la qual sia divisa in due parti equali in ponto.c.& sopra a quella sia lineado lo mezzo cerchio.a.d.b.& sia produtta la.c.d.perpendiculare alla.a.b.& sia congionto el ponto.d.con.a.& con.b.& sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea.b.d.& questo sia lo quadrato.e.f.g.h.in el quale siano protratti li duoi diametri.e.g.&.f.h.li quali si segano insieme in ponto.k. Adonque e manifesto (per la quarta del primo) che luno e laltro di questi duoi diametri sia equale alla linea.a.b.che e el diametro della sphera,concio sia che langolo.d. sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli.e.f.g.h.sono retti (per la diffinitione del quadrato) Anchora e manifesto che li medesimi duoi diametri.e.g.&.f.h. se dividono fra loro in due parti equali in ponto.k.Et questo facilmente se manifesta (dalla quarta del primo & dalla trigesima seconda & sexta del medesimo) Adonque sopra el ponto.k.sia erigata la linea.k.l.perpendiculare alla superficie del quadrato la quale sia posta equale alla mita del diametro.e.g.over.f.h.& siano tirate over dutte le ypothenuse.l.e.l.f.l.g.&.l.h.& (per le cose che sono sta poste,& per la penultima del primo repetita quante volte bisognara) ciascuna di queste ypothenuse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, et hai adonque una pyramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato, E per tanto sotto a quel quadrato metterai una simil pyramide in questo modo produrai la linea.l.k.(pertrapassando el quadrato) per fina al.m. talmente che la.k.m.che sia sotto al quadrato sia equale al.l.k.che sta disopra,& congiongi il ponto.m.con cadauno di quattro angoli del quadrato,producendo quattro altre ypothenuse

le quale

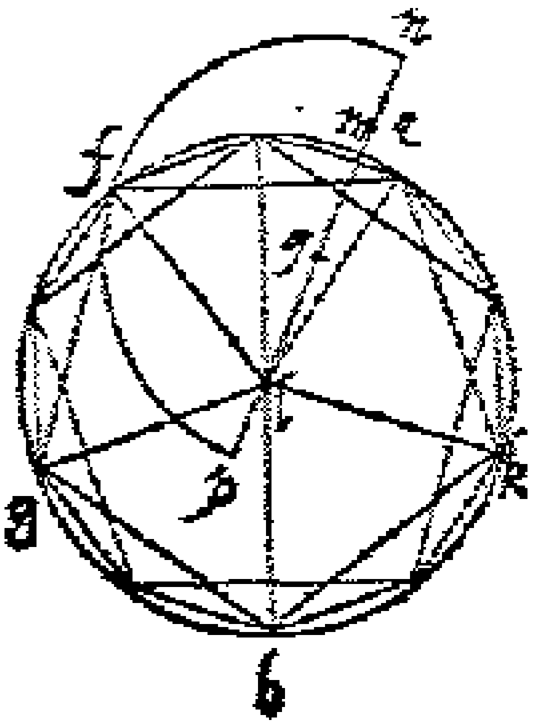
le quale siano.m.e.m.f.m.g.m.h.delle quale anchora e manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte di sopra) che queste siano equale fra loro & alli lati del quadrato, adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolare equilatere ma che questo sia circonscrittibile della assignata sphera el dimostrarai in questo modo, perche egli e manifesto che la linea.l.m.e equal al diametro della assignata sphera: perche luna e laltra di quelle e equale al diametro del quadrato. adonque se sopra alla linea.l.m.sara lineado un mezzo cerchio, el quale sia circonuoluto per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphera che quel descriue con el suo mouesto sara equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transira per li quattro angoli del quadrato, & simplicemente per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato, che e la linea.[illegible] & le parti della linea.l.m.le quale sono.l.k. & k.m.sono fra loro equale: per la qual cosa (per la diffinitione di quello che e [illegible] esser scritta in una figura) lo fabricato corpo e inscrittibile in la sphera [illegible] dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la conuersione) e inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo corellario e manifesto, perche le due linee.d.o. & d.a.sono equale (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della.a.b.e doppio al quadrato della.b.d. (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo e equale alla linea b.d.adonque el corellario e vero.

Problema.iiii.Proposizione.xvi.

16 Potemo fabricare el corpo de venti base triangolare equilatere, circonscrittibile da una data sphera, che habbia el diametro rationale, & sara manifesto el lato del medesimo corpo esser una linea irrationale cioe quella, che se dice linea minore.



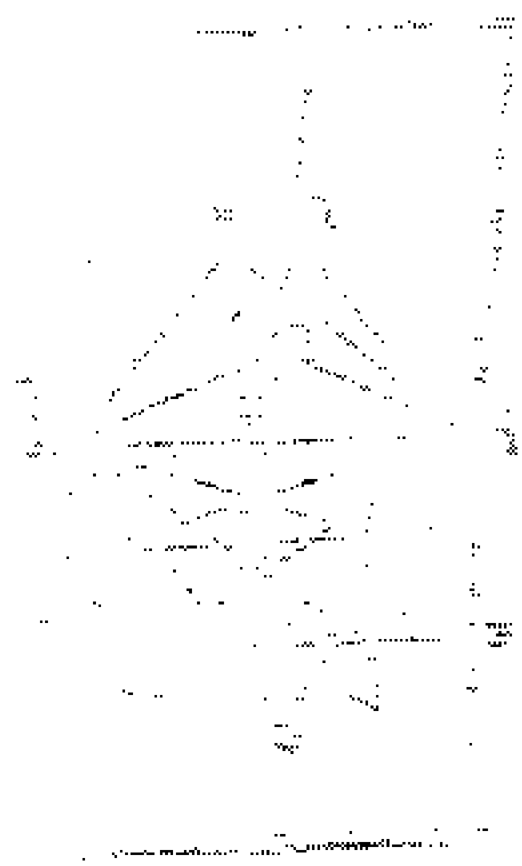
Sia anchora in questo loco el diametro della assignata sphera la linea.a.b. la quale sia posta esser rationale, ouer in longhezza ouer solamente in potentia, & sia diuisa in ponto.c.talmente che la.a.c.sia quadrupla alla.c.b.& sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio.a.d.b.& sia produtta la.c.d.perpendicolare alla.a.b.& sia protratta la linea.d.b.da poi secondo la quantita della linea.d.b sia lineado lo cerchio.e.f.g.h.k.sopra il centro.l.al quale sia inscritto uno penthagono equilatero signado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro.l.siano dutte le linee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se fara in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del penthagono sono corde) in due parti equali & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle stremita di tutti li lati del penthagono inscritto, Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del penthagono sia erigato uno catheto secondo che insegna la duodecima del undecimo di quali cadauno sia etiam equale alla linea.[illegible] siano congiunte le stremita di questi cinque catheti con cinque coraisti & li cinque catheti eretti (per la sesta del undecimo) saranno fra loro equidistanti: & conciosia che quelli siano equali, Anchora li coraisti (per la trigesimaterza del primo) che congiongano le stremita di quelli saranno equali alli lati del penthagono, adonque dalla sommita di cadauno di detti catheti siano dutte due ypothenuse alli dui circonstanti angoli del inscritto decagono, & le stremita di queste diece ypothenuse (che terminano alli cinque ponti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono) siano continuate con linee rette inscriuendo anchora nel altro penthagono in esso cerchio, il quale sara anchora equilatero (per la trigesimaterza



quarta del terzo) adonque quando che tu haverai fatto questo tu vederai haver compido diece triangoli di quali li lati sono diece ypothenuse, & li cinque corausti, & li cinque lati di questo secondo penthagono inscritto, Adonque questi diece triangoli in questo modo se apprende esser equilateri, perche conciosia cosa che si el mezzo diametro dello inscritto cerchio con ciascuno di catheti erecti sia equale alla linea.b.d.(dal presupposito) (per el corelario della.15.del quarto) ciascuno di detti catheti sara equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale il mezzo diametro e equale alla linea.b.d. Et perche (per la penultima del primo) ciascuna delle diece ypothenuse e tanto piu potente del catheto quanto puol el lato del decagono (& per la.10.di questo) anchora lo lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo quanto poi il medesimo lato del decagono (per commune scientia) ciascuna di queste ypothenuse sara equale al lato del penthagono. Li corausti anchora e manifesto che quelli sono equali alli lati del penthagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli over che sono li lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) overo che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma piu sopra il centro del cerchio (che e il ponto.l.) sia un altro catheto equale alli primi el quale sia.l.m. & la superiore estremita di questo (che e il ponto.m.) giongi con ciascuna estremita di primi con cinque corausti (& per la sesta del undecimo) questo central catheto sara equidistante a ciascuno di catheti angolari. & pero (per la trigesimaterzia del primo) questi cinque corausti sarano equali al mezzo diametro del cerchio, & (per el corelario della.15.del quarto) ciascun de quelli e si come el lato del exagono, adonque sia agionto al catheto centrale da luna e laltra parte una linea equale al lato del decagono, e di sopra a quello sia agionta.m.n. & di sotto cioe sotto el cerchio sia agionto a quello la.l.p. dal centro del cerchio e da poi dal ponto.n. siano tirate cinque ypothenuse alli cinque superiori angoli di diece triangoli che sono in el circuito & dal ponto.p. ne siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste diece ypothenuse saranno equale fra loro, & alli lati dello inscritto penthagono (per la penultima del primo, & decima di questo, si come delle altre diece prime fu dimostrado. Tu hai adonque un corpo di vinti base triangolare equilatere del quale tutti li lati sono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello e la linea.n.p. Et di questi vinti triangoli dieci ne siano in circuito sopra il cerchio & cinque se elevano di sopra li quali concorrano al ponto.n. & li altri cinque restanti si sommergeno de sotto & vanno insieme a terminare al ponto.p. Ma che questo corpo de vinti base sia circonscrittibile dalla data sphera in questo modo sara manifesto. Conciosia che la linea.l.m. sia equale al lato del exagono, & la.m.n. lato del decagono equilateri che circonscrive il cerchio.e.f.g. tutta la linea.l.n. (per la nona del presente libro) sara divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi estremi in ponto.m. & la maggior parte di quella sara la linea.l.m. Adonque sia divisa la.l.m. in due parti equali in ponto.q. & la.p.q. (per commune scientia) sara equale alla.q.n. Perche la.p.l. fu posta equale al lato del decagono, si come la.m.n. per la qual cosa la.q.n. e la mita della.n.p. si come la.q.m. e la mita della.m.l. Conciosia adonque che il quadrato della.n.q. sia quincuplo (per la terza di questo) al quadrato della.q.m. Anchora lo quadrato della.p.n. (per la decimaquinta del quinto) sara quincuplo al quadrato della.l.m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della.p.n. e quadruplo al quadrato della.q.n. Anchora lo quadrato della.l.m. e quadruplo al quadrato della.q.m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo e come el semplo al semplo (come testifica la detta decima quinta del quinto) Ma lo quadrato della.a.b. e quincuplo al quadrato della.b.d. (per la seconda parte del corelario della ottava del sesto: & per lo corelario della decima ottava del medesimo) perche etiam la.a.b. e quincupla alla.b.c. Impero che la.a.c. fu posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche la.l.m. (dal presupposito) e equale alla.b.d. (per commune scientia) la.a.b. sara equale alla n.p. Adonque se sopra la linea.n.p. sia descritto uno mezzo cerchio el quale sia

circonvolto

circonuolato per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco la sphera dal suo moto descritta (per la diffinitione delle sphere) equale sara equalla sphera proposta. Perche la linea.l.m.e media proportionale fra la.l.n.& la.m.n.e pero etiam fra la.l.n.& .p.l. Anchora qual si uoglia altro mezzo diametro del cerchio sara medio proportionale fra la.l.n.& .l.p. Et concio sia che la.l.m.sia equale al mezzo diametro del cerchio adonque el mezzo cerchio descritto sopra la.p.n.transira per tutti li ponti della circonferentia del cerchio.e.f.g. E pero transira etiam per tutti li angoli del solido fabricato che sono in quella circonferentia, et perche (per la medesima ragione) tutti li cattheti, che congiungano, ouer coligano le estremita di cattheti angolari con la estremita del catthero centrale sono medii proportionali fra la.p.m.& .m.n.imperoche ciascun di quelli e equale alla.m.l. Seguita che il medesimo cerchio transira etiam per li altri angoli della fraudida figura de uinti base. Adonque questo corpo e inscrittibile alla sphera della quale la.p.n.e diametro. E pero e etiam inscrittibile al sphera de la quale la.a.b.e diametro, & lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egli e manifesto che la linea.b.d.e rationale in potentia concio sia che il quadrato di quella sia sesquiquincuplo al quadrato della linea.a.b.la qual fu posta rationale ouer in longhezza, ouer solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio.e.f.g.e etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello e equale alla linea.b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio e la linea minore, & lo lato di questa figura (come e stato manifestando in el processo di questa demostratione) e quanto el lato del penthagono, Adonque lo lato di questa figura de uinti base e la linea minore si come se propose.



Correlario.

o 16 Da questo e manifesto che il diametro della sphera e quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscriue il corpo di uenti base, & che il diametro della sphera e composto del lato del exagono, & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

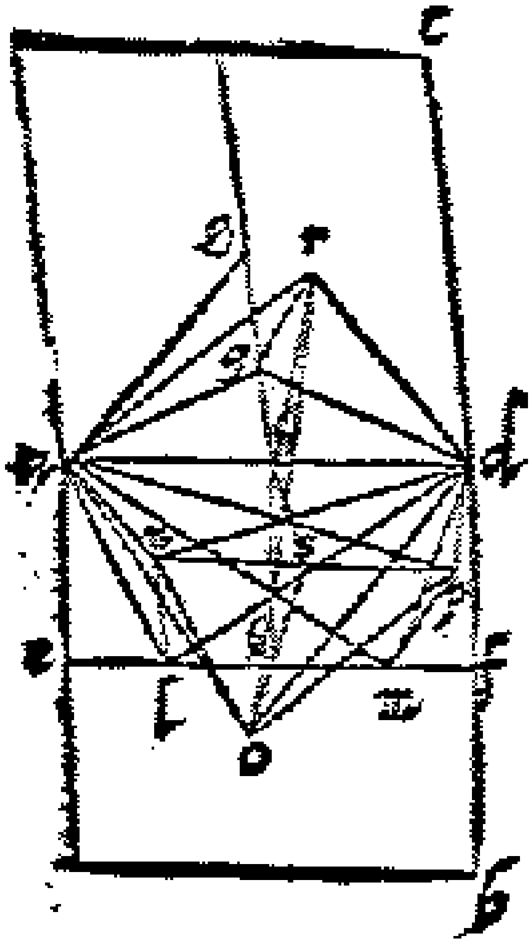
Il Tradottore.

Per il cerchio che circonscriue il detto corpo de uenti base se piglia per il cerchio.e.g.h.k.della figura antiposta el mezzo diametro del quale uien a esser equale alla linea.d.b.della prima figura & alla.l.m.della seconda figura.

Problema.v.Propositione.xvii.

17 Potemo constituire el corpo di dodice base penthagonale equilatere
17 re & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale. Et sara palese el lato del medesimo corpo esser quella linea irrationale, che e detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegna la decima quarta di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo la.a.b.& a.c. Et imaginiamo al presente che la.a.c.sia la superficie di sopra del cubo & la.a.b.sia una di quelle di lati, sia la linea.a.d.commune a queste due superficie Adonque siano diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie.a.b.) in due parti equali cioe el lato.d.b.in ponto.f.& lo lato a quello opposito in ponto.e.& li ponti delle diuisione siano continuadi con la linea.e.f. Anchora sia diuiso lo lato.a.d.& quello che gli e incontro in la superficie.a.c.in due parti equali, & li ponti delle diuisione siano continuadi con una linea retta la qual sia la.g.h.& sia el ponto.h.el ponto medio della linea.a.d. Similmente sia diuisa la linea.e.f.in due parti equali in ponto



m.K. & sia protratta la.h.k. adonque diuide cadauna delle tre linee.e.K.k.f.& g.h. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in li tri ponti.l.m.q. & siano le maggiore parti di quelle.l.k.k.m.&.g.q. le quale e manifesto esser equale fra loro.conscio sia che tutte le linee diuise sono equale cioe cadauna di quelle e la mita del lato del cubo. Da poi dalli duoi ponti.l.&.m. elleuarai le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie.a.b. delle quale luna e laltra ponerai equale alla linea.k.l. & siano.l.n.&.m.p. & similmente dal ponto.q. tira la.q.r. perpendicolarmente alla superficie.a.c. la quale pone equale alla.g.q. Tira adonque le linee a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n.a.r.a.q.d.r.d.q. Adonque (per la quinta di questo) e manifesto che le due linee.K.e.&.e.l. sono potentialmente triple alla linea.k.l. E pero etiam alla linea.l.n. conscio sia che la K.l.&.l.n. sono equale. Et la.K.e.e equale alla.e.a. Adonque le due linee.a.e.&.e.l. sono in potentia treppie alla linea.l.n. per la qual cosa (per la penultima del primo) la.a.l.e in potentia treppia alla.l.n. e pero (per la medesima) la.a.n.e in potentia quadrupla alla.l.n. & conscio sia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mita, Seguita (per commune scientia) che la.a.n. sia doppia in longhezza alla.l.n. & perche la.l.m.e doppia alla.l.k. & le.k.l.&.l.n. sono equale, la.a.n. sara equale alla.l.m. perche le mita di quelle sono equale. & perche (per la trigesima terzia del primo) la.l.m.e equale alla.n.p. la.a.n. sara equale alla.n.p. & p lo medesimo modo tu approuerai le tre linee.p.d.d.r.&.r.a. esser fra loro equale etiam alle due predette, adonque hauemo da queste cinque linee uno penthagono equilattero.il quale e.a.n.p.d.r. Ma per auentura tu dirai questo non esser penthagono. perche forsi questo non e tutto in una superficie la qual cosa e necessario in questo acioche sia penthagono. Adonque che questo sia tutto in una superficie, tu lhauerai in questo modo. Dal ponto.k. sia produtta la linea.k.s. perpendicolare alla superficie.a.b. che sia equale alla.l.n. & per questo la sara equale a luna e laltra delle due linee.l.n.&.m.p. & conscio sia che quella sia equale, & equidistante a luna e laltra di quelle (per la sesta del undecimo) E pero conscio sia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) e necessario che il ponto.s. sia in linea.n.p. & che diuida quella in due parti equale. Siano adonque protratte le due linee.r.h.&.h.s. adonche li duoi triangoli.k.s.h.&.q.r.h. sono constituidi sopra uno angolo cioe sopra langolo.k.h.q. Et la proportione della.K.h. alla.q.r.e si come la.k.s. alla.q.h. perche come la.g.h. alla.q.r. cosi e la.k.h. alla.q.r. (per la settima del quinto) & come la.r.q. alla.q.h. cosi e la.h.s. alla.q.h. (per la medesima) ma la.g.h. alla.q.r. e come la.q.r. alla.q.h. imperoche la.q.r.e equale alla.g.q. adonque (per la trigesima prima del sesto) la linea.r.h.s.e una sol linea, per la qual cosa (per la seconda del undecimo) tutto lo penthagono del qual disputamo e in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo. perche conscio sia che la.e.K. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e doi estremi, & che la.K.m. sia equale alla maggior parte di quella, anchora (per la quarta del presente) tutta la.e.m.e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & anchora la maggior parte di quella e la linea.e.K. E pero (per la quinta) le due linee.e.m. &.m.K.e anchora le due.e.m.&.m.p. (perche la.m.p.e equale alla.m.K.) sono in potentia treppie alla linea.e.K.e pero etiam alla linea.a.e. (perche la.a.e.e equale alla.e.K.) Adonque le tre linee.a.e.e.m.&.m.p. sono in potentia quadruple alla linea.a.e. & (per la penultima del primo tolta due uolte) e manifesto che la linea a.p.e in potentia equale alle tre linee.a.e.&.e.m.&.m.p. adonque la.a.p.e in potentia quadrupla alla linea.a.e. & conscio sia che il lato del cubo sia doppio alla linea a.e. in potentia anchora quadruplo a quella (per la quarta del secondo) Adonque (per commune scientia) la.a.p.e equale al lato del cubo. & conscio sia che la.a.d. sia uno di lati del cubo, la.a.p. sara equale alla.a.d. e pero (per la ottaua del primo) langolo.a.r.d.e equale al angolo.a.n.p. per lo medesimo modo tu approuerai langolo.d.p.n. esser equale a langolo.d.r.a. perche tu approuerai la linea.d.n. esser potentialmente quadrupla alla mita del lato del cubo. Conscio sia

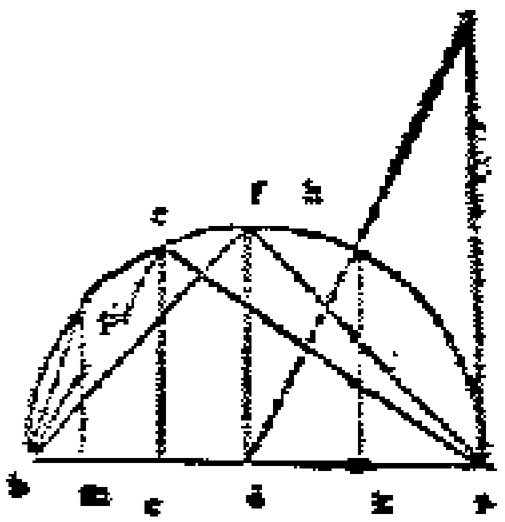
adonque

adonque che per queste cose lo penthagono sia equilatero & habbia tri angoli equali (per la .7. del presente) quel sara equiangolo adonque se per questa via e consimile ragione, fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero & equiangolo sara compido un solido contenuto da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha dodeci lati. Hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonscrittibile dalla data sphera, adonque dalla linea .s.k. siano protratte due superficie seganti el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea .h.K. & laltra sopra la linea .e.f. & (per la quadragesima prima del undecimo) sara che la commune settione di queste due superficie seghi lo diametro del cubo, & quella similmente sara segata dal detto diametro in due parti equali sia adonque la commune settione di queste per fina al diametro del cubo. la linea .K.o. talmente che .o. sia il centro del cubo, & sia dutte le linee .o.a.o.n.o.p. o.d.o.r. et e manifesto che luna e laltra delle due linee .o.a. & .o.d. e mezzo diametro del cubo e pero sono equale, & della linea .o.k. e manifesto (per la quadragesima prima del undecimo) che quella e equale alla .e.k. (cioe alla mita del lato del cubo) e perche la .k.s. e equale alla .k.m. la .o.s. sara divisa in ponto .k. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sara la linea .o.k. che e equale alla .e.K. Adonque (per la quinta di questo) li quadrati delle due linee .o.s. & .s.K. tolti insieme sono treppli al quadrato della linea .o.K. & similmente li quadrati delle due .o.s. & .s.p. tolti insieme sono treppli al quadrato della medesima .o.K. (impero che la .s.p. e equale alla .k.s.) e pero sono etiam treppli al quadrato della mita del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea .o.p. e treppla in potentia alla mita del lato del cubo. Et (per el correlario della decimaquarta di questo) e manifesto che el mezzo diametro della sphera e treppio in potentia alla mita del lato del cubo che circonscrive la medesima sphera. adonque la .o.p. e quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscrive el proposto cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto .o. a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo, Dico a tutti li angoli che sono proprii di penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprii, li quali in el penthagono sitando sono li tri angoli .n.p.r. Ma di quelle linee che veneno dal ponto .o. a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo li quali in el presente penthagono sono li duoi angoli .a. & .d. e manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera che circonscrive el cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo) Ma el mezzo diametro del cubo e si come il mezzo diametro della sphera chel circonscrive si come appare (per la ratiocinatione della decimaquarta). Adonque tutte le linee dutte dal ponto .o. a tutti li angoli del dodeci basi, sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio si mosso sopra tutto el diametro della sphera over del cubo, essendo circondutto transira per tutti li angoli di questo. per la qual cosa (per la diffinitione) quel lo e circonscrittibile dalla assignata sphera. anchora dico che il lato di questa figura e una linea irrationale, cioe quella che e detta residuo, se il diametro della sphera chel circonscrive sara rationale in longhezza over in potentia. perche conciosia che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde se el diametro della sphera sara rationale in longhezza over in potentia, el lato del cubo sara etiam rationale in potentia. & e manifesto (per la undecima) che la linea .r.p. divide la linea .a.d. che e il lato del cubo secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & che la maggior parte di quella e equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella e un residuo (per la sesta di questo) e manifesto el lato di questa figura di dodice base esser residuo come volevemo dimostrare. Adonque (per la decima terza e per le quattro che seguitano questa) sonno fabricati cinque corpi equilateri & equianguli di quali caduno e circonscrittibile da una assignata sphera. & questi solidi sono questi, cioe el primo e di quattro base triangolare, equilatere (& chiamasi Tetracedron) el secondo e di sei base quadrate (& e detto cubo ouer exacedron) il terzo e di otto base triangolare (& e detto octocedron) & lo quarto solido e detto ycocedron (& e de venti base triangolare) & lo quinto e di dodeci base penthagone (& e detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli & equilateri, & circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro, & e impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, perche alla constitutione di qual si voglia angolo solido, e necessario concorrere al manco tre angoli superficiali, perche di duoi soli angoli superficiali, non pol esser compido un angolo solido, Adonque perche li trei angoli di qualunche exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del eptagono, & di qualonque figura equilatera & equiangola de piu lati sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fora dalla trigesima seconda del primo) & ogni angolo solido e minore di quatro angoli retti (come testifica la vigesima prima del undecimo) e impossibile con li tre angoli del exagono, & del eptagono, & simplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire un angolo solido, e pero niuna figura solida equilatera & equiangola, puol esser constituida da superficie exagonale, ouer de piu lati, perche se li trei angoli d'uno exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno caduno angolo solido, molto piu fortemente li quatro & li piu di quatro, eccederiano il medesimo, ma li trei angoli d'un penthagono equilatero & equiangolo e manifesto esser minori di quatro angoli retti, & li quatro esser maggiori, Per la qual cosa, egli e possibile esser constituido uno angolo solido da li trei angoli d'un penthagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu egli e impossibile, e pero solamente uno solido da penthagoni equilateri & equiangoli e stato constituido, cioe quello che e detto duodecedron in el quale li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione e in le figure quadrilatere equilatere & equiangole che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera se la sara equilatera & equiangola (per la diffinitione) quella sara quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti (per la trigesima seconda del primo) Adonque da trei angoli di tal superficial figura, egli e possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro ouer da piu egli e impossibile, per la qual cosa da tal figure superficiali le quale sono quadrilatere equilatere & equiangole, e sta fabricado uno unico solido, el qual noi chiamassimo cubo, Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo) Adonque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti & li piu di sei sono maggiori, adonque dalli sei angoli de tai triangoli ouer da piu egli e impossibile esser fatto un angolo solido, ma da cinque, da quatro, & da trei egli e possibile a constituire un angolo solido. Adonque quando li trei angoli d'un triangolo equilatero fano uno angolo solido vien fatto de triangoli equilateri el corpo di quatro base triangolare & equilatere, ma quando li quatro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne danno il corpo di otto base, el quale chiamassimo octocedron Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri contengano un angolo solido, vien fatto lo corpo ycocedron (de venti base triangolare & equilatere, per la qual cosa adonque tanti & tali sono li solidi regolari & perche non siano piu di quelli e detto di sopra.

Problema vi. Propositione. xviii.

18 Potemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima sphera circonscrittibili & compararli fra loro, della qual sphera solo il diametro a noi sia proposto, & per esso diametro possemo trouarli.

Sia la. a. b. il diametro di alcuna sphera a noi proposta dalla qual desideremo di trouare li lati di predetti cinque corpi. Dividemo adonque questo diametro in troin ponto .c. talmente che la parte .a.c. sia doppia alla .c.b. anchora dividendo in due parti equali in ponto .d. & lineamo sopra di quello lo mezzo cerchio .a.f.b. alla circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea .a.b. le quali siano .c.e. & .d.f. & congiongemo .e. con .a. & con .b. Et .f. con .b. adonque e manifesto (per la demonstratione della decima terza) che la .a.e. e il lato della figura di quatro base triangolare & equilatere. & (per la demonstratione della decima quarta) e pur manifesto che la .e.b. e il lato del cubo, & per la demonstratione della decima quinta) che la .f.b. e il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto .a. sia tirata la linea .a.g. perpendicolare alla .a.b. e tanta equale alla medesima .a.b. Et sia congionto .g. con .d. & sia .h. el ponto in el quale la linea .g.d. sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta la linea .h.k. perpendicolare alla .a.b. & perche la .g.a. e doppia alla .a.d. (per la quarta del sesto) la .h.k. sara doppia alla .k.d. perche li doi triangoli .g.a.d. & .h.k.d. sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) impero che langolo .a. del maggiore e equale al angolo .k. del minore (perche luno e laltro e retto) & langolo .d. e commune a luno e laltro. Adonque (per la quarta del secondo la .h.k. e quadrupla in potentia alla .k.d. Adonque (per la penultima del primo) la .h.d. e quincuplo in potentia alla .k.d. Et conciosia che la .d.b. sia equale alla .h.d. (perche il ponto .d. e il centro del mezzo cerchio) anchora la .d.b. sara quincupla in potentia alla .k.d. Et conciosia che tutta la .a.b. sia doppia a tutta la .b.d. si come la .a.c. (detratta dalla prima .a.b.) e doppia alla .c.b. detratta dalla seconda .b.d.) & (per la decimanona del quinto) la .b.c. (residuo della prima) sara doppia alla .c.d. (residuo della seconda) E pero tutta la .b.d. e treppia alla .d.c. Adonque el quadrato della .b.d. e noncuplo al quadrato della .d.c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della .k.d. (per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della .d.c. e manco del quadrato della .k.d. E pero la .d.c. e minore della .k.d. Sia adonche la .d.m. equale alla .k.d. & sia tirata la .m.n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla .a.b. & sia congionto il ponto .n. con il ponto .b. tirata la linea .n.b. Conciosia adonque che .d.k. & .d.m. siano equale (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee .h.k. & .m.n. saranno equalmente distante dal centro. E pero saranno equale fra loro (per la seconda parte della decima quarta del terzo, & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la .m.n. e equale alla .m.k. perche la .h.k. era equale a quella. Ma perche la .a.b. e doppia alla .b.d. & la .k.m. e doppia alla .d.k. & lo quadrato della .b.d. e quincuplo al quadrato della .d.k. (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della .a.b. sara similmente quincuplo al quadrato della .k.m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio e si come el quadrato del sempio al quadrato del sempio.) Et per la demonstratione della decima sesta e manifesto che il diametro della sphera e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de venti base come alla .k.m. adonque la .k.m. e equale al lato del exagono del cerchio della figura dei vinti base. perche lo diametro della sphera che e la .a.b. e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio di quella figura come alla .k.m. anchora volta (per la demonstratione della medesima) e manifesto che il diametro della sphera e composto del lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de venti base. Conciosia adonque che la .k.m. sia si come el lato del exagono & la .a.k. sia equale alla .m.b. (perche quelle sono li residui delle quantita equale tolte via dalle equale) la .m.b. sara si come lato del decagono. Adonque perche la .m.n. e si come el lato del exagono, perche quella e equale alla .k.m. (per la penultima del primo & per la decima di questo) la .n.b. sara si come el lato del pentagono del cerchio della figura dei vinti base. Et perche (per la demonstratione della decima sesta) appare che el lato del pentagono del cerchio della figura dei vinti base e il lato della medesima figura de .20. base e manifesto la linea .n.b. esser il lato di quella medesima figura adonq; dicila la .e.b. (che e lato del cubo circonscrittibile dalla assignata



ra sphera) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto.p.& sia.p.b.la maggior par di quella. Adonque e manifesto (per la demostratione della precedente) che la.p.b.e il lato della figura del.12.base. Adonque sono trouati li lati di.5.predetti corpi dal diametro della sphera a noi proposto. Perche la.a.c.e il lato della pyramide di quatro base e la.e.b.el lato del cubo, la.f.b.lo lato del ottocedron & la.n.b.el lato del ycocedron, & la linea.p.b.el lato del duodecedron: e quali de questi lati siano maggiori de li altri, se hauera in questo modo. Perche egli e manifesto che la.a.c.e maggiore della.f.b (perche larco.a.c.e maggiore del arco f.b.) Et similmente la.f.b.e maggiore della.e.b.& la.e.b.e maggiore che la.n.b. Dico anchora la.n.b.esser maggiore che la.p.b. Perche conciosia che la.a.c.sia doppia alla.c.b.(per la quarta del secondo) lo quadrato della.a.c.e quadruplo al quadrato della.c.b.Et (per la seconda parte del corelario della ottaua del sesto, & per el corelario della decima ottaua del medesimo) e manifesto che il quadrato della.a.b.e triplo al quadrato della.b.c.Ma (per la vigesima seconda del sesto) lo quadrato della.a.b.al quadrato della.b.e.e si come el quadrato della.b.e.al quadrato della.c.b.per questo che la proportione della.a.b.alla.b.e.e si come della.b.e.alla.b.c.(per la seconda parte del corelario della ottaua del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della.b.e.e triplo al quadrato della.c.b.Et perche lo quadrato della.a.c.e quadruplo al medesimo quadrato (come e sta dimostrado) lo quadrato della.a.c.(per la prima parte della decima del quinto) sara maggiore del quadrato della.b.e.E pero la linea.a.c.e maggiore della linea.b.e.E pero la.a.m.e molto piu maggiore della.b.e.Et e manifesto (per la nona di questo) che se la linea.a.m.sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sara la linea.k.m.la quale e equale alla.m.n.Et quando che la.b.e.sia diuisa secondo la medesima proportione cioe hauente il mezzo e duoi estremi: la maggior parte di quella e la linea.p.b.Conciosia adonque che tutta la.a.m.sia maggiore di tutta la.b.e.Sara la.m.n.(che e equale alla maggior parte della.a.m.) maggiore che la.p.b.(che e la maggior parte della.b.e.) & questo e manifesto (per la seconda propositione del decimo quarto libro) la qual cosa senza agiutto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demostratione adonque (per la decima nona del primo) per forza la.n.b.e maggiore che la.p.b.per la qual cosa e manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi excederssi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preteriscono a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo a benche il cubo anteceda lo ottocedron, Ma mettemo el cubo auanti al ottocedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quatro base triangole) & il lato del cubo. Adonque la.a.c.(lato della pyramide) e maggiore delli lati de cadauno delli altri corpi. Et da poi quello la.f.b.lato del ottocedron e maggiore di lati di seguenti corpi, In lo medesimo ordine in grandezza seguita la.e.b.(lato del cubo) & in lo quarto loco e la.n.b.(lato de ycocedron) e lo minimo de tutti e la.p.b.(lato del duodecedron.

Il Tradottore.

IN la seconda tradottione: la constructione del ottocedron e auanti a quella del cubo: per il che li lati di detti corpi se ueneriano a eccederssi secondo il medesimo ordine delle loro constructioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea.n.b.(lato del uinti base) sia maggiore della linea.b.p.(lato del duodecima base) senza agiutto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra propositione che seguiti (come nel e debito)

Arguiremo

Argumento in questo modo. Perche la linea.a.e.(dal presupposito) e doppia alla.b.e. adonque tutta la.a.b. sara treppia alla medesima.b.e. Et (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto & per il correlario della decimaottava del medesimo) el quadrato della detta linea.a.b. sara treppio al quadrati della.b.e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima.a.b.e quincuplo al quadrado della.b.m. & similmente al quadrato della.m.n.(per esser la.m.n. equale alla.m.b.) seguita adonque che cinque quadrati della.m.n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della.b.e. tolti insieme) perche luna e laltra somma e equale al quadrato della.a.b. Hor perche il rettangolo di tutta la.e.b. nella parte.e.p. gionto con il rettangolo della medesima.b.e. ne laltra parte.b.p. la detta somma (per la seconda del secondo) e equale al quadrato della medesima linea.b.e. Et perche il rettangolo della.b.e. nella.p.e.e minore di quello della.b.e. nella altra parte.b.p. (per esser la parte.b.p maggiore della parte.p.e. E pero duoi rettangoli della.b.e. nella.p.e. saranno minori delli duoi rettangoli della.b.e. nelle due parti.b.p.&.p.e. onde (per communa sientia) li detti duoi rettangoli fatti dalla.b.e. nella minor parte.p.e. saranno minori del quadrato della.b.e. & perche il rettangolo della.b.e. nella detta minor parte.e.p.e equale al quadrato de laltra maggior parte.b.p. (per la diffinitione della linea cosi divisa) adonque duoi quadrati della.b.p. saranno minori del quadrato della.b.e. per il che il treppio delli duoi quadrati della.p.b. saranno anchora minori del treppio del quadrato della.b.e. cioe che tre quadrati della.b.e. saranno maggiori de sei quadrati della.b.p. Et perche cinque quadrati della.m.n. (come disopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della.b.e. seguita (per commune sententia) che le cinque quadrati della.m.n. siano maggiori delli sei quadrati della.b.p. & se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della.m.n. sara maggiore dun quadrato solo della.b.p. & se il quadrato della.m.n.e maggiore del quadrato della.b.p. etiam la linea.m.n. (per commune sientia) sara maggiore della linea.b.p. Et se la linea.m.n. e maggiore della.b.p. molto piu la linea.n.b. sara maggiore della medesima.b.p. perche la detta.n.b. (per la penultima del primo over per la decima ottava del medesimo) e maggiore della maggiore cioe della.n.m. e pero sara molto piu maggiore della.b.p. che il proposito senza aussilio di alcuna delle propositioni che seguitano come e il douere. Nella seconda traduttione credo che voglia arguire per questa medesima via, ma tal argumentatione e tutta corrotta.

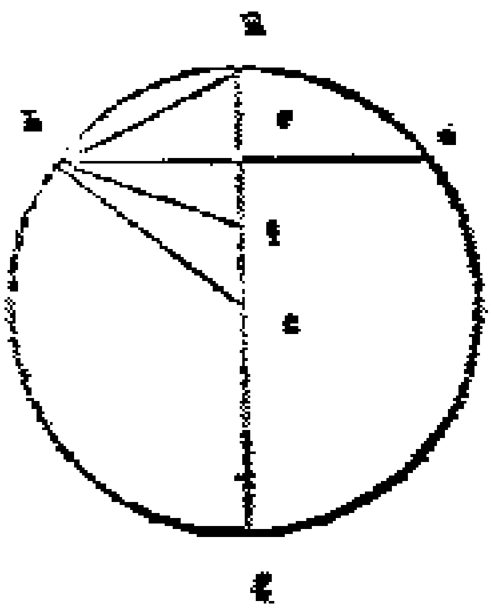
Fine del terzodecimo libro.

INCOMINCIA IL QVARTODECIMO LIBRO DI EVCLIDE DELLE CONVENIENTIE CHE HANNO LI

triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni fra loro in rispetto della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi & della proportione che hanno li corpi regolari fra loro da Nicolo Tartalea Brisciano restituto & integrado secondo le due traduttioni & per commune utilita tradotto dal latino al nostro volgar sermone.

Theorema primo. Propositione prima.

Ogni perpendicolare dutta dal centro dun cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio, se approva esser equale alla mita del lato del decagono, & alla mita del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mita ambedue direttamente in longo. Adonque e manifesto che la perpendicolare dutta dal cetro dun cerchio al lato del penthagono e equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.



Sia la linea .a.b. lato del pethagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el ponto .e. & sia dutto dal centro .e. una perpendicolare alla linea .a.b. la quale (per la seconda parte della terza del terzo) dividera quella in due parti equali & etiam larco di quella in due parti equali (per la quarta del primo & la trigesima ottava del terzo) & sia questa perpendicolare la linea .e.f. segante la linea .a.b. in ponto .c. & larco di quella in ponto .d. Adonque la linea .a.c. (come havemo detto) e equale alla linea .c.b. & larco .a.d. al arco .d.b. Sia protratta la linea .d.b. della quale e manifesto che quella e il lato del decagono equilatero descritto in el proposto cerchio conciosia che quella sotto tende alla mita della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea .e.c. e equale alla mita della linea .e.d. & alla mita della linea .d.b. congionte direttamente in longo. Sia compido il diametro .d.e. & sia .d.e.g. & sia fatta la .e.f. equale alla .e.d. & sia protratta la .b.f. et (per la quarta del primo) la .b.f. sara equale alla .b.d. & pero (per la quinta del primo) langolo .b.d.f. sara equale al angolo .b.f.d. & (per la ultima del sesto) e manifesto che langolo .g.e.b. e quadruplo al angolo .b.e.d. imperoche larco .g.b. e quadruplo al arco .b.d. & langolo .g.e.b. (per la trigesima seconda del primo) e doppio al angolo .b.d.e. Perche quello estrinseco e equale alli duoi che sono .b.d.e. & .d.b.e. & quelli sono equali (per la quinta del primo) adonque langolo .b.d.e. e doppio al angolo .b.e.d. per la qual cosa anchora langolo .b.f.d. e doppio al angolo .b.e.f. Ma langolo .b.f.d. e equale alli duoi intrinseci, li quali sono .b.e.f. & .e.b.f. (per la trigesima seconda del primo) adonque li duoi angoli .b.e.f. & .e.b.f. sono equali, e pero (per la sesta del primo) la .e.f. e equale alla .b.f. e pero etia la .e.f. e equale alla .b.d. perche la .b.d. & la .b.f. sono equale fra loro. Per la qual cosa la mita della .e.d. con la mita della .b.d. e quanto la mita della .e.d. con la mita della .e.f.

la.e.f. & la mita della.c.d.cõ la mita della.c.f.e q̃to la mita della.c.f. doi uolte con la mita della.f.d. Et la mita della.c.f. tolta due uolte e quãto la.c.f. & la mita della f.d.e quanto la.e.f. Adonque la.c.e.e quanto la mita della.c.d.con la mita della d.b.che e il proposito e cosi el corelario e manifesto, perche (per la ottaua del decimoterzo libro) e manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto e equale alla mita della linea dutta dal centro alla circonferentia & questo e dimostrato di sopra, cosi e concluso el corelario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mita della linea dutta dal centro alla circonferentia, & alla mita del lato del decagono. Seguita che la perpẽdicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio, & questo e quello che propone el corelario, adõque le da esser applicado al presente quello che dice Aristeo, in el libro intitolado La Espositione della scientia di cinque corpi. Et similmẽte Apollonio in el secondo dono, in la proportionalita della figura del dodeci base alla figura del vinti base el qual dice che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha uenti base e cosi come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de uenti base, perche anchora la linea dutta dal centro del cerchio del penthagono della figura delle dodeci base del duodecedron, alla circonferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle uenti base del ycocedro alla circõferentia di quello. & queste sono le parole del grande Apollonio, & sono da esser intese della figura del dodeci base & della figura del uinti base circonscrittibili da una medesima sphera) perche la proportione del corpo duodecedron al corpo ycocedron (quando una medesima sphera li circonscriue) e si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme come cõmemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, la qual cosa etiam per la decima di questo decimoquarto libro uien stabelida con ferma demonstratione. Et lo cerchio che circonscriue un penthagono del duodecedron, e equale al cerchio che circonscriue un triãgolo del ycocedron, quando che una medesima sphera circonscriue il duodecedron, & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, la qual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quinta di questo libro, adonque li ditti de tanti grandi huomeni sono da esser mandati auanti per antecedenti a fortificatione della stabile uerita.

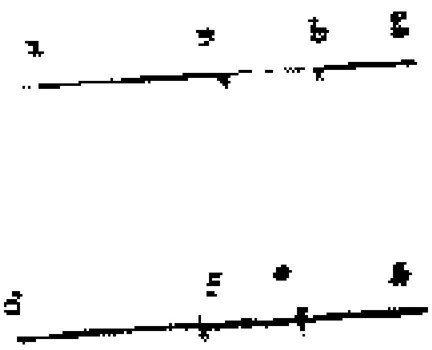
Il Tradottore.

La demonstratione della soprascritta propositione e alquanto oscura & tal argumentatione haue de bisogno di un altra propositione la qual e questa.

De ogni due quantita inequale la mita della maggiore gionta con la mita della minore, e quanto la mita della minore tolta due uolte gionteli posta la mita della differentia nella quale la maggiore auanza la minore uerbi gratia la mita della.c.d. (maggiore) gionta con la mita della.c.f. (minore) e quanto due uolte la mita della.c.f. (minore) giontoui posta mita della.f.d. (cioe della differentia nella quale la.c.d. (maggiore) auanza la.c.f. (minore)) ma per non abondar in tante propositioni ne demonstrationi, Demostraremo la medesima con demonstratione piu euidente senza la presente propositione. ¶ Perche la.c.f.e equale alla.b.d. (come nel principio fu approuado) giungendo alla.c.f. la.f.e. & alla.b.d. la.e.d. (per la.2. commune sententia) le due somme saranno anchora equale cioe le due linee.b.d.&.e.d. saranno equale alle due.c.f.&.f.e. & perche le dette due linee.c.f.&.f.e. sono equale a tutta la linea.c.e. seguita adonque che la detta perpendicolare.c.e.sia equale alle due linee.d.h.&.d.e. Adonque se a que ste due linee.d.h.&.d.e.gli agiongemo la linea.c.e.(che e equale a lor due)sera la somma di queste tre linee sara doppia alle dette due,etiam alla medesima.c.e.& perche la somma delle dette tre linee.d.h.d.e.&.c.e.sono quanto le due.c.d.&.d.h.(perche la.c.d.e composita delle due.c.e.&.e.d.)Seguita adonque che le due linee.c.d.&.d.h.gionte insieme tal somma sia doppia alla linea.c.e.adonque la perpendicolare.c.e.vien a esser la mita dela somma delle due linee.c.d.&.d.h.& perche la.d.c.e equale al lato del essagono,& la.d.h.al lato del decagono,seguita il proposito.

Theorema.ii.Propositione.ii.

2 Ciascuna cosa la quale interuenghi a una linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi istremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

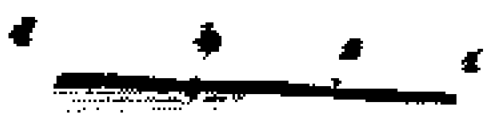


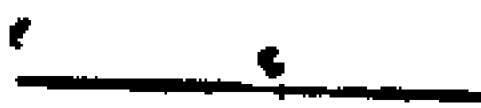
Sia luna e laltra delle due linee.a.b.&.d.e.diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi.la.a.b.in ponto.c.& la.e.d.in ponto.f.& la maggior parte della.a.b.sia la.a.c.& di laltra la.d.f. Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: & anchora delle maggior parti alle minori una medesima.& al contrario.& permutatamente.& congiontamente,& disgiontamente.& euersamente,& questo non e altro che ciascuna cosa la quale accadi a una di quelle,il medesimo anchora accadere a laltra, perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & per la prima parte della decima settima del sesto) e manifesto che quello che vien fatto dalla.a.b.in.b.c.e equale al quadrato della.a.c. Et per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.f.e equale al quadrato della.d.f.E pero la proportione di quello che vien fatto dalla.a.b.in la.b.c.al quadrato della.a.c.e si come di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.f.al quadrato della.d.f.(perche luna e laltra e proportione di equalita) adonque el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a.b.in la.b.c.al quadrato della.a.c.e si come el quadruplo di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.f.al quadrato della.d.f.la qual cosa(per la decima quinta del quinto e per la permutata & conproportionalita)e manifesto,per la qual cosa congiontamente el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a.b.in la.b.c.con el quadrato della.a.c.al quadrato della.a.c.e si come al quadruplo di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.f.con el quadrato della.d.f.al quadrato della.d.f.&.sia agionto (secondo la rettitudine) alla linea.a.b.una linea che sia equale alla.b.c.la qual sia detta.b.g.& alla.d.e.sia agionto vnaltra equale alla.e.f.la quale sia detta.e.h. Adonque e manifesto(per la ottaua del secondo) che el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a.b.in.b.g.con el quadrato della.a.c.e equale al quadrato della linea.a.g.& similmente el quadruplo di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.h.con el quadrato della.d.f.e equale al quadrato della.d.h.&(per communa sententia) el quadruplo di quello che vien fatto dalla.a.b in.b.c.e equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla.a.b.in.b.g.impero che la.b.c.&.b.g.sono equale. Similmente anchora el quadruplo di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.f.e equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla.d.e.in la.e.h.imperoche la.e.f.&.e.h.sono equale. Adonque(per la prima parte della settima del quinto,& per la undecima del medesimo) lo quadrato della.a.g.al quadrato della.a.c.e si come el quadrato della.d.h.al quadrato della.d.f.Per la qual cosa(per la seconda parte della vigesima seconda del sesto)la proportione della.a.g.alla linea.a.c.e si come della linea.d.h.alla linea.d.f.& congiontamente della.a.g.&.a.c.alla.a.c.e si come della.d.h.&.d.f.alla.d.f. Et la.a.g.con la.a.c.sono si come il doppio della.a.b.& la.d.h.con la.d.f.sono si come il doppio della.d.e.Per la qual cosa el doppio della plo della .a.b. alla .a.c. e si come el doppio della .d.e. alla .d.f. Et permutatamente el doppio della .a.b. al doppio della .d.e. e si come la .a.c. alla .d.f. Ma el doppio della .a.b. al doppio della .d.e. e si come la .a.b. alla .d.e. (per la decimaquinta del quinto) Adonque della .a.b. alla .d.e. e si come della .a.c. alla .d.f. adonque permutatamente, & euersamente, & conuersamente, & disgiontamente, & congiontamente la qual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema .iii. Propositione .iiii.

Diuiso uno lato dun exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quello, sara el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

Sia la linea .a.b. el lato del exagono di alcun cerchio & sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in ponto .c. & sia la maggior parte di quella la .b.c. Dico che di qualunque cerchio la .a.b. e lato del exagono, di quel medesimo la .b.c. sara il lato del decagono, perche essendo agionto alla linea .a.b. la linea .b.d. la quale sia el lato del decagono di quel cerchio del quale la .a.b. e lato del exagono, Et (per la nona del decimoterzio) la linea .a.d. sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella sara la linea .a.b. Concio sia adonque che luna e laltra delle due linee .a.b. & .a.d. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sara una medesima proportione, adonque della .d.a. alla .a.b. (che e la sua maggior parte) e si come della .a.b. alla .b.c. (che e etiam la sua maggior parte) ma della .d.a. alla .a.b. (sua maggior parte) e si come della .a.b. alla .b.d. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la undecima del quinto) della .a.b. alla .b.d. e si come della .a.b. alla .b.c. per la qual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee .b.d. & .b.c. sono equale. Concio sia adonque che la .b.d. sia el lato del decagono, anchora la .b.c. (per commune scientia) sara el lato del decagono. A dimostrare il medesimo altramente, alla linea .a.b. sia agionta la .b.d. equale alla .b.c. & (per la quarta del decimo terzio) tutta la .a.d. sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi istremi, & la maggior parte di quella e la linea .a.b. adonque (per la conuersa della nona del decimoterzio la quale dimostrassimo consequentemente da poi quella) di quel cerchio che la linea .a.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea .b.d. e pero (etiam la linea .b.c. a se equale) e lato del decagono. Anchor per un'altra conclusione possemo dimostrare il medesimo per unaltra uia. Hor sia la .e.f. equale alla .a.b. la quale anchora sia diuisa in ponto .g. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi istremi. & sia la maggior parte di quella la linea .f.g. Adonque (per la precedente) e manifesto che si come la .a.b. e equale alla .e.f. cosi la .a.c. e equale alla .e.g. & la .c.b. e equale alla .g.f. Et quando che alla .a.b. sara agionta la .b.d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio del quale la .a.b. e lato del exagono) sara (si come per auanti fu detto per la nona del decimoterzio) tutta la .a.d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella sara la linea .a.b. Adonque (per la precedente) della .a.b. alla .b.d. e si come della .f.g. alla .g.e. per la qual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che uien fatto dalla .a.b. in la .g.e. e equale a quello che uien fatto della .b.d. in la .f.g. Et concio sia che la .a.b. sia equale alla .e.f. etiam quello che uien fatto dalla .e.f. in la .e.g. sara equale a quello che e fatto dalla .b.d. in la .f.g. Ma quello che uien fatto dalla .e.f. in la .g.e. e equale al quadrato della .f.g. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi istremi, & per la prima parte della decima settima del sesto) adonque quello che

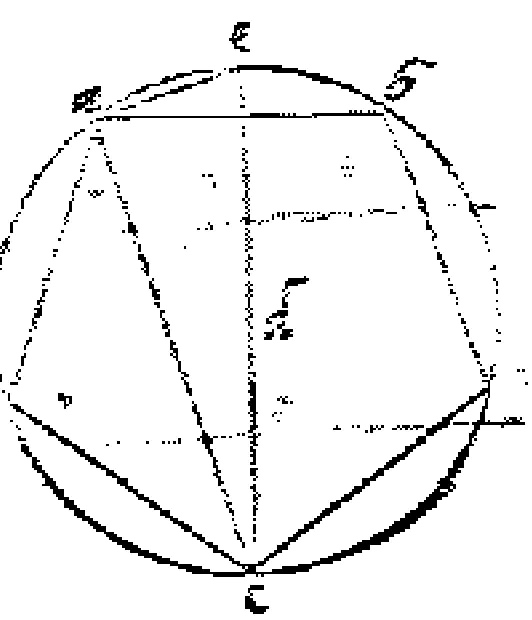




gien fatto della.b.d.in la.f.g.e equale al quadrato della.f.g. E pero (per la prima del sesto) la linea.d.b.e equale alla.f.g. & perche la.f.g.e equale alla.c.b. Ancho la.c.b. sara equale alla.b.d. (lato del decagono) la qual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema.iiii. Proposicione.iiii.

14 El quadrato dun lato dun penthagono descritto dentro dun cerchio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel penthagono, Ambidui questi quadrati tolti insieme, prouano esser quincupli al quadrato della mita del diametro di quel medesimo cerchio.



SIa descritto in el cerchio.a.b.c. (el centro del quale sia el ponto.d.) uno penthagono equilatero del quale sia.a.b. un suo lato, & sia protratto el diametro.c.d.e. diuidente la linea.a.b. et ancho larco di quella in due parti equali, adonque che larco.a.e. e la mita della quinta parte della circonferentia di quel cerchio, Per la qual cosa larco.a.e.c. e li duoi quinti di tutta la circonferentia: Adonque siano protratte le due linee.a.e.&.a.c.& la.a.e. sara el lato del decagono equilatero, impero che larco di quella e la mita della quinta parte della circonferentia, & la linea.a.c. sara quella che sotto tende a uno delli angoli del predetto penthagono: impero che larco.a.e.c. e le due quinte parte della circonferentia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee.a.b.&.a.c. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea.d.e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea.c.e. e quadruplo al quadrato della linea.d.e. & conciosia che langolo.c.a.e. sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) & li quadrati delle due linee.c.a.&.a.e. (per la penultima del primo) sarano quadrupli al quadrato della linea.d.e. Adonque li quadrati delle tre linee.c.a.&.a.e.&.d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea.d.e. Et perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della.a.b.e equale alli quadrati delle due linee.a.e.&.d.e. Seguita che li quadrati delle due linee.a.b.&.a.c. siano quincupli al quadrato della.d.e. che e il proposito.

Correlario.

14 Adonque e manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quando che una medesima sphera circonscriue quel cubo & quella figura de dodice base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mita del diametro dil cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodice base.

QVesto correlario ueramente e manifesto, perche (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo libro) e manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono del duodecedron: quando che una medesima sphera circonscriue il cubo & lo duodecedro, adonque per questa quarta propositione e manifesto il correlario.

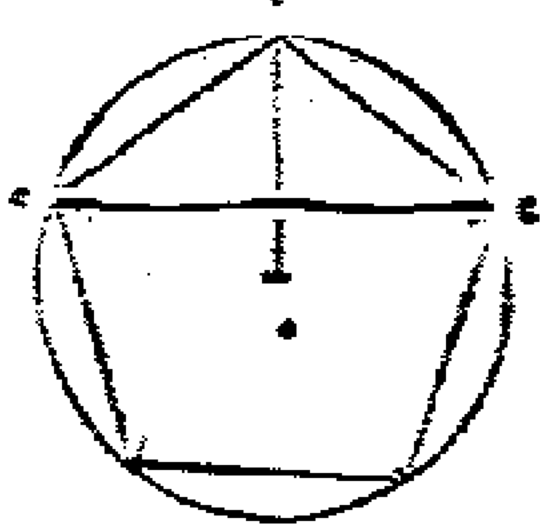
Theorema.v. Propositione.v.

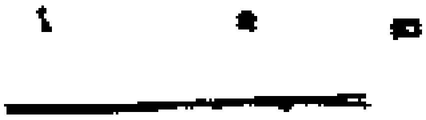
5/2 El penthagono della figura de dodice base & lo triangolo della figu

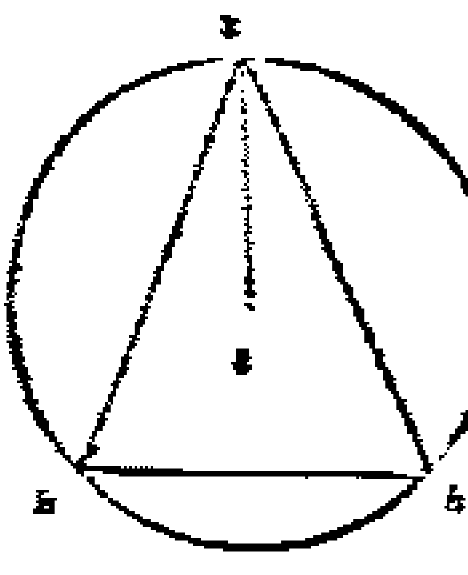
ra de

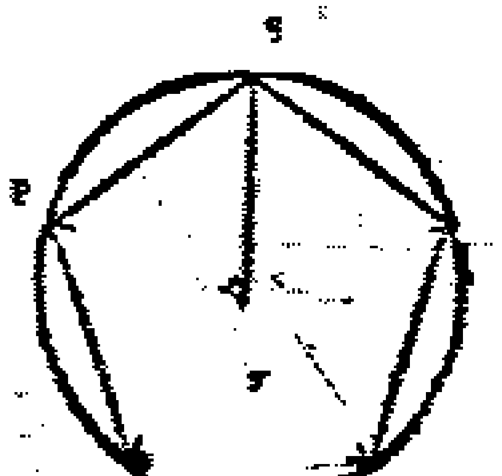
ra de uinti base (che una medesima sphera li circonscriue) sono cir
conscritti da uno medesimo cerchio.

Sia una sphera (el diametro della qual sia la.a.b.) la quale circonscriua, due
figure solide, cioe el duodecedron) del quale.c. sia uno di suoi dodeci pent
thagoni) & lo ycocedro (del quale.d.sia uno di suoi uenti triangoli) & al pen
thagono.c.& al triangolo.d.sopra li duoi centri.d.&.c. siano circonscritti duoi
cerchii,luno sia.e.f.(per la decima quarta del quarto)& laltro.h.d.(per la quin
ta del medesimo) Dico adonque che questi duoi cerchii delle proposte sphere
(di quali luno circonscriue el penthagono.c.& laltro lo triangolo.d.)sono equa
li,siano signati li duoi lati del penthagono.c.continenti uno de suoi angoli per
le letere.e.f.&.f.g.& sia protratta la linea.e.g.la quale sotto tendi al angolo.f.&
lo semidiametro del cerchio el quale sia.c.f.& ciascuno di lati del triangolo.d. sia
signato con le letere.h.h.& sia protratto il semidiametro del suo cerchio el qua
le sia.d.k.& da poi sia tolta la linea.l.m.alla quale la linea.a.b.(che e il diame
tro della assignata sphera) sia quincupla in potentia,la qual linea.l.m. sia diuisa
in ponto.n.secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi,& la sua mag
gior parte sia la linea.l.n.& secondo la quantita di tutta la.l.m.sia lineado il cer
chio.p.q.Adonque el semidiametro del cerchio.p.q.sie equale alla linea.l.m. Et
(per el correlario della decima quinta del quarto) la linea.l.m.e si come el la
to del exagono equilatero,inscritto in lo cerchio.p.q.adonque (per la terza di
questo) la linea.l.n.sara si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo
medesimo cerchio,Adonque (per la undecima del quarto)sia inscritto uno pen
thagono equilatero in el cerchio.p.q.del quale uno lato sia la.p.q.Et (per la de
cima del decimoterzo libro)lo quadrato della.p.q.sara equale alli quadrati del
le due linee.l.m.&.l.n.tolti insieme.Et (per la demonstratione della decima se
sta del terzodecimo) e manifesto che la.h.k.e equale alla.p.q. Adonque el qua
drato della.h.k.e equale alli quadrati delle due linee.l.m.&.l.n.tolti insieme.Et
(per la demonstratione della decima settima del decimoterzo)e manifesto che
la.e.g.e il lato del cubo circonscriuibile dalla medesima sphera. Per la qual cosa
(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) la.a.b.(che e il diame
tro della sphera) potentialmente e tripla ala.e.g.che e il lato del cubo.& se la.e.
g.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi (per la de
monstratione della decima settima del.13.) e manifesto che la.e.f.e si co me
la maggior parte di quella. Adonque (per la seconda di questo dela.e.g alla
l.m.e si come della.e.f.alla.l.n.perche si come e la tutta alla tutta cosi la mag
gior parte alla maggior parte,Adonque (per la uigesima seconda del sesto) el
quadrato della.e.g.al quadrato della.l.m.e si come el quadrato della.e.f.al qua
drato della.l.n.per la qual cosa (per la decimaterzia del quinto) li quadrati del
le due linee.e.g.&.e.f.tolti insieme alli quadrati delle due linee.l.m.&.l.n. tolti
insieme sono si come el quadrato della.e.g.al quadrato della.l.m. Adonque (per
la decimaquinta del quinto & per la permutata & equa proportionalita) el trep
pio delli duoi quadrati delle due linee.e.g.&.e.f.tolti insieme alli quadrati delle
due linee.l.m.&.l.n.tolti insieme e si come el treppio del quadrato della.e.g.al
quadrato della.l.m. Ma el treppio del quadrato della.e.g.e tanto quanto el qua
drato della.a.b.(p el correlario della decimaquarta del terzodecimo) & lo qua
drato della.a.b.(per el presupposito) e quincuplo al quadrato della.l.m. adon
que el treppio del quadrato della.e.g.e anchor quincuplo al quadrato della.l.
m.per la qual cosa etiam el treppio di quadrati delle due linee.e.g.&.e.f.tolti in
sieme e quincuplo alli quadrati delle due linee.l.m.&.l.n.tolti insieme,Et perche
egli fu approuado che el quadrato della.h.k.e equale alli quadrati delle due
linee.l.m.&.l.n.tolti insieme. Seguita (per commune scientia) che el treppio
delli quadrati delle.e.g.&.e.f.sia quincuplo al quadrato della.h.k. Et per la quar
ta del terzodecimo) e manifesto che el quincuplo del quadrato della.h.k.e quin









decuplo del quadrato della .d.k. (cioe quindece uolte tanto) perche el simplo e treppio, Et (per la quarta di questo) e manifesto che il treppio di quadrati delle .e.g. & .e.f. e quindecuplo del quadrato della .e.f. perche el simplo e quincuplo adonque el quindecuplo del quadrato della .e.f. e equale al quindecuplo del quadrato della .d.k. e pero (per la nona del quinto) el quadrato della .e.f. e equale al quadrato della .d.k. per la qual cosa etiam la linea .e.f. e equale alla linea .d.k. adonque (per la diffinitione di cerchii equali) lo cerchio che circonscriue el Penthagono .e. e equale al cerchio che circonscriue el triangolo .d. la qual cosa dal principio era da dimostrare, perche li semidiametri di questi cerchii sono equali cioe la .e.f. & la .d.k.

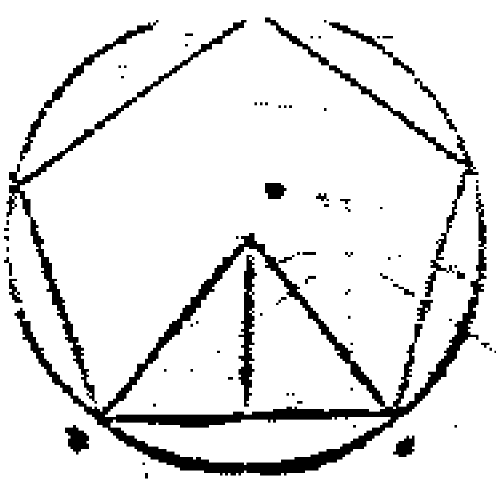
Il Tradottore.

Doue che di sopra dice che la linea .b.k. (per la demonstratione della decimasesta del terzodecimo) sara equale alla .p.q. questo se uerifica perche in quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e pero in questo loco il cerchio .p.q. uien a esser il cerchio del uenti base & il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uinti base, e per questo la linea .p.q. uien a esser equale al .k.b. (lato del uinti base.)

Theorema .vi. Propositione .vi.

6 Anchora il quadrato che e trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dotta dal centro del cerchio, che circonscriue un penthagono, della figura de dodice base, al lato del penthagono, & sotto del lato di esso penthagono, el se conuiene di necessita esser equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

Sia el penthagono .a. una delle dodeci base della figura del duodecedron, & uno di suoi lati sia la .b.c. & a quello (per la decimaquarta del quarto) sia circonscritto un cerchio sopra il centro .a. & sian protratte le linee .a.b. & .a.c. & la .a.d. perpendicolare alla .b.c. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla .a.d. in la .b.c. e equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, perche egli e manifesto il penthagono .a. esser diuisibile in cinque triangoli equali al triangolo .a.b.c. (per la ottaua del primo) Con cio sia adonque che tutti li dodeci penthagoni del duodecedron siano equali e simili al penthagono .a. sono diuisibili in sessanta triangoli di quali ciascuno (per la ottaua del primo) e equale al triangolo .a.b.c. & quello che uien fatto dalla .a.d. in la .b.c. (per la quadragesima prima del primo) e doppio al triangolo .a.b.c. Adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla .a.d. in la .b.c. e sessantuplo al triangolo .a.b.c. (cioe sessanta uolte tanto quanto e il triangolo .a.b.c.) perche si come el simplo al simplo cosi e il doppio al doppio, Con cio sia adonque che tutte le superficie del dodecedron tolte insieme siano etiam sessantuple al triangolo .a.b.c. (cioe sessanta uolte tanto quanto e il detto triangolo .a.b.c.) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla .a.d. in la .b.c. sia equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, che e il proposito.

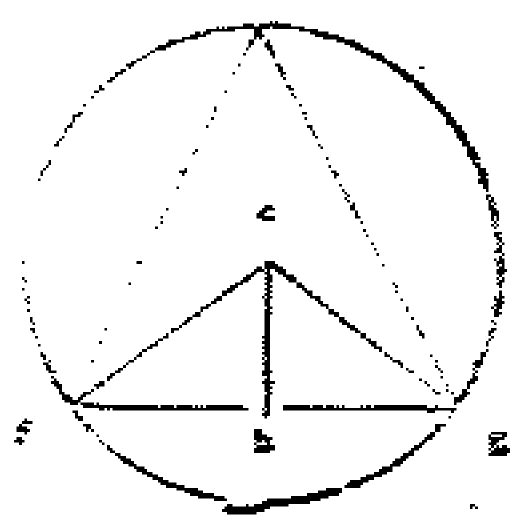


Theorema .vii. Propositione .vii.

7 Anchora el quadrato che e trentuplo del rettangolo che e contenuto sotto

to sotto della perpẽdicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del uinti base tolte insieme.

Sia anchora in questo loco el triangolo.e. una delle uinti base della figura del ycocedron, & uno de suoi lati sia la.f.g. Et a questo (per la quinta del.4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro.e. & siano protratte le linee.e.f.e.g. & la.e.h. perpendicolare alla.f.g. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla.e.h. in la.f.g. e equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme. Ma perche tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto e lo rettangolo contenuto sotto della.e.h. & della.f.g. perche e manifesto el triangolo.e. esser diuisibile in tre triangoli ciaduno di quelli (per la ottaua & quarta del primo) e equale al triangolo.e.f.g. Adonque tutti li uinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo.e.) sono si come el sessantuplo del triangolo.e.f.g. Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto dalla.e.h. in la.f.g. e doppio al triangolo.e.f.g. E pero el trentuplo di questo e equale al sessantuplo di quello. Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto della.e.h. in la.f.g. sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme la qual cosa era da dimostrare.



Correlario.

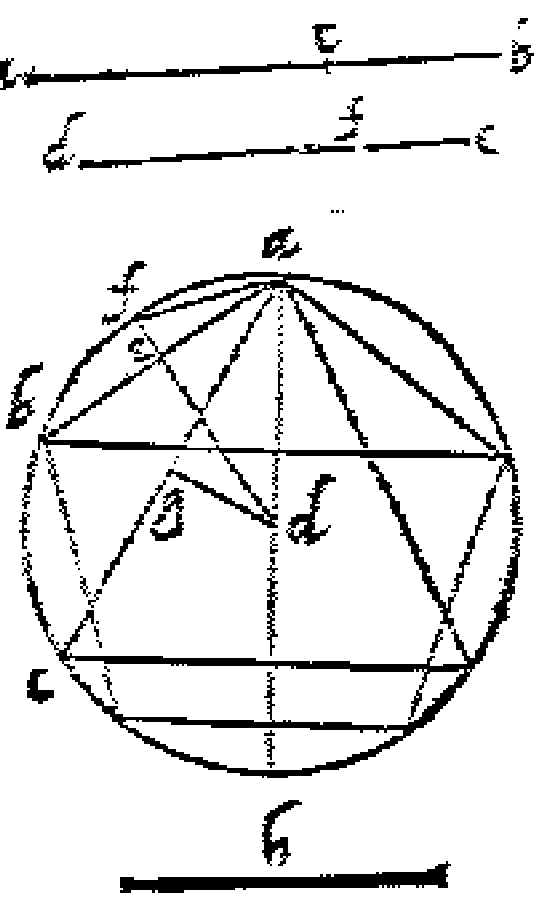
Adonque e manifesto che la proportione delle superficie della figura del dodice base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base conclose in la medesima sphera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato dun penthagono di essa figura de dodice base, & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di esso penthagono: Al rettangolo contenuto sotto del lato dun triangolo di essa figura di uinti base, & della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di quel triangolo dil corpo di uinti base.

Gli e manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, o sia la figura del.12. base & la figura del.20. base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone ouer se fusseno etiam circonscrittibile da diuerse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo modo ua le & e sufficiente al proposito nostro, & la commune uerita di quello cosi se manifesta. perche (per la.6. di questo) e manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla.a.d. in la.b.c. e equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del qual el penthagono.a.e. una de le sue.12. superficie. & (per questa.7.) similmente e manifesto che il trentuplo di quello che uien fatto dalla.e.h. in la.f.g. e equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme del quale el triangolo.e. e una delle sue.20. base o sia che el dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriua, ouer diuerse. adonque la proportione del trentuplo della.a.d. in la.b.c. a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come questa del trentuplo della.e.h. in la.f.g. a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme per che luna e laltra proportione de equalita. la qual cosa permutatamente el trentuplo della.a.d. in la.b.c. al trentuplo della.e.h. in la.f.g. e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron. & (per la.15. del.5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del semplo al semplo, adonque e manifesto (per la.11. del.5.) che la proportione di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron e come quella di quello che uien fatto dalla.a.d. in la.b.c. a quello uien fatto dalla.e.h. in la.f.g. Et questo e quello che propone el correlario.

Theorema.viii. Proposizione.viii.

8 La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte

insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti basi tolte insieme (che sano da una medesima sphera circonscritti) e si come la proportione del lato del cubo (che circonscrive la medesima sphera) al lato del triangolo di quel medesimo corpo di uinti base.

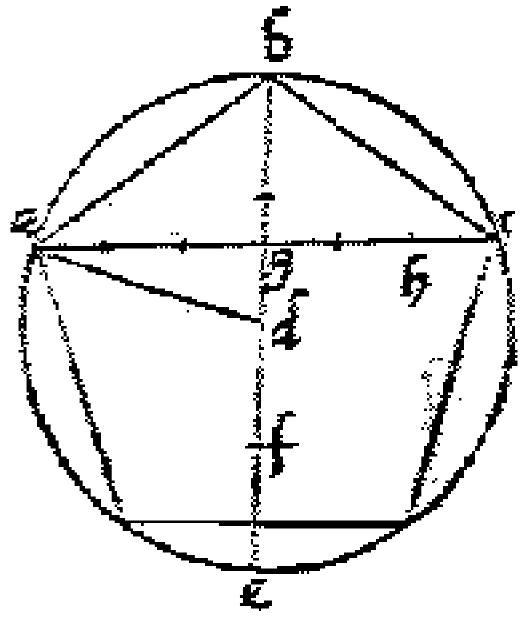


A Cio che ogni dubitatione si parta dal posito della demostratione di questa .9. del .14. bisogna primamente saper questo. Che se alcuna linea sara divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi stremi, & dalla mita di quella sia detratto tanto quanto e la mita della sua maggior parte anchora questa medesima mita sara divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi stremi, & la sua maggior parte e si come la mita della per maggiore della sua doppia, verbi gratia. Sia la .a.b. divisa secondo la proportione havente il mezzo & doi stremi in ponto .c. & la maggior parte di quella sia la .a.c. & sia la .d.e. si come la mita della .a.b. & la .d.f. si come la mita della .a.c. Dico adonque che la .d.e. e divisa in ponto .f. secondo la proportione havente il mezzo & doi stremi & la maggior parte di quella e la .d.f. Perche per la .15. del .5. e manifesto che la proportione della .a.b. alla .a.c. e si come della .d.e. alla .d.f. (cioe el doppio al doppio e si come el sempio al sempio) per la qual cosa permutatamente della .a.b. alla .d.e. e si come della .a.c. alla .d.f. adonque (per la .19. del quinto) della .c.b. alla .f.e. e si come della .a.b. alla .d.e. adonque la .c.b. e doppia alla .f.e. perche cosi e la .a.b. alla .d.e. Conclusio sia adonque che tutta la .a.b. sia doppia a tutta la .d.e. e cosi ciascuna delle parti della .a.b. a ciascuna delle parti della .d.e. cioe ciascuna alla sua relativa. Per la qual cosa (per la .15. del quinto & per la .11. del medesimo, & per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi stremi) la linea .d.e. sara divisa in ponto .f. si como se propone. Adonque al presente seguitiamo alla demostratione di quello che fu proposto allo exemplio del quale sia lo cerchio .a.b.c. (el centro del quale sia .d.) circonscrivente el penthagono del dodecedron & un triangolo de ycocedron, li quali una medesima sphera li circonscrive & cadeda equalmente ambidui. Perche (per la .2. di questo) e manifesto che il medesimo cerchio circonscrive questo penthagono & questo triangolo, & sia la linea .a.b. lato del penthagono & la linea .a.c. del triangolo & sia la linea .h. si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme si como la linea .h. alla linea .a.c. perche essendo protratta dal centro .d. una perpendiculare alla .a.b. la qual trapassa per fina alla circonferentia segando la .a.b. in ponto .e. & larco di quella in ponto .f. Et e manifesto questa perpendiculare dividere in due parti equale si la linea .a.b. come larco di quella. La corda .a.b. (per la .3. parte della terza del terzo) & larco di quella (per la quarta del primo, & per la .27. del terzo. adonque larco .f.a. e la decima parte della circonferentia. Sia adonque sotto a quello tirata la corda .a.f. la quale sara el lato del decagono equilatero di quel medesimo cerchio, adonque (per la .9. del .13.) e manifesto che la linea composta dalla .d.f. & .f.a. sara divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi stremi & la maggior parte di quella sara la linea .d.f. (& per la prima di questo) la .d.e. e equale alla mita della .d.f. & alla mita della .f.a. congionte directamente in longo. Sia adonque la .d.g. perpendiculare alla .a.c. & (per el corrolario della prima del .13.) la .g.d. sara si come la mita della .d.f. Adonque se della linea .d.e. (la quale e si come la mita delle la .d.f. .f.a. (quando che la .d.f. & .f.a. sia una linea) Sia detratto una equale alla .d.g. (la quale e si come la mita della .d.f.) La linea .d.e. (per quello che fu approvado avanti questa) sara divisa secondo la proportione havente il mezzo & doi stremi, & la maggior parte sara si come la .g.d. Et (per la sexta della .17. del terzodecimo) e manifesto che se la linea .h. (che e el lato del cubo) sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e doi stremi la maggior parte di quella sara si come la .a.b. che e lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adonque (per la seconda di questo) la proportione della .h. alla .a.b. e si come della .d.e. alla .g.d. per la qual cosa (per la prima parte della decima sexta

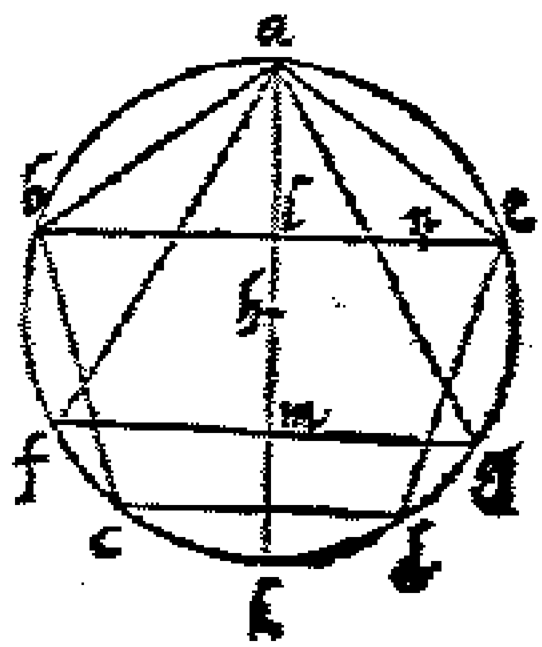
del sexto

del sesto) quello che perviene dalla .h. in la .g.d. e equale a quello che vien fatto dalla .a.b. in la .d.e. Et (per el corrolario della precedente) e manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro (del quale el lato e la .a.b.) tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedro (del quale el lato e la .a.c.) tolte insieme, e si come di quello che vien fatto dalla .a.b. in la .d.e. a quello che vien fatto dalla .a.c. in la .g.d. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & undecima del medesimo) la proportione di quello che perviene dalla .h. in la .g.d. a quello che perviene dalla .a.c. in la .g.d. e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di quello ycocedro. Ma di quello che perviene dalla .h. in la .g.d. a quello che perviene dalla .a.c. in la .g.d. (per la prima del sesto) e si come della .h. alla .a.c. Adonque (per la .11. del .5.) la proportione di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di quello ycocedron e si come della .h. alla .a.c. che e il proposito. Questo medesimo potremo provare altramente: se avanti quello ponremo un antecedente necessario el qual e questo.

Se in qualunque cerchio sara inscritto un penthagono equilatero lo tetragolo che e contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tende sotto al angolo di quel penthagono de necessita el bisogna esser equale al medesimo penthagono.



Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione divisero cadauno integro in dodeci parti equali & tutte queste parti insieme (cioe quel tutto) lo chiamorno Asse & le undice di quelle parti gli dissono deunce. Et le diece, dextante le nove dodrante, & le otto besse, & le sette, septunce over septante over quincunce & le sei semis, & le cinque quincunce & le quattro triente le tre, quadrante & le due sextante, & la una, adimandorno oncia, & quelle piu volte sono sta trovate in li antiqui libri designate per lordine de tai figure.



As. Deunce. Dextante. Dodrante. Besse. Septunce.

Semis. Quincunce. Triente. Quadrante. Sextante. Vncia.

Anchora la oncia la qual havemo detto dover esser la .12. parte del As, la divisero in altre .12. frationi, ma per un altra via, perche la mita della oncia gli dissono Semioncia. La terza parte duella, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottava dragma, la duodecima emissela, la .18. tremisse, la .24. scrupolo, la .48. obolo, la .72. Bissiliqua, la .96. cerates, la ultima che e la .144. parte di essa oncia chiamorno siliqua, & a queste .12. frattioni della oncia li posteriori gli hanno agionto el calco & lo calco e la .192. parte della oncia del qual agiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapente delle simphonie di toni & semitoni distinti per intervalli di queste frattioni la denominatione ascendesse over se estendesse per fina al ultimo istremo: & tutte queste frattioni si trovano secondo lordine de tai figure.

Semioncia. Duella. Sicilico. Dragma. Emissela.

Tremisse. Scrupolo. Obolo. Bissiliqua. Cerates. Siliqua. Calco.

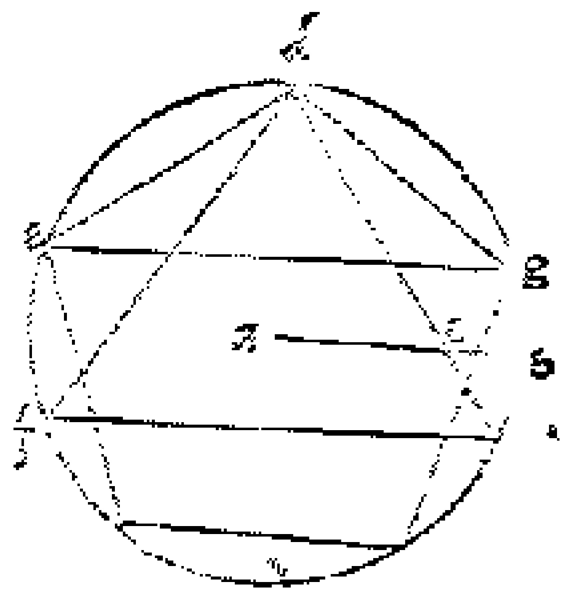
Adonque el senso di quello che e detto e questo, che se in alcun cerchio sia inscritto un penthagono equilatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto e equale al penthagono verbi gratia sia el cerchio. a. b. c. sopra el centro. d. & a quello (per la. 11. del. 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati contenenti uno di soi angoli sian la. a. b. & b. c. & a langolo. b. sia sotto tesa la linea. a. c. & sia tirado lo diametro. b. d. e. el qual seghi la linea. a. c. in due parti equali in ponto. g. & sia la. d. f. la mita della. d. e. & la. g. h. doppia alla. h. e. & la. b. f. sara el dodrante del diametro, perche e li tre quarti di quello, & la. a. h. sara el dextante della. a. c. perche quella e li cinque sesti di quella & sia tirata la linea. a. d. Dico che quello che peruiene dalla. b. f. in la. a. h. e equale al penthagono inscritto in el cerchio, perche concio sia che la. a. g. sia perpendicolare alla. b. d. (per la quadragesima prima del primo) quello che peruiene dalla. b. d. in la. a. g. sara doppio al triangolo. a. b. d. E pero quello che peruiene dalla. b. f. in la. a. g. sara trepplo al medesimo triangolo. & quello che peruiene dalla. b. f. in la. h. g. sara doppio, & dalla. b. f. in tutta la. a. h. sara quintuplo. Concio sia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesimo triangolo. Egli e manifesto che quello che uien fatto della. b. f. in la. a. h. e equale al penthagono, Et questo era da dimostrare. Hor demostramo quello che fu proposto dal principio per un altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio) del quale el centro sia. h. inscritto uno penthagono della figura de dodeci base & un triangolo della figura de uinti base li quali una medesima sphera li circonscriua, e (per la quinta di questo) e manifesto che el penthagono di questo dodecedron & lo triangolo di questo ycocedron, sono circonclusi dal medesimo cerchio. & sia lo penthagono. a. b. c. d. e. & lo triangolo. a. f. g. & langolo. a. del penthagono sia sotto tesa la linea. b. e. la quale (per la demostratione della decima settima del terzodecimo) sara el lato del cubo che circonclude la medesima sphera, Adonque sia tirato lo diametro. a. h. & el qual sega orthogonalmente, & in due parti equali luna e laltra delle due linee. b. e. & f. g. luna in ponto. l. & laltra in ponto. m. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycocedron (delli quali el penthagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) e si come della linea. b. e. (che e lato del cubo circonclusio dalla medesima sphera) alla linea. f. g. che e lato del triangolo del ycocedro) Perche (per el correlario della. 8. del. 13.) e manifesto, che la linea. h. m. e la mita della linea. a. h. E pero la linea. a. m. sara el dodrante del diametro. a. k. (perche la e li tre quarti di quello) Sia adonque la. l. n. doppia alla. n. e. & la. b. n. sara lo dextante della. b. e. perche la e li cinque sesti di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che peruiene dalla. a. m. in la. b. n. sara equale al penthagono. a. b. c. d. e. & quello che peruiene dalla. a. m. in la. m. f. e equale al triangolo. a. f. g. Adonque (per la prima del sesto) la proportione del penthagono al triangolo, e si come la. b. n. alla. m. f. per la qual cosa el quintuplo di quel penthagono al uigintuplo di questo triangolo e si come el dodecuplo della linea. b. n. al uigintuplo della linea. m. f. la qual cosa e manifesta (per la decimaquinta propositione del quinto libro) & per la equa proportionalita) & lo dodecuplo della. b. n. e si come el decuplo della. b. e. perche dodeci dextanti se equaliano a diece assi (cioe diece tutti) & lo uigintuplo della. m. f. e si come el decuplo della. f. g. perche la. f. g. e doppia alla. m. f. Adonque el dodecuplo de questo penthagono al uigintuplo di questo triangolo e si come el decuplo della. b. e. al decuplo della. f. g. Et perche el dodecuplo di quel penthagono, e tutte le superficie del dodecedron: Et lo uigintuplo di questo triangolo e tutte le superficie del ycocedron, Et perche (per la decima quinta propositione del quinto) el decuplo della. b. e. al decuplo della. f. g. e si come la. b. e. simplice alla. f. g. simplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la proportione de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycocedron (tolte insieme) sara si come della. b. e. alla. f. g. & questo e quello che bisognaua dimostrare.

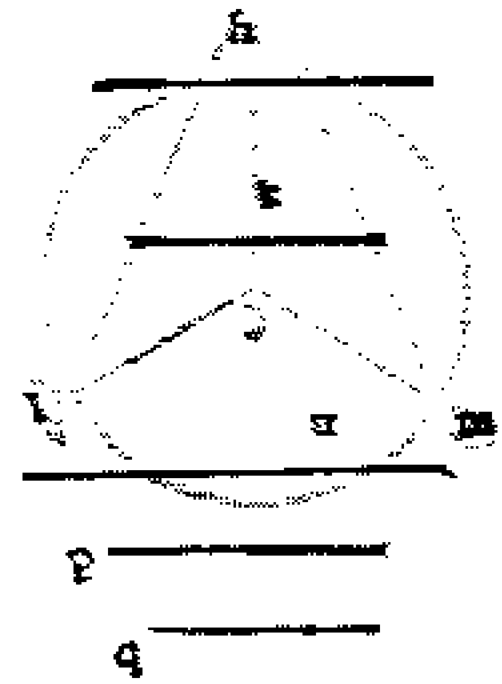
Qualunque

Theorema .ix. Propositione .ix.

Qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sara si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de venti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea .a.b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la linea .a.c. & sopra il centro .a. secondo la quantita della linea .a.b. sia descritto il cerchio .d.b.e. & a quello sia inscritto (per la vndecima del quarto) uno penthagono equilatero del quale la .d.e. sia vn lato & (per la seconda del medesimo) gli sia etiam inscritto uno triangolo equilatero del quale la .d.f. sia uno lato & sia uno delli angoli del penthagono (qual sia .d.) sia sotto tesa la linea .e.g. il qual (per la quinta di questo) e manifesto che la sphera che circonscriue el dodecedron de quel penthagono, del quale vn lato e la .d.e. circonscriue insieme lo ycocedron de quel triangolo del quale vn lato e la .d.f. & (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) e manifesto che la medesima sphera circonscriue el cubo del quale la .e.g. e el lato. Sia adonque tolta la linea .h. potente sopra tutta la .a.b. & la sua maggior parte .a.c. & similmente la .k. potente sopra tutta la .a.b. & la minor parte .b.c. di quella. Dico adonque, che la proportione della .e.g. alla .d.f. (cioe come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphera) e si come della .h. alla .k. Perche egli e manifesto (per el correlario della .15. del quarto) che la .a.b. e si come el lato del exagono e quel ottero inscritto in lo cerchio .b.d.e. Adonque (per la terza di questo) la .a.c. e si come el lato del decagono del medesimo cerchio, Adonque (per la .10. del terzodecimo) la .d.e. e potente sopra tutta la .a.b. & alla maggior parte .a.c. di quella, per la qual cosa la .d.e. e equale alla .h. perche el quadrato di caduna di quelle e tanto quanto li quadrati delle due linee .a.b. & .a.c. tolti insieme, & e manifesto (per la .12. del .13.) che la .d.f. e tripla potentialmente alla .a.b. & (per la .5. del medesimo) e manifesto che la .k. e anchor tripla potentialmente alla .a.c. adonque (per la .2. parte della .22. del sesto) la proportione della .d.f. alla .a.b. e si come quella della .k. alla .a.c. per la qual cosa permutatamente della .d.f. alla .k. e si come della .a.b. alla .a.c. & perche (per la demonstratione della .17. del .13.) e manifesto che se la .e.g. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sara si come la .d.e. (per la .2. par di questo) la proportione della .e.g. alla .d.e. sara si come della .a.b. alla .a.c. Per la qual cosa (per la .11. del .5.) sara anchora della .e.g. alla .d.e. si come della .d.f. alla .k. & permutatamente della .e.g. alla .d.f. si come della .d.e. alla .k. & perche (per la prima parte della .7. del quinto) della .d.e. alla .k. sara si come della .h. alla .k. (impero che la .d.e. & la .h. sono equale (per la .11. del .5.) della .e.g. alla .d.f. sara si come della .h. alla .k. che e il proposito. & non solamente la proportione della .e.g. (lato del cubo) alla .d.f. (lato del triangolo del ycocedron) e si come della .h. alla .k. anzi e simplicemente si come di qualunque due linee (de luna a laltra) de le qual luna possi sopra tutta qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & sopra la maggior parte di quella, & laltra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tai linee a una per una e una medesima proportione. verbi gratia stante li medesimi presupposti circa alle linee .a.b.h.d.k. & sia tolta anchora qualunque altra linea (la qual sia .l.m.) diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto .n. & la maggior parte sia .l.n. & sia la .p. potente sopra tutta la .l.m. & sopra la .l.n. maggior parte di quella & la linea .q. sia potente sopra tutta la .l.m. & sopra la .m.n. minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della .p. alla .q. e si come della .h. alla .k. perche (per la seconda di questo libro) e

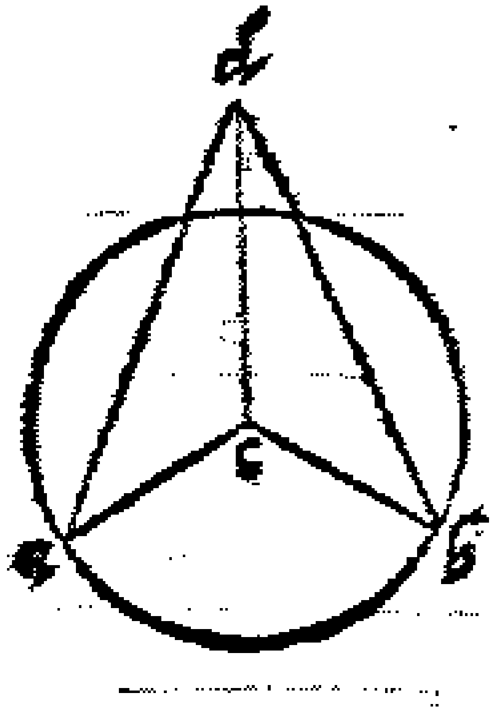




manifesto che della.b.a.alla.a.c.e si come della.l.m.alla.l.n.adonque (per la prima parte della vigesima seconda del sesto) del quadrato della.b.a.al quadrato della.a.c.e si come del quadrato della.m.l.al quadrato della.n.l.per la qual cosa congiontamente del quadrato della.h.al quadrato della.a.c.e si come del quadrato della.p.al quadrato della.l.n.Et permutatamente, del quadrato della.h.al quadrato della.p.e si come del quadrato.a.c.al quadrato della.l.n.(per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della.k.al quadrato della.q.e si come del quadrato della.c.b.al quadrato della.m.n.& perche (per la seconda di questo,& per la prima parte della vigesima seconda del sesto) lo quadrato della.a.c.al quadrato della.l.n.e si come lo quadrato della.c.b.al quadrato della.m.n.(per la undecima del quinto) lo quadrato della.h.al quadrato della.p.e si come el quadrato della.k.al quadrato della.q.per la qual cosa (per la seconda parte della vigesima seconda del sesto della.h.alla.p.e si come della.k.alla.q.Et permutatamente della.h.alla.k.si come della.p.alla.q la qual cosa era da dimostrare.

Hora accio che alcun loco de dubitatione non ci offendesti in quelle cose che restano da dimostrare, havemo imaginado di mandar avanti al presente, alcune propositioni, per le quale le cose sequente rimaneranno ferme & stabile per dimostrationi.

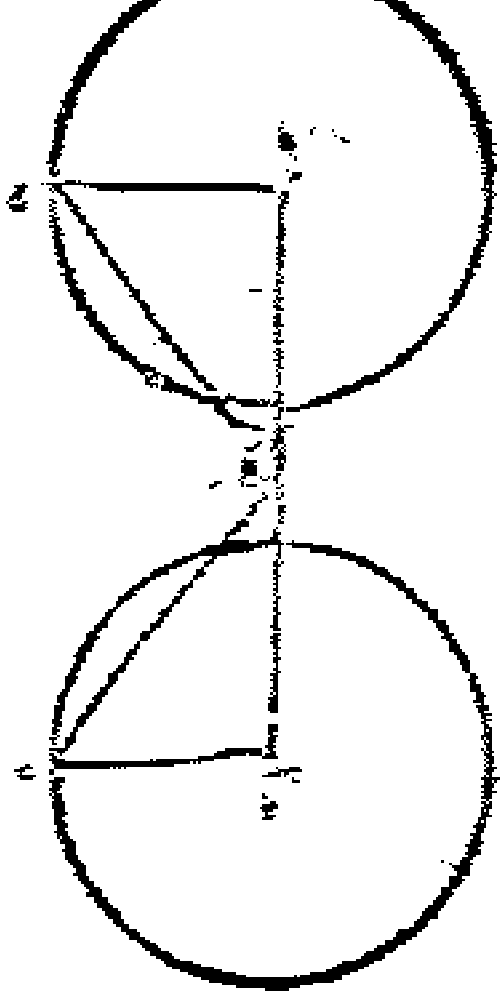
Se alcuna superficie piana, segharà qual si voglia sphera, la commune settione della superficie piana che sega, & della superficie curva della sphera sara una circonferentia la quale contenera un cerchio.



Sia adonque alcuna superficie piana che seghi una sphera, & sia la linea curva.a.b.la commune settione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea.a.b.e circonferentia d'un cerchio perche over che il centro della sphera e in la superficie piana che sega over che egli e fora di detta superficie, Ma sel sara in quella, sia posto dove si voglia, & sia el ponto.c.perche adonque tutta la linea.a.b.e in la superficie della sphera & perche tutte le linee dutte dal centro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come e manifesto per la diffinitione della sphera) seguita che tutte le linee dutte dal ponto.c.alla linea.a.b.siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea.a.b.e un cerchio,& il centro di quello e il ponto.c.cioe quel medesimo che e centro della sphera, Ma sel centro della sphera sara fora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto.d.(sia dove si voglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del undecimo) sia dutta la linea.d.c.perpendicolare alla superficie segante,& dal medesimo centro.d.siano protratte due linee rette (caschino come si voglia) alla linea.a.b.le quale siano.d.a.& d.b.& sia congionte.c.con.a.& con.b.& le due linee.d.a.& d.b.saranno equale, impero che quelle vengono dal centro della sphera alla superficie di quella. Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) e manifesto che li angoli.d.c.a.& d.c.b.sono retti, e pero (per la penultima del primo & (per questa commune sententia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equale) Li quadrati delle due linee.c.d.& c.a.tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee.d.c.& c.b.tolti insieme: adonque levando via da luna banda & da laltra lo quadrato della.d.c.lo quadrato della.c.a.sara equale al quadrato della.c.b.Per la qual cosa etiam la linea.c.a.sara equale alla linea c.b.per lo medesimo genere de argumentatione e necessario che tutte le linee dutte dal ponto.c.alla linea.a.b.esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea.a.b.e un cerchio & il centro di quello e il ponto.c.che e il proposito.

Correlario.

Adonque da questo e manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo sectore che perviene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el cẽtro della quale e centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo sectore che pervie ne in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare ditta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchii equali le perpendicolare ditte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchii saranno fra loro equale.



Sia in la sphera (della quale el centro e.a. Signati li doi cerchii.b.&.c. equali alla superficie di quali sian protratte le perpendicolare dal cẽtro della sphera cioe dal ponto.a. (si come insegna la undecima del undecimo) a luno sia la linea.a.b. a laltro la linea.a.c. Dico che le due linee.a.b.&.a.c. sono equale: perche le siano protratte dalli ponti.b.&.c. alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale luna sia.b.d.& laltra.c.e.& sia gionto.a.con.d. & con.e. Et (per la diffinitione della linea che sta perpendicolarmente sopra una superficie) luno e laltro di doi angoli.a.b.d.&.a.c.e. e retto. & (per la seconda parte del precedente correlario) e manifesto che li duoi ponti.b.&.c. sono centri di doi cerchii b.&.c. E pero le due linee.b.d.&.c.e. sono li semidiametri di quegli, i quali cerchii (quando che sian posti equali) seguita (per la diffinitione di cerchii equali) quelli semidiametri eser equali, & perche le due linee.a.d.&.a.e. sono equale (perche sono ditte dal centro della sphera alla superficie di quella) le due perpendicolare.a.b.&.a.c. saranno equale (per la penultima del primo) la qual cosa bisognava dimostrare adonque al presente ritornamo al proposito.

Theorema.x. Propositione.x.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (li quali ambidui siano inclusi in una medesima sphera) e si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

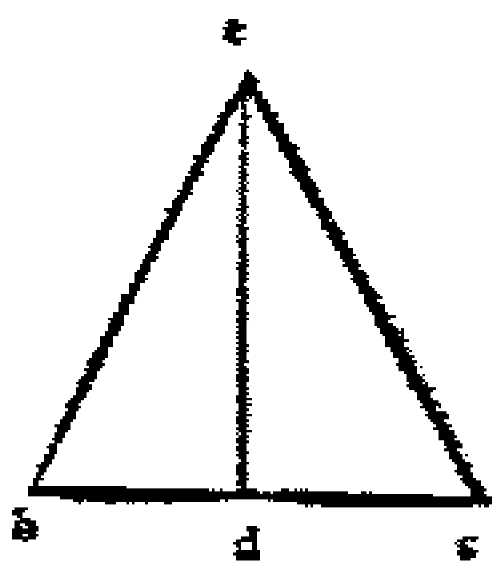
Questo e quello che disopra cõmemorassemo da poi la demostratione della prima di questo, per autorita di Aristeo, & de Apollonio la demostratione della quale se cava evidentemente dalle cose che sono poste di sopra. Perche (per la.5. di questo) e manifesto che li cerchii di quali luno circonscrive un penthagono del dodecedron, & laltro lo triangolo del ycocedron (che una medesima sphera circonscriva ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare ditte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchii che circonscriveno li penthagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello ycocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse e manifesto. Perche tutti quelli cerchii (come testifica la quinta propositione di questo (come e detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le basi sono li penthagoni del dodecedron: & li coni di quelli sono el centro della sphera, & le pyramide (delle quale le base sono li triangoli del ycocedron: & li coni di quelle sono similmente el centro della sphera) sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cascano dalli coni alle base: misurano over determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte e necessario esser proportionale alle sue base (si come in la sesta del duodecimo e stato provado) Adonque la proportione della pyramide della quale la basa e un penthagono del dodecedron) alla pyramide della quale la basa e uno di triangoli del ycocedron, e si come del penthagono al triangolo. Et pero (per la vigesima quarta propositione del quinto libro) la proportione del dodecuplo di quella pyramide, della quale la basa e uno di penthagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la basa e uno di triangoli del ycocedro, e si come del dodecuplo di quel penthagono a quello triangolo, & queste dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron, & li dodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del dodecedron alla pyramide della quale la basa e un triangolo del ycocedron: e si come la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per la qual cosa (un altra volta per la vigesima quarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al vintuplo di quella pyramide della quale la basa e un triangolo del ycocedron. e si come de tutte le superficie del dodecedron al vintuplo del triangolo del ycocedron. Concio sia adonque che el vintuplo di quella pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il vintuplo di quello triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron. La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, (li quali circonclude una medesima sphera) sara si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo e la sua sententia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione di questi duoi corpi. Alla quale anchora eglie da esser agionto questo. Et concio sia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme sian circonclusi da una medesima sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte, le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrado in la ottava propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesima sphera circonclude) sara (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscrittibile a quella medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma piu: perche divisa (qual si voglia linea) secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscritto in alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circonscritto dalla medesima sphera (si come fu dimostrado dalla nona propositione di questo) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sara che divisa qualunque linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, li quali una medesima sphera li circonscrive ambidui: Adonque dalle cose dette e manifesto, che la proportione del lato del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesima sphera circonscritto. Similmente la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (li quali siano ambidui circonscritti da una medesima sphera) Anchora la proportione della linea potente sopra qual si voglia linea divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la mede-

sima &

sima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (li quali circonscriue una medesima sphera) e una medesima proportione. Adonque e mirabile la possanza della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi stremi, alla quale concio sia che tutta la moltitudine de philosophanti conuiengono in questo principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli principii superiori, che li diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiam de figura, concordi rationabilmente una irrational concordantia: certamente egli e stato dimostrado, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo ycocedron (che circonscriue una medesima sphera) e si come la proportione della linea potente sopra qualunche linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi stremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima: & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari: non hauemo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa de quelli.

Theorema.xi. Propositione.xi.

11 In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condutta
o una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conuien esser sesquitertio in potentia a essa perpendicolare.



Sia el triangolo.a.b.c.equilatero, & dal angolo.a.sia condutta la linea.a.d. perpendicolare alla basa.b.c. Dico che lo lato.a.b. e potentialmente sesquitertio alla.a.d. Perche (per la quinta del primo) li duoi angoli.b.&.c.sono equali, & perche li angoli che sono al.d.sono retti (per la uigesima sesta del primo) la linea.b.c.e diuisa in due parti equali in ponto.d. Adonque (per la quarta del secondo) lo quadrato della.b.c.e quadruplo al quadrato della.b.d. E pero etiam lo quadrato della.a.b.e quadruplo al quadrato della.b.d. (perche el triangolo e equilatero) per la qual cosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee.a.d.&.b.d.tolti insieme, sono quadrupli al quadrato della.b.d. Adonque lo quadrato della.a.d.e treppio al quadrato della.b.d. Adonque e manifesto il proposito.

Theorema.xii. Propositione.xii.

12 La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato e ra
o tionale, se approua esser mediale.

Sia come prima el triangolo.a.b.c.equilatero: & lo lato.a.b.di quello sia rationale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo, e superficie mediale, Perche se sia dutta dal angolo.a.la perpendicolare.a.d. alla basa (per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale) lo quadrato della linea.a.d.sara rationale & la linea.a.d.sara rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nona del decimo, mediante la precedente) sara incommensurabile alla linea.a.b.e pero etiam alla linea.b.d. (la quale e si come la mita di quella) Adonque le due linee.a.d.&.b.d.sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque (per la uigesima terza del decimo) la superficie di luna di quelle in laltra e mediale. Et concio sia che la superficie di luna di quelle in laltra: sia equale al triangolo.a.b.c.egli e manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Theorema.xiii. Propositione.xiii.

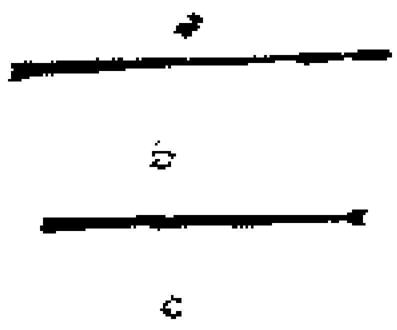
53 Tutte le superficie de qual si voglia di duoi solidi, di quali luno e la
o piramide di quattro base triangolare & equilatere, & laltro e il corpo di otto base triangolare, & equilatere: tolte insieme (sel diametro de la sphera che li circonscriue sara rationale) componeno superficie mediale.

Perche sel diametro della sphera (che circonscriue luno di questi duoi corpi proposte) sara rationale, o in longhezza, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo libro) el lato della pyramide sara rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo) el lato del medesimo corpo de otto base sara anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base de qual corpo si voglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si voglia de questi, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si voglia de questi (per la uigesima quinta del decimo) sarano componente superficie mediale, si come si propone.

Theorema.xiiii. Propositione.xiiii.

54 Se una medesima sphera circonscriue, il tetracedron & lo ottocedron, una delle base del tetracedron sara sesquiterzia a una delle base del ottocedron, Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme) a tutte le base del tetracedron (tolte insieme) e necessario hauere proportione sesquialtera.

Sia .a. el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia .b. & lo ottocedron del quale el lato sia .c. Dico adonque: che el triangolo equilatero del quale el lato sia .b. e sesquiterzio al triangolo equilatero del quale el lato sia .c. & che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la .c. e lato e sesquialtera alla superficie che componeno li quatro triangoli equilateri de cadauno di quali la .b. e lato. Perche (per el correlario della decimaterzia propositione del terzodecimo) e manifesto che el quadrato della .a. al quadrato della .b. e si come .6. a .4. Adonque al contrario el quadrato della .b. al quadrato della .a. e, si come .4. a .6. Et (per el correlario della decima quinta del medesimo) e manifesto che el quadrato della .a. al quadrato della .c. e si come .6. a .3. Adonque (per la equa proportionalita) el quadrato della .b. al quadrato della .c. e si come .4. a .3. & lo quadrato della .b. al quadrato della .c. e si come el triangolo equilatero (del quale el lato e .b.) al triangolo equilatero del quale el lato e .c. Perche da luno a laltro e si come la proportione della .b. alla .c. duplicata (per la seconda parte della decima ottaua del sesto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato e la .b. al triangolo equilatero del quale el lato e la .c. e si come .4. a .3. Per la qual cosa e manifesto la prima parte del proposito, dalla quale se caua euidentemente la seconda. Perche (per la conuersa proportionalita) lo triangolo equilatero del quale el lato e la .c. al triangolo equilatero del quale el lato e la .b. sara si come tre a quatro. E pero lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la .c. al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato e la .b. e si come lo ottuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioe si come de .24. a .16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato e la .c. e tutte le base del ottocedron del quale la .c. e lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la .b. e lato; e tutte le base della pyramide della quale la .b. e lato, & perche la proportione de uenti



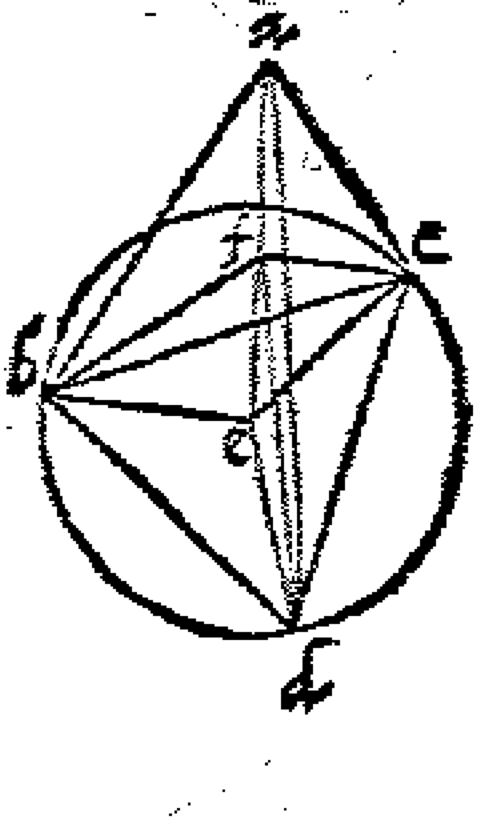
quatro

quattro a sedeci e sesquialtera, seguita che la superficie che componeno tutte le base del ottocedron del quale la.c.e lato alla superficie che componeno tutte le base della pyramide della quale la.b.e lato e sesquialtera si come fu detto in la propositione.

Theorema.xv.Propositione.xv.

15 Della piramide di quattro base triangolare & equilatere, collocata dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia condotta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella e necessario cascare in el centro del cerchio che circonscriue la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.

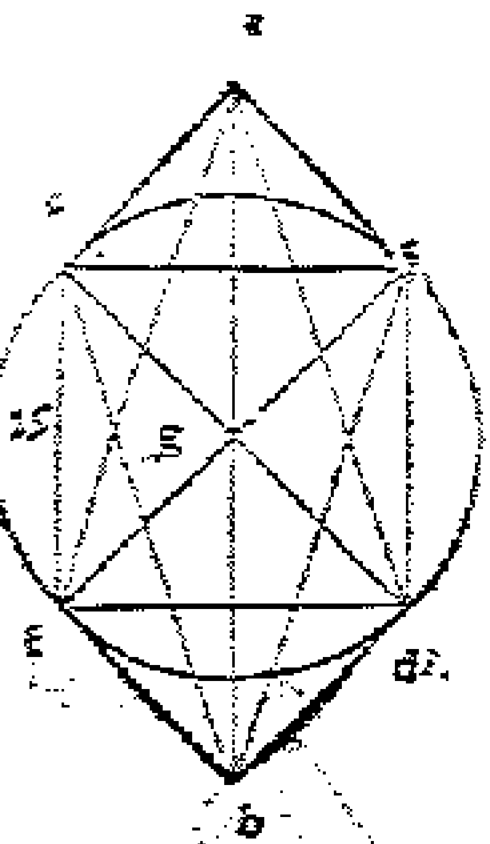
SIa la pyramide.a.b.c.d. di quattro base triangolare & equilatere collocata dentro di una sphera. el centro della quale sia.f. Et concio sia che caduno di quatro angoli di cotta pyramide pol esser cono di quella, & caduno di quatro triangoli pol esser basa Al presente imaginemo lo angolo.a. solido di quella esser el cono, & lo triangolo.b.c.d. imaginemo esser la basa. Anchora a questa basa intendiamo esserli circonscritto il cerchio.b.c.d. Et da poi dal ponto.a. (el quale hauemo imaginato cono della pyramide) conduremo alla basa.b.c.d. una linea retta, che transisca per el ponto.f. (che e centro della sphera che circonscriue la pyramide della quale disputiamo) & questa linea occorra alla superficie b.c.d. (la quale hauemo imaginata basa della pyramide) sopra el ponto.e. Dico adonque che el ponto.e. e centro del cerchio.b.c.d. & che la linea.a.f.e. e perpendicolare alla superficie.b.c.d. Et per dimostrar questo produro le linee.f.b.f.c.f.d. Et perche li quattro ponti.a.b.c.d. sono in la superficie della sphera (el centro della quale e il ponto.f.) (Per questo che egli fu posto quella sphera circonscriuer questa pyramide) tutte le quattro linee.f.a.f.b.f.c.f.d. seranno fra loro equale perche sono dutte dal cetro della sphera, alla superficie di quella. Adonque perche li duoi lati.a.f. & f.b. del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f. & f.c. del triangolo.a.f.c. & la basa.a.b. alla basa.a.c. (Perche la pyramide fu posta equilatera) langolo.a.f.b. (per la ottaua del primo) sera equale a langolo.a.f.c. Et pero (per la decimatertia del primo) anchora langolo.b.f.e. sera equale a langolo.c.f.e. per lo medesimo modo se approuara langolo.d.f.e. esser equale al angolo.c.f.e. Perche egli e necessari (per la ottaua del primo) che langolo.a.f.c. sia equale al angolo.a.f.d. per la qual cosa (per la.13. del primo) anchora langolo.c.f.e. sera equale a langolo.d.f.e. Adonque li tri angoli.b.f.e.c.f.e.d.f.e. sono fra loro equi. Per tanto adonque li linee.e.b.e.c. & e.d. seguita (per la.4. del primo tolta due uolte) quelle esser fra loro equale, Et pero (per la nona del terzo) el ponto.e. e centro del cerchio.b.c.d. Et perche la perpendicolare dutta dal cetro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio (si come per le cose che sono sta poste di sopra se po comprendere da quelli antecedenti li quali precedono immediate la decima di questo) se conuenera la linea.a.f.e. esser perpendicolare alla superficie del cerchio.a.b.c. si come se propone, Essendo altramente (per lo contrario) seranno duoi centri del medesimo cerchio la qual cosa in natura si come impossibile nol patisse.



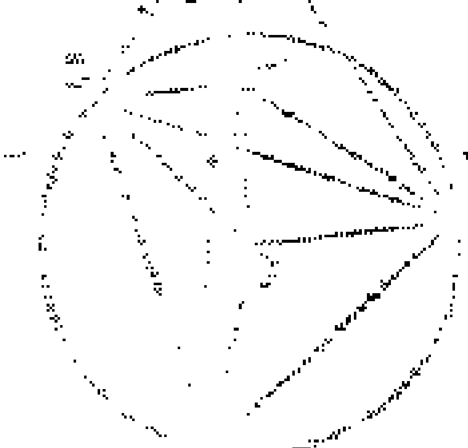
Theorema.xvi.Propositione.xvi.

16 El solido de otto base triangolare, & equilatere, el quale, sia circonscritto di alcuna sphera, e diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale e equale al mezzo diametro della sphera, Et

la basa di luna e de laltra e un quadrato, el quale e subduplo al quadrato del diametro della sphera.

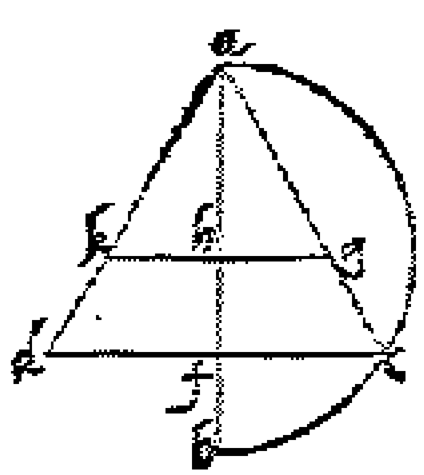


Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatere (li sei angoli del quale sian.a.b.c.d.e.f.) circonscritto da una sphera el centro della quale sia el ponto.g. Adonque e manifesto che li sei ponti.a.b.c.d.e.f. sono in la superficie della sphera el centro della quale e il ponto.g. Adonque congiongendo el ponto.g. con cadauno di questi sei ponti, le linee congiongente quello saranno fra loro equale, conciosia che quelle siano dotte dal centro della sphera alla superficie, & conciosia che (per el corelario della decima quinta del terzodecimo) el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo (per la quarta del secondo) el lato di questo corpo sara potentialmente doppio al semidiametro della sphera, Adonque el quadrato della.c.f. e doppio al quadrato della.c.g. E pero e equale alli duoi quadrati delle due linee.c.g.& g.f. Adonque (per la ultima del primo) langolo.c.g.f. e retto. per la medesima ragione cadauno deli tre angoli.f.g.d.d.g.e.&.e.g.c. e retto, per la qual cosa (per la decima quarta del primo) la.c.g.d.& la.f.g.e. e una linea. Adonque (per la seconda del undecimo) li cinque ponti.c.f.d.e.g. sono in una superficie & (per la quinta del primo & trigesima seconda del medesimo) e manifesto che cadauno delli quatro angoli.c.e.d.f. esser retto, adonque (p la diffinitione del quadrato) la superficie.c.e.d.f. e quadrata & perche el lato di quella e il lato del proposto corpo (per el corelario della decima quinta del decimoterzo) questo quadrato e manifesto esser subduplo al quadrato del diametro della sphera, anchora con simil argumentatione e manifesto, luna e laltra delle due linee.a.g.&.g.b. contenere angolo retto con cadauna delle quatro linee.c.g.f.g.d.g.e.g. e pero (per la quarta del undecimo) luna e laltra de quelle e manifesto esser perpendiculare alla superficie.c.e.d.f. & ambedue (cioe la.a.g.& la.g.b.) (per la decima quarta del primo) esser una linea. Adonque el proposto corpo e diviso in la pyramide.a.c.f.d.e. la basa della quale e il quadrato.c.e.d.f. el quale e subduplo al quadrato del diametro della sphera & anchora la altezza e la linea.a.g. la quale e el semidiametro della sphera, & in la pyramide.b.c.f.d.e. la basa della quale e il predetto quadrato, & la altezza di quella e la linea.g.b. la quale e il semidiametro della sphera: & questo e quello che bisognava dimostrare.

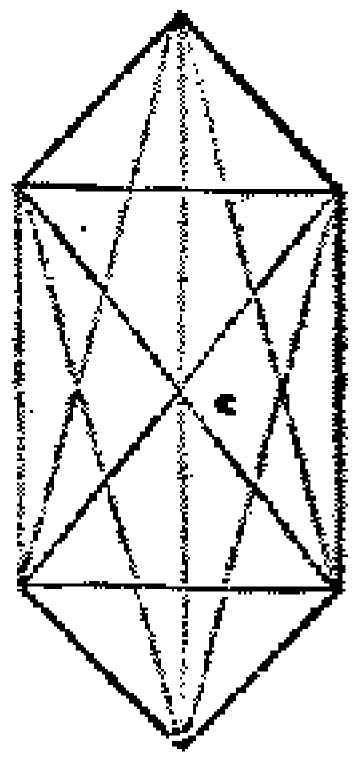


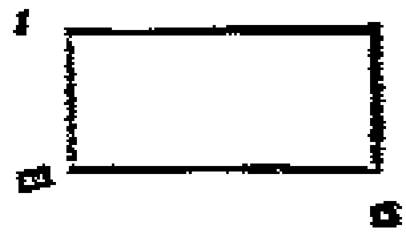
Theorema.xvii. Propositione.xvii.

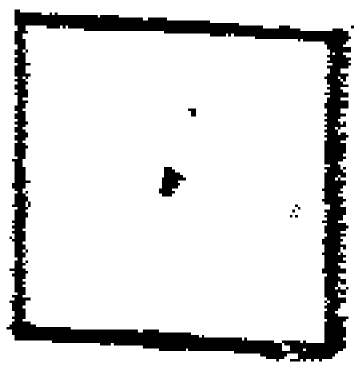
La piramide di quatro base triangolare, & equilatere, circonscritta da alcuna sphera. La proportione del rettangolo contenuto sotto la linea potentialmente subsesquiterzia al dodrante del lato di essa piramide, & sotto a una linea contenente il medesimo dodrante & delle nove sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sphera, sara si come del corpo di quella piramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatere, li quali siano circonscritti dalla medesima sphera.

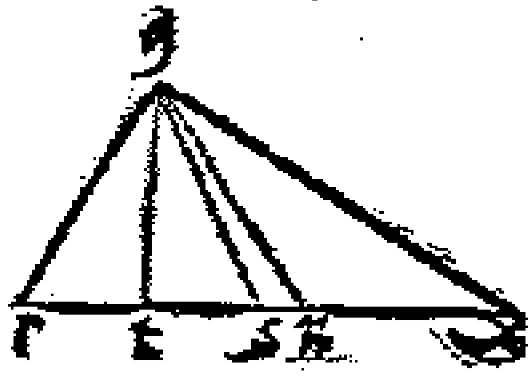


Sia una sphera el diametro della quale sia la.a.b. & el centro.h. la quale circonscrivi la pyramide di quatro base triangolare & equilatere.a.c.d.e. & lo corpo de otto base triangolare equilatere el qual sia.e. & sia la linea.l.m. potentialmente subsesquiterzia al dodrante della linea.a.c. (che e lato della pyramide) e la linea.n.m. contenga il medesimo dodrante & li cinque noni settesimi di quello, & sia.p. el quadrato del diametro.a.b. Dico adonque che la proportione della pyramide.a.c.d. al ottocedron.e. e si come della superficie della.m.l. in la.m.n. al quadrato.p. perche se imaginaremo langolo solido.a. esser cono della pyramide, & la basa della pyramide (della quale el lato e la.d.c.) segare el diametro della sphera in ponto.f. Et (per la argumentatione della decima terza del terzodecimo) sara manifesto si come la.a.f.e doppia alla.f.b. et concio sia che anchora la.a.b. sia doppia alla.b.h. (per la decimanona del quinto) la.b.f.sara doppia alla.h.f. Et pero la.a.f.sara quadrupla alla.f.h. Adonque imaginemo una superficie segante la pyramide.a.c.d.sopra il centro della sphera equidistantamente alla basa di quella: & sia la linea.g.k.la commune settione di questa superficie, & del triangolo.a.c.d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportione della.c.a.alla a.g.sara si come della.f.a.alla.a.h. Adonque della.c.a.alla.a.g.sara si come da quatro a tre. Perche (per la euersa proportionalita) cosi e della.f.a.alla.a.h. Anchora e manifesto (per la seconda parte della vigesima nona propositione del primo libro) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile & di corpi simili) che la pyramide.a.g.k.e simile alla pyramide.a.c.d. Et pero (per la ottaua propositione del duodecimo) la proportione della pyramide.a.c.d.alla pyramide.a.g.K.e si come della c.a.alla.a.g.treplicada per la qual cosa e si come quella de quatro a tre treplicada: & e manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che la proportione de quatro a tre treplicada, e si come de sessanta quatro a vinti sette. Adonque la proportione della pyramide.a.c.d.alla pyramide.a.g.k.e si come de sessanta quatro a vinti sette. Sia adonque fatto el triangolo.q.r.s.equilatero, da una linea equale alla.a.g. (la quale e manifesto esser el dodrante della linea.a.c.) & sia produtta la linea.q.t.perpendicolare alla.r.s. Et (per la undecima propositione di questo libro) la linea.q.t.sara potencialmente sesquitertia alla linea.q.r. & pero (sara equale alla.l.m. Anchora sia agionto alla linea.r.s.la linea.s.x. talmente che la proportione della.r.x.alla.r.s.sia si come de sessanta quatro a vinti sette & sia diuisa la.r.x.in due parti equali in ponto.u.accio che la.r.u.sia trentadoi di quelle parti delle quale la.r.s.e vintisette ouer che la.r.x.ne e sessanta quatro & la.t.u.sara equale alla.m.n. & siano dutte le linee.q.u.& q.x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportione del triangolo.q.r.x. al triangolo q.r.s.sara si come de sessanta quatro a vinti sette. Et concio sia che (per la medesima) lo triangolo.q.r.x.sia doppio al triangolo.q.r.u. & (per la quadragesima prima propositione del primo) quello che vien fatto dalla.q.t.in la.r.u.sie anchora doppio al triangolo.q.r.u.quello che vien fatto dalla.q.t.in la.t.u. (& quello e equale alla superficie.l.n.) sara equale al triangolo.q.r.x. Per la qual cosa la proportione della superficie.l.n.al triangolo.q.r.s.e si come sessanta quatro a vinti sette e pero si come della pyramide.a.c.d.alla pyramide.a.g.k. & e manifesto (per la decima quinta propositione di questo) che la linea.a.f.e perpendicolare alla basa della pyramide.a.c.d.e pero (per la decima nona propositione del undecimo) la linea.a.h.e etiam perpendicolare alla basa della pyramide a.g.K. Adonque la altezza della pyramide.a.g.K.e el semidiametro della sphera. Adonque sia diuiso lo octocedron.e.si come propone la precedente. Adonque luna e laltra delle due pyramide in le quale vien diuiso esso corpo.e.sara equalmente alta alla pyramide.a.g.k.perche la altezza di cadauna e el semidiametro della sphera. Adonq perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del duodecimo, fu dimostrato) la proportione della pyramide.a.g.K.a luna e laltra de quelle in le quale e diuiso lo octocedron.e.si come della basa di quella alle base di quelle. Per la qual cosa (per la vigesima quarta del quinto) la proportione della pyramide a.g.K.a tutto lo octocedro.e.si come della sua basa (la quale e manifesto esser equale al triangolo.q.r.s.) alle base de ambedue le pyramide in le quale e diuiso lo corpo.e.cioe insieme, le quale e manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioe al quadrato.p. Adonque perche la proportione della pyramide.a.c.d.alla pyramide.a.g.K. e si come del triangolo esser del tetragono.l.n.al triangolo.q.r.s.cioe come de sessanta quatro a vinti









nare & della pyramide.a.g.K.al ottocedro e si come del triangolo.q.r.s.al quadrato.p.(gia equa proportionalita) la proportione della pyramide.a.c.d.al ottocedro.e.e si come del tetragono.l.n.al quadrato.p.& questo era da dimostrare.

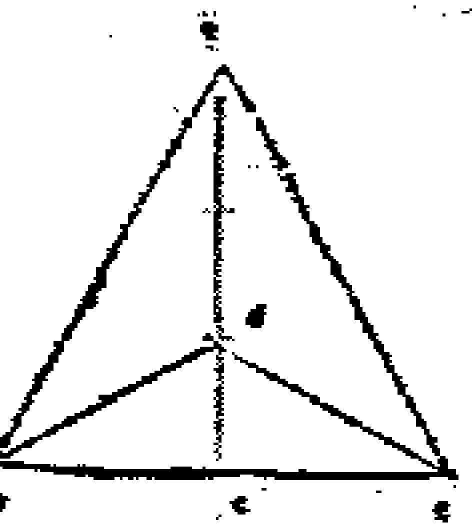
Correlario.

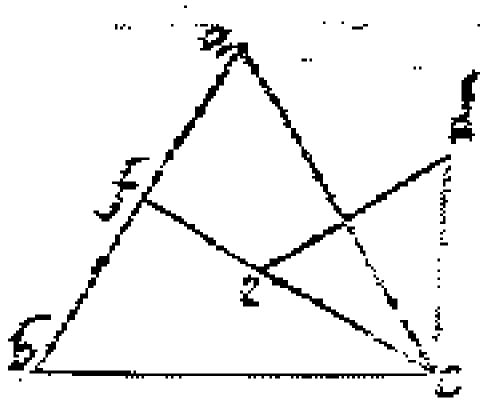
Adonque per le cose poste di sopra e manifesto che la perdendicolare che uien dal centro della sphera, che circonscriue la piramide di quattro base triangolare, & equilatere, a cadauna delle base di essa piramide, e equale alla sesta parte del diametro della sphera.

Perche concio sia che tutti li triangoli che circondano la pyramide siano simili, & equali: Anchora li cerchii che circonscriuono quelli sarano equali, e pero le perpendicolare condutte dal centro della sphera a quelli medesimi cerchii (in li centri di quelli) sarano etiam equale, & le perpendicolare cadente alli detti cerchii sono perpendicolare alle base della pyramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale, Ma la linea.h.f.e perpendicolare alla basa della pyramide.a.c.d.la qual.h.f.perche (dalle cose predette) e manifesto esser la sesta par del diametro.a.b.Adonque rimane esser il uero quello che se conclude per el correlario.

IL medesimo se conuiene dimostrare, altramente douendo esser questo antecedente ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendicolare che uien dal centro del cerchio che circonscriue esso triangolo, a cadauna lato di quello.





Hor sia el triangolo.a.b.c.equilatero,& sia.d.el centro del cerchio che il circonscriue, dal qual siano condotte le linee a cadauno de suoi angoli, le quale e manifesto esser equale, concio sia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre ponti.a.b.c.sono in la circonferentia del cerchio che circonscriue esso triangolo, & sia protratta la.a.d.in continuo e direttamente per fin che la peruegna al lato.b.c.sopra el ponto.e.Adonque (per la ottaua proposition del primo) e manifesto che langolo.a.d.b.e equale al angolo.a.d.c.e pero (per la decimaterza propositione del primo) langolo.b.d.e.e equale al angolo.c.d.e.per la qual cosa (per la quarta propositione del primo) la.b.e.e equale alla.e.c.& li angoli che sono al.e.sono retti, e pero la.d.e.(la quale uien dal centro del cerchio che circonscriue lo triangolo.a.b.c.) e perpendicolare alla.b.c.& la.a.e.(la qual uien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta.b.c.Dico adonque che la.a.e.e treppia alla.e.d.Perche egli e manifesto che el tetragono che uien fatto dalla.d.e.in.la.e.b.e equale al triangolo.b.d.c.Lo tetragono anchora che uien fatto dalla.a.e.in la.e.b.e equale al triangolo.a.b.c.& perche el triangolo.a.b.c.e treppio al triangolo.d.b.c.& lo tetragono che uien fatto dalla.a.e.in la.e.b.e treppio a quello che uien fatto dalla.d.e.in la.e.b.Concio sia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della.a.e.in la.e.b.al tetragono della.d.e.in la.e.b.e si come della.a.e.alla.e.d.la.a.e.sara treppia alla.e.d.si come se propose.

Adonque

Corrolario.

Adonque e necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, transisca per el centro del cerchio che circonscriue quel tal triangolo.

ADonque assolvemo al presente quello che hauemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triangolare, & equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo .a.b.c.) esser circonscritto dalla sphera della quale el centro e el ponto .d. & sia protratta la linea .d.e. perpendicolare alla superficie del triangolo .a.b.c. la quale e manifesto cadere in el centro del cerchio che circonscriue el detto triangolo. Dico adonque la linea .d.e. esser la sesta parte del diametro della sphera, che circonscriue la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produro la linea .d.c. & la linea .c.f. perpendicolare alla linea .a.b. la qual .c.f. (per el precedente correlario) e manifesto quella transire per el ponto .e. & (per il premesso antecedente) esser treppia alla .e.f. & (per la quarta del secondo) e manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro e il ponto .d.) e .36. el quadrato del semidiametro .d.c. e .9. & (per el correlario della decima terza del terzodecimo) lo quadrato della .b.c. e .24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della .c.f. e .18. & (per lo precedente antecedente) lo quadrato della .c.e. e .8. adonque perche quando che el quadrato del diametro della sphera e .36. lo quadrato della .d.c. e .9. & lo quadrato della .c.e. e .8. Onde per la penultima del primo) lo quadrato della .d.e. vien a rimaner uno, per il che seguita che la linea .e.d. e uno quando lo diametro della sphera e .6. la qual cosa bisognava dimostrare. Et per lo medesimo genere de demostratione da noi se dimostrara che el semidiametro della sphera che circonscriue el corpo di otto base triangolare & equilatere, e treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscriue esso corpo) a cadauna delle sue base perche (si come e detto per avanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale e simile, li cerchii che circonscriuono quelle saranno equali, pero le perpendicolare che cascono dal centro della sphera in li centri de essi cerchi saranno fra loro equale. Et concio sia che le perpendicolare alli cerchii delle base siano anchora perpendicolare alle base: seguita che le perpendicolare che uenono dal centro della sphera a cadauna base siano equale. Essendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de luna perpendicolare a una delle sue base, sara esser il uero quello che e proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo .a.b.c. una delle base del ottocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro e .d. & siano fatte tutte le altre cose come per avanti. Concio sia adonque che (per el correlario della decima quinta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, seguita che il lato del ottocedron sia potentialmente doppio al semidiametro della sphera, e pero quando el quadrato della linea .b.c. e .12. lo quadrato della linea .d.c. (che e el semidiametro della sphera) sara .6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della .b.c. e .12. lo quadrato della .c.f. e .9. (per lo premesso antecedente) lo quadrato della .c.e. e .4. & perche (per la penultima del primo) lo quadrato della .d.c. e equale alli quadrati delle due linee .c.e. & .e.d. seguita che el quadrato della .e.d. e .2. quando el quadrato della .d.c. e .6. Adonque e manifesto quello che hauemo detto.

Theorema .xviii. Propositione .xviii.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscriue el cubo, e equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, an-

chora la perpendicolar e, che vien produtta dal centro della ſphera a cadauna delle ſuperficie del cubo, el ſe convence de neceſſita eſſer equale alla mita del lato del medeſimo cubo.

Perche egli e manifeſto (per el corolario della decima quarta del tertodecimo) che el diametro della ſphera (che inchiude quel cubo) e treppio in potentia al lato del cubo, conciò ſia adonque che el quadrato del diametro della ſphera ſia treppio al quadrato del cubo, & coſi el doppio del quadrato del diametro della ſphera e equale al ſeſtuplo del quadrato del lato del cubo. & tutte le ſuperficie del cubo ſono ſei quadrati li quali ſono produtti dal lato del cubo dutto in ſe medeſimo. Adonque el doppio del quadrato de diametro della ſphera e equale a tutte le ſuperficie del cubo. Et per tanto e manifeſto la prima parte, & la ſeconda facilmente approverai (per la decima ottava & decimanona & quadrageſima prima del undecimo libro.

Correlario.

Adonque da queſte coſe dimoſtrate e neceſſario accadere queſto, che della mita del lato del cubo in Biſſe del quadrato del diametro della ſphera, che circõda quel cubo, ſia ꝓdutto la ſolidata del cubo.

Il Tradottore.

Quello che conchiude queſto correlario ha de biſogno di un poco de dimoſtratione cioe chel dutto della mita del lato del cubo in biſſe (cioe nel li duoi terzi) del quadrato del diametro della ſphera che circonda quel cubo produca la quantita corporale del detto cubo el che ſe manifeſta in queſto modo. Se dal centro della ſphera (over del cubo) a ciaſcaduno angolo del cubo (li quali ſono otto) ſia tirata una linea retta mentalmente ſe vedera il detto cubo eſſer diviſo in ſei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, over della ſphera & la baſa di cadauna venira a eſſer una delle ſuperficie quadrate del cubo & la perpendicolare di cadauna di quelle ſara (per le coſe provate di ſopra) la mita del lato del cubo. Et perche il dutto della detta perpendicolare in in la quantita della ſua baſa produca (per le coſe dimoſtrate ſopra la ottava del duodecimo) la quantita corporale di tre pyramide, adonque el dutto della detta perpendicolare nella quantita de due baſe produra la quantita corporea di ſei pyramide (cioe di tutto il cubo.) & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la ſphera (per le coſe dimoſtrate di ſopra) e quanto le dette due baſe el correlario vien a eſſer manifeſto.

Fine del quartodecimo Libro.

INCOMINCIA

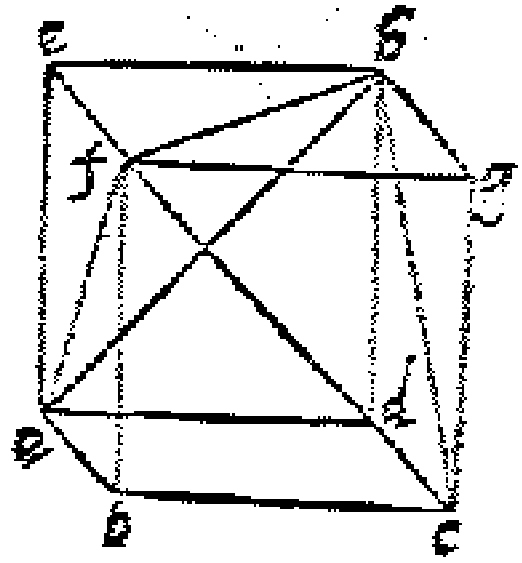
IL QVINTODECIMO, ET VLTIMO

LIBRO DE EVCLIDE DELLA REPETITA FORMATIONE

di cinque corpi regolari & della difficilissima figuratione & intermissioni di quelli l'uno in l'altro, da Nicolo Tartalea Brisciano restituido & integrado secondo le due traduttioni & per commune utilità dal latino in volgar tradotto & dilucidato con due intermissioni, over inscrittioni (oltra quelle di Euclide) da lui aggionte & ritrovate.

Problema primo. Propositione prima.

Dentro a un proposito cubo, potemo designare el corpo che ha quattro base triangole, & lati equali.



SIa un cubo .a. la basa del quale è il quadrato .a.b.c.d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato .e.f.g.h. Et quello convienesi fabricare con questa arte: al quadrato della basa descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantità di qual linea si voglia sopra ciascuno di suoi angoli, sia erigito un catheto (per la duodecima propositione del undecimo libro) secondo la misura del lato de quel quadrato. li quali catheti (per la sesta propositione del undecimo libro) è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a doi a doi de quelli con un coraufto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato, adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quattro superficie laterale di quello, sono quadrate (per la trigesima terza propositione del primo libro: & trigesima quarta del medesimo, & per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, è anchora manifesto che quella è quadrata (per la decima propositione anci più presto per la trigesima quarta del undecimo: & per questa commune sententia, quelle cose che sono equale a cose equale anchora fra loro sono equale & per la diffinitione del quadrato.

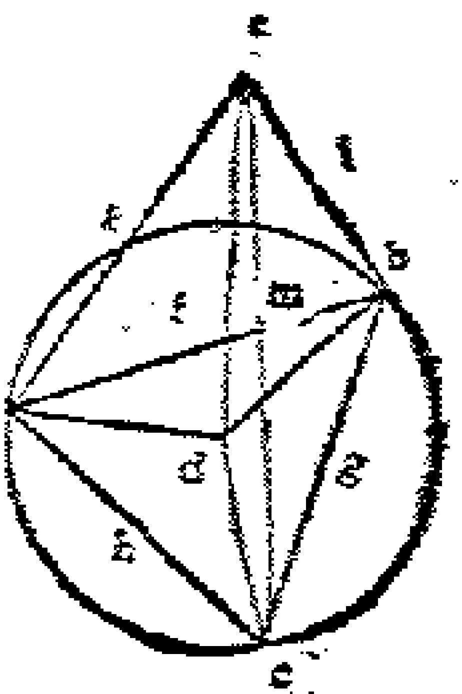
SE adonque desideri de inscrivere a questo cubo el corpo di quattro base triangolare & equilatere in la basa & in la superficie suprema di quello siano protratti li doi diametri di quali l'uno contiene le due estremità infime de doi catheti, & l'altro contiene le supreme delli altri doi, & l'uno di quali sia il diametro .a.c. & l'altro sia il diametro .h.f. & da poi questo dalli doi ponti .h. & .f. (che terminano lo diametro della superficie suprema) tirarai ypothenusalmente doi e doi diametri che divideno le quattro superficie laterale delli quali li doi siano .h.a. & .h.c. & li altri doi siano .f.a. & .f.c. e fatto questo in atto over con l'animo, tu vederai dalle sei linee diagonale (che divideno le superficie del cubo) esser perfettamente fatta la pyramide di quattro base triangolare: la quale (per la diffinitione) è manifesto esser inscritta in lo proposito cubo) & le base di questa pyramide è manifesto esser equilatere: imperoche (per la quarta propositione del primo) tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

Il Tradottore.

LA repetita fabricatione del cubo posta nel principio di questa espositione & similmente delli altri quattro corpi poste nelle sequente propositioni se ritrotta solamente nella prima tradottione.

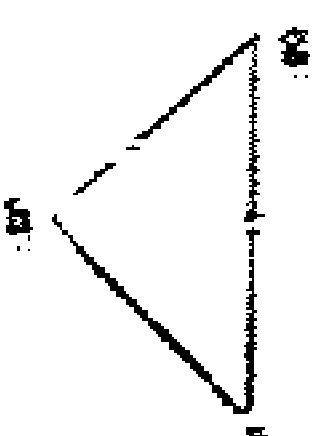
Problema.ii.Propositione.ii.

2 Dentro a un dato corpo di quattro base triangolare equilatere, po
2 semo descriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.



SE dentro una pyramide di quatro base triangolare equilatere uorai descriuere lo ottocedron, prima si conuien fabricare quella tal pyramide la quale con certa ragione se compone in questo modo. Sia statuido uno triangolo equilatero (secondo la quantita di qual si uoglia linea) el qual sia lo triangolo.a.b.c.a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el centro.d. & tirasi la linea.d.e.perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo) la quale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c.& dal ponto.e.siano tirate le tre ypothumisse che cadeno sopra li trei ponti.a.b.c.Adonque e compita la pyramide di quatro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee. d.a.d.b.d.c.Concio sia adonque che li angoli (che contiene la linea.e.d.con cadauna delle linee.d.a.d.b.d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & concio sia che el quadrato della linea.e.d.sia doppio (dal presuposito) al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c. (per la penultima propositione del primo) lo quadrato de cadauna delle tre linee.e.a.e.b.e.c. ypothemissale sara treppio al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c. ma (per la ottaua propositione del terzodecimo) Anchora lo quadrato di cadauno del li trei lati del triangolo.a.b.c.e treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata pyramide sono fra loro equali: per la qual cosa quella e de base equilatere. Quando adonque uorremo inchiudere in quella un ottocedron: diuideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li ponti di mezzo di cadauno lato con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri duoi lati, cō li quali esso contiene angolo superficiale, uerbi gratia, diuidero li lati della basa in li ponti.f.g.h.& le ypothemisse che cadeno dal.e.in li ponti.k.l.m.& continuaro lo ponto.f.col ponto.g.& con.h.& con.k.& con.l.& lo ponto.m.con li medesimi.g.h.k.l.& g.con.h.& con.l.& k.con li medesimi.h.& l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodice linee congiongenti li ponti medii di lati della fabricata pyramide & questo otto base (per la quarta propositione, del primo repetita quante uolte bisogna) e manifesto esser equilatere. anchora e manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la statuita pyramide si come fu proposto di fare.

Il Tradottore.



VOlendo con breuita trouar la linea.d.e.cioe una linea che sia doppia in potentia al semidiametro dil cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c.farai uno angolo retto con le due linee.g.h.& h.i.& che cadauna de dette due linee sia eque al semidiametro del detto cerchio (che circonscriue el detto triangolo.a.b.c.) da poi tirarai la ypothemissa.g.i. & questa ypothemissa.g.i.e quella che cercamo cioe che sara doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima propositione del primo libro) e manifesta, perche se cadauno di duoi lati.g.h.& h.i.sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio e lo quadrato della linea.g.i.e equale alli quadrati delle due linee.g.h.& g.i.tolti insieme (per la detta penultima propositione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea.g.i. sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee.g.h.ouer de.h.i.e consequentemente al quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.

Problema

Problema.iii. Propositione.iii.

3/3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioe intendemo de inscrivere lo octo cedron in el cubo.

COme si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo sia quello (per la prima propositione di questo libro) sia designato la pyramide di quatro base triangolare equilatere, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia descritto lo octocedron, & fatto questo: sara etiam insieme fatto quello che volevamo. Perche (per la argumentatione della prima) tutti li lati di essa pyramide inscritta e manifesto esser diagonale delle base del cubo: & (per la argumentatione della precedente) e manifesto tutti li angoli del octocedron descritti in essa pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per la qual cosa e manifesto, tutti le ponte angulare di questo octocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque (per la diffinitione) havemo il proposito. ¶ A concludere el medesimo altramente: troverai li centri di tutte le base del cubo (si come in la nona del quarto, fu fatto) dal centro della superiore superficie di quello: tira quatro ypothenuse alli centri delle quatro laterale superficie: & dal centro della infima, leva quatro altre ypothenuse alli centri delle medesime quatro superficie laterale. Anchora coniunge li quatro centri delle dette quatro superficie laterale, con quatro linee recte: cioe talmente che coniungano solamente li centri di quelle che fra loro si seguano, verbi gratia tu gionzerai el centro di quella dinanzi con il centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della ultima (cioe di quella di drio) tu lo aggiongerai con li medesimi, cioe con il centro de la destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adonque un corpo de otto base triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che coniungano li centri delle superficie del cubo. Se adonque vorrai provare queste base esser equilatere: dalli centri delle base del cubo tira le perpendiculare a tutti li lati del detto cubo, le quale necessariamente divideranno li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte della terza propositione del terzo libro (la qual cosa e chiara se a cadauna delle base del cubo circonscriverai un circulo, e pero egli e manifesto quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati del cubo, & quelle (per la seconda parte della decimaquarta propositione) del terzo libro) e manifesto esser fra loro equale: & equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della trigesima ottava propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mita del lato del cubo. Adonque per la decima propositione del undecimo libro) e manifesto, le due e due di quelle che concorreno sopra un medesimo lato, del cubo in el ponto medio di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono quadrate. Per la qual cosa adonque quelle dodeci linee che coniungano li centri delle superficie del cubo: & tendano sotto li angoli che contengono quelle linee concorrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo, quelle saranno (per la quarta propositione del primo, over per la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposito cubo e designato el corpo di otto base triangolare & equilatere come bisognava fare.

Problema.iiii. Propositione.iiii.

4/4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare & equilatere noi figurare un cubo.

EL corpo di otto base triangolare equilatere con dottrina fabricarsi in questo modo. Divide qual si voglia linea eretta in suso perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti equali, & dal ponto medio di quella, ne caverai due linee una di qua e laltra di la perpendicolare alla prima linea, le quale insieme compongano e facciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano: cioe la prima, la quale e eretta orthogonalmente sopra el proposto piano, & laltra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. A quella superficie adonque (in la quale sono situade) sopra el ponto commune della settione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) la qual farai penetrare quella superficie da luna a laltra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segano equale, talmente che ciascuna divida ciascuna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & concio sia che siano tre: ciascune due di quelle contegneranno 4 angoli retti el sassilero e tenerando segno di croce adonque dal ponto superiore di quella linea eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothenuse alle estremita delle due linee che segano quella. poi dal ponto inferiore di quella medesima linea eretta, deca quattro altre ypothenuse alle medesime estremita delle due linee segante. Ultimamente continua ancora le estremita di queste ypothenuse con quattro linee, le quale contengono uno quadrato, & queste dodice linee, cioe le quattro ypothenuse, che discendono dalla superiore estremita over ponto della linea eretta perpendiculare, & le quattro che sono elevate (dalla inferiore estremita over ponto di quella medesima) in suso: & le altre quattro linee che continuano over cōgiongano le estremita di queste ypothenuse (per la penultima propositione del primo) senza altra agionta) per esser rapecita) saranno equale fra loro. Per la qual cosa e manifesto el corpo terminato da quelle medesime contenere otto base triangolare, & equilatere. Se adonque te diletta de inscrivere in questo corpo, un cubo, bisogna trovare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) & da poi continuarli, quelli continua con dodeci linee in questo modo, che il centro di ciascuno di questi triangoli sia copulado per linea retta con il centro di quelli trei che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa non e molto atta da dipingere in piano, E pero resta che quello che le dice che tu vedi con la mente, & questo sel ti pare compirai in atto over in opera & vederai le dodice linee che in talmodo continuano li centri di quelli triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non saria cubo: se tutte le superficie di quello non fussino quadrate. Adonque conduerai da ciascuno angolo di triangoli delle superficie del ottocedron, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendiculare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) e manifesto esser fra loro equale, & dividere quelli lati alli quali stanno perpendicolarmente in due parti equali, E pero e manifesto quelle convenire a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra il quale stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrade in la decima settima propositione del quartodecimo) e manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e pero e manifesto quelli transire etiam per le estremita di lati del corpo inclusso: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrate in la medesima) e manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare che se congiongano a due a due, (per la ottava propositione del primo libro e manifesto esser equali) Et perche quelle perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, saranno anchora li angoli

(che con-

(che contengono le due e due linee che cadeno dalli centri di triangoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & concio sia che li lati di quel corpo del qual disputamo siano sotto questi angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo incluso esser equilatero etiam rettangolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu conoscerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le stremita di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) quelli angoli esser fra loro equali. Concio sia adonque che li diametri de le base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale, Anchora li lati delle medesime base e necessario esser equale (per la ottaua del primo piu uolte reperita) quelle base quadrangole e necessario esser equiangoli. Et (per la trigesima seconda del primo tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quattro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adonque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo e manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La definitione del cubo nel otto base secondo che di sopra e stato fatto pare sia oppositione, perche el cubo descritto secondo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base, & in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende & se debbe intendere, il maggiore che capir ui possa. Hor per inscriuerui il maggiore che capir ui possa diuiderai cadauno di quatro lati superiori del otto base. & similmente cadauno di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & li parti maggiori delli lati di sotto restino uerso il ponto, ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Da poi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da poi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che eglie dalla destra, etiam con quello che eglie dalla sinistra nella parte superiore & da poi congiongere etiam quelli quattro della parte inferiore per il medesimo modo, Et fatto questo se trouera che le dette dodice linee congiongente li detti ponti formarono un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sara cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo. & che sia anchora molto maggiore di questo inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che e il proposito.

Ma per uoler diuidere il lato del detto otto base che luna parte sia doppia in potentia a laltra, troua prima due linee che luna sia doppia in potentia a laltra: (il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiongerai insieme direttamente in longo & harai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora diuiderai lo detto lato del detto otto base secondo lordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sesto) & harai fatto il proposito.

Problema .v. Propositione .v.

In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli puo inscriuere una piramide di quatro base triangolare equilatere

IN lo assignato corpo di otto base (seguendo li precetti della precedente) inscriue un cubo: & in lo cubo inscritto, inscriue la pyramide che si propone, (come insegna la prima di questo) concio sia adonque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come (per demostratione della prima) e manifesto & tutti li angoli (per la precedente) sono in le superficie del assignato octocedron, anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in le superficie del corpo de otto base, al quale proponemo de inscriuere questa, per la qual cosa (per la diffinitione) e manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema.vi. Propositione.vi.

6 Drento a un dato dato corpo di uinti base equilatero se puo com-
5 ponere singularmente un corpo di dodice base penthagonale de lati & angoli equali.

NOn mostraremo in questo luoco a fabricar el corpo de uinti base, perche eglie assai euidente (per la decima settima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Composto adonque quello come se insegna in la detta.16. se in quello se diletta di inchiudere un corpo de dodice base penthagonale & equilatere, eglie da procedere per questa uia. Perche eglie manifesto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere.60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di cadauno angolo solido del corpo del ycocedro gli conuengono cinque angoli superficiali (si come se apprende dalla demostratione della decima sesta del terzodecimo) quel corpo adonque e manifesto esser compito da dodeci angoli solidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli (si come fu fatto in la propositione anciana alla precedente) che terminano tutto lo ycocedron: quelli cōtinua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi cadaun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con li quali communica in lato: Quando adonque tu hauerai fatto questo: tu uederai da queste.30. linee esser constituido dodeci penthagoni opposti alli dodice angoli solidi del dato ycocedro.

¶ Adonque tu apprenderai questi penthagoni esser equilateri, si come festi delle base del cubo nella propositione anciana alla precedente. Perche eglie necessario che li centri di ciascuni doi triangoli, che hanno un medesimo lato commune siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli. Et e manifesto (per la demostratione della decima sesta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base esser circonscrittibile della medesima sphera, della quale il diametro e si come el diametro di questo corpo, cioe la linea che continua li doi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segato questo diametro in doe parti equali, el ponto della settione sara el cētro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li penthagoni (per la undecima del duodecimo) dutte le perpendicolare & dal ponto doue che dette perpendicolare caderanno in cadauno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con cadauno delli angoli di essi penthagoni. Sia adonche che tu proui in questo modo quelli esser equiangoli. & concio sia che tutti li cerchij che circonscriuono li triangoli del ycocedro siano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della sphera a quelli, le quale cadono in el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono, sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchij che circonscriuono quelli triangoli del ycocedron (dal presupposito) Adonque (per la penultima propositione del primo con el medesimo genere de dimostratione, cō el quale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) la settione che perviene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera (non sopra el centro

di quella

di quella) esser una circonferentia che contiene un cerchio) e necessario le cinque linee che uengono dal concorso delle linee dutte perpendicolarmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni, alli cinque angoli di cadauno de detti penthagoni, esser fra loro equale, Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, egli e un cerchio che li circonscriue, Concio sia adonque che quelli siano equilateri: etiam el se conuence quelli esser equiangoli, la qual cosa bisognaua dimostrare.

Problema.vii. Propositione.vii.

Se dentro a un dato corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, uoi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono communicante con seco in lato: cioe talmente che el centro de cadauno di penthagoni sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti: ouer che gli siano congionti a torno. Quando adonque tu hauerai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno oppositi alli uinti angoli solidi del dodecedron, li quali abrazzarano un corpo di uinti base triangolare (le quale demostraremo esser equilatere) et li.12. angoli solidi di esso corpo de uinti base, sariano terminati in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li trenta triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduile le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuarai (per la ottaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni le quale sotto tendeno a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (concio sia che tutte le perpendicolare, siano equale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che e il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & esser tutte fra loro equale apprende in questo modo. ¶ (per la quinta del primo, & uigesima sesta del medesimo) e manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati delli penthagoni sopra li quali cascano: in due parti equali: etiam esser fra loro equale, il che se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per la qual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato se congiongono de compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, imperoche luna e laltra diuide quel lato commune a quelli doi penthagoni (dalli centri di quali uengono) in due parti equale, Produrai adonque queste due e due perpendicolare: per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli quali: el lato commune (in el quale se congiongano de compagnia) e opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee le quale (per la demostratione della.17. del.13.) e manifesto esser tanto quanto e il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera cō el proposto dodecedron, e pero egli e manifesto quelle esser equale imperoche tutti li lati del cubo sono equali: & e manifesto (per la.9.del.11.) quelle esser equidistante per questo che ambe due sono equidistante a quel lato commune, in el quale concorreuano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, e manifesto esser diuise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima terza del.1.) tutte le linee che continuano li ponti in li quali le due e due perpendicolare concorrano sopra quelle linee le quale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto e il lato del cubo. Adonque (per la ottaua del primo) li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare: sono equali, per la qual cosa (per la quarta del medesimo) anchora la linee che continuano li centri di penthagoni: sono fra loro equale. Adonque in el proposito dodecaedron, e inscritto il corpo de otto base triangolare & equilatere, come fu proposito di fare.

Problema.viii.Propositione.viii.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere un cubo.

Conciosia che'l dodecaedro sia fabricato sopra li lati del cubo e manifesto (per la decima settima del terzodecimo) e quel fabricato poca differentia ui occorre a inscriuerui el cubo, perche concio sia che siano dodeci penthagoni se a suo angolo de cadauno di quelli tirarai sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde in ordine rai sieder sotto sei superficie equilatere & rettangole, le quale abbracciarano & compirano el corpo del cubo. Quelle esser equilatere e manifesto (per la quarta del primo) & rettangole (per lo medesimo genere di argumentatione, con el quale procedessimo (in la sesta di questo) le base del dodecaedro, inscritto in el dato ycocedron esser equiangole. Certamente e manifesto per la decima settima del terzodecimo, el proposito dodecaedron esser circonscriuibile de una sphera, Adonque dal centro di quella sphera a tutte quelle superficie quadrilatere tira le perpendicolare come insegna la undecima del medesimo, & dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere produrrai linee rette, & colliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera: & queste linee che continuano el centro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolto dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per la penultima del primo) rimaneno li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscriue, E pero e necessario queste essere equiangole concio sia che sono equilatere. Et perche (per la trigesima seconda del primo) li angoli di cadauna di quelle tola insieme sono equali a quatro angoli retti: seguita quelle esser rettangole. Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente: della ragion del cubo che al proposito.

Problema.ix.Propositione.ix.

Volendo finalmente in un dato dodecedron includere un ottocedro.

Composito un dodecedro (come se insegna in la decimasettima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (cioe quelli che congiongono li catheti sopra le sei linee, che diuidono li lati opposti delle superficie del cubo in due parti equale tirati come corausti di quelli) diuide in due parti equali, & quelle diuisioni over ponti, continua li dui e dui opposti con tre linee, le quale (per la quadragesima prima del medesimo) se segarano fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se diuidano anchora fra loro ad angoli retti. Adonque se tu continuarai le stremita di queste tre linee con dodice linee rette a te perueniria un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) come per minima del primo) la qual cosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

A Chi non ha ben in memoria la qualita ouer forma dil corpo di dodici base non sara molto capace di questa soprascritta inscrittione, Ma uolendone esser ben chiaro, bisogna formarse materialmente, il detto corpo & da poi imaginar in quello il cubo, descritto secondo lordine della decima settima del decimo terzo & uederasse opposito a caduna superficie del cubo in aere trauersare un lato del dodeci base, qual diuiso per mita, e continuar li ponti di tal diuisioni (li quali saranno sei per esser sei le superficie dil cubo) con le linee recte diametralmente (come parla il commento) le quale saranno tre da poi congiongere le estremita di dette tre linee con altre dodice linee se uedera peruenir il detto corpo di otto base qual facilmente se prouara esser equilatero & equiangolo.

Problema.x. Propositione.x,

Resta al presente de descriuere dentro a uno dodecedron, una piramide di quatro base triangolare equilatere.

I Nscriuese in el dato dodecedron (per la ottaua di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscriue una pyramide di quatro base triangolare equilatere Concio sia adonque, che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come e manifesto per el processo della prima) & li angoli del cubo per el processo della ottaua) sono in li angoli del dodecedron, anchora li angoli della pyramide: saranno in li angoli del dodecedron, Adonque e manifesto quello che nui uolemo,

Problema.xi. Propositione.xi.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

E Ssendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron (per la sesta) & in el dodecedron un cubo (per la ottaua) & (per la demonstratione della sesta) e manifesto che tutti li angoli del dodecedron cascano sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron, Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonq; hauemo il proposito

Problema.xii. Propositione.xii.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quatro base triangolare, & equilatere.

S Ia el dato ycocedron (per la precedente) inscritto al un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sara da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del ycocedron: Ma bisogna sapere che concio sia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo decimoquinto libro niene determinato la loro mutua inscrittione, se caduno de quelli fusse inscrittibile in caduno delli altri de quelli medesimi accaderia uinti inscrittioni, perche caduno de quelli cinque saria inscrittibili in caduno delli altri quatro: E pero quatro fiada cinque inscrittioni (che e uinti) necessariamente perteneria, Ma, nella pyramide solamente lo ottocedro pol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in li quali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro) possano toccare li estremi di essa pyramide, anchora el cubo e atto a retenere in se solamente la pyramide & lo ottocedro. Similmente lo ottocedro e atto a tenere solamente la pyramide & el cubo, & in niun di questi e possibile a colocarui alcuno delli altri cioe lo ycocedro & lo dodecedro, Auenga che lo ycocedro a tre delli altri dia ricetto al ottocedro solamente ha denegato esser receptaculo, perche li sei angoli del ottocedro, retengono la oppositione fra loro a duoi a duoi semidiametralmente & le linee che continuano quelli se diuidono fra loro orthogonalmente in due parti equali e per tanto formano quel glorioso segno di croce, che tutti li demoni fa tremare) repugnando adonque questo segno di croce, ne li triangoli, ne le base, ne li angoli, ne li lati del ycocedro li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello non si puol trouare sei base: ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da quella diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, a niuno delli altri a prohibito ouer negato alogiamento, immo de tutti e receptacolo, E pero non inconuenientemente, la figura del dodecedro: li antiqui discipoli di Platone la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco impero che esso vola in suso in figura de pyramide, & la figura del ottocedro al aere per che si come l aere in parte del moto, seguita il foco, cosi la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilita. Ma la figura del vinti base la dedicorno al acqua. Perche concio sia che questa sia piu circolabile in la sphera de tutti li altri: per la moltitudine delle sue base: parue conuenirse piu al moto delle cose scorrente, che delle ascendente, E la figura del cubo la attribuirno alla terra. Perche quale e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior violentia al moto chel cubo, & in li elementi qual se ritroua piu fisso e costante della terra, Adonque se dalle cinquantadui inscrittioni: se ne toglie le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedron non comporta, & similmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodeci inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro: tre del ycocedro, & quatro del dodecedro, De tutte le quale come penso sufficientemente e stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

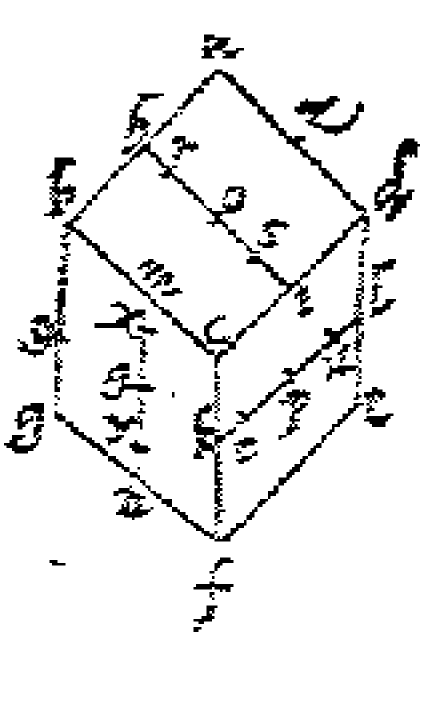
QVantunque Euclide non habbia a noi assignato ouer proposto saluo che dodeci inscrittioni (come di sopra e stato disputado) & che medesimamente il commentatore afferma con certe sue ragioni non poter essere piu delle precedente dodeci, Niente di meno due altre ne hauemo nouamente ritrouate

La prima e a describere in uno proposto cubo, il corpo de vinti base.

La seconda e a inscriuere nel vinti base, il corpo di otto base.

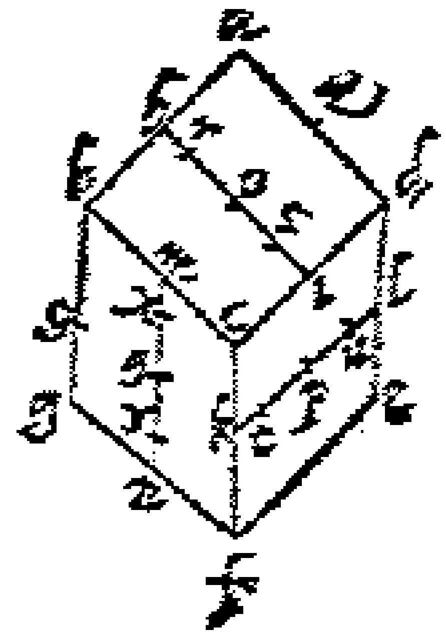
La qual inscrittione, dal commentatore e absolutamente negata come di sopra appare hor vegnando alla prima dico che

EGli e possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di vinti base triangolare equilatere.



Sia il proposto cubo a.f. nel quale voglio inscriuere il vinti base, diuido li duoi latti a.b. & c.d. (della superficie superiore) in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli duoi ponti, h.k. & medesimo faccio delli altri duoi lati a quelli oppositi & equidistanti della superficie subgiacente (non apparente che e basa del cubo) & quelli congiongo con due linee rette luna delle quale e la linea h.k. laltra a lei equidistante non a reliar occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido anchora li duoi lati d.e. & c.f. (& similmente li altri duoi a quelli oppositi & equidistanti) per in due parti equali & congiongo per medesimamente

desimamente con le due linee rette luna delle quale e la linea.k.l.laltra resta occultata dal corpo. Similmente faccio delli doi lati.b.c.&.g.f.tirando la linea.m.n.& il medesimo faccio nella superficie occulta (a questa opposita) fatto questo divido caduna delle tre linee.h.i.k.l.&.m.n.in due parti equali nelli ponti.o.p.q.& il medesimo faccio delle altre tre occulte (a queste opposite) & caduna de queste mita divido secondo la proportione havente il mezzo e doi estremi nelli ponti.r.s.t.u.x.y.talmente che la maggior parte di caduna siano verso il ponto medio cioe che la maggior parte della.h.o.sia la.r.o.& della.o.i.sia la.o.s.& cosi che tutte le altre (si delle occulte come delle apparente) fatto questo congiongo caduno di questi ponti dividenti con caduno circonstante con linee rette cioe dal ponto.s.tiro quattro linee la prima dal.s.al.x.la seconda da.s.al.t.la terza da.s.al.u.la quarta dal.s.al ponto occulto de la linea che termina nel ponto.z.similmente faro con il ponto.x.tirando.x.t.x.u.&.x.al ponto della linea occulta terminante in.q.& cosi procedaro in tutti li altri (le quale linee non le ho volsute tirare perche generariano confusione ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vedera mentalmente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da vinti triangoli de li quali uno ne sara sotto a caduno lato del cubo essempi gratia il triangolo.s.x.t.y.e sotto giacente al lato.e.f.& lo triangolo.s.t.u.e sotto giacente al lato.c.d.& cosi si trovara in caduno delli altri lati & per esser li lati del cubo.12.li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che mancano andar a vinti) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo, di quali sara il triangolo.s.x.t.& cosi si trovara sotto giacere a caduno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo sara contenuto da vinti triangoli,hor resta de dimostrare che siano equilateri la qual cosa facilmente se dimostra in questo modo: imaginiamo che sia tirata una linea dal ponto.t.al ponto.i.la quale (per la diffinitione) contenera angolo retto con la linea.s.i.(per esser la.s.i.perpendicolare alla superficie.d.f.) adonque il quadrato della.s.t.(lato del triangolo dello inscritto corpo) sara equale (per la penultima del primo) alli doi quadrati delle due linee.t.i.&.s.i.et perche la detta linea.t.i.e equale alla linea che fusse tirata dal.u.al.i.il che se manifestara (per la quarta del primo) tirando una linea dal.i.al.p.Seguita adonque (per communa scientia) che le due linee.s.t.&.s.u.lati del triangolo esser fra loro equale.Et perche el quadrato della linea.s.t.e equale alli doi quadrati delle due linee.t.i.&.s.i.& il quadrato della.t.i.(per la penultima del primo) e equale alli doi quadrati delle due linee.t.p.&.p.i.seguita che il quadrato della.s.t.sia equale alli tre quadrati delle tre linee.s.i.i.p.&.p.t.& perche.p.i.e equale alla.p.k.(dimidia) & la.p.t.e la maggior parte di quella & la.s.i.e equale alla minor parte.Et perche il quadrato di tutta la linea.p.k.(over.p.i.) insieme co il quadrato della.s.i.(sua minor parte) e triplo (per la quarta del terzodecimo) al quadrato della.t.p (sua maggior parte) giontovi a tal summa il quadrato della detta.t.p.(sua maggior parte) tal summa de detti tre quadrati sara quadrupla al quadrato della detta.t.p.(maggior parte) adonque per communa scientia la linea.s.t.(lato del triangolo) sara quadrupla in potentia alla.t.p.Et perche etiam tutta la.t.u.(per la quarta del secondo) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima.t.p.Seguita (per communa scientia) la.s.t.esser equale alla.t.u.& di sopra fu dimostrato che la.s.t.era equale alla.s.u.adonque il triangolo.s.t.u.sara equilatero & per lo medesimo modo se dimostrara de tutti li altri che e il proposito. Et questa inscrittione trovai alli.21.di Decembrio che fu il giorno di San Thomaso.1542.in Venetia. Con la qual inscrittione lo giorno seguente, trovai la sua seconda detta di sopra cioe che



Eglie possibile a inscrivere nel corpo di vinti base, il corpo di otto base.

Perche egliè manifesto (per il conuerso della inscrittione per noi di sopra as-dotta) esser possibile de circonscriuere uno cubo, a ogni dato corpo di uinti basi. Sia adonque il dato ycocedron (nel qual uolemo inscriuere el detto octo basi) quello medesimo che di sopra fu inscritto nel cubo circa del quale imaginaremo che gli sia circonscritto il medesimo cubo a.f. et perche in caduna delle sei superficie del detto cubo ei se riposa uno lato del dato corpo de uinti base delli quali sono ne e la linea r.s. (della figura precedente) il latro x.y. il latro t.u. li altri sono a questi tre oppositi & perche li ponti o.q.p. & similmente li altri tre a questi oppositi diuidono caduno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adonque caduno di detti centri con caduno di quattro circonstanti con linee rette si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo (per il secondo modo adutto dal commentatore) si manifestara il proposito, cioe che il corpo di otto base che sera inscritto nel detto cubo sara medesimamente inscritto nel uinti base. Et perche il lato del cubo (detto di sopra) e equale a tutta la linea l.k. & la detta l.k. e doppia alla p.k. (dimostra) diuidendo adonque la detta l.k. (ouer il lato del cubo) secondo la medesima proportione hauente il mezzo e duoi estremi la sua maggior parte sara etiam doppia alla p.t. & perche il lato del uinti base inscritto (cioe la m.n.) e etiam doppio alla medesima t.p. ne seguita lo sotto scritto correlario.

Correlario

E per questo e manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sara equale al lato del uinti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema xiii. Propositione. xiii.

13 Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello
inscriuerui una sphera.

Adonque (per lo terzodecimo libro) e manifesto caduno de questi cinque corpi esser inscriuibile alla sphera. Al presente adonque sara manifesto el contrario cioe a caduno di quelli esser inscriuibile la sphera. Et per dimostrar questo assignamo (ouer siano protratte mentalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, le quale e necessario cadere dentro li centri di quelli cerchij che circonscriuono esse base, & concio sia che, tutti li cerchij che circonscriuono quelli siano equali: Etiam queste perpendicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera (che circonscriue) descriuerai un cerchio secondo la quantita di una di quelle, & essendo circondutto la mita di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco doue comincio a esser mosso: Et perche quello e necessario transire per le stremita di tutte le perpendicolare, tu conoscerai (per el correlario della decima sexta del terzo) la sphera descritta da mouimento di questo semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphera non puo toccar piu delle base di quel corpo di quel che tocca el semicerchio circondutto mentre che quello era mosso, per la qual cosa e manifesto noi hauer inscritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

Il fine.

Fine di tutta lopera di Euclide Megarense philosopho preclarissimo delle due quantita, cioe continua, & discreta: & della proportione, & proportionalita, di quelle, da Nicolo Tartalea Brisciano con diligentia reassettata secondo le due tradottioni & per commune utilita dal latino in uolgar tradotta, & in ogni passo chiaro dilucidata.

Registro di tutta lopera.

A.B.C.D.E.F.G.H.I.K.L.M.N.O.P.Q.R.S.T.V.X.Y.Z.

&.ɔ.℞.AA.BB.CC.DD.

Tutti sono quaderni eccetto A. che e quinterno

Stampato in Vinegia per Venturino Ruffinelli ad instantia e requisitione de Guilielmo de Monferra, & de Pietro di Facolo da Vinegia libraro, & de Nicolo Tartalea Brisciano Tradottore. Nel Mese di Febraro.
Anno di nostra Salute

M.D.XLIII.

A
Euclide
al R merendo
la premeditatione
la scientia de pesi
Il Tradottore
fabricare

B
fia diffinitione
Diffinitione.16.
to e de
della non
ir langolo

C
Sianoli
sono equali
sto intendo
Anchora se
provato quando

D
para, ello.3. mna
cede are
che fia
contenuto
Incomincia

E
Theorema.6
fia la
equidist
per la qual cosa
Incomincia

cosicio
ponto.e.
Anchora per
maggiore
Theorema.16.

G
che el
primo) adonque
e) dal
Incomincia
chio.e.f.g.

H
m.k per
Correlario
Incomincia
medesimo
unaltra

I
si debbe
Il Tradottore
gli
la.f.alla
la parte

K
dimostra
equalita
(laudo la
medesimo o
fia maggiore

L
duoi angoli
a.c.del
Problema.4.
siano le
Il Tradottore

M
Il Tradottore
(per la
lati che
circonferentia
Incomincia

N
maggiore
me detto
mente
decima &
numeri

O
soglio
Theorema.16.
Theorema.20.
Theorema.22.
Theorema.29.

P
& cercare
Incomincia
non produr
&.i.)
Theorema.6

Q
Incomincia
le numerano
fiano.a.
proportionalita
ladversario

R
Siano
Theorema.31.
posito de
overo minori
proportione

S
le linee
mo e li
che se la
Theorema.13.
in due

T
diale &
fiano le
la algefima
mente
el proposito

V
mine in ponto
ta con la
ta alla
simplicemente
(per la

X
come le
fia tagliata
le seranno
della medesima
ta cosi

Y
mediale le
residuo esser
to al termino
a.e.b.
di quella

Z
si sopra
li oser
Diffinitione.1
cerchio
perficie.a.b.

&
la quantita
cente
lo.a.d.e.
del solido
si esser

⁊
ficie la
del sesto
corpo
Theorema.1
sciali

ꝯ
tramide che
non e meno
de di alcun
angolo di
sia alongato

AA
seconda del
cioe (que o
seguita
terzo (si
del terzo

BB
le quale
circonscritto
adonque
tro in
arguiremo

CC
to sotto
del sesto
Theorema.9.
Correlario
fiano &

DD
Incomincia
problema.7.
che contengono
di quella)
mettura del

Tutti sono quaderni eccetto A qual e quinterno